





**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



# Ciências exatas y de la tierra: observación, formulación y predicción

**Diagramação:** Camila Alves de Cremona  
**Correção:** Yaidy Paola Martinez  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Francisco Odécio Sales

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C569 Ciências exatas y de la tierra: observación, formulación y predicción / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-908-7

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.087220703>

1. Ciências exatas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br



**Atena**  
Editora  
Ano 2022

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A obra “Ciencias exactas y de la tierra: Observación, formulación y predicción” aborda uma série de publicações da Atena Editora apresenta, em seus 6 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino, pesquisa e inovação. As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química. O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas. A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas. Neste sentido, essa obra é dedicada aos trabalhos relacionados a pesquisa e inovação. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento. Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada. Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Francisco Odécio Sales

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **APLICACIÓN DE LA BIOMASA DEL HONGO *Aspergillus niger* PARA LA REMOCIÓN DE MERCURIO EN SOLUCIÓN**

Ismael Acosta Rodríguez  
Nancy Pacheco Castillo  
Adriana Rodríguez Pérez  
Juan Fernando Cárdenas González  
Víctor Manuel Martínez Juárez  
Francisco Navarro Castillo  
Erika Enríquez Domínguez  
Juana Tovar Oviedo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207031>

### **CAPÍTULO 2..... 14**

#### **CALIDAD DEL AGUA EN LA REGIÓN CENTRO DE LA MESETA P'URHÉPECHA**

Silvano. Velázquez Roque  
Miguel Ángel. Madrigal Cardiel.  
Ulises. Zurita Luna  
Juan. Damián Hernández

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207032>

### **CAPÍTULO 3..... 25**

#### **DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN MOLINO COMPACTO PARA POLIETILENO TEREFTALATO**

Miguel Ángel Madrigal Cardiel  
Silvano Velázquez Roque  
Jesús Maldonado Paleo  
Ulises Zurita Luna  
Juan Damián Hernández

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207033>

### **CAPÍTULO 4..... 38**

#### **MEDICIÓN DE PROPIEDADES MECANO-ELÁSTICAS (DENSIDAD Y GROSOR) EN PLACAS DELGADAS CON USO DE EFECTO FOTOACÚSTICO**

Nestor Antonio Flores Martínez  
Valentín Guzmán Ramos  
Romeo de Jesús Selvas Aguilar  
José Valentín Guzmán  
Arturo Alberto Castillo Guzmán

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207034>

### **CAPÍTULO 5..... 52**

#### **MODELACIÓN DE PATRONES DE VEGETACIÓN CON ECUACIONES NO LINEALES UTILIZANDO LOS MODELOS HARDENBERG Y LEFEVER**

Rebeca Franco

Marco A. Morales  
José I. Rodríguez-Mora  
Ricardo Agustín-Serrano

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207035>

**CAPÍTULO 6..... 65**

UTILIZAÇÃO DOS EXTRATOS BOTÂNICOS DE FOLHAS DE LARANJA (*Citrus sinensis* L), SOBRE AS FORMIGAS CORTADEIRAS (*Atta sexdens sexdens*) EM CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS

Antônio Geilson Matias Monteiro  
Adriana Dantas Gonzaga de Freitas

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0872207036>

**SOBRE O ORGANIZADOR..... 73**

**ÍNDICE REMISSIVO..... 74**

## MEDICIÓN DE PROPIEDADES MECANO-ELÁSTICAS (DENSIDAD Y GROSOR) EN PLACAS DELGADAS CON USO DE EFECTO FOTOACÚSTICO

*Data de aceite: 01/03/2022*

*Data de submissão: 02/02/2022*

### **Nestor Antonio Flores Martínez**

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
Guadalupe, Nuevo León, México

### **Valentín Guzmán Ramos**

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México

### **Romeo de Jesús Selvas Aguilar**

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
Monterrey, Nuevo León, México

### **José Valentín Guzmán**

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México

### **Arturo Alberto Castillo Guzmán**

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
Monterrey, Nuevo León, México

**RESUMEN:** Se describe de forma breve la interacción entre ondas electromagnéticas, mecánicas y sonido debido a una perturbación de un cuerpo por transmisión de energía. Las funciones para diferentes condiciones del experimento se muestran en gráficas. Solo algunos datos aparecen en las tablas. Se obtuvieron cientos de datos durante el

experimento, debido a los tiempos para cada prueba, con un máximo de un minuto entre cada prueba de 30 segundos, para no agotar la elasticidad de la membrana del micrófono receptor. Con la inclusión de la ley de Hooke para una membrana delgada que vibra sin deformarse, se llegó a una modificación de la ecuación diferencial del modelo de cuerno acústico cuya solución y desarrollo están comentados en algunas secciones. La perspectiva de la utilidad de la fotoacústica unida a su porqué, su cómo y aplicación, se muestran en este trabajo a través de correlacionar la simulación, el experimento y el análisis matemático de un modelo en particular.

