

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

**FRANCISCO ODÉCIO SALES
HUDSON DE SOUZA FELIX
RAMOM SANTANA REBOUÇAS**
(Organizadores)

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

**FRANCISCO ODÉCIO SALES
HUDSON DE SOUZA FELIX
RAMOM SANTANA REBOUÇAS
(Organizadores)**

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Ciencias exactas y de la tierra: observación, formulación y predicción 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Maiara Ferreira
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizadores: Francisco Odécio Sales
Hudson de Souza Felix
Ramom Santana Rebouças

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C569 Ciências exactas y de la tierra: observación, formulación y predicción 2 / Organizadores Francisco Odécio Sales, Hudson de Souza Felix, Ramom Santana Rebouças. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-258-0083-7

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.837221705>

1. Ciências exactas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Felix, Hudson de Souza (Organizador). III. Rebouças, Ramom Santana (Organizador). IV. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2022

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A obra “Ciencias exactas y de la tierra: Observación, formulación y predicción 2” aborda uma série de publicações da Atena Editora apresenta, em seus 16 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino, pesquisa e inovação. As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química. O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas. A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas. Neste sentido, essa obra é dedicada aos trabalhos relacionados a pesquisa e inovação. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento. Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada. Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Francisco Odécio Sales
Hudson de Souza Felix
Ramom Santana Rebouças

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

AUTONOMÍA ACADÉMICA, APOYO INSTITUCIONAL, MOTIVACIÓN Y ACTITUDES HACIA LA ENSEÑANZA, COMPROMISO DOCENTE Y BURNOUT EN DOCENTES DE FÍSICA DE NIVEL TERCARIO EN EL CETP-UTU

Andrea Cabot Echevarría

Alexander Ibarra Flores

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217051>

CAPÍTULO 2..... 15

¿QUÉ OPINAN LOS ESTUDIANTES DE CULTURA FÍSICA Y DEPORTE SOBRE EL USO DE LA ESTADÍSTICA EN SU ÁREA?

Alejandrina Bautista Jacobo

Graciela Hoyos Ruiz

Manuel Alejandro Vazquez Bautista

Maria Elena Chavez Valenzuela

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217052>

CAPÍTULO 3..... 25

ANÁLISIS DE SISTEMA DE GESTIÓN DE ACCIÓN TUTORIAL BAJO EL ANÁLISIS DEL MODELO DE NEGOCIO CON DIAGRAMAS UML

Isaac Alberto Aldave Rojas

Levi Jared Guevara Cid

Gerardo Espinoza Ramírez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217053>

CAPÍTULO 4..... 34

ENSAYO ANTIMICROBIANO DE HIDROGELES DE QUITOSANO CARGADOS CON EXTRACTO DE ROMERO (*ROSMARINUS OFFICINALIS*) Y MODIFICADOS POR TECNOLOGÍA DE PLASMA

Claudia Gabriela Cuellar Gaona

María Cristina Ibarra Alonso

Miriam Desireé Dávila Medina

Aidé Sáenz Galindo

Rosa Idalia Narro Céspedes

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217054>

CAPÍTULO 5..... 43

LAS FIRMAS DIGITALES Y SU APOORTE EN LA PROTECCIÓN DEL MEDIO AMBIENTE

Rómulo Danilo Arévalo Hermida

Jefferson Bayardo Almeida Cedeño

Orlen Ismael Araujo Sandoval

Sergio Fernando Mieles Bachicoria

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217055>

CAPÍTULO 6..... 51

LABERINTO DE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS

Jorge Haro-Castellanos
Leticia Ramírez Chavarín
Arturo Salame Méndez
Alondra Castro Campillo
Edith Arenas Rios
Julio César Bracho Pérez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217056>

CAPÍTULO 7..... 58

**ESTUDIO DE LA RESPUESTA A LOS ARMÓNICOS DE UN SISTEMA MASA RESORTE:
CUASI-RESONANCIA**

J. Agustín Flores Ávila
Georgina Flores Garduño

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217057>

CAPÍTULO 8..... 70

POLINOMIOS GENERADORES DE NÚMEROS PRIMOS

Ronald Cordero Méndez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217058>

CAPÍTULO 9..... 81

**DESIGNING AN EXPERIMENTAL PROTOTYPE FOR THE TEACHING OF CONICS
(ELLIPSIS) BASED ON THE LAW OF LIGHT REFLECTION**

Juan Carlos Ruiz Mendoza

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217059>

CAPÍTULO 10..... 97

REÚNE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS CORRESPONDIENTES A CADA FAMILIA

