# CAPÍTULO 14

# A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA: TRABALHANDO CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO

*Data de aceite: 01/03/2022*
*Data de submissão: 04/02/2022*

**Cristiano Santana Freitas**
Egresso da Universidade de Pernambuco - UPE
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/4558781252305067

**Lucília Batista Dantas Pereira**
UPE- Universidade de Pernambuco
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/7751208084431086

**RESUMO:** O objetivo desse trabalho é verificar se a resolução de problemas é uma eficiente estratégia didática para a aprendizagem de conceitos de geometria plana no segundo ano do Ensino Médio. Para a obtenção dos dados, foi realizada uma pesquisa de campo de natureza qualitativa e descritiva, com 31 alunos de duas turmas do segundo ano de uma escola pública de Juazeiro-BA. Para a realização dessa pesquisa, inicialmente, foi aplicado um teste de sondagem para os alunos, posteriormente foi realizada em sala, a correção do teste de sondagem utilizando a Resolução de Problemas voltada para conceitos de geometria plana e, por fim, foi aplicado um teste de verificação com os alunos. Os dados obtidos mostraram que a aplicação da Resolução de Problemas favoreceu a melhoria dos resultados dos alunos no teste de verificação, assim como pôde ser observada, em uma parcela dos sujeitos da pesquisa, a compreensão de conceitos no momento dedicado à correção do teste de sondagem.

**PALAVRAS-CHAVE**: Geometria Plana; Resolução de Problemas; Ensino Médio.

## PROBLEM SOLVING AS A METHODOLOGY FOR TEACHING PLAN GEOMETRY: WORKING AREA AND PERIMETER CONCEPTS

**ABSTRACT:** The objective of this work is to verify if problem solving is an efficient didactic strategy for the learning of plane geometry concepts in the second year of high school. To obtain the data, a qualitative and descriptive field research was carried out, with 31 students from two classes of the second year of a public school in Juazeiro-BA. To carry out this research, initially, a probing test was applied to the students, later, it was carried out in the classroom, the correction of the probing test using problem solving focused on concepts of plane geometry and, finally, a test of verification with students was applied. The data obtained showed that the application of problem solving favored the improvement of the students' results in the verification test, as well as, it could be observed that, in a portion of the research subjects, the understanding of concepts at the time dedicated to the correction of the test.

**KEYWORDS**: Plane Geometry; Problem Solving; High School.

## 1 I INTRODUÇÃO

É comum que nas escolas existam diversos questionamentos a respeito do ensino e da aprendizagem da Matemática. Alunos chamam a atenção com perguntas como, por que devo estudar esse assunto? Ou por que os professores passam tantos exercícios? Por outro lado, os professores questionam a razão pela qual os alunos se mostram tão desinteressados pelos assuntos e pela disciplina de Matemática, de um modo geral.

Realmente há desinteresse, o que, para os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998), é considerado uma deficiência no processo de ensino e aprendizagem. No entanto, há outras causas para que alunos finalizem a educação básica sem ter aprendido diversos conceitos. Pode-se considerar que, muitas vezes, conteúdos importantes da Matemática são deixados de lado, dentre eles, os que envolvem conceitos geométricos. Lorenzato (1995, p.3) confirma isso quando diz que “o ensino da geometria, se comparado com o ensino de outras partes da matemática, tem sido o mais desvairador” e que “no Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula.”

O grande problema da ausência citada são as lacunas que aparecem no processo de desenvolvimento intelectual do estudante. De fato, a aprendizagem da geometria exerce um importante papel nas escolas, por meio dela, os alunos têm a possibilidade de se deparar com situações práticas. Sobre isso, Lorenzato (1995, p. 5) afirma que o estudo da geometria é essencial para que as pessoas desenvolvam o pensar geométrico e o raciocínio visual e que, sem este, elas não conseguirão resolver problemas cotidianos que tiverem aspectos geométricos. Além disso, não poderão utilizar a geometria como fator facilitador para a compreensão e a resolução de questões de outras áreas do conhecimento.

Desta forma, fica notória a importância de que o ensino da geometria tem para o desenvolvimento do educando ~~e~~ a responsabilidade que o educador tem em promovê-lo, o que dialoga com o problema citado anteriormente: como superar a falta de interesse nos conteúdos de Matemática e, em especial, os de cunho geométrico?

É evidente que o interesse do aluno por qualquer disciplina depende, em grande parte, da metodologia adotada pelo professor. Por isso, este deve buscar formas de chamar a atenção do aluno para a importância dos conteúdos propostos, fazendo-o ver que há aplicação prática naquilo que está sendo estudado. Sobre isso, Smole e Centurión (1992, p.9) afirmam:

> É, pois, fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações-problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico.

Assim, surge o seguinte questionamento: o uso da resolução de problemas em sala de aula facilita a aprendizagem de conceitos de geometria plana, mais especificamente relacionados à área e ao perímetro, no segundo ano do ensino médio?

Na tentativa de responder a tal questionamento, este trabalho tem como objetivo geral verificar se a resolução de problemas é uma eficiente estratégia didática para a aprendizagem de conceitos de geometria plana no segundo ano do ensino médio. Tendo como objetivos específicos: identificar se o professor faz uso de problemas ao ensinar geometria plana em sala de aula; averiguar se o professor diferencia exercícios de problemas e analisar os resultados apresentados pelos alunos ao resolverem problemas.