**PALABRAS CLAVE:** Efecto fotoacústico; hoja metálica; densidad; grosor; Ley de Hook; láser rojo.

**ABSTRACT:** This work shows math analysis of interaction for electromagnetic, mechanics and sound waves due to an energy transmission on a thin plate like body. Graphs correspond to some functions about different experimental conditions. Tables present some of hundreds of measured data. Those values come from multiple experiments of 30 seconds each, with a relaxing time of one minute. More than that use generate a loss of homogeneous elastic behave on microphone. Based on varying-cross sectional area rod differential equation, with known answer, emerges a new differential equation including a Hooke's law type element. According to use of thin metal plate sheet. This paper is a general perspective about photoacoustic effect use on industry, how to improve it and advantages. All through simulation of differential equation,

experimental data and math analysis for our particular model.

**KEYWORDS:** Photoacoustic effect; metal plate sheet; density; thickness; Hooke Law; red light laser.

## 1 | INTRODUCCIÓN

Las perturbaciones y ondas se encuentran en los fenómenos de la naturaleza. Se hace necesario conocer la forma en que estas interactúan. La fotoacústica está generando un mayor interés debido a su utilidad para el análisis de propiedades mecano-elásticas, mecánicas y visco-elásticas de materiales y en comunicaciones.

Se tiene como tendencia el uso de láseres de alta potencia ( $> 1W$ ) y láseres concentrados, como se reporta en la literatura. En contraste con esto, se trabajó con un diodo láser de baja potencia (50 mW) para generar el fenómeno fotoacústico. Durante las pruebas se utilizó un sistema dual de micrófonos en donde uno genera una señal de 40 kHz como referencia y el otro, mide el efecto producido en el objeto por interacción del láser. Diodo láser de una longitud de onda de 650 nm. Situado por encima de los micrófonos, al centro y apuntando hacia la placa metálica con un ángulo no mayor a 15 grados.

Se aprovechó la simetría en cuanto al arreglo. Considerando que la luz genera una ligera presión sobre la placa [LANDAU Y LIFSHITZ, 1963, RANDALL, 2005, ELMORE, HEALD, 1985], una compresión que después se interrumpe. Este ciclo de presión-relajación descrito por ley de Hooke genera una onda sónica de baja intensidad que provoca una alteración en la referencia (fase y amplitud).

## 2 | ANÁLISIS MATEMÁTICO

Usando sistema dual de micrófonos (forma cilíndrica, modelo HC-SR04 [HARDWARELIBRE]) con el rayo sónico con la señal de referencia ultrasónica de 40 kHz. Para el análisis de la respuesta del efecto fotoacústico se utiliza un sistema coordinado cuyo origen está en el centro simétrico del HC-SR04. Ambos micrófonos tienen un diseño con inclinación de 15 grados orientados hacia el eje central. Equidistantes con el punto de origen.

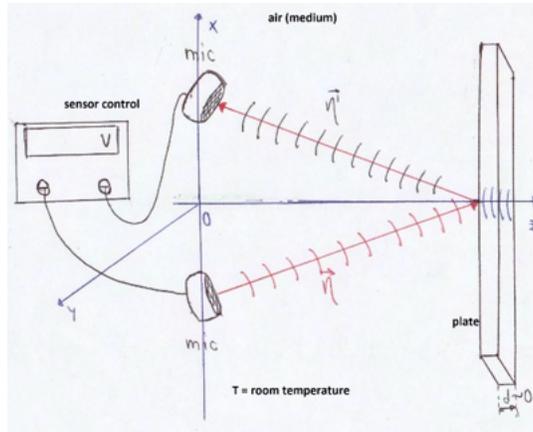


Figura 1. Bosquejo para determinar el diagrama de fuerzas y la dinámica de la onda.

Para la onda viajera de ultrasonido, se considera que las variaciones de densidad son suficientemente pequeñas en el modelo matemático, permanece constante. Se hace el análisis usando de referencia el eje principal. Para las perturbaciones en el medio, hay pequeños corrimientos de fase y cambios de intensidad. El HC-SR04 permanece en funcionamiento durante las pruebas, de manera que se desprecia el decaimiento de la señal acústica en el tiempo.

Las consideraciones pertinentes para el análisis del fenómeno son:

- No hay gradiente de presión en la zona de las pruebas.
- No hay variaciones de temperatura debido al fenómeno [WILEY, RANDALL, 2005, NAVARRO].
- El grosor de placa es despreciable con respecto a su extensión: se considera al cuerpo como una membrana vibrante.
- Se consideran las densidades del cuerpo como del medio, constantes.
- Se trabaja bajo el supuesto de un grosor promedio de la membrana.

Con el diagrama de fuerza se genera una ecuación a partir de la tercera ley de Newton, con la acción de la perturbación del aire, la respuesta de la placa delgada y la resistencia de micro gotas de agua en el medio. Se considera que el aire y vapor de agua funcionan como fuerzas generadoras de la perturbación:

$$F = YS \frac{\partial \eta}{\partial r} + \Delta r S \mu \omega \frac{\partial \eta}{\partial r} \quad (1)$$

Cuyos parámetros son: módulo de Young ( $Y$ ), sección transversal ( $S$ ), viscosidad dinámica del líquido ( $\mu$ , agua para este caso), frecuencia angular de vibración respuesta ( $\omega$ ), la función que describe la perturbación ( $\eta$ ).