Jorge Haro-Castellanos
Leticia Ramírez Chavarín
Arturo Salame Méndez
Alondra Castro Campillo
Edith Arenas Rios
Julio César Bracho Pérez
Yarit Samantha Haro Ramírez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170510>

CAPÍTULO 11..... 103

**VISUALIZANDO DOMINIOS DINÁMICOS DE FUNCIONES VECTORIALES CON
GEOGEBRA**

Clara Regina Moncada Andino
Deyanira Ochoa Vásquez
Enrique López Durán

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170511>

CAPÍTULO 12.....	106
UNA INTRODUCCIÓN A LA MODELACIÓN DE FULLERENOS	
Francisco Javier Sánchez-Bernabe	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170512	
CAPÍTULO 13.....	112
MANUAL DE EXPERIMENTOS PARA UN CURSO DE QUÍMICA ORGÁNICA HETEROCÍCLICA ORIENTADO A LA CARRERA DE QUÍMICA DE ALIMENTOS	
Patricia Elizalde Galván	
Juan Gómez Dueñas	
Cristina del Carmen Jiménez Curiel	
Fernando León Cedeño	
Martha Menes-Arzate	
Margarita Romero Ávila	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170513	
CAPÍTULO 14.....	120
DETECCIÓN DE VINOS PERUANOS CON DIFERENTES TIEMPOS DE EXPOSICIÓN AL AMBIENTE UTILIZANDO NARICES ELECTRÓNICAS	
María del Rosario Sun Kou	
Henry Cárcamo Cabrera	
Ana Lucía Paredes-Doig	
Elizabeth Doig-Camino	
Gino Picasso	
Adolfo La Rosa-Toro Gómez	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170514	
CAPÍTULO 15.....	137
RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA	
Antonia Alana Claudino Sousa	
Francisco Odecio Sales	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170515	
CAPÍTULO 16.....	151
FUNCIONALIZACIÓN DEL GEL DE POLISILOXANO CON NANOPARTÍCULAS DE PLATA Y SU CARACTERIZACIÓN	
Rosa Aida Balvin Beltran	
Julia Lilians Zea Álvarez	
Corina Vera Gonzáles	
Luis De Los Santos Valladares	
María Elena Talavera Núñez	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170516	
SOBRE OS ORGANIZADORES	168
ÍNDICE REMISSIVO.....	170

ESTUDIO DE LA RESPUESTA A LOS ARMÓNICOS DE UN SISTEMA MASA RESORTE: CUASI-RESONANCIA

Data de aceite: 02/05/2022

J. Agustín Flores Ávila

Maestro en Ciencias
Instituto Tecnológico de la Laguna

Georgina Flores Garduño

Ingeniera Industrial
Instituto Tecnológico de la Laguna

RESUMEN: Uno de los objetivos que se fijan en la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales en el Tecnológico Nacional de México es emplearlas en el estudio de los sistemas dinámicos, y uno de los primeros sistemas que se estudian es el Oscilador Mecánico. En este artículo presentamos el análisis de la respuesta de un sistema tal ante los armónicos y, en particular, aquel en el que se presenta la *Cuasiresonancia*. En un oscilador es imposible que se presente la resonancia, ya que las frecuencias son magnitudes irracionales las que, como sabemos, no se pueden igualar. Sin embargo, si se pueden presentar valores muy próximos entre la frecuencia natural del sistema y la frecuencia de la señal de excitación: En este caso se presenta el fenómeno que denominamos *Cuasiresonancia*. Hay múltiples ejemplos en ingeniería de sistemas que se han destruido por esta causa. No obstante que la *Cuasiresonancia* es deseable en algunos sistemas eléctricos, en general, en los sistemas mecánicos es indeseable por los daños que provoca, por lo que conocer la respuesta de los sistemas en tales circunstancias es fundamental para evitar daños y respuestas no deseadas.

PALABRAS CLAVE: Ecuaciones Diferenciales; Oscilador Mecánico; Cuasiresonancia; Irracional; Señal de Excitación.

