



Américo Junior Nunes da Silva  
(Organizador)

# O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática

## 2



Américo Junior Nunes da Silva  
(Organizador)

# O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática

## 2

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



## O fortalecimento do ensino e da pesquisa científica da matemática 2

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Maiara Ferreira  
Mariane Aparecida Freitas  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Américo Junior Nunes da Silva

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F736 O fortalecimento do ensino e da pesquisa científica da matemática 2 / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-258-0029-5

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.295220604>

1. Matemática. 2. Ensino. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510.07

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br



## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

O contexto social, político e cultural tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, desenvolvimento e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse cenário de inclusão, tecnologia e de um “novo normal” demandado pela Pandemia da Covid-19; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país, sobretudo considerando as problemáticas evidenciadas em um mundo pós-pandemia. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das problemáticas reveladas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso, de uma forma muito particular, os autores e autoras abordaram nesta obra.

É neste sentido, que o livro “***O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2***” nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor e professora pesquisadora que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para educadores/as da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL E FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Julio Robson Azevedo Gambarra

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206041>

### **CAPÍTULO 2..... 13**

O CURRÍCULO CRÍTICO-EMANCIPATÓRIO E OS DIÁLOGOS INTERDISCIPLINARES DO COMPONENTE CURRICULAR DE MATEMÁTICA NA REDE MUNICIPAL DE SÃO PAULO

Alexandre Souza de Oliveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206042>

### **CAPÍTULO 3..... 25**

RECOMMENDATIONS ABOUT THE BIG IDEAS IN STATISTICS EDUCATION: A RETROSPECTIVE FROM CURRICULUM AND RESEARCH

J. Michael Shaughnessy

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206043>

### **CAPÍTULO 4..... 42**

USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN TIEMPOS DE COVID-19, PUCALLPA 2021

Mariano Magdaleno Mendoza Carlos

Angel Hasely Silva Mechato

Ronald Marlon Lozano Reátegui

Vitelio Asencios Tarazona

Manuel Ricardo Guerrero Ochoa

Iris Olivia Ruiz Yance

Weninger Pinedo Chambi

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206044>

### **CAPÍTULO 5..... 55**

CONVIVÊNCIA ESCOLAR EM TEMPOS DE PANDEMIA: INVESTIGANDO OS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

Henrique Kuller dos Santos

Joyce Jaquelinne Caetano

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206045>

### **CAPÍTULO 6..... 65**

AL-BIRUNI E A MATEMÁTICA PRÁTICA DO SÉCULO XI: UM ESTUDO SOBRE ALGUMAS DE SUAS CONTRIBUIÇÕES

Francisco Neto Lima de Souza

Giselle Costa de Sousa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206046>

**CAPÍTULO 7..... 75**

**APLICAÇÕES DE CURVAS E ANIMAÇÕES COM O SOFTWARE GEOGEBRA**

Rosângela Teixeira Guedes

Marcos Felipe de Oliveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206047>

**CAPÍTULO 8..... 90**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS INTEGRADO AO SOFTWARE GEOGEBRA PARA ENSINO DE FUNÇÃO AFIM**

Joe Widney Lima da Silva

Elisângela Dias Brugnera

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206048>

**CAPÍTULO 9..... 102**

**IDENTIDADES POLINOMIAIS  $z_2$ -GRADUADAS PARA A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES  $2 \times 2$**

Mateus Eduardo Salomão

Evandro Riva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206049>

**CAPÍTULO 10..... 107**

**OS CURSOS PRESENCIAIS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DAS UNIVERSIDADES PÚBLICAS DA BAHIA: COMO ARTICULAM OS CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS À DOCÊNCIA?**

Raquel Sousa Oliveira

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060410>

**CAPÍTULO 11..... 133**

***R/EXAMS* COMO FERRAMENTA DE APOIO AO ENSINO REMOTO: UM ENFOQUE NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÔNICAS**

Luzia Pedroso de Oliveira

Denise Helena Lombardo Ferreira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060411>