Condición de equilibrio: Se considera que el aire reacciona a las compresiones por la membrana. Esta fuerza de reacción se relaciona con una pseudo aceleración, y un término que describe el efecto de ley de Hooke:

$$F_r = \rho_0 S r \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - (-Y' dr \cos \omega t) \quad (2)$$

No se trata de una interacción cuerpo-a-cuerpo per se. En cambio, se analiza el cambio de las fuerzas en la zona de contacto, correspondiente a la sección transversal de la perturbación acústica. En un símil a la tercera Ley de Newton:

$$S \frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} (Y + \Delta r \mu \omega) = \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{\partial F_r}{\partial r} = \rho_0 S \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + Y' d \cos \omega t \quad (3)$$

Dicha ecuación corresponde a los cambios tangenciales de la perturbación. Con algebra, despeje y renombrando constantes, se llega a la ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} = \frac{1}{(1 + \alpha)c^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{\beta D}{(1 + \alpha)} \cos \omega t \quad (4)$$

Donde las constantes y parámetros de utilidad son:

- $c = \sqrt{Y/\rho_0}$  velocidad de la perturbación, descrita por el módulo de Young y densidad del aire a 20 °C
- $\alpha = \omega/a$  factor de atenuación de la viscosidad
- $\alpha = Y/\mu$
- $\beta = Y'/Y$  constante sin unidades, establece el límite útil del modelo
- $D = d/S$

Se propone una solución a través del método de separación de variables:

$$\eta(r, t) = f(r)T(t) = f(r) \cos \omega t \quad (5)$$

Y con su sustitución en la ecuación diferencial se tiene:

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{\omega^2}{(1 + \alpha)c^2} f = \frac{d^2 f}{dr^2} + k_1^2 f = \frac{\beta D}{(1 + \alpha)} \quad (6)$$

Considerando el término  $\beta = (Y'/Y)$ , como un límite a dicha teoría establecida en el trabajo solo se puede tener una variación de unos cuantos ordenes de magnitud, entre un módulo de Young y el otro. Si  $Y' \gg Y$ ,  $\beta$  tiende a infinito, por consiguiente, también la función, algo físicamente imposible. Si  $Y' \ll Y$ ,  $\beta$  tiende a cero, entonces el pulso acústico solo podría existir si la amplitud inicial es muy grande, es decir, para una fuente láser de alta potencia.

Un análisis de unidades del término de ley de Hooke,  $F_H = -Y' dr$ , muestra que  $Y' d$  tiene unidades de constante de resorte. La expresión de amortiguamiento,  $(1 + \alpha)$  [MILNE-

THOMSON, 2011, MORFEY, SOROKIN, GABARD, 2012], no se puede despreciar incluso si el nivel de humedad relativa es pequeño. Se busca demostrar que el análisis matemático es válido para condiciones con un nivel de humedad diverso.

La ecuación diferencial homogénea de una onda en una barra de densidad constante y sección transversal variable [ELMORE, HEALRD, 1985], muestra una similitud con la establecida previamente:

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + k_1^2 f = \frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{k^2}{(1 + \alpha)} f = 0 \quad (7)$$

El análisis físico requiere la solución senoidal. Para el caso de la ecuación diferencial no homogénea, se recurre a la integral de Green [BUTKOV, 1973]:

$$f(r) = \int_{r_0}^r G(r'; \xi) f'(\xi) d\xi = \int_{r_0}^r \sin k_1(\xi - r) d\xi = - \int_0^r \sin k_1(r - \xi) d\xi \quad (8)$$

Cuya solución (para el caso en que  $r_0=0$ ) no tiene componente complejo:

$$f(r) = \frac{-A\beta D}{k} (1 - \cos k_1 r) \quad (9)$$

$$A = - \frac{\sqrt{1 + \alpha}}{k} \quad (10)$$

Se requiere una corrección para coincidir con los datos experimentales. Por condiciones del sistema de toma de datos, la amplitud inicial se considera constante, con  $A_0=5V$ . Se tiene que la función solución consta de dos partes, una para el caso en que no hay oscilación armónica en la membrana, como se muestra:

$$\eta(r, t) = A_0(1 - \cos k_1 r) \cos \omega t \quad (11)$$

Un cuerpo sólido perfecto, se conoce como cuerpo rígido. Esta placa, a diferencia, reacciona con una vibración en la zona cercana al impacto de la señal de referencia. Una vez que el HC-SR04 manda otro pulso, se tiene un tiempo breve para que la membrana se relaje antes de volverse a compactar. Estas vibraciones armónicas dependen de las características del medio y la placa.

La resonancia se presenta en algunos materiales cuando su extensión es debidamente larga o cuando su grosor es suficientemente pequeño. En este modelo es necesario considerar dicha resonancia. Se hicieron pruebas con placas metálicas delgadas (orden de mm). Considerando dicha resonancia cual un repetidor de frecuencia angular como parte del vector de desplazamiento. Los valores posibles para este factor son enteros positivos. La resonancia se puede detectar como resultado del camino de regreso, o parte del recorrido completo.

