

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em



matemática
e suas aplicações

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em



matemática
e suas aplicações

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Investigação científica em matemática e suas aplicações

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Maiara Ferreira
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Américo Junior Nunes da Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

162 Investigação científica em matemática e suas aplicações /
Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta
Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-0116-2
DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.162221205>

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação. I. Silva,
Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510.07

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2022

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro “*Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações*” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

META-AVALIAÇÃO DE AVALIAÇÃO RELACIONADA À APRENDIZAGEM DE CONCEITOS LÓGICO-MATEMÁTICOS COM UTILIZAÇÃO DE JOGO DIGITAL

Lucí Hildenbrand

Janaína de Oliveira Augusto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212051>

CAPÍTULO 2..... 11

VIVÊNCIAS DE OFICINA PEDAGÓGICA: A GINCANA E O MATEMATIZAR POR MEIO DE DIFERENTES METODOLOGIAS ATIVAS

Raimundo Santos Filho

Patrícia Barbosa dos Santos

Vinicius Christian Pinho Correia

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212052>

CAPÍTULO 3..... 30

MODELOS MATEMÁTICOS E EPIDEMIAS

Célia Maria Rufino Franco

Ivo Dantas de Araújo

Mateus Ferreira Carvalho da Silva

Eduardo da Silva Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212053>

CAPÍTULO 4..... 42

ANÁLISIS SEMIÓTICO DE RESPUESTAS AL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA

Osmar Dario Vera

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212054>

CAPÍTULO 5..... 54

ESTUDO DOS FRACTAIS NAS SÉRIES E CÁLCULO NUMÉRICO

Eduarda Maschio Belarmino

Dione Ines Christ Milani

Gustavo Henrique Dalposso

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212055>

CAPÍTULO 6..... 60

O USO DA COMPUTAÇÃO GRÁFICA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA

Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein

André Luis Andrejew Ferreira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212056>

CAPÍTULO 7.....	68
DE LOS REALES A LOS COMPLEJOS, SÓLO HAY UN PEQUEÑO PASO	
Marisol Radillo Enríquez	
Vladimir Efremov	
Juan Martín Casillas González	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212057	
CAPÍTULO 8.....	76
O ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS NO 6º ANO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DO DISCO DE FRAÇÃO	
Alan Jorge de Jesus Silva	
Beatriz de Vilhena Medeiros	
Pedro Lucas Viana Ferreira	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212058	
CAPÍTULO 9.....	89
INTRODUÇÃO ÀS IDENTIDADES FUNCIONAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212059	
CAPÍTULO 10.....	93
DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE A LA COMPETENCIA PROFESIONAL	
Núria Rosich Sala	
Yolanda Colom Torrens	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120510	
CAPÍTULO 11.....	101
A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES DE ORDEM 2 E SUAS IDENTIDADES POLINOMIAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120511	
CAPÍTULO 12.....	106
LUDICIDADE NO ENSINO APRENDIZAGEM: UMA ALIADA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NA MATEMÁTICA	
Márcia Cristianne Ramos de Araújo	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120512	
CAPÍTULO 13.....	122
ANÁLISE ESPECTRAL SINGULAR BASEADA NA FUNÇÃO DE HUBER	
Matheus Lima Cornejo	
Fabio Alexander Fajardo Molinares	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120513	

CAPÍTULO 14.....	139
PANORAMA DAS PUBLICAÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO BANCO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES NA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Creomar Moreira da Cruz	
Ana Cristina Gomes de Jesus	
Nilton Cezar Ferreira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120514	
CAPÍTULO 15.....	143
MÉTODO DE LIAPUNOV-SCHMIDT SEM SIMETRIA E APLICAÇÃO NO PROBLEMA DE REAÇÃO-DIFUSÃO	
Rosangela Teixeira Guedes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120515	
CAPÍTULO 16.....	154
O “SEGUIR REGRAS” DE WITTGENSTEIN: UMA ANÁLISE A PARTIR DA CONSTRUÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES AFIM	
Tatiana Lopes de Miranda	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120516	
CAPÍTULO 17.....	171
ABORDAGENS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA SALA DE AULA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Dionísio Burak	
Laynara dos Reis Santos Zontini	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120517	
CAPÍTULO 18.....	182
GEOGEBRA: A TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS	
Gustavo Henrique Silva	
Wáquila Pereira Neigrames	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120518	
CAPÍTULO 19.....	190
PREVISÃO DO ÍNDICE BURSÁTIL IBEX 35 USANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS	
Salvador Falcón Canillas	
Carlos Roberto Minussi	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120519	
CAPÍTULO 20.....	242
METODOLOGIA AULA INVERTIDA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS: UNA APROXIMACION CONCEPTUAL	
Mileidy Marcela Velásquez Aguirre	
Neder Manuel Palma Caballero	
Steven Alberto Liévano González	