ABSTRACT: One of the objectives set in the teaching of the Differential Ecuaciones in the National Technology of Mexico is employed in the study of dynamic systems, and one of the first systems that are studied in the Mechanical Oscillator. In this article we present the analysis of the response of such a system before the harmonics and, in particular, the one in which the Cuasiresonance is presented. In an oscillator it is impossible for the resonance to be present, since the frequencies are irrational magnitudes which, as we know, cannot be equaled. However, it is possible to present very close values between the natural frequency of the system and the frequency of the excitation signal: In this case, the phenomenon that we call Cuasiresonance is presented. There are multiple examples in engineering of systems that have been destroyed for this reason. Notwithstanding that Cuasiresonance is desirable in some electrical systems, in general, in mechanical systems it is undesirable because of the damage it causes, therefore knowing the response of the systems in such circumstances is fundamental to avoid damage and undesired responses.

KEYWORDS: Differential Equations; Mechanical Oscillator; Cuasiresonance; Irrational; Excitement Sign.

1 | PRESENTACIÓN

Uno de los primeros sistemas dinámicos que se estudian en las carreras de ingeniería mecánica/mecatrónica es el sistema traslacional masa resorte (M-K), llamado normalmente oscilador mecánico, y que es un circuito formado por un resorte anclado uno de sus extremos a un soporte fijo y del otro pende una masa a la que se le aplica una fuerza “f(t)” conocida. (Figura 1).

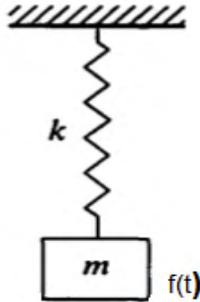


Figura 1: Gráfica de un Sistema masa-resorte: Un resorte fijo en uno de sus extremos y en el otro una masa a la que se le aplica una fuerza y se deja vibrar libremente.

Esta clase de sistemas tienen un comportamiento particular cuando la frecuencia de la señal de excitación es igual a su frecuencia natural. La frecuencia natural del sistema masa resorte está dada por: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Es decir, la raíz cuadrada del cociente del coeficiente de restitución “k” del resorte y la masa “m”.

Cuando esto sucede, el sistema entra en resonancia y se presenta como una retroalimentación positiva que provoca un incremento sin control de la respuesta. Si es un sistema mecánico la oscilación experimenta un incremento en su amplitud en forma indefinida y si es un circuito eléctrico, como una red L-C en serie o en paralelo, se presenta como un incremento sin control de la corriente o el voltaje en el circuito. En cualquier caso provoca la destrucción del sistema. No obstante que en algunos circuitos eléctricos la resonancia es buscada de manera intencional, como es el caso de los selectores de canales en equipos de comunicación, en general, en los sistemas mecánicos debe evitarse para excluir su destrucción.

El circuito masa resorte se presenta en mecánica como el comportamiento de ciertos elementos mecánicos que están sujetos a tensiones, esfuerzos, presiones, etc, y en función de sus características materiales. Físicamente no existe un resorte, pero en su

funcionamiento se hace presente tal efecto.

Por otro lado, las señales de excitación para esta clase de “circuitos mecánicos” están dadas por las vibraciones mecánicas propias o de otros equipos que estén próximos y que son inherentes a todo dispositivo mecánico. Todo equipo mecánico, en su funcionamiento, genera vibraciones que determinan la “contaminación mecánica” propia de los ambientes industriales.

Por lo anterior, debido a la forma en que se generan los valores de los parámetros del circuito y como se genera la señal de excitación, no es posible que la igualdad entre las frecuencias, natural del sistema y de la señal de excitación, se presente en la práctica. *Ambos valores son números irracionales por lo que la igualdad queda cancelada y la resonancia excluida.*

Sin embargo, se plantea la siguiente pregunta: Si la igualdad está excluida por ser valores irracionales: ¿Qué sucede si los valores son “muy próximos”?; es decir, sin llegar a ser iguales la diferencia entre ellas es muy pequeña. Veámoslo a partir del siguiente problema:

2 | PROBLEMA

Determine la función $x(t)$ que nos permite conocer la posición en todo instante de la masa $m = 1$ que está unida a un resorte con $k = 11$, si partiendo del reposo y desde el punto de equilibrio, se le aplica una señal de excitación dada por la función:

$$f(t) := \begin{cases} (2 - t) & \text{if } 0 \leq t \leq 2 \\ f(t - T) & \text{if } t > 2 \end{cases}$$

Función periódica con período $T = 2$ y frecuencia angular $\omega_0 = \pi$.