Supóngase que el factor de resonancia es:

$$\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 k}{\sqrt{1 + \alpha}}\right) = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \omega}{c\sqrt{1 + \alpha}}\right) \quad (12)$$

Con lo que se obtiene una función más precisa:

$$\eta = A_0 \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 k}{\sqrt{1 + \alpha}}\right) (1 - \cos k_1 r) \cos \omega t \quad (14)$$

Este factor de la resonancia (o repetidor de la amplitud) no desaparece si se sustituye la nueva función solución en la ecuación diferencial no homogénea. Donde dicho factor, predice una variabilidad de la amplitud medida.

Una vez establecida la solución, es necesario establecer la relación con las propiedades a medir. Si el cuerpo en estudio fuese un cuerpo rígido súper masivo, la señal de referencia haría el recorrido sin tener un cambio en amplitud. La placa en cuestión es un cuerpo que reacciona a la señal incidente generando una pequeña vibración en la zona, donde esta cambia la uniformidad de dicha señal recibida. Cambia la amplitud (aumentando o disminuyendo) de acuerdo a la vibración de la membrana.

Se puede aproximar que la distancia recorrida por la señal es equivalente a la separación del HC-SR04 con la placa y el grosor de la placa. Esta variación se da en términos de la señal original,  $A_0$  y la medida,  $A_2$ ;

$$d = \frac{c\sqrt{1 + \alpha}}{2\omega} \cos^{-1} \left(\frac{A_0 - A_2}{A_0}\right) \quad (15)$$

En el tiempo cero, el sistema permanece en equilibrio. Una vez que se enciende el HC-SR04, se genera una señal ante la cual, la membrana intenta oponerse en los intervalos de tiempo que no hay señal enviada (1 s entre pulsos). Se puede ver como dos resortes interactuando entre ellos (el medio y la placa delgada);

$$\eta_{r=d} \frac{YS\Delta r}{d} \cos \omega t = F_{aire} = F_{cuerpo} = (Y'd)d \cos \omega t \quad (16)$$

Si consideramos que  $\Delta r \approx 1$  *unidad*, gracias a que la señal permanece casi constante, se reescribe la ecuación (16) de forma que se pueda despejar el módulo de Young correspondiente a la placa delgada;

$$Y' = \frac{\eta_{r=d} Y S}{d^3} \quad (17)$$

Para poder medir la densidad de la placa, se recurre primero a su expresión simplificada:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{dS} \quad (18)$$

Desde el comienzo del desarrollo se estableció la interacción de dinámica de fuerzas

con apoyo de las leyes de Newton. El término correspondiente a la aceleración viene de la idea que se trata de una barra que vibra (cilindro de aire) [7, 8]. Relacionando este concepto con la ecuación (18) se puede medir la densidad del cuerpo:

$$\rho = \frac{m}{dS} = \frac{F/a}{dS} = \frac{(Y'd) r \cos \omega t}{\left(d \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}\right) dS} \quad (19)$$

Donde  $\psi = A_0 \cos k_1 r \cos \omega t$ , la densidad se despeja como:

$$\rho = -\frac{Y'}{S\omega^2 A_0 \cos k_1 r} \quad (20)$$

Si la señal medida por el HC-SR04 después del recorrido, tiene una relación con la frecuencia natural, se puede decir que el corrimiento de fase está relacionado con esta señal. Se puede conocer la frecuencia de resonancia natural, en el caso que se conozcan las características del cuerpo:

$$f(d) = A_0 \left(1 - \cos \frac{2(\omega - \phi)d}{c\sqrt{1 + \alpha}}\right) = A_2 \quad (21)$$

$$\phi = \omega - \frac{c\sqrt{1 + \alpha}}{2d} \cos^{-1} \left(\frac{A_0 - A_2}{A_0}\right) \quad (22)$$

### 3 I ENFOQUE NUMÉRICO

Se usó el método de resolución de ecuaciones numérica de Runge-Kutta de cuarto orden, para la ecuación diferencial radial, suponiendo una función temporal del tipo trigonométrica como se expuso anteriormente. La finalidad de conocer la solución radial pura es poder determinar cuan rápido decae la onda generada para las mediciones experimentales.

Para el código en MatLab (Licencia 40673431), se establece como aclaración lo siguiente:

- $k_1 = \frac{\omega}{c\sqrt{1+\alpha}}$  vector de desplazamiento, relacionado con la densidad.

Para el primero conjunto de simulaciones, se busca conocer que tan pronunciado es el cambio de amplitud de la onda generada en la placa, de acuerdo a la ecuación (6). Las condiciones pertinentes para la simulación y los parámetros fijos se mencionan a continuación:

- Rango de radio: 0 a 5
- M. de Young del aire [WIKIPEDIA]: 0.2 MPa
- M. de Young del acero [WIKIPEDIA]: 210 000 MPa
- Velocidad de sonido en el medio: 343 m/s (a 20 °C)
- Velocidad de onda inicial: 0 m/s

- Grosor de placa: 0.0001, 1.5
- Factor de reducción (alfa): 0.0001, 1, 15
- Frecuencia de pulso: 40 000 Hz

Las soluciones para la ecuación diferencial no homogénea son exponenciales, trigonométricas y/o superposiciones de estas. Pueden ser obtenidas por diferentes métodos de resolución analítica o numérica. También, dependiendo de condiciones frontera o de inicio.