Saraí Ana Ortega Pineda

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120520>

SOBRE O ORGANIZADOR.....	256
ÍNDICE REMISSIVO.....	257

ESTUDO DOS FRACTAIS NAS SÉRIES E CÁLCULO NUMÉRICO

Data de aceite: 02/05/2022

Eduarda Maschio Belarmino

Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo, Paraná, Brasil

Dione Ines Christ Milani

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo, Paraná, Brasil

Gustavo Henrique Dalposso

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo, Paraná, Brasil

RESUMO: Este artigo apresenta uma revisão bibliográfica a respeito de sistemas não lineares, fractais e séries. O estudo destes assuntos se mostrou essencial para uma melhor compreensão dos conteúdos abordado nas disciplinas de Cálculo 3 e da disciplina de Cálculo Numérico. O estudo de fractais é de extrema importância para toda a ciência, que hoje pode compreender com muito mais clareza formas geométricas - encontradas na natureza - que já foram ditas como anomalias. O método de pesquisa foi a quantitativa básica exploratória. Como resultado, foi observado a importância de uma boa base em métodos matemáticos, apresentados em Cálculos 1, 2 e 3 e Cálculo Numérico, para o desenvolvimento de tais descobertas matemáticas. Conclui-se que o estudo dos fractais se mostra essencial para compreensão da ordenação geométrica presente no Universo e abre caminhos para muitas pesquisas em diversos setores da Ciência.

PALAVRAS-CHAVE: Sistemas não lineares, séries, Cálculo Numérico, Cálculo 1, 2 e 3,

interdisciplinaridade.

STUDY OF FRACTALS IN SERIES AND NUMERICAL CALCULATION

ABSTRACT: This paper presents a bibliographic review of nonlinear systems, fractals and series. The study of these subjects has proved to be essential for a better understanding of the content covered in the Calculus 3 and Numerical Calculus courses. The study of fractals is extremely important for all of science, which today can understand with much more clarity geometric shapes - found in nature - that were once said to be anomalies. The research method was basic exploratory quantitative. As a result, it was observed the importance of a good foundation in mathematical methods, presented in Calculus 1, 2 and 3 and Numerical Calculus, for the development of such mathematical discoveries. It can be concluded that the study of fractals is essential to the understanding of the geometric ordering present in the Universe and opens the way to many researches in several sectors of Science.

KEYWORDS: Nonlinear systems, series, Numerical Calculus, Calculus 1, 2 and 3, interdisciplinarity.

1 | INTRODUÇÃO

“Aqueles que ouvem falar de curvas (irregulares) em tangentes, ou de funções sem derivadas, pensam frequentemente que a natureza não apresenta tais complicações, e nem mesmo as sugere. O contrário, contudo, é verdadeiro, e a lógica dos matemáticos manteve-os mais próximos da realidade do que as representações empregadas pelos físicos (...)”

(Perrin - começo do século XX)

Diversas culturas divinizaram a ciência da formação da natureza, pois ela possui o princípio da criação de todas as coisas. A Geometria foi considerada sagrada, pois ela é uma expressão da natureza, então estes padrões são padrões literalmente da criação das formas, por isso foram associadas ao divino – a criação. Os fractais formam uma extensa base da geometria sagrada, pois através deles foi possível se entender formas que até o momento da história não tinham uma ordem de formação.

Conforme Mandelbrot (1989), a geometria fractal descreve melhor os fenômenos naturais por fazer uso de seu caráter qualitativo, por visualizar as questões globalmente e contemplar as inter-relações subjacentes.

