

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción



λογιστική <<V
οφσπυτστ μ γορ ριμο... οσσι // A << ι; ορ - ι δα ο - ο
... σφρ μ
... μ τη ο ο η
... }
Λογιστική μ νι
// Τη σ τ α σ
... λ τ η ρ χ ι α ρ
... τ η ε τ ρ ω τ η μ ε
...
// Νο η ε τ η ε τ ο σ
...
}; //; // Τ η μ
... (ο σ σ ι α & >>
...
... λογιστικά
... μ * τ ι ε ι ν φ ο
... π ρ ι
... ο σ σ ρ ι γ ο ρ ρ ι μ σ τ ρ ε α μ
... φ ο ρ (ι τ ι = 1 ι <
... α ν ο τ η ρ υ σ ε φ }
... ρ ε τ υ ρ η θ;
... }
... ε ν δ ι ; >>
... τ ρ α ι & ο σ τ ι χ ο ν
...
... σ τ ρ α γ

FRANCISCO ODÉCIO SALES
(Organizador)

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Ciências exatas y de la tierra: observación, formulación y predicción

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Yaidy Paola Martinez
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Francisco Odécio Sales

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C569 Ciências exatas y de la tierra: observación, formulación y predicción / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-908-7

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.087220703>

1. Ciências exatas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br



DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A obra “Ciencias exactas y de la tierra: Observación, formulación y predicción” aborda uma série de publicações da Atena Editora apresenta, em seus 6 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino, pesquisa e inovação. As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química. O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas. A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas. Neste sentido, essa obra é dedicada aos trabalhos relacionados a pesquisa e inovação. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento. Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada. Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Francisco Odécio Sales

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

APLICACIÓN DE LA BIOMASA DEL HONGO *Aspergillus niger* PARA LA REMOCIÓN DE MERCURIO EN SOLUCIÓN

Ismael Acosta Rodríguez
Nancy Pacheco Castillo
Adriana Rodríguez Pérez
Juan Fernando Cárdenas González
Víctor Manuel Martínez Juárez
Francisco Navarro Castillo
Erika Enríquez Domínguez
Juana Tovar Oviedo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207031>

CAPÍTULO 2..... 14

CALIDAD DEL AGUA EN LA REGIÓN CENTRO DE LA MESETA P´URHÉPECHA

Silvano. Velázquez Roque
Miguel Ángel. Madrigal Cardiel.
Ulises. Zurita Luna
Juan. Damián Hernández

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207032>

CAPÍTULO 3..... 25

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN MOLINO COMPACTO PARA POLIETILENO TEREFTALATO

Miguel Ángel Madrigal Cardiel
Silvano Velázquez Roque
Jesús Maldonado Paleo
Ulises Zurita Luna
Juan Damián Hernández

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207033>

CAPÍTULO 4..... 38

MEDICIÓN DE PROPIEDADES MECANO-ELÁSTICAS (DENSIDAD Y GROSOR) EN PLACAS DELGADAS CON USO DE EFECTO FOTOACÚSTICO

Nestor Antonio Flores Martínez
Valentín Guzmán Ramos
Romeo de Jesús Selvas Aguilar
José Valentín Guzmán
Arturo Alberto Castillo Guzmán

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207034>

CAPÍTULO 5..... 52

MODELACIÓN DE PATRONES DE VEGETACIÓN CON ECUACIONES NO LINEALES UTILIZANDO LOS MODELOS HARDENBERG Y LEFEVER

Rebeca Franco

Marco A. Morales
José I. Rodríguez-Mora
Ricardo Agustín-Serrano

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207035>

CAPÍTULO 6..... 65

UTILIZAÇÃO DOS EXTRATOS BOTÂNICOS DE FOLHAS DE LARANJA (*Citrus sinensis* L), SOBRE AS FORMIGAS CORTADEIRAS (*Atta sexdens sexdens*) EM CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS

Antônio Geilson Matias Monteiro
Adriana Dantas Gonzaga de Freitas

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207036>

SOBRE O ORGANIZADOR..... 73

ÍNDICE REMISSIVO..... 74

MODELACIÓN DE PATRONES DE VEGETACIÓN CON ECUACIONES NO LINEALES UTILIZANDO LOS MODELOS HARDENBERG Y LEFEVER

Data de aceite: 01/03/2022

Data de submissão: 06/02/2022

Rebeca Franco

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
Puebla, Pue., México
<https://orcid.org/0000-0002-4000-8547>

Marco A. Morales

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Facultad de Ingeniería Química
Puebla, Pue., México
<https://orcid.org/0000-0002-2361-9645>

José I. Rodríguez-Mora

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Facultad de Ingeniería
Puebla, México
<https://orcid.org/0000-0003-0029-4128>

Ricardo Agustín-Serrano

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
Puebla, Pue., México
<https://orcid.org/0000-0002-6468-7548>

RESUMEN: En esta investigación científica se estudió numéricamente el modelo matemático de Harderberg – Lefever. Este modelo es un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no-lineales, el cual, reproduce una amplia gama de patrones observados con regiones limitadas en agua, incluida fase de puntos entremezclada con fase de desertificación con laberintos. Predice

las transiciones de suelo desnudo con poca precipitación a la vegetación homogénea con alta precipitación, pasando por estados intermedios de patrones de puntos, tripas y huecos. Utilizando estas predicciones, proponemos una explicación novedosa de los fenómenos de desertificación y un nuevo enfoque para clasificar la distribución de biomasa en forma de patrones espacio-temporales. Estos resultados muestran que, en escenarios climáticos futuros, el destino del sistema dependerá de las características y las adaptaciones de las plantas, así como, de la influencia que tienen las condiciones de humedad sobre ellas.

PALABRAS CLAVE: Patrones de vegetación, desertificación, ecoidrología.