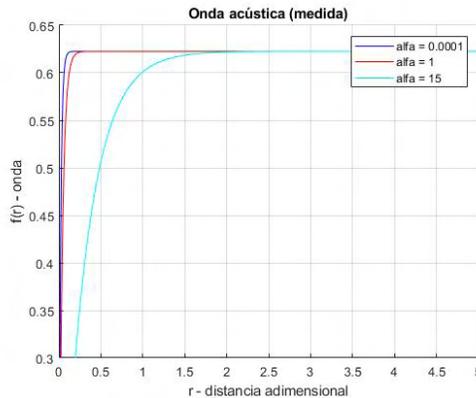


Figura 2. Función radial esperada para un grosor de 0.0001

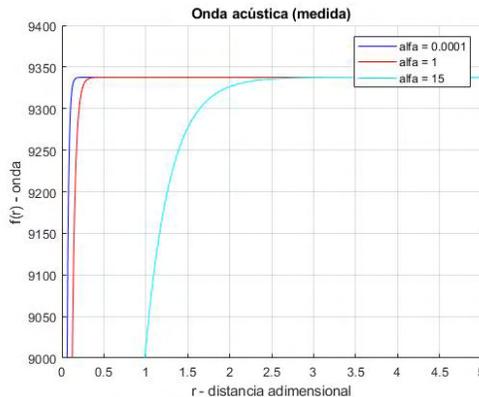


Figura 3. Función radial esperada para un grosor de 1.5

En las simulaciones realizadas, se obtuvieron funciones de tipo exponencial. Lo pronunciado en las gráficas cambia de acuerdo a los parámetros de grosor y el valor de alfa (relacionado con el amortiguamiento debido de la humedad relativa).

La señal recibida en el segundo micrófono, es una nueva función de tiempo, con un

posible corrimiento de fase. La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la señal en términos del tiempo y posibles fases, para valores de simulación: alfa = 1, grosor = 0.0001.

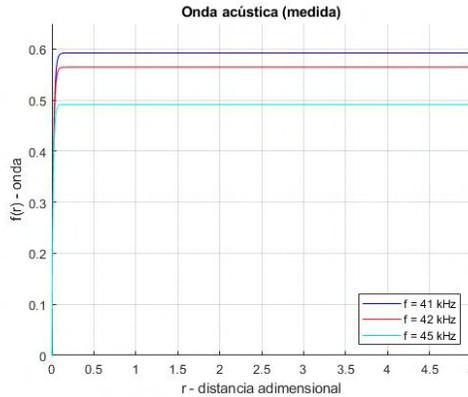


Fig. 5. Perturbación con su amplitud máxima para diferentes frecuencias de respuesta.

La gráfica obtenida muestra una función que parece incrementar hasta el infinito, esto se debe a que la ecuación diferencial como la solución, son válidos para la zona del fenómeno fotoacústico y no se tienen condiciones de amortiguamiento debidas a la pérdida de homogeneidad de acuerdo al aumento de temperatura o de la fricción que el gradiente de temperatura usada y las condiciones del medio. En condiciones controladas, el modelo es una buena aproximación para sistema de control de calidad en una empresa para un medidor ubicado cerca de la línea de producción.

## 4 | RESULTADOS Y TRATAMIENTO DE DATOS

Sin un circuito con filtrado de ruido apropiado, el sonido de fondo está presente en la señal medida. Para cada intervalo de tiempo, la amplitud registrada tiene un ruido debido al diseño del circuito y ruido dispersivo debido a que la señal ultrasónica se debilita a causa de la potencia. Aun si se considera que el gradiente de temperatura no forma parte del fenómeno simplificado estudiado.

Para hacer una clasificación apropiada de los datos medidos, se debe tener primero un registro del ruido electrónico como el ruido de fondo del medio gaseoso. Sin la presencia de la fuente láser. Cuidando que cada registro de ruido como las mediciones experimentales, tuvieran la misma temperatura ambiente (295.15 K) y presión atmosférica (alrededor de 101 355 Pa).

En el caso del registro de ruido como el registro de datos experimentales se calcularon los promedios temporales. A considerar en el fenómeno estudiado tres tipos de perturbaciones: el ultrasonido incidente en el cuerpo, la resonancia del cuerpo y el efecto

de ley de Hooke debido al láser. Posteriormente, con dichos registros se calculan los datos de los parámetros medidos.

De la ecuación (12) se obtienen las relaciones entre las amplitudes medidas como las de referencia, para el análisis de los datos. Dentro de las pruebas realizadas, se trabajó brevemente con cartón delgado debido a su importancia en la industria papelera y su aplicación para una empresa mexicana. Sin embargo, este último material es desconocido en sus componentes básicos.