**CAPÍTULO 12..... 143**

**FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 2º GRAU E SUAS APLICAÇÕES EM GRÁFICOS CARTESIANOS**

Caroline Saemi Lima Fujimoto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060412>

**CAPÍTULO 13..... 165**

**GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: ENTRE CONCEPÇÕES, PLANOS E AÇÕES**

Amanda Souza Araújo

Simone Damm Zogaib

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060413>

<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>178</b>
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA: TRABALHANDO CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO	
Cristiano Santana Freitas Lucília Batista Dantas Pereira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060414">https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060414</a>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>195</b>
UTILIZAÇÃO DE PRÁTICA PEDAGÓGICA DIFERENCIADA NO ENSINO DE MATEMÁTICA	
Cassia Bordim Santi	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060415">https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060415</a>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>202</b>
O ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL ATRAVÉS DO LÚDICO: UMA REVISÃO NARRATIVA	
Fernanda Luciano Fernandes Rosangela Minto Simões Carla Corrêa Pacheco Gomes Vanilza Maria Rangel de Moraes Maristela Athayde Rohr	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060416">https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060416</a>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>216</b>
EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM SALA DE AULA – APLICABILIDADE DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	
Fernanda Gonzalez Anhõn André Ribeiro da Silva	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060417">https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060417</a>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>228</b>
RELAÇÕES ENTRE A FILOSOFIA DEWEYANA E O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DOS JOGOS	
Lênio Fernandes Levy	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060418">https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060418</a>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>239</b>
ESTADOS ESTACIONÁRIOS DE PROBLEMAS DE VALOR INICIAL COM MÉTODO DE DIFERENÇA FINITA	
João Socorro Pinheiro Ferreira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060419">https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060419</a>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>263</b>
O USO DE <i>PODCAST</i> NO ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA AOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	
Deyse Mara Nieto Lyrio	

Elizabeth Cristina Oliveira Pontes

Valdinei Cezar Cardoso

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060420>

**CAPÍTULO 21..... 278**

COMPROVANDO O VOLUME DA ESFERA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Maria Carla Ferreira Pereira Tavares

Rudimar Luiz Nós

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060421>

**CAPÍTULO 22..... 296**

SIMULATED ANNEALING E ALGORITMO GENETICO NA DETERMINAÇÃO DE POLÍGONOS MÁGICOS

Josimar da Silva Rocha

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060422>

**CAPÍTULO 23..... 305**

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ALTERNATIVA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM

Daniela dos Santos Vargas

Victor Hugo de Oliveira Henrique

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060423>

**CAPÍTULO 24..... 312**

UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

Débora Gaspar Soares

Márcio Rufino Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060424>

**CAPÍTULO 25..... 323**

AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA: EM FOCO OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Ana Paula dos Santos Stelle

Joyce Jaqueline Caetano

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060425>

**CAPÍTULO 26..... 331**

IDENTIDADES POLINOMIAIS G-GRADUADAS PARA A ÁLGEBRA DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES  $n \times n$  SOBRE UM CORPO FINITO

Mateus Eduardo Salomão

Evandro Riva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060426>

<b>CAPÍTULO 27.....</b>	<b>336</b>
UMA REFLEXÃO SOBRE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA	
Francisco Odecio Sales	
Maria Aliciane Martins Pereira da Silva	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060427">https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060427</a>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR .....</b>	<b>355</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>356</b>

# CAPÍTULO 6

## AL-BIRUNI E A MATEMÁTICA PRÁTICA DO SÉCULO XI: UM ESTUDO SOBRE ALGUMAS DE SUAS CONTRIBUIÇÕES

*Data de aceite: 01/03/2022*

*Data de submissão: 20/01/2022*

### Francisco Neto Lima de Souza

Professor do Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
(IFRN)

Natal – Rio Grande do Norte

<https://orcid.org/0000-0001-5340-8630>

### Giselle Costa de Sousa

Professora da Universidade Federal do Rio  
Grande do Norte (UFRN) – Departamento de  
Matemática