MODELING VEGETATION PATTERNS WITH NONLINEAR EQUATIONS USING THE HARDENBERG AND LEFEVER MODELS

ABSTRACT: This paper proposes a new model to describe the vegetation distribution of biomass-desertification. This model is a system of nonlinear partial differential equations, which reproduces a wide range of patterns observed in water-limited regions, including points and intermixed phases of desertification with mazes. It predicts transitions from bare soil with low precipitation to homogeneous vegetation with high precipitation through intermediate states of point, gut, and gap patterns. Using these predictions, we propose a novel explanation of desertification phenomena and a new approach to classify the biomass by means of the morphology of their pattern. The

results obtained by the model show that, in future climate scenarios, the fate of the system will depend on the characteristics and improvements of the plants, as well as the influence of moisture conditions on them.

KEYWORDS: Vegetation-patterns, desertification, ecohydrology.

1 | INTRODUCCIÓN

El cambio climático es un tema que, durante años, ha capturado la atención de todo ser pensante en el globo terráqueo. Los temas ambientales han sido ignorados o considerados secundarios, debido a que no se le ha dado una justa dimensión a la importancia de un medio ambiente sano; o bien, ingenuamente como especie humana conservamos la esperanza de que al solucionar los problemas sociales y económicos los ecosistemas naturales tendrían tiempo y capacidad de recuperarse por sí solos. Sin embargo, se enfrenta el hecho de que el deterioro ambiental amenaza seriamente el desarrollo actual y el futuro de diferentes ecosistemas [13]. La degradación del medio ambiente con el consecuente cambio climático es una bomba de tiempo que debe ser desactivada, si el ser humano no quiere desaparecer como especie de nuestro planeta.

Se han sugerido una gran cantidad de hipótesis sobre el origen de formación de patrones de vegetación. Existe una gran variedad de modelos matemáticos que describen la formación de estos mismos o específicamente: la distribución vegetal de biomasa mediante las leyes de la Física y su comportamiento no lineal para modelar la interacción de las plantas con su medio ambiente. Este nuevo esfuerzo científico ha fructificado en nuevas áreas de la ciencia como la Ecohidrología [1, 7] y otras herramientas como la Alometría [10]. Tal es el caso del modelo de Hardenberg [11], el cual predice las transiciones de suelo desnudo con poca precipitación y la vegetación homogénea con alta precipitación donde coexisten diferentes estados estables. O bien, el modelo de Lefever [17] donde los resultados modifican la interpretación común que asocia los patrones de vegetación y el proceso de desertificación local bajo inestabilidad de Turing, dando así una comprensión unificada de la autoorganización de la vegetación dentro del amplio contexto de las transiciones entre el orden-desorden de la materia.

Por otro lado, Giland [8] desarrolla un modelo matemático para un par de ingenieros de ecosistemas que se encuentran comúnmente en las tierras secas los cuales forman patrones de vegetación y cianobacterias que forman costras del suelo, el cual es un enfoque distinto al de HilleRisLambers [12], quien revela que la formación de patrones puede ocurrir en áreas semiáridas dada solo la retroalimentación positiva entre la densidad de plantas y la infiltración de agua local, junto con la redistribución espacial del agua de escorrentía. Estos modelos son algunos de la gran cantidad de hipótesis que se han sugerido sobre el origen de formación de patrones de vegetación; no obstante, aún no se ha alcanzado un consenso generalizado. Inclusive, se han propuesto modelos estocásticos antagónicos a

los modelos de reacción-difusión [4, 26].

El objetivo de este trabajo es estudiar analítica y numéricamente un modelo matemático propuesto a partir de los modelos de Hardenberg y Lefever, el cual tendrá como objetivo describir la distribución vegetal de biomasa, dando así una forma de entender la formación de patrones de vegetación y desertificación. Por ello, será necesario considerar algunos factores ambientales que tengan causas capaces de explicar la formación de dichos patrones. Existe una gran complejidad en las comunidades vegetales, sumado a las escalas de tiempo muy largas que rigen la evolución de la ecología vegetal (respecto a los estándares humanos), idear modelos capaces de determinar qué efectos tiene una multitud de factores ambientales en la distribución de la vegetación, es una tarea altamente problemática y es aún más problemático cuantificar estos efectos.

El modelo de dinámica de la distribución vegetal presentado en este documento pretende llenar los vacíos teóricos. Permitirá predecir que las distribuciones de vegetación pueden sufrir una inestabilidad que rompe la simetría como resultado de las interacciones entre los diferentes tipos de biomasa, haciendo notar que corresponde al ámbito de los fenómenos no lineales y la hidroecología. Los parámetros adecuados para describir esta inestabilidad corresponden más a las propiedades de la vegetación que al medio ambiente.

2 | EL MODELO DE HARDENBERG – LEFEVER

Se propone un modelo que emplea ecuaciones diferenciales parciales y no lineales. La primera ecuación de este sistema modela propiedades de $\eta(\vec{r}, t)$ como la forma de su reproducción, la difusión espacial de la misma y las fuentes de recursos que poseen dependiendo el entorno en el que se encuentran. Además, la segunda ecuación del modelo considera las propiedades que tiene $\omega(\vec{r}, t)$ tales como, la evapotranspiración de las plantas, una fuente de saturación de agua y la difusión espacial de $\omega(\vec{r}, t)$ influyendo sobre $\eta(\vec{r}, t)$, Esta variable representa la densidad de la distribución de biomasa y $\omega(\vec{r}, t)$ representa la humedad, dándole así al modelo un enfoque no lineal más completo. La primera de las ecuaciones del modelo se escribe como:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = M - K\eta + g\eta^2 - \eta^3 + \Gamma \nabla^2 \eta + \frac{1}{2} \Gamma \nabla^4 \eta \quad (1)$$

donde el término M está asociado a una fuente/perdida de densidad de biomasa estacionaria, el término $K\eta$ explica la mortalidad por los herbívoros, η^3 impide la separación de fases, $\Gamma \nabla^2 \eta$ es la difusión espacial de biomasa y el término $\frac{1}{2} \Gamma \nabla^4 \eta$ representa un término de difusión de largo alcance de la densidad de biomasa [17].