Nota: Las unidades se encuentran adecuadamente dimensionadas según el sistema en que se trabaje, sea “cgs o mks”.

La gráfica de la función fuerza la mostramos en la Figura 2.

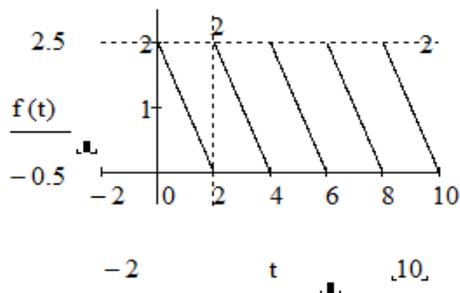


Figura 2: Gráfica de la señal de excitación aplicada al sistema masa resorte en estudio. Señal periódica conocida como diente de sierra con período $T = 2$ y frecuencia angular $\omega_0 = \pi$

Dado que es una primera aproximación al estudio de este tipo de sistemas, el problema se encuentra adecuadamente dimensionado para fines didácticos, es decir, para facilitar el aprendizaje.

3 | MARCO TEÓRICO

Las leyes de la física que posibilitan la resolución del problema son:

a).- Segunda ley de Newton.-

En forma simplificada nos dice que al aplicarle a una masa puntual “m” una fuerza $f(t)$ conocida, experimenta una aceleración dada por el cociente de la magnitud de la fuerza y el valor de la masa en dirección al vector fuerza: $F = ma$

b.- Ley de Hook.-

En forma simplificada nos dice que la fuerza necesaria para estirar o comprimir un resorte con coeficiente de restitución “k” es directamente proporcional al incremento o decremento de la longitud del resorte:

$$F = kx$$

c).- Principio de D’Alembert.-

En forma simplificada nos dice que la fuerza aplicada a un sistema traslacional se distribuye entre los componentes del sistema según sus propias leyes.

$$F = \sum_{i=1}^n F_i$$

4 | PROCESO DE RESOLUCIÓN

De acuerdo con este principio, la fuerza aplicada al sistema se distribuye entre la masa y el resorte:

$$F(t) = F_m + F_k$$

Donde:

$F(t)$ es la fuerza aplicada al sistema.

$F_m = ma$: Es la fuerza en la masa dada por la segunda Ley de Newton

$F_k = kx$: Es la fuerza en el resorte dada por la Ley de Hooke.

Por lo tanto:

$$F(t) = ma + kx$$

Dado que la aceleración es la segunda derivada con respecto al tiempo del desplazamiento y con los valores que nos proporciona el problema de “ $m = 1$ y $k = 11$ ”, el modelo queda dado por la ecuación diferencial:

$$x''(t) + 11x(t) = f(t)$$

Con condiciones iniciales dadas por:

$x(0) = 0$ parte desde la posición de equilibrio y $x'(0) = 0$ parte del reposo.

La señal de excitación está dada por la función $f(t)$ indicada.

Es una ecuación diferencial ordinaria no homogénea de segundo orden con coeficientes constantes en cuya resolución emplearemos la Transformada de Laplace.

Para resolver la ecuación diferencial necesitamos hacer uso de las Series de Fourier, ya que la señal de excitación presenta puntos de discontinuidad y, por lo tanto, de no derivabilidad en el dominio de definición, específicamente para " $t = 2n$ ", por lo que vamos a representar la función de excitación mediante una Serie de Fourier que, como sabemos, es una suma infinita de términos cosenoidales que son derivables en todos los reales, y a esta serie igualamos la ecuación diferencial al momento de resolverla. ¡¡Veámoslo!!.

5 | SERIE DE FOURIER

a).- Obtenemos la serie de Fourier de nuestra función de excitación determinando los coeficientes de Fourier empleando las fórmulas que los definen.