Na atualidade os estudos sobre os fractais, em especial acerca da dimensão fractal, vêm sendo utilizada em distintas áreas do conhecimento humano, principalmente na utilização de estudos de sistemas caóticos, como no padrão das formações de nuvens e no mercado financeiro. Além da utilização na medição de comprimento de curvas, análise e reconhecimento de padrões de imagens, caracterização de objetos e análise de texturas. (NUNES, 2011)

Iniciamos os estudos com a seguinte pergunta: como relacionar Cálculo 3 com Cálculo Numérico?

O objetivo do artigo é relacionar os estudos de Cálculo Numérico com os estudos de Cálculo 3, além de interpretar e comentar sobre as conclusões ao decorrer da elaboração deste artigo.

2 | SISTEMAS NÃO LINEARES

Alguma vez você já se perguntou por que quando olhamos o mundo natural ao nosso redor vemos poucas linhas retas, mas ainda assim elas são onipresentes nos sistemas que desenhamos, afinal de edifícios a placas de circuito, elas parecem ser sempre a opção padrão. Uma maneira de entender isso é que os sistemas que desenhamos baseiam-se em uma compreensão científica e matemática do mundo, que inevitavelmente começou por descrever os temas mais simples e mais ordenados, ou seja, aqueles que são compostos de formas e relações lineares. De Euclides A Newton, a ciência tem se concentrado nos sistemas ordenados de triângulos, retângulos perfeitos e relações lineares de causa e efeito que podem ser codificadas em equações compactas. Um exemplo de não linearidade pode ser estar ouvindo duas de suas músicas favoritas ao mesmo tempo, porque existe uma relação de interferência entre elas, os resultados da experiência não serão uma equação

simples de adicionar o prazer de ouvir a cada uma independentemente. Assim descrevemos o mundo real como uma espécie de aproximação a estas formas lineares perfeitas. (SAVI, 2006)

As funções de interação são um conceito importante dentro da ciência de não linearidade, e foram usadas para criar um novo tipo de geometria denominada geometria fractal, na qual a interação de uma função simples gera padrões de aparência orgânica irregular que podem modelar muitas das formas geométricas que vem da natureza como por exemplo estruturas de Conchas e formação acidentadas de montanhas. A não linearidade em todas as suas formas, é o coração de muitos dos Desafios do Século 21 para ciência. Principalmente quando tentamos ampliar o nosso científico para além da sua dependência da teoria dos sistemas lineares, de forma a encontrar novas maneiras de abraçar o mundo complexo em que vivemos em seus próprios termos irregulares e imperfeitos. (SAVI, 2006)

3 | FRACTAIS

Na década de 60, Benoit Mandelbrot, começou a estudar alguns conjuntos irregulares na natureza - caracterizados por serem sistemas não lineares – como galáxias e flocos de neve. Ele conseguiu perceber certos padrões nas irregularidades apresentadas por formas e assim sentiu a necessidade de encontrar um nome para descrever a geometria com que buscava representar as reais formas da natureza. (SANTOS, 1993)

Resumidamente, um fractal é um objeto que não muda sua forma à medida em que a escala é alterada, mantendo-se a sua estrutura idêntica à original. Isto não é o que ocorre com uma circunferência, que reduz a sua curvatura à medida em que é ampliada.

Segundo Murr et al. (2003) a definição dada por K. J. Falconer para ser considerado um Fractal ele precisa possuir todas (ou pelo menos a maioria) das seguintes características:

- Estrutura fina, independente da escala: consiste em detalhamento sucessivo. Infinitas ampliações levam a constantes detalhes, indefinidamente. Nos fractais a cada ampliação aparecem mais detalhes, e o processo pode ser repetido indefinidamente. Para fractais construídos em tela gráfica, os detalhes aparecerão nas ampliações sucessivas, até onde o computador suportar a realização dessas ampliações.
- Não pode ser descrita por uma função analítica simples ou em linguagem geométrica tradicional: o fractal é construído através de processos iterativos, sendo impossível representá-lo por uma função simples.
- Possuir auto-similaridade ou auto-afinidade, mesmo que seja estocasticamente: a auto-similaridade, constitui-se na obtenção de réplicas menores da figura através de sua divisão ou ampliação. Se as réplicas são sempre iguais e obtidas de um fator de redução comum, conclui-se que a figura possui auto-similaridade estrita. Já na auto-afinidade, há figuras obtidas através de transformações afins, isto é, figuras afins.
- A dimensão Fractal deve ser estritamente maior que a sua dimensão topológica.

ca: a dimensão Fractal é o espaço que a figura ocupa.