Como se busca un modelo más realista, consideramos que la cantidad de agua que tienen las plantas no es constante, detalle que nos lleva a acoplar la ecuación para la humedad al modelo de Hardenberg [11] a la ecuación (1) de la densidad de biomasa del modelo de Lefever [17], de manera que:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -M - K\eta + g\eta^2 - \eta^3 + \varepsilon\omega^2\eta + \Gamma\nabla^2\eta + \frac{1}{2}\Gamma\nabla^4\eta \quad (2)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = p - (1 - \rho\eta)\omega - \varepsilon\omega^2\eta + \delta\nabla^2(\omega - \beta\eta) - v\frac{\partial}{\partial t}(\omega - \alpha\eta) \quad (3)$$

donde p es la precipitación anual; $-(1-\rho\eta)\omega$ es el término de pérdida por evaporación, $\delta\nabla^2(\omega-\beta\eta)$ es el término que modela la difusión de agua mediante absorción de raíces de la planta, $\varepsilon\omega^2\eta$ representa el término de acoplamiento que muestra la ganancia/pérdida por transpiración del agua en las plantas. Finalmente, el término $v\frac{\partial}{\partial t}(\omega - \alpha\eta)$ muestra la pérdida de agua por filtración debido a la pendiente del suelo v , la cual puede ser una función espacial [11].

3 | RESULTADOS

A continuación, se muestran los resultados numéricos obtenidos mediante el método de diferencia finita y aproximando las derivadas espaciales de segundo orden con derivada numérica centrada [6, 25, 29], empleado para resolver las ecuaciones (2) y (3) del modelo de Hardenberg – Lefever. Se realizaron experimentos numéricos con arreglos de mallas de 256x256 a 100,000 iteraciones con un paso de tiempo $dt = 0.001$, variando los parámetros de control K con un paso $dK=0.5$ y ε con un paso $d\varepsilon=0.5$. La implementación del método numérico fue realizada en lenguaje de programación Python en su versión 3.9 y sus librerías (Tkinter y numpy) [16].

Se encontraron 6 fases fundamentales en las cuales, se puede observar que la variable η del modelo significa simultáneamente densidad de biomasa para valores positivos y desertificación para valores negativos. El parámetro de control K del modelo propuesto indica la cooperatividad del sistema, mientras que el parámetro de acoplamiento ε modula los términos tipo Lotka-Volterra. Los valores de los parámetros de control restantes son fijos y tales que: $M=0.1$, $p=0.4$, $g=0$, $\Gamma=0.88$, $y=0$ y $\rho=2$. Es importante mencionar que, al cambiar el valor de M , p y ρ los resultados que se obtienen no cambian significativamente, mientras que, al cambiar los valores de g y ε las soluciones numéricas del modelo de Hardenberg – Lefever cambian drásticamente, llevando a este a una fase de desertificación. Las combinaciones explícitas de los valores de los parámetros de control, empleados para obtener las soluciones numéricas en forma de patrones de vegetación-desertificación, se presentan en las Tablas 1 y 2 del Apéndice A.

Por observación directa de los patrones de vegetación y desertificación, permite confirmar las fases de distribución de biomasa – desertificación del modelo Hardenberg – Lefever, ya que, además de contar con las fases de puntos (ver Figura 3), huecos (ver Figura 5), laberintos (ver Figura 4) y fase de vegetación uniforme (ver Figura 6) reportados en las referencias [15-28, 7, 11, 13, 17, 19, 27, 3-20], además se obtiene una fase entremezclada de desertificación con laberintos de mayor complejidad morfológica (ver Figura 2).

Como una aplicación y resultado final, se realiza una comparación de los resultados

obtenidos por nuestro modelo con fotografías capturadas de la formación de zonas de biomasa – desertificación en distintas regiones, en las cuales, podemos observar algunas de las fases presentadas en las Figuras 1 a 10, tales como, puntos, huecos, laberintos y algunas de estas fases son entremezcladas.

En todos los resultados obtenidos de la simulación computacional, consideramos que la pérdida de agua por filtración debido a la pendiente del suelo era nula, es decir, que $v=0$, de manera que, el término $v \frac{\partial}{\partial t} (\omega - \alpha \eta)$ en la ecuación (5) no había sido tomado en cuenta. Por esta razón, realizamos un experimento numérico más, en donde consideramos los valores de los parámetros para los arreglos de mallas 256x256 de las fases de puntos, laberintos, huecos y la fase entremezclada, con la diferencia de que en este experimento se encendió el valor de v arrojando como resultado lo que se reporta a continuación.

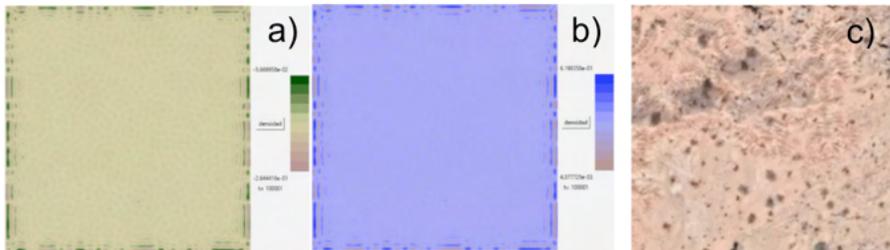


Fig. 1 **Fase de desertificación.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en 3°13'38"N 75°10'059"W.

Fuente: Google Earth.