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) dt \quad \dots F.1$$

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) dt \quad \dots F.2$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) dt \quad \dots F.3$$

Y la correspondiente Serie de Fourier viene dada por:

$$f_s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) + b_n \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t)) \quad \dots F.4$$

Empleando estas fórmulas encontramos que:

$$A_0 = 2 \quad ; \quad A_n = 0 \quad \text{y que:} \quad B_n = \frac{2}{\pi \cdot n}$$

Y la serie de Fourier queda dada por:

$$f_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (B(n) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t))$$

La gráfica de la serie la mostramos en la Figura 3 tomando 10 términos de la misma.

$$f_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{10} (B(n) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t))$$

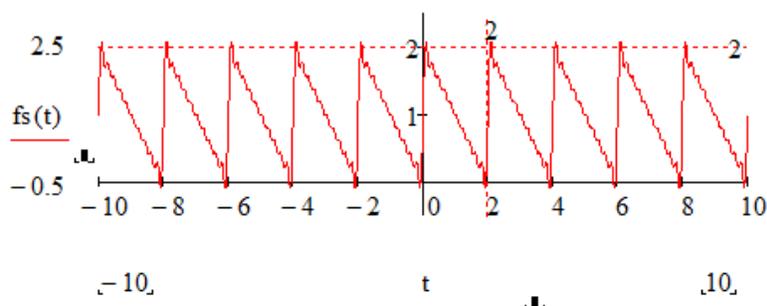


Figura 3: Gráfica de la señal de excitación aplicada al sistema masa resorte en estudio expresada mediante los primeros diez términos de la Serie de Fourier.

En la figura 4 mostramos las gráficas de la función original y la de la serie tomando en cada caso 10 términos de la sumatoria.

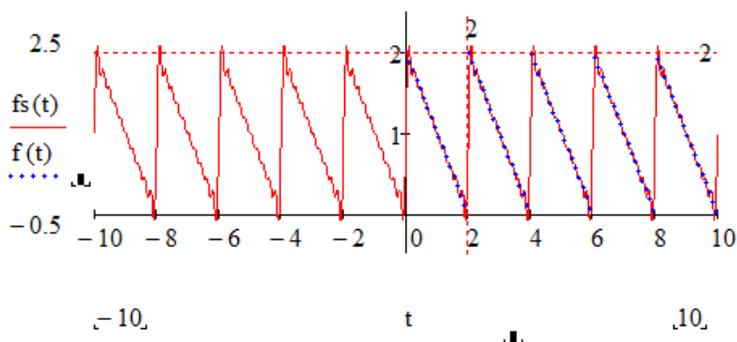


Figura No. 4: Gráficas sobrepuestas de la señal de excitación original y la representación alterna de la misma función mediante los primeros diez términos de la Serie de Fourier.

Como podemos observar, la gráfica es semejante a la gráfica de la función original; esta semejanza se acentúa si tomamos más términos en la serie.

6 | RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL

De esta manera tenemos la señal de excitación modelada mediante una serie que es derivable en todo el dominio, por lo tanto, la ecuación diferencial a resolver queda expresada en los siguientes términos:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 11 \cdot x(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (B(n) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t))$$

Resolvemos la ecuación, empleando, como ya lo señalamos, la Transformada de Laplace.

Con condiciones iniciales cero la transformada queda dada por:

$$s^2 \cdot X(s) + 11 \cdot X(s) = \frac{1}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(B(n) \cdot \frac{n \cdot \pi}{s^2 + n^2 \cdot \pi^2} \right)$$

Sabemos que la Transformada de Laplace “transforma” una Ecuación Diferencial en una ecuación algebraica de fácil resolución. En este caso obtenemos para X(s):

$$X(s) = \frac{1}{s \cdot (s^2 + 11)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[B(n) \cdot \frac{n \cdot \pi}{(s^2 + n^2 \cdot \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \right]$$

La transformada inversa de Laplace de X(s) es la x(t) buscada y nos proporciona la posición de la masa en todo instante.

$$x(t) = \frac{1}{11} - \frac{\cos(\sqrt{11} \cdot t)}{11} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[B(n) \cdot \left[\frac{-\sqrt{11} \cdot (\sqrt{11} \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t) - n \cdot \pi \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t))}{11 \cdot (\pi^2 \cdot n^2 - 11)} \right] \right]$$

La gráfica de la función posición x(t) tomando diez términos de la serie la mostramos en la Figura 5.

$$x(t) := \frac{1}{11} - \frac{\cos(\sqrt{11} \cdot t)}{11} - \sum_{n=1}^{10} \left[B(n) \cdot \left[\frac{\sqrt{11} \cdot n \cdot (\sqrt{11} \cdot \sin(\pi \cdot t \cdot \sqrt{n^2}) - \pi \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t) \cdot \sqrt{n^2})}{11 \cdot \sqrt{n^2} \cdot (\pi^2 \cdot n^2 - 11)} \right] \right]$$