Natal – Rio Grande do Norte

<https://orcid.org/0000-0003-0213-4179>

**RESUMO:** No itinerário do primeiro milênio o mundo concentra os seus olhos nas terras islâmicas. Uma era de descobertas estava acontecendo em função da aplicação de novas teorias a conhecimentos antigos que abriu oportunidade para uma era de conhecimento, experimentação, criação e gerência de novos saberes, preparando assim, um cenário de iluminação intelectual marcado principalmente pela discussão da sabedoria convencional. Tais terras contam, nesse sentido, com a contribuição de muitos islâmicos com um desejo produzir conhecimento, e entre esses, surge um estudioso justificadamente com representatividade na História. Al-Biruni, se destingue pelas suas habilidades e sua contribuição nas mais variadas áreas de conhecimento, contando

com a produção em áreas como: Astronomia, Matemática, Geografia, Religião e Ciência. Sua colaboração nos remota as miríades de conhecimentos científicos resultados de seus trabalhos e remete a um cenário que renasce como uma inspiração para todos os que seguem e estudam seu trabalho hoje. Nesta ótica, o presente estudo apresenta seus traços biográficos associados a suas contribuições científicas, como fruto uma pesquisa histórica de caráter bibliográfico.

**PALAVRAS-CHAVE:** Al-Biruni. Matemática Islâmica. História da Matemática.

### AL-BIRUNI AND THE PRACTICAL MATHEMATICS OF THE 11TH CENTURY: A STUDY ON SOME OF ITS CONTRIBUTIONS

**ABSTRACT:** In the course of the first millennium, the world focuses its eyes on the Islamic lands. An era of discoveries was happening due to the application of new theories to old knowledge that opened the opportunity for an era of knowledge, experimentation, creation and management of new knowledge, thus preparing a scenario of intellectual enlightenment marked mainly by the discussion of conventional wisdom. Such lands count, in this sense, with the contribution of many Muslims with a desire to produce knowledge, and among these, there is a scholar justifiably with representation in History. Al-Biruni stands out for its abilities and its contribution in the most varied areas of knowledge, with production in areas such as: Astronomy, Mathematics, Geography, Religion and Science. His collaboration takes us back to the myriad of scientific knowledge

resulting from his work and refers to a scenario that is reborn as an inspiration for all who follow and study his work today. In this perspective, the present study presents its biographical traits associated with its scientific contributions, as a result of a historical research of a bibliographic nature.

**KEYWORDS:** Al-Biruni. Islamic Mathematics. History of Mathematics.

## 1 | INTRODUÇÃO

As contribuições dos matemáticos islâmicos ajudaram exuberantemente no desenvolvimento da Matemática Ocidental, porém ainda há poucos registros desta colaboração na História da Matemática, além disso os que existem geralmente falam de uma forma superficial. Conforme levantamento bibliográfico, existe uma escassez quanto a livros de História da Matemática em português que tratem das contribuições islâmicas para o desenvolvimento da Matemática.

Segundo Scheppler (2006, p. 10),

Para apreciar plenamente a origem e o progresso das artes e das ciências, devemos explorar a perspectiva histórica para estudar aqueles que vieram antes e prepararam o caminho para a descoberta científica futura. As disciplinas matemáticas como a álgebra e a trigonometria, por exemplo, são fundamentais para cálculos precisos no campo da astronomia. Ambas as disciplinas se originaram em terras Muçulmanas, mas sabemos mais sobre os estudiosos da Renascença que aplicavam as fórmulas do que os estudiosos muçulmanos que desenvolveu-as, o tempo está maduro para aumentar a nossa compreensão desta região fundamental do globo.

O trabalho em questão, propõe trazer à tona parte desta História dos que prepararam caminho para a constituição da Matemática, sobretudo, a partir dos fomentos astronômicos islâmicos. Como representante deste cenário, apresentamos uma análise da biografia de um matemático Islâmico, que se destacou pelo volume e pela relevância das suas produções, sendo uma das figuras mais marcantes dentro desse contexto, o Al-Biruni. Assim, procuramos conhecer a conjuntura em que ele estava inserido, de modo a investigar suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática.