Segundo Fuzzo (2009), os fractais podem ser agrupados em três categorias principais, estabelecida pelo modo como o fractal é formado ou gerado: sistema de funções iteradas, fractais definidos e fractais aleatórios. Os fractais também podem ser classificados por sua auto-similaridade. Existem três tipos de auto-similaridade encontrados em fractais: auto-similaridade exata, quase-auto-similaridade e auto-similaridade estatística.

4 | FRACTAIS EM SÉRIES

Algumas séries são conhecidas como séries infinitas, porém o infinito é um grande problema para a física. Imaginar algo que seja infinito em um espaço determinado (universo), parece impossível. Mas isso pode ser explicado pelos fractais, pois ele se repete, em infinitas escalas, em um espaço determinado. Portanto o estudo dos fractais pode abrir novas portas para o entendimento do infinito.

5 | RESULTADOS

Como resultado de nossa pesquisa inicial - como relacionar Cálculo 3 com Cálculo Numérico - descobrimos os fractais, que se relacionam por serem um sistema não linear e derivarem de uma série. Um fractal é sistema no qual a interação de uma função simples gera padrões de aparência orgânica irregular que se modelam como formas geométricas da natureza, além de se derivar de uma série, que se deriva da soma de sequências, como por exemplo a sequência de Fibonacci, que através de suas sucessões é encontrada no fractal da concha de caracol do mar - essa forma geométrica se assemelha as linhas do campo vetorial de um grande problema da física clássica, a turbulência -. Ao final da pesquisa ficou evidente a necessidade dos conhecimentos adquiridos nas disciplinas de Cálculo Numérico e Cálculo 3 para o desenvolvimento da ciência e para resolução de problemas pertinentes.

6 | CONCLUSÃO

Segundo ASSIS (2008), o conceito de dimensão fractal vem sendo utilizado em diversos campos: na medicina, na detecção de núcleos atípicos, na mineralogia, na linguística, na biologia, na indústria, no solo, na chuva, na economia, na ecologia, na computação, entre outros.

Com o estudo dos fractais poderemos desmistificar, por exemplo, a turbulência, que foi considerada por Richard Feynman como o problema mais importante ainda não resolvido da física clássica, não sabemos nem mesmo exatamente o que é turbulência, ou como ela funciona, e estamos bem longe de conseguirmos uma equação que possa descrever esse fenômeno. Os fractais podem ser a chave para desenvolver-se algoritmos que possam prever turbulência na prática, computacionalmente, uma vez que possuem

forte semelhança com os espirais de Fibonacci, que geram fractais, como os da Figura 1. Assim teremos previsões de tempo com menos erros, testes de túneis de vento poderão ser substituídos por testes computacionais, barateando o seu custo, utilizando da junção de conhecimentos de Cálculo 3 e Cálculo Numérico.



Figura 1 – Fractal em espiral - caracol

Fonte: REYES (2011)

REFERÊNCIAS

ASSIS, Thiago Albuquerque de; MIRANDA, José Garcia Vivas; *et al.* Geometria Fractal: propriedades e características de fractais ideais. **SciELO Brasil**, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia. Salvador, BA, Brasil. Revista brasileira de ensino de física, v. 30, n. 2. 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/fj/rbef/a/NkxTkgKJJdBX6Zy95zWHZkG/?lang=pt>. Acesso em: 15 de agosto de 2021.

ARAUJO, Juscimar da Silva; ALVES, Giovana; *et al.* O Infinito: Compreensões Que Perpassam Teorias, Ensino E Aprendizagem. **Revista paranaense de educação matemática**. Campo mourão. p. 279-305. 2020. DOI <https://doi.org/10.33871/223858>. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/737>. Acesso em 13 de agosto do 2021.

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrimo a geometria fractal - Para a sala de aula**. Autêntica Editora: coleção tendências em educação matemática, 3ª edição. 2016.