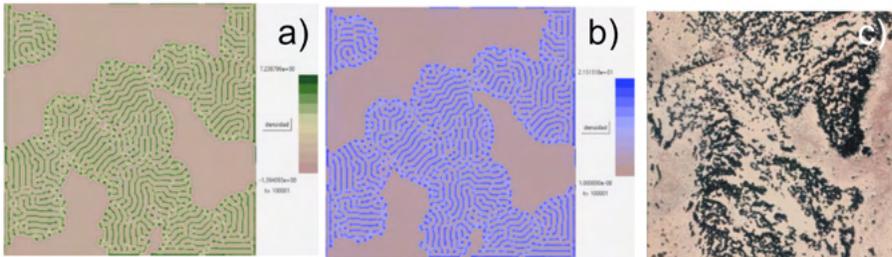


Fig. 2 **Fase intermezclada de desertificación con laberintos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en 13°20'55"N 2°36'39"E.

Fuente: Google Earth.

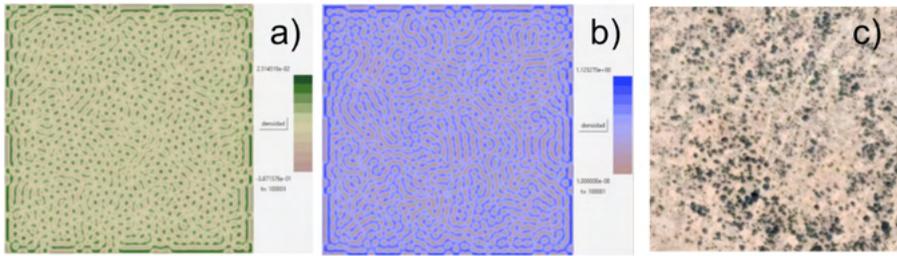


Fig. 3 **Fase de puntos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $12^{\circ}57'06''\text{N } 3^{\circ}21'08''\text{E}$.

Fuente: Google Earth.

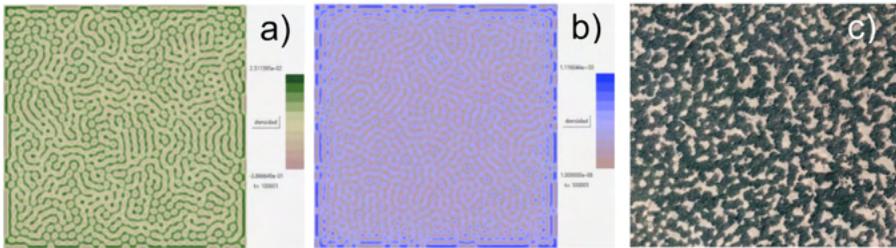


Fig. 4 **Fase de laberintos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $12^{\circ}38'59''\text{N } 3^{\circ}10'09''\text{E}$.

Fuente: Google Earth.

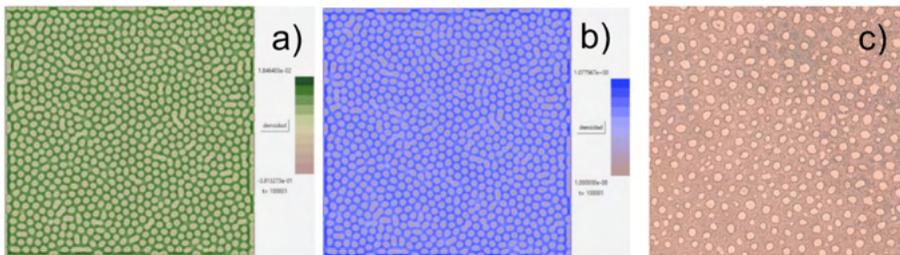


Fig. 5 **Fase de huecos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $19^{\circ}01'59''\text{S } 13^{\circ}20'28''\text{E}$.

Fuente: Google Earth.



Fig. 6 **Fase de vegetación uniforme.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $3^{\circ}23'31''\text{S } 62^{\circ}10'23''\text{W}$.

Fuente: Google Earth.

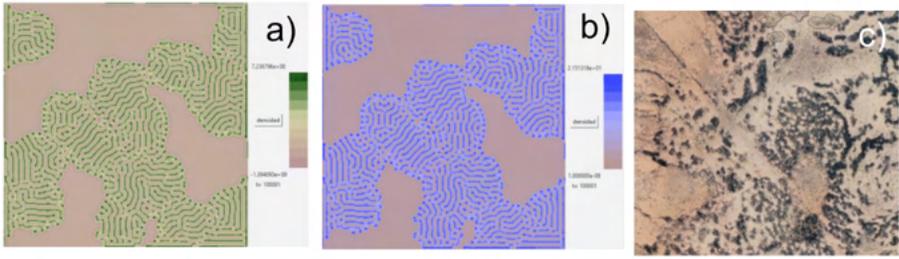


Fig.7 **Fase intermezclada de desertificación con laberintos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $13^{\circ}10'30''N$ $2^{\circ}34'52''E$.

Fuente: Google Earth.

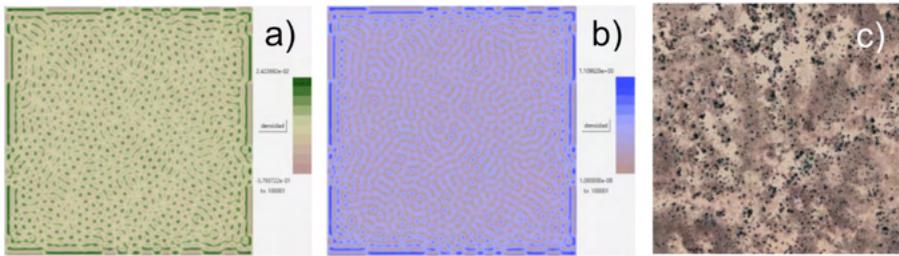


Fig.8 **Fase de puntos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $13^{\circ}01'36''N$ $2^{\circ}06'05''E$.

Fuente: Google Earth.