Logo, o presente estudo se justifica pelo fato da parte da contribuição da Matemática Islâmica representar uma lacuna na História da Matemática, não sendo, ou sendo pouco conhecidos diversos estudos empreendidos por essa civilização e pelo fato de faltar, no corpo de conhecimento da História da Matemática, materiais que tratem da Matemática Islã, sobretudo, em Língua Portuguesa. Por serem muitas as possibilidades encontradas para seu estudo, foram realizadas pesquisas sobre essa Matemática, tendo em vista uma concepção mais ampla sobre essa temática.

## 2 | METODOLOGIA

Para entender a conjuntura metodológica do presente trabalho, faz-se necessário que entendamos os métodos e fundamentos utilizados para desenvolvê-lo. Neste sentido, esse estudo fundamenta na importância das contribuições da História da Matemática no campo de pesquisa da Educação Matemática que se respalda numa pesquisa enquadrada como qualitativa.

Trata-se, pois, de uma pesquisa de caráter descritivo em que procuramos entender os fenômenos a partir do entendimento do contexto, de fato, de acordo com Oliveira (2008, p.2) “as noções teórico-metodológicas que estão presentes nesse tipo de pesquisa estão embasadas numa linha investigativa denominada de interacionista, que se diferencia da postura positivista no tratamento dos dados”. Levando em consideração a questão subjetiva, a pesquisa qualitativa, consegue entender e analisar os problemas e objetos de estudos do mundo social de forma mais crítica, oportunizando estudar o ser humano, suas relações sociais e os fenômenos que o cercam, nos mais diferentes ambientes e a aspectos. Portanto, não nos limitamos a narrar fatos relativos a Al-Biruni, mas descrevê-los, sobretudo, imersos em seu contexto.

Como bem coloca Godoy (1995, p. 21) “a abordagem qualitativa oferece três diferentes possibilidades de se realizar pesquisa: a pesquisa documental, o estudo de caso e a etnografia”. Os estudos que encaminham a pesquisa em questão, se baseiam no tipo de pesquisa conhecida como qualitativa do tipo documental com vertente para as contribuições dessa personalidade para a Matemática. Essa, passa a ser o foco do trabalho a partir do momento em que fazemos, da análise de documentos, incluindo manuscritos de suas obras, que compõem acervo, inclusive bibliográfico, como a principal fonte de informação da pesquisa. Deste modo, adotou-se o seguinte percurso metodológico, a saber:

Como tratado, a pesquisa em questão traz um levantamento da biografia do matemático islâmico Al-Biruni. Para tanto, realizamos a tradução de uma obra já publicada em inglês e com o título *AL-BIRUNI Master Astronomer and Muslim Scholar of the Elevery Century*, do Bill Scheppeler (2006). Em seguida, usamos essa versão traduzida para fazer um cruzamento com as informações de uma biografia já delineada encontrada no *Mathematical MacTutor History of Mathematics Archives*, organizado pela *School of Mathematical and Computational Sciences da University of St Andrews*. Nesse sentido, o objetivo centra-se na perspectiva de construção de uma biografia mais embasada e com vistas a detalhar ainda mais suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática, especialmente disponibilizando material em língua portuguesa. Como resultado, segue biografia. Em paralelo, documentos que remetem a informações sobre sua contribuição para a ciência foram consultados, incluindo página de bibliotecas e museus, a fim de complementar informações sobre sua colaboração particularmente no âmbito da matemática relacionada

com outras áreas de conhecimento de modo que, a posteriori, outros estudos relativos ao tema sejam aprofundados.