## 2 | RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Matemática e a Resolução de Problemas estão ligadas historicamente de tal forma que não é possível pensar nesta, sem que aquela seja lembrada. Os PCN (BRASIL, 1998) ressaltam que a Matemática foi construída para dar respostas às questões das mais diversas origens e contextos, sejam elas de origem prática, quando, por exemplo, a resposta ao problema otimiza o dia a dia nas atividades humanas, podem também ser questões que se relacionam a outras ciências e até mesmo às que surgem e investigam a própria Matemática, enriquecendo-a.

Onuchic (1999) destaca a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino da Matemática, para a autora, por meio dessa abordagem, o aluno consegue aprender Matemática resolvendo problemas, ao mesmo tempo em que aprende Matemática para resolver problemas. Essa afirmação é complementada quando ela afirma que "ao se ensinar matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também como um primeiro passo para se fazer isso" (p. 207).

Assim, o professor que usa problemas somente com o intuito de que os alunos encontrem resultados, trabalhando com eles apenas fórmulas e conceitos estudados anteriormente, deixa de usar os problemas em sua amplitude de potencialidade, pois, como afirma Polya (1995, p.V),

> Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolha o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo.

Nesse contexto, pode-se observar a Resolução de Problemas como fator motivador para o aluno, uma vez que o tira da condição de ouvinte, tornando-o participante da construção do seu próprio conhecimento. Sobre isso, os PCN (BRASIL, 1998, p. 40) afirmam que "o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução."

Smole e Centurión (1992, p.9) também afirmam a importância da participação do aluno no processo de aprendizagem, e como os problemas podem auxiliar nisso, quando pontuam que

> É, pois, fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações-problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe.

Dessa forma, fica notória como a metodologia Resolução de Problemas pode ser útil para o ensino da Matemática, entretanto, para que este método didático tenha eficiência, o professor deve estar ciente de quando um enunciado se trata de um problema, e quando ele é, na realidade, um exercício.

## 2.1 Diferença entre problemas e exercícios

Para Onuchic (1999), os problemas não têm sido usados do modo mais adequado, uma vez que são utilizados somente como forma de aplicação de conhecimentos pré-adquiridos pelos alunos. Polya (1995, p. 124) denomina esse tipo de problema como problema rotineiro. Para ele, “de modo geral, um problema será rotineiro se ele puder ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes, ou pelo seguimento, passo a passo, de algum exemplo muito batido”.

Já Dante (2007, p. 43) usa um termo mais atual para classificar esse tipo de situação ao denominá-lo como exercício. Para ele, “exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas”. Por outro lado, Dante (2007, p. 43) afirma que problema

> [...] é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa, e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias.

Dessa forma, pode-se entender um problema como uma situação em que o indivíduo não tenha uma forma imediata de dar resposta à questão, mas sim, que ele precise usar sua criatividade aliada a conhecimentos pré-adquiridos. Esses problemas deverão ser desafiadores, precisam despertar o interesse do aluno e, certamente, eles terão, e deverão ter, dificuldades. É nesse momento que o professor deve intervir, dando-lhes auxílios, porém deixando, ainda assim, muito a ser feito. Para Polya (1995, p. 1)

> O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho.

Para facilitar esse auxílio, Polya (1995) desenvolveu um método para resolução de problemas, no qual existe uma sequência que pode ser seguida e que ajudará bastante: primeiramente, aquele que deseja resolver um problema deve compreendê-lo, em seguida, traçar o plano que será usado. Após isso, deve-se executar o plano e, por fim, verificar o resultado. Para o autor, a grande maioria dos problemas pode ser resolvido se esses quatro passos forem seguidos. A seguir, são descritos cada um desses passos.

**Compressão do problema**: para Polya (1995), o aluno deve compreender aquilo que o enunciado diz, não devendo ficar margem para interpretação equivocada da língua. Ele deve também identificar as partes principais do problema. Para auxiliar nisso, o professor pode questionar seu aluno perguntando "qual é a incógnita?", "Quais são os dados?", "Qual é a condicionante?", "É possível satisfazer a condicionante?". Para facilitar essa compreensão o aluno pode também usar, quando o problema permitir, figuras e relacioná-las aos dados do enunciado.

**Estabelecimento de um plano**: Polya (1995) considera que há um plano de resolução de um problema quando se sabe quais passos devem ser tomados para se chegar à incógnita, ou seja, quais cálculos precisam ser resolvidos ou desenhos precisam ser feitos. Entretanto, nem sempre é fácil para o aluno ter uma ideia que seja apropriada, pois, "realmente, o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano" (POLYA, 1995).

Assim, é tarefa do professor ajudar, sutilmente, o aluno. O professor pode iniciar essa etapa perguntando se ele conhece um problema parecido com o que está a buscar a resposta. É possível utilizá-lo? É possível reformular o problema? Utilizou todos os dados? Utilizou a condicionante? Por isso, Polya (1995) considera que para resolver um problema o aluno precisa de conhecimento prévio.