En la tabla siguiente, aparece el término “factor de corrección”, que es el coeficiente numérico requerido para los valores de amplitud en que se satura el sistema del micrófono. Del factor de repetición en la ecuación (15) se puede hacer un despeje de la señal alterada con respecto a la superposición de ondas de la señal base con el ruido de fondo y el ruido del HC-SR04. Ahora, en la siguiente tabla se muestra el “% de interacción”, o bien, el nivel de resonancia (12) encontrado para una señal medida y para ciertas placas. Y posteriormente se muestran los datos obtenidos experimentalmente con su error relativo, calculado como sigue:

$$error = \frac{|v_{teórico} - v_{experimental}|}{v_{teórico}} \times 100\% \quad (23)$$

Grosor real (mm)	Material	Amplitud medida ( $A_2$ )	Factor de corrección	Amplitud sin resonancia	Densidad teórica (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Young reportado (MPa)
1.900	Acero	16.3	6.590449	9.709551	7 850 [WIKIPEDIA]	210 000 [BUTKOV]
1.800	Cartón	13.1	9.519534	3.580466	Desconocido	Desconocido
0.650	Acero	2.06896552	Ninguno	2.06896552	7 850	210 000
0.610	Acero	2.69230769	0.732272	1.96003569	7 850	210 000
0.406	Acero	10.222222	10.98408157	0.76185957	7 850	210 000
0.305	Acero	6.78571429	7.322721	0.53700671	7 850	210 000

Tabla 1. Valores de referencia para las comparaciones y cálculo de error.

Frecuencia angular	251 327.4123 Hz	Velocidad del sonido	343 m/s
viscosidad, $\mu$	1002 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ (agua)		
n, m	Factor (vector de desplazamiento)	Factor (frecuencia para la resonancia de la onda)	% interacción
1	0.732272	502 654.8246	(aprox.) 0
2	2.929088	753 982.2369	50
3	6.590449	1 005 309.649	66.66667
4	11.71635	1 256 637.061	75
5	18.30680	1 507 964.474	80
6	26.36180	1 759 291.886	83.33333

7	35.88133	2 010 619.298	85.71429
8	46.86541	2 261 946.711	87.5
9	59.31404	2 513 274.123	88.88889
.....	.....	.....	.....

Tabla 2. Algunos de los factores de resonancia que surgieron en los datos experimentales.

Se muestra una breve descripción de cada factor involucrado en el análisis:

- Dejando de lado la composición atómica y estructura cristalina de los cuerpos, en este caso, de acuerdo a las dimensiones, se considera a la placa delgada un cuerpo unitario. Esta percibe la perturbación como una onda que viaja por dentro de ida y vuelta. Válido solo para ciertos rangos de tiempo de respuesta y de interacción, propios para cada material. Con esto, se obtiene el factor de vector de desplazamiento mencionado, como la cantidad de veces que la onda “rebota” dentro de la placa:

$$n^2 k_1 = \frac{n^2 k}{\sqrt{1+\alpha}} = \frac{n^2 \omega}{c\sqrt{1+\alpha}} \quad (24)$$

- En otros casos, si consideramos la estructura molecular y/o atómica, de forma que se puede tener una resonancia en la membrana. Cada partícula tiene su valor propio de vibración, y en la interacción de los átomos conformando el objeto se tiene una frecuencia de resonancia propia para el material. Sin conocer los valores de resonancia del material, se puede suponer que la señal del HC-SR04 tiene un tiempo efectivo en la placa, para que se sume la señal original y se puede conocer este factor a través de:  $n\omega=(1+l)\omega=\omega+l\omega$ .

Grosor real (mm)	$A_2$ (sin resonancia)	Grosor medido	% error	Módulo de Young ( $\sim 10^{11}$ N/m <sup>2</sup> )	% error	densidad, $\rho$	% error
1.900	9.709551	1.911222209	0.5906	0.4281949543	FR	1559.314219	FR
<b>1.800</b>	<b>3.580466</b>	<b>1.752098776</b>	<b>2.6612</b>	<b>0.2049461403</b>	<b>Desconocido</b>	<b>746.3316148</b>	<b>Desconocido</b>
0.650	2.06896552	0.644455345	0.8530	2.379856174	13.3265	8666.481344	10.4010
0.610	1.96003569	0.625921228	2.6100	2.254558132	7.35991	8210.196147	4.5885
0.406	0.76185957	0.381891827	5.7057	4.211431912	FR	15336.34532	FR
0.305	0.53700671	0.319361995	4.7088	5.075817082	FR	18484.0893	FR

Tabla 3. Medición de los parámetros y cálculo del error relativo. RF = Fuera de Rango

Grosor real (mm)	Amplitud (medida)	Factor de resonancia	Frecuencia de resonancia medida	Factor de repetición interna
0.406	10.222222	6.590449	- 298 552.8171	1.175587832
0.305	6.78571429	2.929088	- 502 667.3546	2.000049855
0.203	2.894736842	Ninguno	- 709 162.0716	2.821666229
0.152	20.27586207	18.306800	- 786 830.7529	3.130700059
0.102	3.344262295	0.732272	- 1 553 707.389	6.182005277

Tabla 4. Análisis de datos para factores de repetición relacionados a valores de vibración.