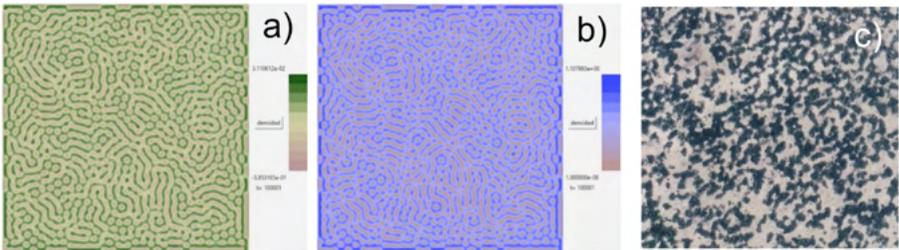


Fig.9 **Fase de laberintos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $13^{\circ}07'02''N$ $2^{\circ}38'16''E$.

Fuente: Google Earth.

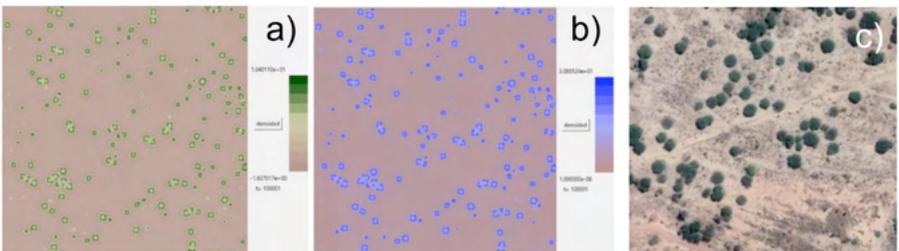


Fig.10 **Fase de huecos.** a) Patrón de distribución de biomasa, b) Patrón de distribución de humedad. c) Panorama real ubicado en $3^{\circ}12'41''N$ $75^{\circ}10'04''W$.

Fuente: Google Eath.

4 | DISCUSIÓN

El modelo de Hardenberg-Lefever propuesto, permite entender la formación de patrones de vegetación de una manera distinta a la mencionada en la diversidad de modelos matemáticos presentados hasta la actualidad. Este modelo es más general y más allá que los sistemas de reacción-difusión, cuyas características observables son la densidad de la distribución de biomasa y aridez (η) y la humedad (ω).

La mayoría de las fases mencionadas anteriormente se han observado en diversos tipos de ecosistemas reportados en la literatura [1, 7, 17, 20]. Se han encontrado patrones de puntos, rayas y bandas en una amplia gama de áreas geográficas en todo el mundo [1, 7, 17, 20]. Muy a menudo, los patrones involucran a más de una especie. La irregularidad autoorganizada en estos ecosistemas difiere en escala y forma. Un ejemplo de patrones que han sido reportados en la actualidad son huecos, laberintos, rayas (“arbusto de tigre”) y manchas (“arbusto de leopardo”) [24].

El mecanismo general que subyace a esta irregularidad autoorganizada es una retroalimentación positiva entre el crecimiento de las plantas y la disponibilidad de agua. Una mayor densidad de vegetación permite una mayor infiltración de agua en el suelo (debido a la penetración de las raíces) y una menor evaporación del suelo (debido a la sombra). Como resultado, la vegetación persiste una vez presente. Sin embargo, el suelo desnudo es demasiado hostil para la recolonización después de que la vegetación desaparezca. En términos generales, esto se debe a inestabilidades inducidas por difusión en el mejor de los casos [14, 22], aunque existen otros tipos de inestabilidades que ocurren mediante otros mecanismos de inestabilidad [2, 14, 21, 23].

La formación de patrones es parte de la dinámica inestable de las ecuaciones no lineales dadas por el modelo Hardenberg – Lefever, como producto de una dinámica inestable. La solución numérica del modelo nos muestra una diversidad de diferentes fases morfológicas en los patrones. Esta inestabilidad es causada por la competencia de distribución de biomasa sobre los recursos hídricos. El tipo de patrón depende del rango de acumulación de humedad por planta; fase uniforme de vegetación para valores de ε relativamente altos, laberintos (o franjas/tripas) para cuando el valor de ε toma un valor intermedio y agujeros en una cobertura uniforme para valores de ε relativamente bajos. Estos patrones reflejan una auto-organización óptima del sistema con respecto a los recursos hídricos, esto se sabe debido a la dinámica no lineal y la competencia interacción de los términos del modelo.

De acuerdo con Mander y Dekker [19], estos patrones pueden observarse en imágenes satelitales y pueden producirse mediante sistemas de activación-inhibición en modelos computacionales. O bien, mediante software que permite una caracterización de la distribución de biomasa o desertificación de estas imágenes satelitales [5], lo cual es motivo de estudios futuros. El desarrollo de patrones de vegetación espacial en simulaciones sigue

una secuencia bien establecida que está relacionada con la cantidad de lluvia suministrada a la superficie terrestre. Con niveles de lluvia relativamente altos, toda la superficie de la tierra está cubierta de vegetación y, a medida que la lluvia disminuye progresivamente, los patrones de vegetación cambian de huecos (cubierta de vegetación casi continua con pequeñas aberturas) a laberintos (redes reticuladas de vegetación) a manchas (pequeños parches de vegetación), y finalmente al suelo desnudo, tal y como se puede observar en las Figuras 1 - 6.

El aumento de la infiltración de agua debajo de los patrones de vegetación y la sombra representan importantes procesos de facilitación local, mientras que el flujo de agua terrestre y la competencia a través del sistema de raíces son ejemplos de importantes retroalimentaciones a largo plazo. Kletter y von Hardenberg [15], mencionan que, un resultado importante de estos estudios es su robustez y consistencia: todos los modelos son capaces de reproducir la misma fenomenología de patrones periódicos de biomasa tan pronto como se eligen rangos realistas para los parámetros. Se diferencian principalmente en el detalle con el que representan diferentes mecanismos de retroalimentación, lo que permite a algunos de ellos capturar con mayor detalle la fenomenología de los patrones de vegetación, su resiliencia a los cambios ambientales o la creación de nichos ecológicos.