**Execução do plano:** essa etapa é relativamente mais fácil. Uma vez que já se tem um plano traçado basta, então, colocá-lo em prática. Para Polya (1995), superada a dificuldade da etapa anterior, o que mais se precisa agora é de paciência. Entretanto, ainda existe a possibilidade de que o aluno acabe por esquecer qual seu plano, Polya (1995, p. 9) afirma que isso pode acontecer quando o aluno não usou seu próprio raciocínio para conceber esse plano, tendo, na realidade, apenas concordado com uma sugestão. Assim,

> [...] se o aluno houver realmente concebido um plano, o professor terá então um período de relativa tranquilidade. O maior risco é o de que o estudante esqueça o seu plano, o que pode facilmente ocorrer se ele recebeu o plano de fora e o aceitou por influência do professor. Mas se ele próprio houver preparado o plano, mesmo com alguma ajuda, e concebido com satisfação a ideia final, não perderá facilmente essa ideia. De qualquer maneira, o professor deve insistir para que o aluno verifique cada passo.

Portanto, mesmo com um plano traçado, não há garantia de que ele vá levar a resposta que se deseja. O aluno deve verificar se cada passo adotado na resolução realmente está correto. Não é difícil encontrar resoluções em que o aluno "inventa" um passo, fazendo-o chegar a um resultado incorreto.

**Retrospecto:** Chegar a um resultado não significa que ele esteja correto, mesmo que se tenha seguido os passos cuidadosamente, por isso é importante que o estudante faça uma verificação. Para Dante (2007, p. 28), esse momento é de grande importância, pois

> Nesta etapa, analisamos a solução obtida e fazemos a verificação do resultado. O retrospecto, repassando todo o problema, faz com que o aluno reveja como pensou inicialmente, como encaminhou uma estratégia de solução, como efetuou os cálculos, enfim, todo o caminho trilhado para obter a solução. Esse processo cuidadoso é um excelente exercício de aprendizagem e serve também para detectar e corrigir possíveis enganos.

Apesar do exposto, não são raras as vezes em que esse retrospecto é deixado de lado. Polya (1995) destaca que mesmo alunos mais dedicados acabam deixando de rever a resposta, bem como todo o caminho que os levou a resolução da questão, pois se sentem satisfeitos com o resultado encontrado e, dessa forma, perdem a oportunidade de consolidar o conhecimento recém obtido e aperfeiçoar sua capacidade de resolver problemas. Para estimular essa verificação, o professor pode fazer aos alunos questionamentos como: "é possível verificar o resultado, é possível verificar o argumento?", ou ainda "é possível chegar ao resultado por um caminho diferente?" (Polya, 1995).

## 3 I O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

A geometria faz parte do contexto humano há milhares de anos. Embora não se tenha certeza do momento exato em que os conhecimentos geométricos se originaram, acredita-se que tenham surgido devido às observações que o homem da antiguidade fazia do mundo ao seu redor. Com o passar do tempo, eles tornaram-se capazes de reconhecer configurações físicas e comparar tamanhos e formas. Mais tarde, a partir do acúmulo dessas observações, a inteligência humana foi capaz de perceber que de figuras físicas podiam ser extraídas propriedades e, desta forma, problemas relacionados a um certo conjunto dessas figuras podiam ser resolvidas usando o mesmo método: é o que Eves (1992, p.3) denomina como "geometria cientifica".

Muitas são as razões para se ensinar geometria nas escolas, Lorenzato (1995, p.6) destaca que quem busca um facilitador de processos mentais, encontrará na geometria aquilo que precisa, pois sua aprendizagem prestigia o processo de construção do conhecimento, valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar. Nessa mesma linha, Pavanello (1993) evidencia a importância do trabalho geométrico ao compará-lo com o algébrico: o trabalho focado na álgebra pode conduzir à execução mecânica de operações, uma vez que suas transformações são determinadas por leis que indicam aquilo que pode ser feito em situações específicas, enquanto o trabalho geométrico possibilita o raciocínio lógico-dedutivo, pois "pode favorecer a análise de fatos e de relações, o estabelecimento de ligações entre eles e a dedução, a partir daí, de novos fatos e novas relações" (PAVANELLO, 1993, p. 16).

O exposto acima não deixa dúvidas de que pode haver inúmeros benefícios mentais ao educando que aprende geometria e muitos são os textos que orientam seu ensino. Um desses textos são os Parâmetros Curriculares da Bahia (PCB), neles, encontram-se as diretrizes da disciplina de Matemática a serem seguidas pelos docentes da rede do referido Estado. Os PCB (BAHIA, 2015, p.12) apresentam, por meio de quatro eixos integradores, as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas pelos estudantes.

Estes eixos são: Linguagem, Estruturas e Abstrações Matemáticas; Tratamento da Informação e Probabilidades; Conexões entre Saberes: estudo de modelos, levantamento de estratégias e resolução de problemas; Modelagem Geométrica no Plano e no Espaço. Sobre este último eixo, destacam (BAHIA, 2015, p. 13) que tem por finalidade apontar "as competências geométricas e trigonométricas que envolvem conceitos, como: o Teorema de Tales, a semelhança de figuras e o teorema de Pitágoras [...]". Afirmam ainda que o eixo visa que o aluno se aproprie do conhecimento geométrico e possa, assim, ler, representar e agir sobre a realidade. Dessa forma, o aprendizado que o aluno tem sobre geometria não fica restrito ao campo imaginário e hipotético, pelo contrário, faz parte do mundo em que ele pode ver e tocar.