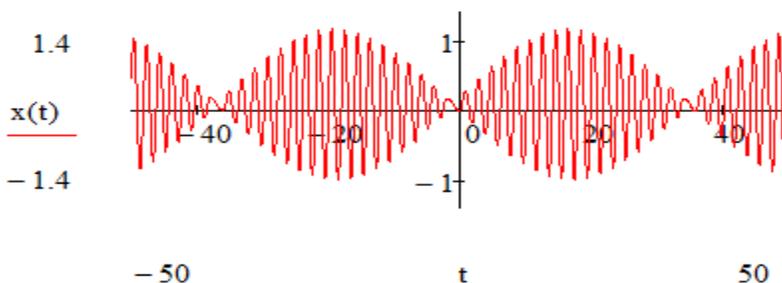


Figura No. 5: Gráfica de la función x(t) que nos da la posición, en todo instante, de la masa del sistema masa resorte del problema en estudio. Nótese la variación “modulada” de la amplitud del desplazamiento de la masa.

7 | COMENTARIO

Dado que las frecuencias -natural del sistema y de la señal de excitación-, son diferentes, no se presenta la resonancia. Los términos $\sqrt{11}$ y $n\pi$, nunca pueden ser iguales ya que ambos son irracionales, sin embargo, para $n = 1$, primer armónico o frecuencia fundamental, tenemos que sus valores son muy próximos, así:

$$\sqrt{11} - \pi = 0.175 \blacksquare$$

La diferencia entre estos valores es “pequeña”. Ante esta situación, que llamaremos “cuasi resonancia”, la respuesta del sistema es la de una señal modulada en amplitud; es decir, una frecuencia “central” cuya amplitud es “modulada” por una senoide adicional con frecuencia particular.

Esta situación sólo se presenta para “ $n = 1$ ”, puesto que para valores superiores la diferencia se incrementa, como podemos observar en la siguiente tabla:

$$n := 1..10 \quad df(n) := n \cdot \pi - \sqrt{11}$$

n =	df(n) =
1	-0.175
2	2.967
3	6.108
4	9.25
5	12.391
6	15.533
7	18.675
8	21.816
9	24.958
10	28.099

Y el efecto “modulación en amplitud”, es mínimo o desaparece

Para efectos del funcionamiento de un sistema, que su respuesta varíe en amplitud es una situación que debe evitarse en los sistemas mecánicos, en los que lo deseable es tener un comportamiento regular, tanto en frecuencia como en amplitud, para efectos de control.

8 | CUASI RESONANCIA

Un sistema opera en estado de “cuasi resonancia” cuando la frecuencia de la señal de excitación tiene un valor “muy próximo” a la frecuencia natural del sistema y es un efecto que se debe evitar por dar lugar a una respuesta “modulada en amplitud” como podemos ver en la figura 5 anterior.

9 I ANÁLISIS AL PRIMER ARMÓNICO

Para este caso la ecuación diferencial que modela el sistema viene dada como:

$$x''(t) + 11 \cdot x(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \sin(\pi \cdot t)$$

Ya que el Coeficiente de Fourier para $n = 1$ es:

$$B(1) = \frac{2}{\pi}$$

Con condiciones iniciales cero la transformada queda dada por:

$$s^2 \cdot X(s) + 11 \cdot X(s) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{s^2 + \pi^2}$$

Factorizamos $X(s)$ y despejamos:

$$X(s) = \left(\frac{2}{\pi} \right) \cdot \frac{\pi}{(s^2 + \pi^2) \cdot (s^2 + 11)}$$

Obtenemos la inversa de Laplace.

$$\frac{\pi}{(s^2 + \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \xrightarrow{\text{invlaplace}} -\frac{11 \cdot \sin(\pi \cdot t) - \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{11 \cdot \pi^2 - 121}$$

Y la función posición $x(t)$ es:

$$x(t) := \left[\left(\frac{2}{\pi} \right) \cdot -\frac{11 \cdot \sin(\pi \cdot t) - \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{11 \cdot \pi^2 - 121} \right]$$

La gráfica correspondiente está en la Figura 6.