Presentamos aquí un nuevo modelo matemático que da cuenta de una amplia gama de patrones de biomasa – desertificación. Usando este modelo demostramos la ventaja potencial de un enfoque de la dinámica no lineal espacio-temporal en el estudio de los ecosistemas (Ecohidrología). La coexistencia de estados estables e inestables arroja nueva luz sobre los fenómenos de desertificación y vegetación. La secuencia de estados estables a lo largo de un gradiente de lluvia motiva una clasificación de la aridez que refleja mejor las propiedades del sistema, como la vulnerabilidad a la desertificación.

5 | CONCLUSIONES

En general, estos patrones de vegetación se interpretan como un proceso de autoorganización descrito por mecanismos no lineales dados por las ecuaciones del modelo Hardenberg – Lefever. La dinámica de separación de fases encontrada y sus transiciones entre sus fases, refleja el cambio de acuerdo con los parámetros sensibles ϵ y K de la estructura de la distribución de biomasa frente al estrés hídrico.

El modelo de Hardenberg – Lefever es un modelo bastante completo y competente, pues además de mostrar en los resultados una cantidad considerable de reproducción de patrones de vegetación y desertificación de diferentes ecosistemas, también puede ser comparado con la naturaleza de manera inmediata mediante imágenes satelitales. Mediante ésta comparación de resultados, se ha demostrado que el modelo de Hardenberg – Lefever es un modelo descriptivo. Estas observaciones muestran que pueden surgir patrones auto-organizados a diferentes escalas [7, 8, 11. 18-24].

A diferencia de otros modelos existentes, tales como el modelo de Rietkerk [24], el modelo de Lefever – Lejeune [18] o el modelo de Siero [27], los cuales utilizan sistemas de ecuaciones diferenciales parciales más complicados, el modelo de Hardenberg-Lefever es más fácil de tratar analítica y numéricamente.

En el contexto de los patrones de biomasa – desertificación espacial en ecosistemas de tierras secas, el enfoque que hemos desarrollado, se suma a la creciente caja de herramientas de métodos para analizar estos patrones. En este contexto, el trabajo futuro podría explorar el grado en que nuestra caracterización de la morfología del patrón de biomasa podría usarse como una herramienta de detección temprana del estado de desertificación.

Finalmente se demuestra que el patrón de vegetación es conceptualmente una transición desorden – orden, cuya dinámica es similar a los procesos no lineales de separación de fases, más que a la inestabilidad inducida por difusión.

AGRADECIMIENTOS

Apoyo especial VIEP-BUAP No. de Proyecto Asignado 39566. Manufacture of an electrospinning industrial equipment for processing of PLA/PVA membranes enriched with extract of Agave Salmiana as active dressings to skin wound healing.

APÉNDICE A: TABLAS CON LOS VALORES DE LOS PARÁMETROS DE CONTROL PARA LAS SOLUCIONES NUMÉRICAS DEL MODELO DE LEFEVER-HARDERG

Parameters	Fig. 1(a,b)	Fig. 2(a,b)	Fig. 3(a,b)	Fig. 4(a,b)	Fig. 5(a,b)	Fig. 6(a,b)
K	0.52	1.34	0.45	0.45	0.44	1.14
ε	-0.67	0.115	-0.67	-0.88	-1.23	-0.42
ρ	2	2	2	2	2	2
M	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
p	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
Γ	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
g	0	30	0	0	0	0
Grid	256 ²					

Tabla 1: valores de los parámetros de control de las figuras 1 a 6.

Parameters	Fig. 7(a,b)	Fig. 8(a,b)	Fig. 9(a,b)	Fig. 10(a,b)
K	1.34	0.45	0.45	0.44
ε	0.115	-0.67	-0.88	-1.23
ρ	2	2	2	2
M	0.1	0.1	0.1	0.1
p	0.4	0.4	0.4	0.4
Γ	0.88	0.88	0.88	0.88
g	30	0	0	0
Grid	256 ²	256 ²	256 ²	256 ²

Tabla 2: valores de los parámetros de control de las figuras 7 a 10.

REFERENCIAS

- [1] BORGOGNO, F.; D'ODORICO, P.; LAIO, F.; RIDOLFI L. **Mathematical Models of Vegetation Pattern Formation in Ecohydrology**. *Reviews of Geophysics*, v. 47, n. 1, CitelD RG1005, March 2009. DOI: 10.1029/2007RG000256
- [2] BOYER, D.; VIÑALS, J. **Weakly Nonlinear Theory of Grain Boundary Motion in Patterns with Crystalline Symmetry**. *Physical Review Letters*, v. 89, n. 5, July 2002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.055501.
- [3] CHENG, Y.; STIEGLITZ, M.; TURK, G. AND ENGEL, V. **Effects of anisotropy on pattern formation in wetland ecosystems**. *Geophysical Research Letters*, v. 38, n. 4: L04402, February 2011. DOI:10.1029/2010GL046091.
- [4] D'ODORICO P., LAIO, F.; AND RIDOLFI, L. **Vegetation patterns induced by random climate fluctuations**. *Geophysical Research Letters*, v. 33, n.19, October 2006. DOI: 10.1029/2006GL027499.
- [5] FERREIRA, T.; RASBAND, W. **Image J User Guide**. IJ1.46r. October 2012.
- [6] FORNBERG, B. **Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids**. *Mathematics of computation*, v. 51, n. 184, p. 699-706, October 1988. DOI: 10.1090/S0025-5718-1988-0935077-0.
- [7] GANDHI, P.; IAMS, S.; BONETTI, S.; SILVER, M. **Vegetation Pattern Formation in Drylands**. *Dryland Ecohydrology*, p. 469-509, October 2019. ISBN: 978-3-030-23269-6. DOI: 10.1007/978-3-030-23269-6_18.
- [8] GILAD, E.; J. VON HARDENBERG; PROVENZALE, A.; SHACHAK, M.; AND MERON, E. **Ecosystem Engineers: From Pattern Formation to Habitat Creation**. *Physical Review Letters*, v. 93, n. 9, 098105, August 2004. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.098105.
- [9] GILAD, E.; J. VON HARDENBERG; PROVENZALE, A.; SHACHAK, M.; AND MERON, E. **A mathematical model of plants as ecosystem engineers**. *Journal of Theoretical Biology*, v. 244, n. 4, p. 680–691, February 2007. DOI: 10.1016/j.jtbi.2006.08.006.