### 3 | DESENVOLVIMENTO: BIOGRAFIA DE AL-BIRUNI E SUAS CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS

Em 15 de setembro de 973, Abu Raihan Muhammad ibn Ahmad Al-Biruni nasceu em uma região adjacente ao Mar de Aral, conhecida como Karakalpakstan, nos arredores de Kath. Hoje a cidade onde ele nasceu é chamada de Biruni em homenagem a esse grande estudioso. Al-Biruni nasceu de uma família muçulmana xiita de meios modestos, originalmente do Tajiquistão na Ásia Central, a oeste da China. Pouco se sabe com certeza sobre a educação de Al-Biruni porque ele não era de família influente e não deixou escritos autobiográficos, mas o que podemos extrair das fontes disponíveis é que Al-Biruni, em uma idade muito jovem, já desenvolveu trabalhos relevantes, orientado pelo astrônomo e matemático Abu Nasr Mansur. Com a idade de dezessete anos, Al-Biruni estava envolvido em trabalhos científicos sérios, por exemplo, em 990, com 17 anos ele calculou a latitude de Kath observando a altitude máxima do sol.

Estudiosos debatem sobre a origem do nome de Al-Biruni. Os nomes árabes são rótulos descritivos que fornecem informações sobre a linhagem ancestral de uma pessoa, sua ocupação ou a região da qual eles se originaram. Nesse sentido, Biruni é uma palavra persa que significa “estranho”. Usada normalmente para estrangeiros, seu uso é incomum como um nome. Al-Biruni recebeu seu nome completo no nascimento e “Biruni” foi dado a sua família quando eles emigraram do Tajiquistão. Uma teoria sugere que quando Al-Biruni chegou ao Kath, de sua região nativa, prosseguiu sua educação apresentando destaque que o separou de outros estrangeiros (*birun*, e os cidadãos de Kath se referiam a ele como “o estrangeiro”).

Além de estudioso, Al-Biruni era um muçulmano, cuja concepção religiosa alimentou sua busca pelo conhecimento e construiu seu trabalho em torno da sua fé. Seu trabalho começa com a análise de teorias existentes, procurando sempre refutar as que iam contra os ensinamentos do Alcorão, Al-Biruni acreditava que esse deveria ser o objetivo de todos os muçulmanos. Ele ainda considerava que, as descobertas entorno dos fenômenos o aproximava de Deus, vendo, dessa maneira, o caminho para entender Deus como um processo metódico. A integração da ciência e da religião alimentou uma série de contribuições, de modo que o foco religioso de Al-Biruni o influenciou em algumas de suas conclusões. Assim, a aptidão de Al-Biruni para aprender que é inspirada na fé e a sua paixão pelo conhecimento e pavimentam um caminho de muitas descobertas.

Al-Biruni ganhou sua reputação enquanto estudioso nato rapidamente, em 990 ele foi convidado a estudar sob o patrocínio de Abu Nasr Mansur ibn Iraque (970-1036), sendo essa, a primeira figura conhecida por ter desempenhado um papel fundamental no

desenvolvimento educacional de Al-Biruni. Abu Nasr Mansur ibn Iraque era três anos mais velho do que Al-Biruni, mas seu *status* real como príncipe da dinastia de Banu iraquiana proporcionou-lhe uma educação mais formal junto a professores mais estabelecidos, o que pela falta de condições Al-Biruni não teve. O estudioso mais velho desenvolveu um profundo respeito pelo Al-Biruni e provavelmente o viu como um acadêmico igual, se não um mestre. Ele dedicou seu primeiro livro a Al-Biruni em 997.

A vida em Kath foi satisfatória para Al-Biruni, e ele provavelmente teria ficado lá, após 995, se ele não fosse forçado a fugir em função de conflitos políticos. O final do século X e início do século XI foi um período de grande agitação no mundo islâmico, as guerras civis na região em que Al-Biruni estava vivenciando, força um período de grandes mudanças na vida de Al-Biruni.

Al-Biruni nasceu em uma região dividida. A região de Khwarizm foi dividida verticalmente ao longo do caminho do rio Oxus, com cada lado sendo governado por uma dinastia independente e intransigente. Khwarizm era nesta época parte do Império Samanid que era governado por Bukhara. Um reino que estava rapidamente aumentando de influência foi o Ghaznavids, cuja capital estava em Ghazna no Afeganistão, um reino que deveria desempenhar um papel importante na vida de Al-Biruni.