Entretanto, muitas vezes seu ensino é deixado de lado. Lorenzato (1995) destaca dois fatores que contribuem fortemente para essa realidade: o primeiro é que muitos professores não possuem os conhecimentos necessários para ensinar seus conteúdos, o que ocorre devido à frágil posição da geometria nos cursos de formação, em todos os seus níveis, pois, se ele não aprendeu, não há como ensinar. O segundo motivo é a exagerada importância que é dada aos livros didáticos quando, muitas vezes, estes não têm qualidade suficiente para justificar a importância citada. Lorenzato (1995, p. 4) fundamenta isso, no mesmo parágrafo, quando questiona:

> E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico.

O autor cita um fator bastante interessante para o ensino de qualquer conteúdo de Matemática, que é sua aplicação em um contexto lógico. De fato, a aprendizagem da geometria é capaz de dar para o aluno ferramentas úteis ao seu cotidiano. Nessa linha, Flemming, Luz e Mello (2005 p. 84) afirmam que "na geometria vamos encontrar conceitos facilitadores para o entendimento de vários problemas do nosso dia a dia. Não podemos esquecer que o nosso mundo é essencialmente geométrico".

Assim, os alunos veem mais sentido em estudar conteúdos quando eles enxergam uma aplicação no seu cotidiano, assim, a geometria se apresenta como importante meio para isso, uma vez que não é difícil encontrar problemas geométricos de ordem prática.

### 3.1 Resolução de problemas e geometria plana

Há diversos caminhos para se ensinar geometria, prova disso são as tendências da educação matemática citadas anteriormente e, tendo em vista à grande possibilidade de gerar situações-problema de ordem prática, cabe destacar que a tendência Resolução de Problemas pode ser um meio eficaz para o seu ensino.

Na sala de aula, o professor que deseja ensinar geometria deve escolher as situações-problema que estão de acordo com o nível de conhecimento de seus alunos. Além disso, segundo Lorenzato (1995, p. 11),

> Além de dispor de bons materiais e saber usá-los corretamente, é preciso que em sala de aula, o professor assuma a postura de orientador para a aprendizagem: assim, ele não responderá ao aluno, mas o conduzirá à descoberta. A fim de facilitar essa tarefa, seguem algumas questões que deveriam estar sempre presentes as aulas, principalmente nas de Geometria:
>
> Por que você pensa assim? Como você chegou a essa conclusão? Isso vale para outros casos? Como isso pode ser dito de outro modo? É possível representar essa situação? O que isto quer dizer? Por que você concorda?
>
> Existem outras possibilidades? O que mudou? Como isto é possível?

Dessa forma, pode notar o quanto os questionamentos sugeridos por Polya (1995) nos quatros passos para Resolução de problemas se mostram importantes ao resolver problemas geométricos. Além disso, os PCB (2015) afirmam que a Resolução de Problemas, como metodologia, faz-se necessária no desenvolvimento de todos os eixos integradores, devendo, o professor, propor diferentes tipos e destacar suas características nos processos de ensino e de aprendizagem. Assim, fica justificada a possibilidade de ensinar geometria por meio da metodologia Resolução de Problemas.

## 4 I METODOLOGIA

Para este estudo, foi realizada uma pesquisa de campo de cunho qualitativo e descritivo, buscando avaliar a Resolução de Problemas como ferramenta didática. De acordo com Marconi e Lakatos (2017, p. 203), a pesquisa de campo “consiste na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a eles referentes e no registro de variáveis que se presume relevantes para analisá-los”. Para Gil (2008), os procedimentos mais indicados para a análise desse tipo de pesquisa são os de natureza qualitativa e, Para Bauer e Gaskell (2002, p. 57),

> o principal interesse dos pesquisadores qualitativos é na tipificação da variedade de representações das pessoas no seu mundo vivencial. As maneiras como as pessoas se relacionam com os objetos no seu mundo vivencial, sua relação sujeito-objeto, e observada através de conceitos tais como opiniões, atitudes, sentimentos, explicações, estereótipos, crenças, identidades, ideologias, discurso, cosmovisões, hábitos e práticas.

Os dados da pesquisa de campo foram coletados em uma Escola da rede estadual de ensino, localizada em Juazeiro, Bahia. Os sujeitos investigados foram 13 alunos de uma turma e 18 de outra, ambas do segundo ano do ensino médio e com aulas nos turnos matutino e vespertino. Foi investigado também o professor que ministra aulas de Matemática nas referidas turmas.

Para coletar os dados, foram utilizadas 6 aulas de 50 minutos em cada turma. Os encontros ficaram divididos em 3 momentos, organizados da seguinte forma: no primeiro momento, foi utilizada 1 aula para aplicação de um teste de sondagem aos alunos.