- [10] GOMES DE ARAÚJO, E. J.; HAMBRECHT LOUREIRO, G.; SANQUETTA, C. R.; INOUE SANQUETTA, M. N.; DALLA CORTE, A. P.; PÉLICO NETTO, S.; BEHLING, A. **Allometric models to biomass in restoration areas in the Atlantic rain forest**. *Floresta e Ambiente*, v. 25, n. 1, e20160193, February 2018. DOI: 10.1590/2179-8087.019316.
- [11] HARDENBERG, J. VON; MERON, E.; SHACHAK, M.; ZARMI, Y. **Diversity of Vegetation Patterns and Desertification**. *Physical Review Letters*, v. 87, n. 19: 198101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.198101.
- [12] HILLERISLAMBERS, R.; RIETKERK, M.; VAN DEN BOSCH, F.; PRINS, H. H. T. AND DE KROON, H. **Vegetation pattern formation in semi-arid grazing systems**. *Ecology*, v. 82, n. 1, p. 50-61, January 2001. DOI: 10.2307/2680085.
- [13] KÉFI, S.; RIETKERK, M.; ALADOS, C. L.; PUEYO, Y.; PAPANASTASIS, V. P.; ELAICH, A. AND DE RUITER, P.C. **Spatial vegetation patterns and imminent desertification in Mediterranean arid ecosystems**. *Nature*, v. 449, n. 7159, p. 213-217, September 2007. DOI: 10.1038/nature06111.
- [14] KISHORE DUTTA, **Reaction-diffusion Dynamics and Biological Pattern Formation**. *Journal of Applied Nonlinear Dynamics*, v. 6, n. 4, p. 547–564, November 2017. DOI:10.5890/JAND.2017.12.009
- [15] KLETTER, A.; J. VON HARDENBERG; MERON, E. **Ostwald Ripening in Dryland Vegetation**. *Communications on Pure and Applied Analysis*, v. 11, n.1, p. 261 – 263, January 2012. DOI: 10.3934/cpaa.2012.11.261.
- [16] LANGTANGEN, HANS PETTER. **A primer on scientific programming with Python**. Vol. 6. Berlin/Heidelberg: Springer, 2011. ISBN: 978-3-662-49887-3.
- [17] LEFEVER, R.; BARBIER, N.; COUTERON, P. AND LEJEUNE, O. **Deeply gapped vegetation patterns: on crown/root allometry, criticality and desertification**. *Journal of Theoretical Biology*, v. 261, n. 2, p. 194, August 2009. DOI: 10.1016/j.jtbi.2009.07.030.
- [18] LEFEVER, R.; AND LEJEUNE, O.; **On the origin of tiger bush**. *Bulletin of Mathematical Biology*, v. 59, n. 2, p. 263-294, March 1997. DOI:10.1007/BF02462004.
- [19] MANDER, L.; DEKKER, S. C.; LI, M.; MIO, W.; PUNYASENA, S. W. AND LENTON, T. M. **A morphometric análisis of vegetation patterns in dryland ecosystems**. *Royal society open science*, v. 4, n. 2, February 2017. DOI: 10.1098/rsos.160443.
- [20] MERON, E. **Vegetation pattern formation: The mechanisms behind the forms**. *Physics Today*, v. 72, n. 11, pg. 30 – 36, November 2019. DOI:10.1063/PT.3.4340.
- [21] MORALES, M. A., FERNÁNDEZ-CERVANTES, I., AGUSTÍN-SERRANO, R., ANZO, A., & SAMPEDRO, M. P. **Patterns formation in ferrofluids and solid dissolutions using stochastic models with dissipative dynamics**. *The European Physical Journal B*, v. 89, n. 8, p. 182, August 2016. DOI:10.1140/epjb/e2016-70344-7.
- [22] MURRAY, J. D. **Mathematical biology: I. An introduction**. Vol. 17. Springer Science & Business Media, 2007. ISBN: 978-0-387-22437-4.

[23] QUAN-XING, L.; DOELMAN, A.; ROTTSCHAFFER, V. AND DE JAGER, M. **Phase separation explains a new class of self-organized spatial patterns in ecological systems**. Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 110, n. 29, p. 11905-11910, July 2013. DOI:10.1073/pnas.1222339110.

[24] RIETKERK, M.; BOERLIJST, M. C.; VAN LANGEVELDE, F.; HILLERISLAMBERS, R.; VAN DE KOPPEL, J.; KUMAR, L.; PRINS, H. H. T. AND DE ROOS, A. M. **Self-organization of vegetation in arid ecosystems**. American Naturalist, v. 160, n. 4, p. 524 – 530, October 2002. DOI: 10.1086/342078.

[25] ROJAS-RODRÍGUEZ, J. F. **Procesos dinámicos en ecosistemas: interacciones y autoorganización espacial**. Disertación de tesis doctoral, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (2010).

[26] SHNERB, N. M.; SARAH, P.; LAVEE, H. AND SOLOMON, S. **Reactive glass and vegetation patterns**. Physical Review Letter, v. 90, n. 3: 038101, February 2003. DOI:10.1103/PhysRevLett.90.038101.

[27] SIERO, E.; DOELMAN, A.; EPPINGA, M. B.; RADEMACHER, J. D. M.; RIETKERK, M. AND SITEUR, K. **Striped pattern selection by advective reaction-diffusion systems: Resilience of banded vegetation on slopes**. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, v. 25, n. 3, 036411, March 2015. DOI: 10.1063/1.4914450.