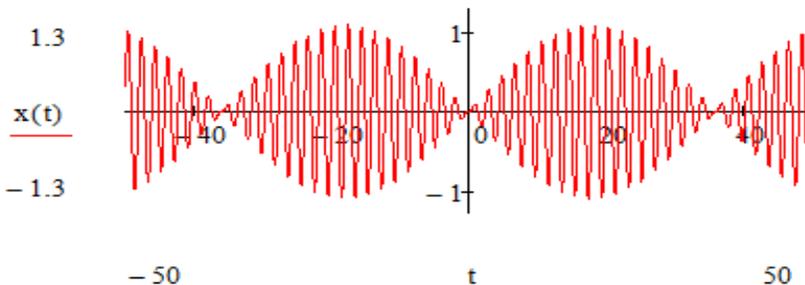


Figura 6: Gráfica de la respuesta del sistema al primer armónico que es el que origina la cuasiresonancia: La oscilación va incrementando su amplitud en forma controlada provocando riesgos de destrucción del sistema.

10 | ANÁLISIS AL SEGUNDO ARMÓNICO

Para este caso la ecuación diferencial que modela el sistema viene dada como:

$$x''(t) + 11 \cdot x(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t)$$

Ya que el Coeficiente de Fourier para $n = 2$ es:

$$B(2) = \frac{1}{\pi}$$

Con condiciones iniciales cero la transformada queda dada por:

$$s^2 \cdot X(s) + 11 \cdot X(s) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{s^2 + 4 \cdot \pi^2}$$

Factorizamos $X(s)$ y despejamos:

$$X(s) = \left[\frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{(s^2 + 4 \cdot \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \right]$$

Obtenemos la inversa de Laplace.

$$\left[\frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{(s^2 + 4 \cdot \pi^2) \cdot (s^2 + 11)} \right] \text{invlaplace} \rightarrow -\frac{11 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t) - 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{44 \cdot \pi^3 - 121 \cdot \pi}$$

Y la función posición $x(t)$ es:

$$x(t) := -\frac{11 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t) - 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{11} \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t)}{44 \cdot \pi^3 - 121 \cdot \pi}$$

La gráfica correspondiente está en la Figura 7.

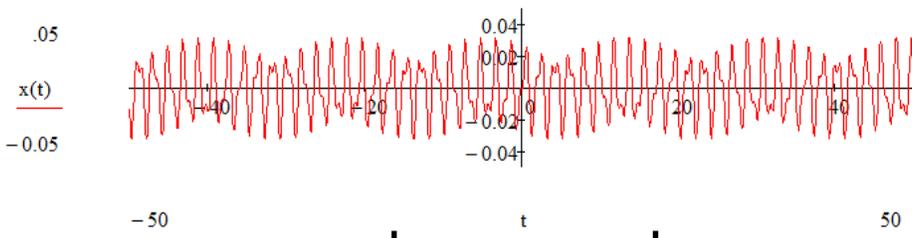


Figura 7: Gráfica de la respuesta del sistema al segundo armónico que también contribuye, aunque en menor grado a la cuasiresonancia: La oscilación va incrementando su amplitud en forma controlada provocando riesgos de destrucción del sistema.

El problema se soluciona evitando que los armónicos que generan este comportamiento irregular pasen al sistema; esto lo logramos mediante filtros adecuadamente dimensionados para enviar las señales de frecuencias indeseables a tierra. En este caso filtramos las frecuencias para “n = 1 y 2”, y estos componentes no aparecen en la respuesta final que queda dada por:

$$x(t) := \left[\frac{1}{11} - \frac{\cos(\sqrt{11} \cdot t)}{11} + \sum_{n=3}^{10} \left[B(n) \cdot \left[\frac{\sqrt{11} \cdot (\sqrt{11} \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot t) - n \cdot \pi \cdot \sin(\sqrt{11} \cdot t))}{11 \cdot (\pi^2 \cdot n^2 - 11)} \right] \right] \right]$$

La gráfica la mostramos en la figura 8

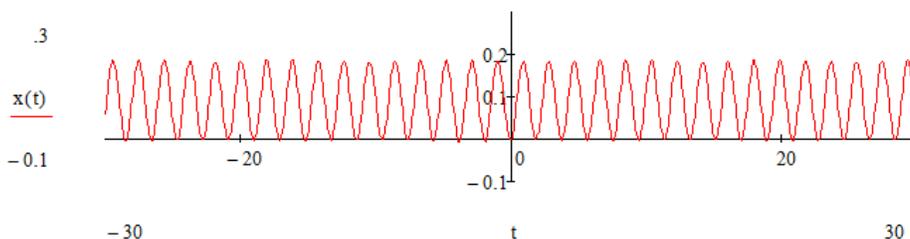


Figura 8: Gráfica de la respuesta correcta del sistema. Excluimos los dos primeros armónicos: “n = 1 y n = 2” y así la sumatoria inicia en “n = 3” desapareciendo el efecto de Cuasiresonancia y obteniendo un comportamiento “regular2 del sistema.