No segundo momento, foram destinadas 4 aulas para a correção do teste de sondagem abordando as etapas da Resolução de Problemas, recomendadas por Polya (1995). Já no terceiro momento, utilizou-se mais 1 aula para aplicação de um teste de verificação aos alunos.

Em todos os momentos, as atitudes e os questionamentos dos alunos foram observados. Todo o material foi recolhido pelo pesquisador e as informações organizadas e ordenadas para devida análise, desenvolvimento e exposição das ideias e fatos constatados.

## 5 | ANÁLISES DOS RESULTADOS

### 5.1 Análises do teste de sondagem aplicado com os alunos

Com relação ao teste de sondagem aplicado aos alunos, foi observada uma inquietação, pois muitos se queixaram do nível das questões a serem respondidas. Em ambas as turmas houve comentários do tipo “se eu conseguir fazer uma, ficarei feliz” e “Professor, está muito difícil”. Entretanto, muitos se mantiveram focados em busca da solução dos problemas.

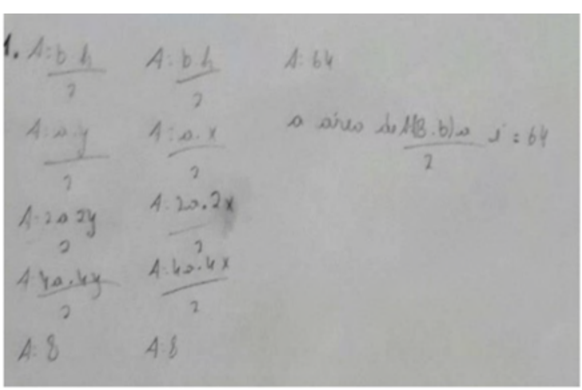

Figura 1- Resolução de aluno de T2 para o problema 1.

Fonte: Dados da pesquisa.

Serão expostos os dados das duas turmas e estas serão denominadas por T1, para a turma 1, e T2, para a turma 2. Na primeira questão, que se trata de um problema de demonstração, nenhum dos alunos das duas turmas conseguiu iniciar algo que tivesse coerência com o que se pedia ou que pudesse levar a sua resolução, como mostra a figura 1, um aluno tenta usar números em problema exclusivamente algébrico.

Já na segunda questão, dois alunos, um de cada turma, deram a resposta correta. Entretanto, nenhum deles mostrou cálculos que pudessem evidenciar o caminho usado para obtê-la e um aluno de T1 conseguiu interpretar o problema corretamente e resolver todos os passos corretamente, faltando somente resolver a equação do segundo grau, como mostra a Figura 2.

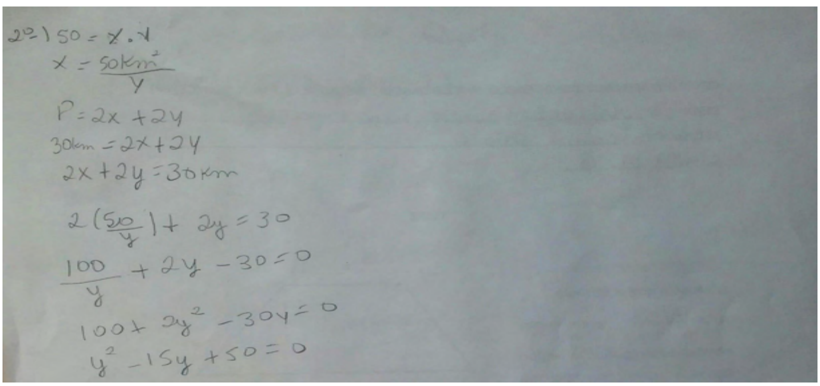


Figura 2- Resolução de aluno de T1 para questão 2.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na terceira questão, um aluno de T1 conseguiu resolver todos os passos e chegar na resposta correta. Já em T2 nenhum aluno acertou, entretanto dois alunos desta turma conseguiram iniciar a resolução, mas cometeram, entre outros erros, o de multiplicar grandezas que estavam em unidades de medida diferentes, conforme pode ser visto na figura 3. Os demais alunos forneceram respostas incorretas, em que os cálculos apresentados continham informações que não constavam no enunciado, e outros alunos deixaram a questão em branco.

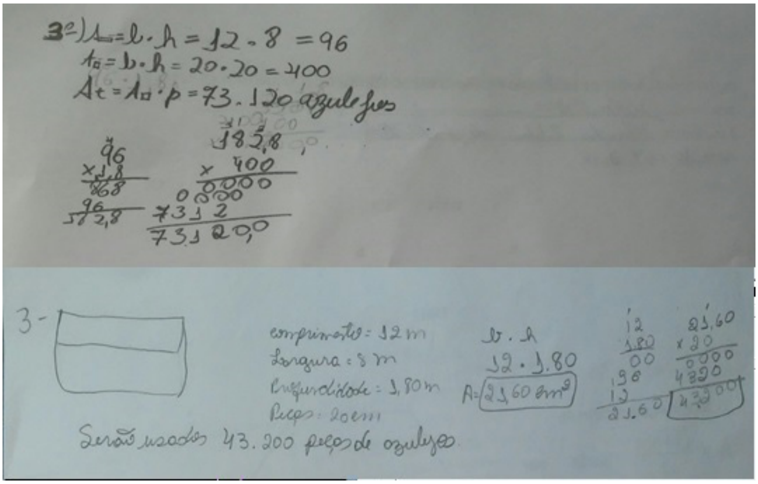


Figura -3- Resoluções de alunos de T2 para a questão 3.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na quarta e na quinta questões foram observadas, em ambas as turmas, somente respostas em branco ou resoluções sem relação com o que o enunciado pedia ou com suas informações. É provável que isso tenha ocorrido devido ao fato de estas questões exigirem muito da interpretação textual, visto que não havia figuras que ilustrassem as situações.