[28] TARNITA, C.; BONACHELA, J.; SHEFFER, E.; GUYTON, J.; COVERDALE, T.; LONG, R. & PRINGLE, R. **A theoretical foundation for multi-scale regular vegetation patterns**. Nature, v. 541, n. 7637, p. 398 – 401, January 2017. DOI: 10.1038/nature20801.

[29] WITELSKI, T.; BOWEN, M. **Methods of Mathematical Modelling: Continuous Systems and Differential Equations**. Springer. June 2015. ISBN: 978-3-319-23042-9.

[30] ZHANG, H.; HUANG, T.; DAI, L.; PAN, G.; LIU, Z.; GAO, Z.; ZHANG, X. **Regular and Irregular Vegetation Pattern Formation in Semiarid Regions: A Study on Discrete Klausmeier Model**. Hindawi Complexity, v. 2020, January 2020. DOI:10.1155/2020/2498073.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Arsénico 11, 13, 15, 16, 21, 22

Aspergillus niger 1, 2, 5, 12, 13

B

Biomasa 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61

C

Calidad del agua 14, 15, 16, 17, 18, 22, 24

Controle alternativo 65

D

Densidad 28, 33, 38, 40, 41, 42, 43, 44, 47, 48, 49, 50, 53, 54, 55, 59

Desertification 52, 53, 63

Diseño 25, 26, 27, 28, 29, 35, 36, 37, 39, 46

Dureza 14, 15, 16, 18, 19, 23, 24

E

Ecohydrology 53, 62

Efecto fotoacústico 38, 39, 49, 50

G

Grosor 38, 40, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49

H

Hoja metálica 38

I

Insetos pragas 65

L

Láser rojo 38

Ley de Hook 38

M

Mercurio 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15

Molino 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 36

P

Pet 25, 26, 27, 28, 30, 32, 36

Plomo 13, 15, 16, 21, 22

R

Remoción 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11

S

SDT 14, 15, 20, 23

Simulación 25, 26, 27, 36, 38, 44, 46, 56

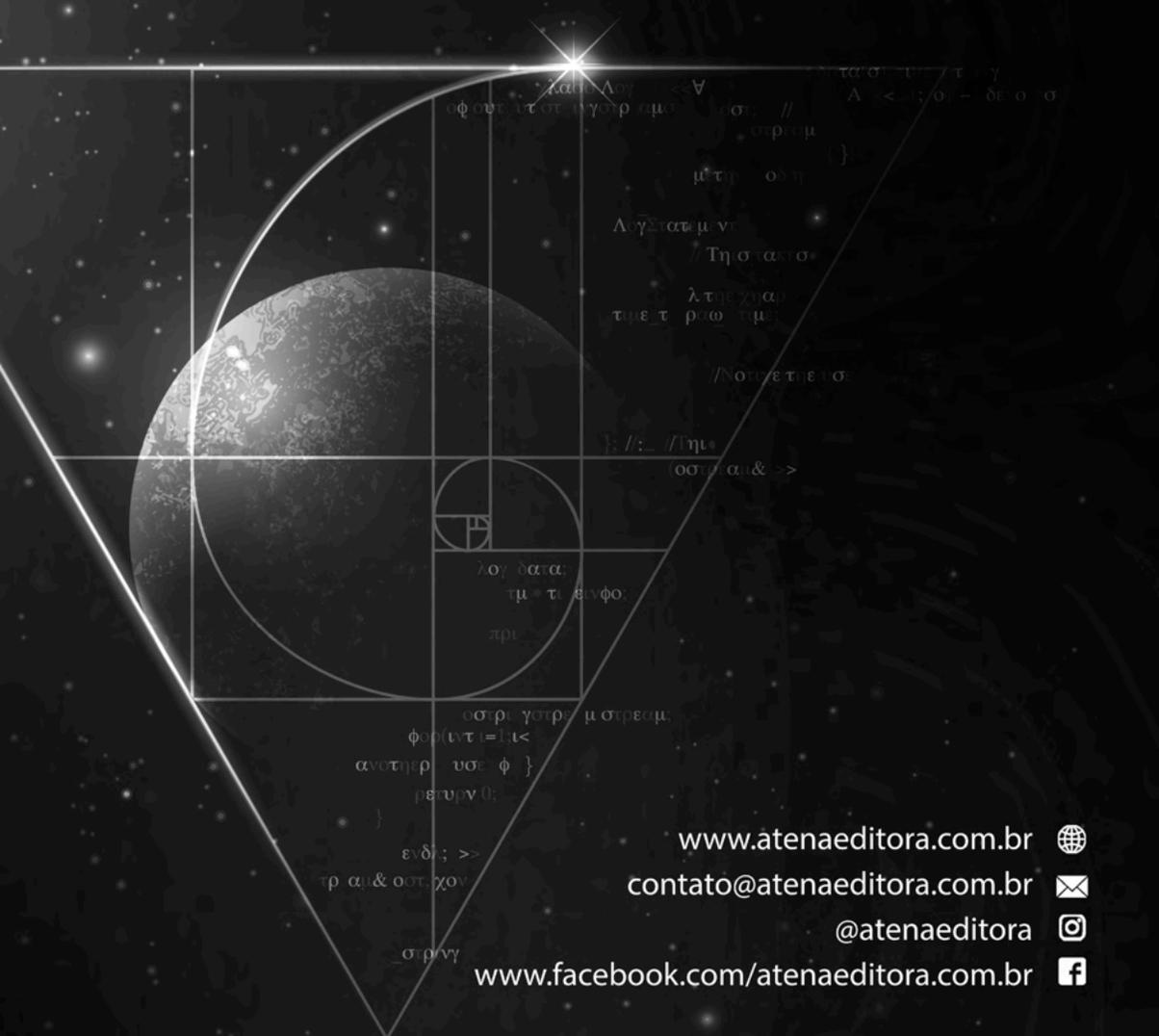
Solidworks 26

V

Vegetation-patterns 53

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción



www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