Os Banu iraquianos eram os governantes da região de Khwarizm e Abu Nasr Mansur, o professor de Al-Biruni, era um príncipe dessa família. Em 995, Abu Ali Mamun bin Muhammad concretizou um golpe que resultou no assassinato de Abu Abd Allah da família Banu iraquiana. As lutas de poder entre dinastias resultaram no início de uma guerra civil. Al-Biruni fugiu do início da guerra, não se sabendo o que aconteceu com o professor Abu Nasr Mansur nesta fase.

Esse momento de instabilidade marca o término de uma de suas primeiras obras mais importantes, um breve tratado intitulado *Cartografia*, em que Al-Biruni descreve cálculos para projetar hemisférios do globo no plano. Esse estudo permitiu posicionar com precisão as localizações das cidades com relação a sua latitude, e a partir de então, estava prestes a inventar o que se tornaria o mapa moderno. A conquista de Mamunid parou o trabalho de Al-Biruni. Como um membro do tribunal da família dominante e um associado direto ao príncipe Abu Nasr Mansur no Iraque, Al-Biruni temia que sua vida estivesse em perigo. Após seis anos sob o patrocínio da dinastia de Banu iraquiana, ele fugiu de Kath e deixou para trás toda a região de Khwarizm.

Não se sabe qual o destino de Al-Biruni quando ele fugiu de Khwarizm. Considera-se que Al-Biruni vagou, por um breve período de tempo após sua partida de Khwarizan, enquanto considerava um local para sua próxima residência. Interessado em continuar seus estudos em Astronomia, as opções de Al-Biruni se reduziram aos três centros de Astronomia da época; Khwarizm, Bagdá e Rayy. Khwarizm, era uma opção fora de cogitação por motivos já mencionados, Bagdá era muito distante, então sobrou como opção tentar se estabelecer em Rayy. Porém, Al-Biruni ainda não era conhecido o suficiente fora do

Kath para ser aceito como Astrônomo em Rayy. Sobrando para ele momentaneamente a pobreza.

Em Rayy existia um famoso astrônomo da época chamado Al-Khujandi, ele trabalhava com um instrumento muito grande que ele havia construído na montanha acima de Rayy para observar trânsitos meridianos do sol perto dos solstícios. A partir disso ele pôde fazer várias observações, em 16 e 17 de junho de 994, para o solstício de verão, e 14 e 17 de dezembro de 994, para o solstício de inverno. A partir desses valores, ele calculou a obliquidade da eclíptica e a latitude de Rayy. Al-Khujandi discutiu essas observações e seu grande sextante com Al-Biruni, que mais tarde relatou sobre eles em sua obra *Tahdid*, onde afirmou que a abertura do sextante estava imprecisa, devido ao peso do instrumento. Al-Biruni estava correto ao identificar a causa dos erros de Al-Khujandi.

Após refutar resultados imprecisos de Al-Kahujandi na determinação das Coordenadas de Posições para a Correção de Distâncias entre as cidades, Al-Biruni desfrutava de um questionamento certo, e por isso, sua situação financeira muda em razão do reconhecimento dos méritos de seu trabalho, ganhando agora o patrocínio na corte de Al-Dawla. Em 997, dois anos depois, Al-Dawla morreu, e novamente Al-Biruni é negado pelo seu sucessor, porém agora um astrônomo já conhecido na região, chama a atenção dos sultões regionais.