## 5.2 Relato da correção do teste de sondagem, abordando as etapas da resolução de problemas

Essa fase foi iniciada resolvendo com os alunos a primeira questão do teste de sondagem e correspondeu ao segundo encontro. Primeiramente, foi copiada a questão no quadro negro, tal como ela estava no teste de sondagem, e lida em voz alta. Segue o diálogo abaixo:

- Pesquisador: *Então, o que a questão quer de nós?*

Houve silêncio em ambas as turmas, assim, foi lido novamente o enunciado com ênfase ao seu início, que dizia “mostre que...”. Em T2 o silêncio persistiu, então foi necessário que se explicasse o que se pedia. Já em T1, um aluno se manifestou:

- Aluno: *Professor, acho que quer que mostremos como se chega naquela fórmula*.

- Pesquisador: *Todos concordam com o colega ou alguém tem outra interpretação ao enunciado?*

Muitos se mantiveram em silêncio, entretanto, outros disseram que era isso mesmo que deveria ser feito, então foi dado continuidade. O diálogo seguinte para ambas as turmas segue abaixo:

- Pesquisador: *já sabemos, então, onde queremos chegar, precisamos agora saber como fazer isso. Sugestões?*

Novamente houve silêncio nas duas turmas e mais uma vez o pesquisador interveio:

- Pesquisador: *bem, o enunciado quer que a fórmula seja demonstrada decompondo o trapézio. Observando a figura, como podemos decompô-lo, ou melhor dizendo, separá-lo?*

Alunos de T1 e T2 disseram que poderiam decompor em dois triângulos e um quadrado.

- Pesquisador: *Muito bem! E agora, como podemos usar essas informações para chegar onde queremos?*

Novamente houve silêncio até que novamente o pesquisador interveio:

- Pesquisador: *do enunciado sabemos que precisamos separar a área desse trapézio, criando outras figuras, que já são conhecidas. Vocês foram bem e conseguiram ver um quadrado e dois triângulos. Se calcularmos as áreas de cada uma das figuras e depois somarmos, a soma será igual a área do trapézio. Correto?*

- Aluno: *sim, professor, com certeza!*

Nesse momento, os alunos já tinham entendido o enunciado e tinham um plano para resolvê-lo. Assim, faltava a execução do plano e, ao fim, a verificação dos passos tomados, conforme recomenda Polya (1995). Durante a execução do plano, alguns alunos tiveram dificuldades para entender alguns passos. Por exemplo, não sabiam colocar todas as incógnitas em um mesmo denominador. Além disso, no decorrer da resolução ficou evidente que muitos alunos, na realidade, ainda estavam com dificuldade no entendimento do próprio enunciado. Provavelmente isso tenha ocorrido devido ao fato de o enunciado se tratar de um problema de demonstração, que muitas vezes não recebe a mesma importância que os problemas mais habituais. Para Polya (1995) problemas desse tipo recebem mais atenção na matemática superior.

No terceiro encontro, devido a pedidos de alguns alunos, optou-se por resolver com os mesmos a questão de número 3, deixando a 2 para um momento posterior. Novamente, o enunciado foi transcrito no quadro negro e feita para ambas as turmas a seguinte pergunta:

- Pesquisador: *Então, o que o enunciado deseja de nós?*

Não demorou em nenhuma das turmas para que alunos respondessem:

- Aluno: *A questão quer saber quantos azulejos precisam para cobrir a piscina*.

- Pesquisador: *Certo. Temos informações suficientes para encontrar a resposta?*

Em T1 a resposta veio logo, com os alunos afirmando que sim, já em T2 houve silêncio. Então, para facilitar o entendimento, foi desenhada no quadro negro a figura e, para ajudar na visualização, a sala de aula foi usada como referência, uma vez que tem formas parecidas a de um paralelepípedo. A figura e o exemplo também foram dados em T1. Nesse momento, com todos os dados do enunciado colocados no desenho que representavam a figura, mais alunos de T1 concordaram que os dados eram suficientes, ao passo que em T2 surgiram os primeiros alunos concordando com essa afirmação. Então, veio o segundo questionamento aos alunos:

- Pesquisador: *Como podemos, agora, dar a resposta?*

Em T1, um aluno prontamente respondeu que bastava calcular a área total a ser coberta por azulejos e depois dividir pela área de um único azulejo, alguns colegas concordaram com sua resposta. Já em T2, foi necessário explicar aos alunos esse procedimento, mostrando, inclusive, os azulejos que continham na sala. Nas duas turmas esse procedimento foi transcrito no quadro negro.