Con estos datos se puede concluir la solución para el análisis de propiedades:

$$\eta(r, t) = \begin{cases} A_0(1 - \cos k_1 r) \cos \omega t; & \text{sin resonancia} \\ A_0 \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 k}{\sqrt{1 + \alpha}} \right) \left( 1 - \cos \frac{m\omega}{c\sqrt{1 + \alpha}} \right) \cos \omega t; & \text{resonancia} \end{cases} \quad (25)$$

## 5 | TRABAJOS FUTUROS

El efecto de la ley de Hooke genera una perturbación que viaja por el cuerpo en todas las direcciones, dinámica que fue omitida en el análisis. Dichas consideraciones se deben incluir para trabajos futuros, junto como la posible deformación del cuerpo o compresiones que requieran un tiempo grande para recuperar su forma. A futuro se planea usar el tensor de estrés y deformaciones en alguna forma simplificada que involucre cuerpos isotrópicos, pero con medios anisótropos. Los elementos matemáticos que no se han considerado sobre deformaciones que evolucionan con el tiempo o variaciones en sistemas casi reales de la densidad, son parte del siguiente escalón.

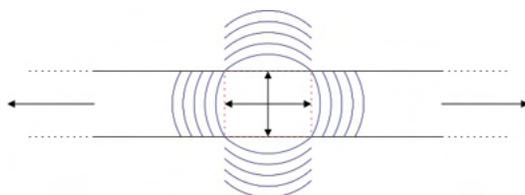


Figura 5. Corte transversal de la estructura de la placa metálica. Representación básica del efecto de la ley de Hooke propagándose en las direcciones posibles.

¿En qué nivel se induce la resonancia en el efecto fotoacústico? Con la luz interactuando con el metal, ¿toma importancia el efecto de *skin depth*? ¿Qué ocurre cuando hay una polarización del medio? Todas estas son cuestiones que se deben responder en trabajos futuros. Incluyendo el uso de un modelo matemático más completo que pueda prever ciertas condiciones como la falta de simetría, la resonancia o materiales que no son tan rígidos.

## 6 | DISCUSIÓN

La física permite conocer ciertas condiciones del efecto fotoacústico que no aparecen en estas simulaciones. La experiencia muestra que una señal acústica eternamente creciente no existe. Conforme una onda acústica evoluciona en el tiempo, se genera un gradiente de la densidad y un cambio de la temperatura, disminuyendo la primera, dificultando la posibilidad de propagación de un sonido (incluso ultrasonido o infrasonido).

No hay forma de estudiar el efecto fotoacústico en su totalidad con unas cuantas simulaciones sobre una ecuación diferencial homogénea. Por su complejidad requiere simulaciones y estudios de los efectos internos, el gradiente de temperatura de la placa, adherencia de la humedad, la importancia de los eigenvalores y las posibles deformaciones.

Otros de las consideraciones necesarias, es el estudio de los tipos de ruido que están involucrados y como se puede analizar estos. Incluso ver si los tipos de ruido pueden ser eliminados sin perder información. Incluso considerar el ruido de Johnson como parte del fenómeno y no solo hacer pruebas con variaciones pequeñas de temperatura.

La evolución de la función en el tiempo y la distancia, nos da información sobre el sistema como algo libre de restricciones. Es de gran importancia conocer el valor de distancia límite del cambio significativo de la presión, alterando la densidad, la viscosidad o ambas. Con eso se puede tener un análisis no limitado a casos adiabático e isotérmico.

Se demostró que los factores de resonancia y de repetición son importantes en la caracterización de metales por efecto fotoacústico. Datos experimentales muestran un error relativo considerablemente pequeño. Para conocer los valores precisos de  $n$ ,  $m$  se requiere establecer un nuevo modelo matemático o un conjunto de experimentos en que se conozcan las propiedades de las placas. Para placas muy delgadas, el factor de resonancia es mayor.

## REFERENCIAS

Wiley editorial. **Appendix C. Physical properties of water**. Disponible en: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781118131473.app3/pdf>

BUTKOV, E. **Mathematical Physics**. New York: Addison-Wesley Publishing Company, St. John's University, 1973, 154-156, 291-294, 503-543 p.

ELMORE, W. C., Heald, M. A. **Physics of Waves**. 1era ed. New York: Dover Publications, 1985, 94-96, 104-106, 139-142, 152 p.

HardwareLibre. **HC-SR04**. Disponible en: <https://www.hwlibre.com/hc-sr04/>

LANDAU, L. D., Lifshitz, E. M. **Electrodynamics of Continuous Media**. New York: Pergamon Press, 1963, 69-72 p.

MILNE-THOMSON, M. **Theoretical Hydrodynamics**. 5a ed. New York: Dover Publications, 2011, 72-76 p.

MORFET, C. L., Sorokin, S. V., Gabard, G. The effects of viscosity on sound radiation near solid surfaces. **Journal of Fluid Mechanics**, año 2012, n. 690, p. 441-460. <https://doi.org/10.1017/jfm.2011.449>

NAVARRO. **Tema 6. Elasticidad**. Universidad de Almeria. Disponible en: <http://www.ual.es/personal/mnavarro/Tema%206%20%20Elasticidad.pdf>

RANDALL, R. H. **An Introduction to Acoustics**. New York: Dover Publications, 2005.