DUARTE, Lucas Rodrigues. **Elementos de seqüências e séries infinitas**. Editora Simplíssimo Livros Ltda. Belo Horizonte-Brasil. 2018. Disponível em: https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=Q757DwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA3&dq=s%C3%A9ries+que+divergem+para+o+in+finito&ots=NHa289XjtA&sig=tzE4gDJ_RMS5dP6c3j4FxcI08BM#v=onepage&q=s%C3%A9ries%20que%20divergem%20para%20o%20infinito&f=false. Acesso em 14 setembro 2021.

Experimento A0: Fractais. **Universidade Federal do Espírito Santo**, Departamento de Física – CCE, Física Experimental Roteiro. Disponível em: https://fisica.ufes.br/sites/fisica.ufes.br/files/field/anexo/roteiro_com_artigoderevisao_0.pdf. Acesso em 17 de agosto de 2021.

FUZZO, Regis Alessandro; REZENDE, Veridiana; *et al.* Fractais: Algumas Características E Propriedades. **IV Encontro de Produção Científica e Tecnológica –EPCT**. Núcleo de Pesquisa Multidisciplinar. Faculdade Estadual de Ciência e Letras de Campo Mourão. 2009. Disponível em: http://www.fecilcam.br/nupem/anais_iv_epct/PDF/ciencias_exatas/10_FUZZO_REZENDE_SANTOS.pdf. Acesso em 25 de agosto de 2021.

MANDELBROT, Benoit. **Objects fractais**. Editora Ciência Aberta Gradiva. Tradução Carlos Fiolhais e José Luís Malaquias Lima, 3. ed. Lisboa. 1998.

MANDELBROT, Benoit. **The Fractal Geometry of Nature**. Nova Iorque. Editora: Times Books, W.H. Freeman and Company. 1975.

MEIRELES SENA, Maxwell. Uma proposta de ensino da geometria fractal para o 9º ano do ensino fundamental. **Universidade Do Estado Do Amazonas**. Manaus. 60 p. 2018. Disponível em <http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/handle/riuea/1397>. Acesso em 15 de agosto de 2021.

NUNES, João Cavalcante; SILVA, Julizete da; *et al.* Fractais: uma análise da importância desse conhecimento geométrico para a humanidade. **Faculdade Madre Tereza**. Santana-AP. 2011. Disponível em: <https://www.webartigos.com/storage/app/uploads/public/588/508/32b/58850832b07d9133614671.pdf>. Acesso em 5 de setembro de 2021.

NUSSENZVEIG, H. M. (organizador). Complexibilidade e Caos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 22, no. 2. Editora UFRJ/COPEA. Rio de Janeiro. 1999. Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_148.pdf. Acesso em 23 de agosto de 2021.

RABAY, Yara Silvia Freire. Estudo e Aplicações da Geometria Fractal. **Repositório Institucional da Universidade Federal da Paraíba**, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Departamento de Matemática, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. João Pessoa/BA. 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/7651>. Acesso em 21 de agosto de 2021.

REYES, Alejandro. **Espiral Caracol**. Fractal Poster. 2011. Disponível em: https://www.fractalposter.com/fractals/espiral_caracol_p-2208.html. Acesso em 9 de setembro de 2021.

SANTOS, Lúcio Tunes dos. **Sistemas não Lineares e Fractais**. Matemática Universitária, nº15. Páginas 102-116. 1993.

SAVI, Marcelo Amorim. **Dinâmica não-linear e Caos**. Editora e-papers. Cap. 1, p. 25-49. Rio de Janeiro. 2006. Disponível em: [https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=AlKlJk9zz0oC&oi=fnd&pg=PA21&dq=Sistema+n%C3%A3o+linear+\(Sistema+din%C3%A2mico+n%C3%A3o+linear\)&ots=iknFKz37Bf&sig=cyrCdeO_mORukrJahScrEm7EmuY#v=onepage&q&f=true](https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=AlKlJk9zz0oC&oi=fnd&pg=PA21&dq=Sistema+n%C3%A3o+linear+(Sistema+din%C3%A2mico+n%C3%A3o+linear)&ots=iknFKz37Bf&sig=cyrCdeO_mORukrJahScrEm7EmuY#v=onepage&q&f=true). Acesso em: 19 agosto 2021.

 www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br
 @atenaeditora
 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em



matemática e suas aplicações

 www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br
 @atenaeditora
 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em



matemática

e suas aplicações