Em T1, os próprios alunos foram calculando, um a um, os retângulos que compunham a piscina e o pesquisador somente anotava no quadro as informações. Em T2, foi necessário um maior acompanhamento, pedindo para que os alunos dissessem quais dados deveriam ser usados para o cálculo das áreas de cada um dos retângulos. Ao final, já com a área total, perguntou-se:

- Pesquisador: *E agora?*

Em T2, houve silêncio por um tempo, mas um aluno citou o passo anotado no quadro negro, dizendo que teria que dividir a área total pela área do azulejo. Em T1, essa resposta veio imediatamente, porém alguns colegas interromperam:

- Aluno: *também temos que converter a área do azulejo, pois suas dimensões estão em unidades de centímetro, o que resultaria em centímetros quadrados, enquanto a área encontrada para a superfície da piscina está em unidades de metro.*

- Pesquisador: *Muito bem! Todos concordam?*

Ao que a maioria se manifestou positivamente. Então, a conversão foi feita e o enunciado finalizado sem maiores dificuldades em T1. Em T2, não houve esse questionamento, então a questão foi resolvida sem levar em consideração as unidades diferentes, chegando a um resultado totalmente incoerente com a lógica do enunciado, então rapidamente alguns alunos se manifestaram, dizendo:

- Aluno: *Professor, está errado, n*ão tem como a resposta ser 0,42.

De fato, nesse caso a resposta estava errada, não sendo preciso convencer os alunos da necessidade de um retrospecto, conforme recomendado por Polya (1995). Então, foi revisto com os alunos todos os passos, desde sua interpretação, e logo foi encontrado o erro e sua correção realizada. Em T1, os alunos foram questionados se teriam como saber se a resposta estava correta, muitos disseram que estava, pois eles tinham seguido passo a passo o plano de resolução. Mesmo assim, foram alertados da necessidade de fazer uma verificação e, mesmo impacientes, eles concordaram.

É importante ressaltar o fato de que em T1 somente um aluno conseguiu resolver esse problema durante o teste de sondagem, enquanto na discussão do problema muitos se manifestaram e demonstraram não ter dificuldade de entender os passos seguidos, isso quando eles mesmos não faziam a sugestão desses passos.

## 5.3 Análises do teste de verificação aplicado com os alunos

O teste de verificação trouxe um número expressivo de acertos se comparado aos resultados do primeiro teste, essa realidade foi observada em ambas as turmas. Na primeira questão, 8 alunos de T1 chegaram à resposta correta, 4 não conseguiram iniciar sua resolução e 1 substituiu os dados em uma fórmula de modo adequado, mas errou no desenvolvimento e na resolução de outra parte do enunciado, como mostra a figura 4.

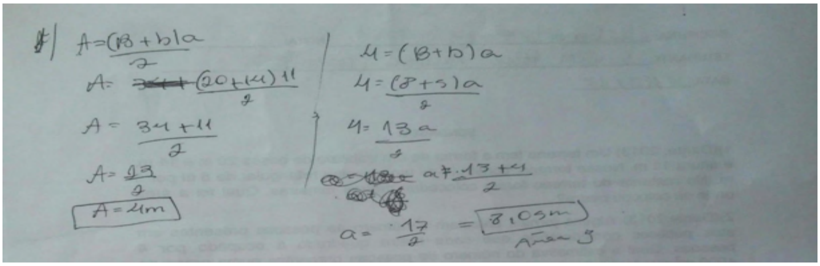

Figura 4- Resolução de aluno de T1 para o problema 1.

Fonte: Dados da pesquisa.

Em T2, na primeira questão, a turma obteve um total de 3 acertos, também foram 3 os alunos que não conseguiram iniciar a resolução da questão, 2 alunos apresentaram resoluções em que os dados foram utilizados aleatoriamente. Em uma dessas resoluções, um aluno usa um dado do enunciado para dividir um número que ele encontrou, quando, na realidade, esse dado serviria para calcular uma área. Como se pode ver na figura 5.

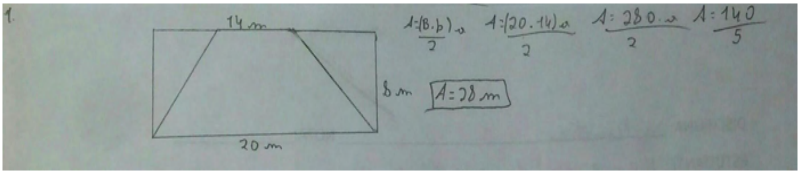


Figura 5 - Resolução de aluno de T2 para o problema 1.

Fonte: Dados da pesquisa.

Os outros 6 alunos iniciaram a resolução, mas não chegaram ao resultado correto. Isso aconteceu devido a erros de operação, quando o aluno aplicava a fórmula corretamente, mas não seguia os passos adequados para chegar à resposta, também houve casos que a fórmula foi usada de forma equivocada e, quando a fórmula foi usada da forma correta, o aluno não soube dar continuidade à resolução.