The Engineering Toolbox. **Metals and Alloys – Densities**. Disponible en: [http://www.engineeringtoolbox.com/metal-alloys-densities-d\\_50.html](http://www.engineeringtoolbox.com/metal-alloys-densities-d_50.html)

Wikipedia. **Constante elástica, Anexo: Constantes elástoplásticas de diferentes materiales**. Disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Constante\\_elástoplásticas\\_de\\_diferentes\\_materiales](https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Constante_elástoplásticas_de_diferentes_materiales)

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Arsénico 11, 13, 15, 16, 21, 22

Aspergillus niger 1, 2, 5, 12, 13

### B

Biomasa 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61

### C

Calidad del agua 14, 15, 16, 17, 18, 22, 24

Controle alternativo 65

### D

Densidad 28, 33, 38, 40, 41, 42, 43, 44, 47, 48, 49, 50, 53, 54, 55, 59

Desertification 52, 53, 63

Diseño 25, 26, 27, 28, 29, 35, 36, 37, 39, 46

Dureza 14, 15, 16, 18, 19, 23, 24

### E

Ecohydrology 53, 62

Efecto fotoacústico 38, 39, 49, 50

### G

Grosor 38, 40, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49

### H

Hoja metálica 38

### I

Insetos pragas 65

### L

Láser rojo 38

Ley de Hook 38

### M

Mercurio 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15

Molino 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 36

## **P**

Pet 25, 26, 27, 28, 30, 32, 36

Plomo 13, 15, 16, 21, 22

## **R**

Remoción 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11

## **S**

SDT 14, 15, 20, 23

Simulación 25, 26, 27, 36, 38, 44, 46, 56

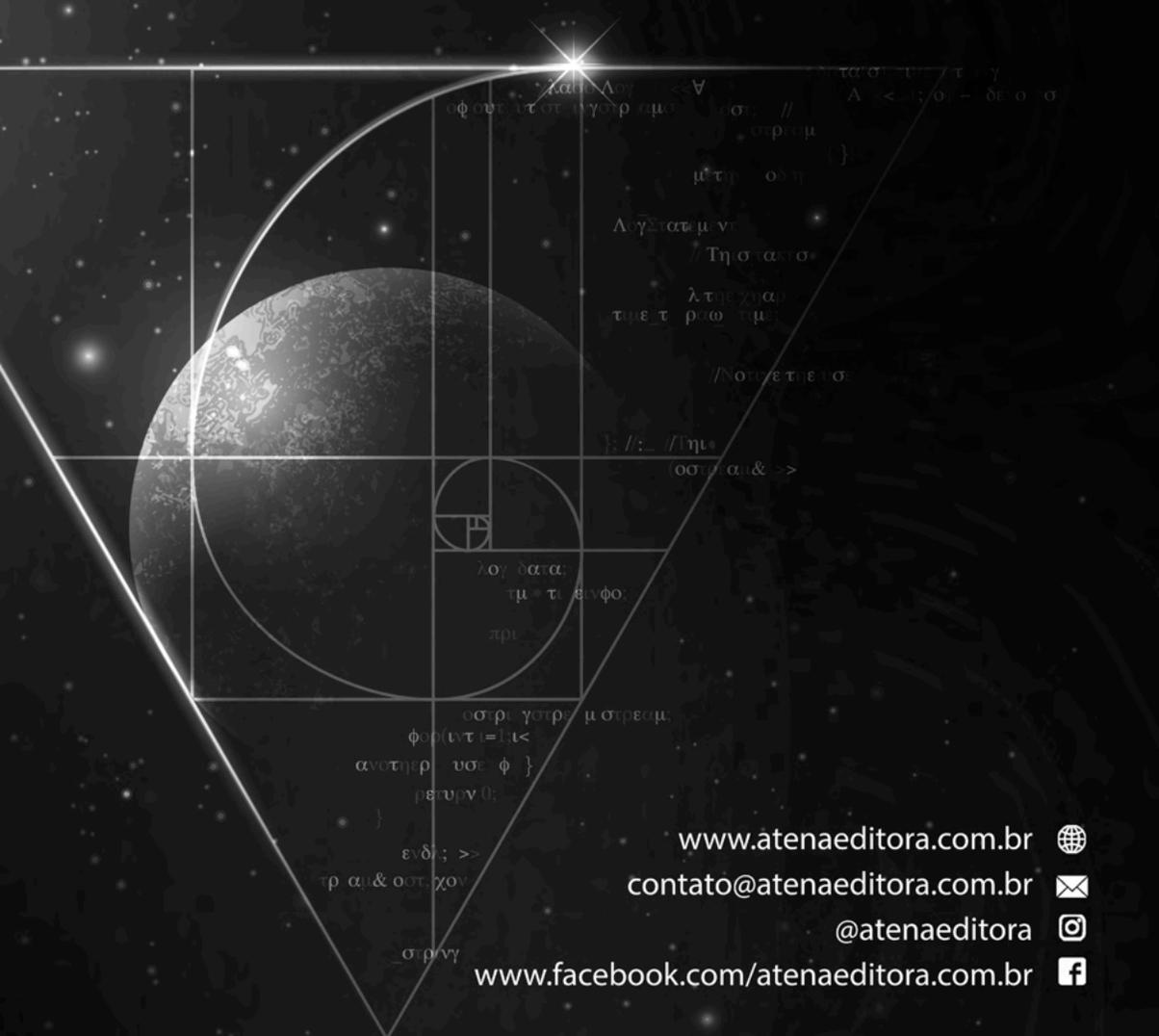
Solidworks 26

## **V**

Vegetation-patterns 53

# CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