11 | CONCLUSIONES

Durante el curso se hace hincapié en que una ecuación diferencial es el modelo matemático de un problema en el que está presente el cambio, y que al resolver la ecuación podemos conocer el sistema, es decir, describir su comportamiento en todo instante y, así conocer el comportamiento futuro, para si existe un comportamiento no deseado realizar las acciones de corrección correspondientes. Conocer la respuesta de un sistema a los armónicos posibilita evitar acciones destructivas como lo mostramos en este ejemplo.

REFERENCIAS

1. Beisser, A. (1965). Conceptos de Física Moderna. Madrid, España. Ediciones del Castillo, S. A.
2. Courant, R. & Robbins, R. (1979). ¿Qué es la Matemática?. New Rochelle, N. Y. Aguilar Ediciones.
3. Cheng, K. D. (1959). Analysis of Linear System. Tokio, Japan: Edit. Addison-Wesley.
4. Flores A, J. A. (2017). Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. En prensa.
5. Hsu, H. P. (1973). Análisis de Fourier. México. Edit. Addison-Wesley Iberoamericana., 1987. 4ª Edición.

6. Koyré, Alexandre. Estudios de Historia del Pensamiento Científico. México: Edit. Siglo XXI.
7. Meriam, J. L. Zill. (1991). Dinámica. Buenos Aires, Argentina. Editorial Reverté, S. A.
8. Polya, George. (1976). Mathematical Methods In Science. New York. Leon Bowden Edit..
9. Quintero R., Ursini, S. (1988). Desde el enfoque tutorial hacia el uso constructivista de la computadora en el aula; Reporte de investigación; Cinvestav, México.
10. Rainville, E. (2009). Ecuaciones Diferenciales Elementales. (2ª. Ed.). México. Trillas.
11. Symon, R. Keith. (1968). Mecánica. Madrid, España. Edit. Aguilar.
12. Zill Dennis G. (2009). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado (9ª. Ed.). México. Cengage Learning.
13. Zill. (2009). Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. (7ª. Ed.). México. Cengage Learning.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Acercamiento normalizado de la base de datos 25

Actitud 1, 3, 6, 13, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23

Antimicrobiano 34, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 153

B

Burnout docente 1, 7

C

Cálculo vectorial 103, 105

Cero papel 43, 45, 48

Compromiso docente 1, 3, 6, 7, 12

Creencias 15, 16

Criba 70, 75, 77, 80

Cuasiresonancia 58, 66, 67, 68

Curvas planas 103

E

Ecuaciones diferenciales 58, 68, 69

Educational experiment 81

Escala 6, 7, 12, 15, 18, 19, 22, 23, 24, 138, 141, 144, 148

F

Firmas digitales 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50

G

Geometry 81, 86

H

Heterocíclica 112

Hidrogel 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40

I

Irracional 58

Isolated pentagon rule 106

L

Laboratory experiment 81

M

Matemática 16, 24, 68, 71, 80, 81, 105, 137, 138, 139, 140, 141, 144, 146, 148, 149, 150, 168, 169

Medio ambiente 36, 43, 44, 45, 48, 112, 115, 118

Modelado interacciones 25

Motivación hacia la enseñanza 1

Musica 149

N

Nonclassical fullerene 106

Números afortunados de Euler 70, 71, 72

Números primos 70, 71, 72, 73, 74, 76, 78, 79, 80, 139

O

Optical geometry 81

Oscilador mecánico 58, 59

P

Plasma 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 152, 159, 164

Polinomios 70, 71, 72

Q

Química verde 112, 113, 115, 116, 117, 118, 119

Quitosano 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41

R

Reacción de maillard 113

Requerimientos tempranos 25

S

Schlegel diagram 106

Seguridad 17, 18, 20, 21, 43, 45, 47, 48, 49, 50, 115

Señal de excitación 58, 59, 60, 62, 63, 65

Superficies 36, 103, 165

T

Teoría musical 137, 138, 139, 140, 141, 144, 146, 148

U

UML 25, 26, 28

V

Vocación científica 1, 14

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 