Na segunda questão, 8 alunos de T1 chegaram à resposta correta e 5 não iniciaram sua resolução. Já em T2, 11 alunos acertaram, 5 deixaram em branco e 2 não escreveram dados que pudessem levar à resposta. Na terceira questão, 6 alunos de T1 conseguiram responder corretamente, 2 deixaram em branco, 2 usaram dados sem relação com o enunciado e 3 respostas foram descartadas por haver indício de cópia. Em T2, foram 4 acertos, 4 respostas em branco e 10 resoluções incorretas, sendo que o principal erro foi não aplicar a fórmula corretamente, como pode ser visto na figura 6. Há também indício de que outra causa para o não acerto tenha sido o fato de alguns alunos não terem entendido parte do enunciado.

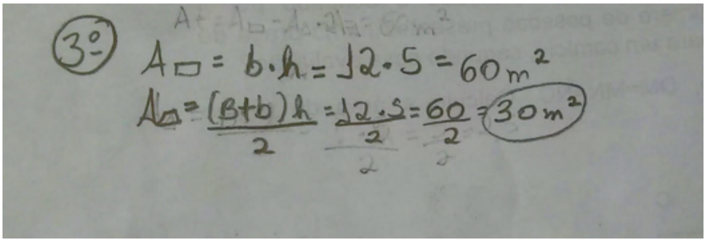

Figura 6- Resolução de aluno de T2 para o problema 3.

Fonte: Dados da pesquisa.

Para a quarta questão, em T1, 3 alunos acertaram, 2 alunos não iniciaram sua resolução, 6 alunos usaram dados incompatíveis com os contidos no enunciado, 2 deram a resposta correta, apesar disso, os cálculos apresentados estavam incorretos. Além disso, essas duas resoluções estavam idênticas, aparentando ter havido cópia.

Em T2, somente 1 resposta foi considerada certa, ainda que mais 3 alunos tenham dado a mesma resposta, as respectivas resoluções aparentavam ter sido copiadas. Nessa turma, outros 9 não iniciaram e 5 começaram a resolver, porém não chegaram ao resultado correto, sendo que alguns usaram dados incompatíveis com os do enunciado, enquanto outros aplicaram a fórmula incorretamente. Pôde-se observar que, nesse caso, os alunos abriram mão de fazer o retrospecto, pois, como citado anteriormente, esse processo ajuda o aluno a rever todo o caminho que o levou à resposta, auxiliando-o a encontrar possíveis erros existentes no decorrer de sua resolução (DANTE, 2007).

## 6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, investigou-se a Resolução de Problemas como fator facilitador para o ensino de conceitos da Geometria Plana, mais especificamente em duas turmas do segundo ano do ensino médio.

Para tanto, foram pesquisados os alunos e analisado como eles se saíam antes, durante e depois da aplicação da Resolução de Problemas, comparando e discutindo seus resultados. Além disso, também se buscou avaliar se o professor conhecia e fazia uso da Resolução de problemas com seus alunos.

A análise dos resultados dos alunos mostrou que houve uma melhora nos resultados do teste de verificação, se comparado com o teste de sondagem. Além disso, no decorrer da aplicação da Resolução de Problemas, pôde-se perceber que muitos alunos, ao participar das discussões, tiveram um maior entendimento quanto às questões trabalhadas, o que, certamente, contribuiu para o aumento no número de acertos. Em contrapartida, vários alunos não demonstraram evolução, seja no teste de sondagem, no de verificação, ou mesmo durante a aplicação da metodologia em sala.

Portanto, a pesquisa mostrou que o ensino da geometria plana por meio da Resolução de Problemas pode trazer resultados positivos, auxiliando na compreensão de conceitos de área e perímetro de figuras planas, porém nem todos os alunos reagem da mesma forma a uma metodologia. Sugere-se, então, que sejam utilizadas também outras tendências, para que alunos que não reagem bem a uma metodologia, possam fazer parte da construção do conhecimento por meio de outra.

## REFERÊNCIAS

BAHIA. Secretaria da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio área**: matemática. Salvador: Secretaria da educação, 2015.

BAUER, Martin W; GASKELL, George. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som**: um manual prático. Tradução de Pedinho A. Guareschi. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Yves; BOSH, Marianna; GASCÓN Josep. **Estudar Matemática:** o Elo entre o Ensino e a Aprendizagem. Arimed. Porto Alegre, 2001.

DANTE, Luis Roberto. **Didática da resolução de Problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2007.

EVES, Howard. **História da geometria**. Tradução de Hygino H. Rodrigues. São Paulo: Atual, 1995.

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flamming; MELLO, Ana Claúdia Collaço de. **Tendências em Educação Matemática:** Livro didático. 2. ed. - Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2007.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? A educação matemática em Revista Geometria, Blumenau, SC: SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano III, p.3- 13 1° semestre. 1995.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia científica. 9 ed**. São Paulo: Atlas, 2017.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999, p. 199-218

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetekité.** Campinas. P, 7-17, 1993.

POLYA, George. **A arte de Resolver Problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1995.

SMOLE, Kátia C.S; CENTURIÓN, Marilia**. A matemática de jornais e revistas**. RPM n.º 20, 1.º quadrimestre de 1992.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A



### B



### C

## D



## E



## F

**G**



**H**



**I**



**J**



**L**



**M**

## T



## V

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

# O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2

Atena Editora
Ano 2022

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

# O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2

Atena
Editora
Ano 2022