Durante sua permanência no tribunal de Ibn Mansur, Al-Biruni conheceu Shams al Maali Bin Qabus. Bin Qabus, também, era um erudito e renomado autor ficando bastante impressionado com o intelecto e a paixão pelo conhecimento de Al-Biruni. Em 998, após a última rejeição de Al-Biruni pelo tribunal de Rayy, Bin Qabus se recuperou do conflito sobre Gorgan. Após seu reestabelecimento, Bin Qabus chama Al-Biruni para estudar sobre seu patrocínio e a partir desses momentos Al-Biruni se encontra novamente em condições ideais de estudo. Após dois anos, ele publicou uma de suas obras mais importantes, *The Chronology of Ancient Nations*, dedicando-a ao seu patrono. Al-Biruni aproveita mais um período de segurança financeira, e dá continuidade a seus estudos. Nesse período Al-Biruni publica pelo menos mais um livro em homenagem ao Bin Qabus, dessa vez intitulado *Treatise on the Skies iRisalah Tairid al Sha'at*.

Al-Biruni estava prosperando longe de sua terra natal, mas uma mudança de regime político em Khwarizm o fez repensar seu exílio e Abu al-Hasan Ali cortejou seu retorno. Al-Hasan Ali foi um líder efetivo que sustentou a força dos Mamunids e teve uma grande consideração pela educação, e em particular pela Matemática, fazendo da sua região, um centro de aprendizagem em geral. Al-Biruni foi um homem de natureza muito competitiva. Ele estudou várias obras de dezenas de estudiosos, mas nunca aceitou suas conclusões de imediato. Ele discutiu com seus contemporâneos usando de uma arrogância que às vezes limitava o confronto.

Em 1004, Al-Biruni estava prosperando sob o patrocínio de Shams al-Maali bin Qabus em Gorgan, desfrutando de uma existência confortável no tribunal de Bin Qabus,

mas o conforto pode não ter sido suficiente para o estudioso ambicioso. Quando Al Hasan Ali chegou, ele ofereceu mais do que apenas uma posição em seu tribunal, ele ofereceu a chance de Al-Biruni para se provar o líder em seu campo.

Em 4 de junho de 1004, Al-Biruni estava de volta à sua pátria, Al-Biruni deixa Gorgan para se juntar ao tribunal de Abu'l Abbas Ma'mun, em Khwarizm, O tribunal empregou especialistas em vários campos, nesse sentido, Al-Biruni completa o grupo com seu foco principal na Astronomia. A excelente equipe de estudiosos gerou uma riqueza de tratados para seu patrono e sua associação foi única na história.

Em 1004, Abu'l Abbas Ma'mun era governante e forneceu um apoio generoso para o trabalho científico de Al-Biruni. Não só Al-Biruni trabalhou lá, Abu Nasr Mansur, seu ex-professor também, permitindo que a dupla renovasse sua colaboração. Com o apoio de Abu'l Abbas Ma'mun, Al-Biruni construiu um instrumento em Jurjaniyya para observar os trânsitos do meridiano solar e ele fez 15 observações com o instrumento, entre 7 de junho de 1016 e 7 de dezembro de 1016.

A equipe de estudiosos de Khwarizm ainda estava intacta em 1009 quando Al Hasan Ali morreu e seu irmão Abu al-Abbas assumiu o poder. Al-Abbas prometeu continuar as políticas de Al-Hasan Ali, mas ele não possuía o efetivo de habilidades de liderança de seu irmão, assim, os dias das dinastias de harmonia Mamunid foram contados. Al-Abbas não conseguiu manter relações amigáveis com Al-Suhayli, que seria até então o ministro da corte, e como resultado, em 1013, o ministro partiu para Bagdá. Nesse sentido, Al-Biruni, fica como substituto, assumindo responsabilidades consultivas e aumentando em influência política. Esse movimento, fez com que o grupo fosse agitado, os estudiosos que constituíam o grupo, como por exemplo Ibn Sina e Abu Sahl Masihi, reagiram negativamente a saída de Al-Suhayli, saindo do grupo também.

Tensões políticas entrono de Khwarizm, levaram em 1017, soldados insubordinados liderados por Alaptgin Bukhari atacarem e mataram Al-Abbas, fazendo com que o seu trabalho fosse destruído. O ambicioso Mahmud, líder dos Ghaznavid, viu na situação uma oportunidade para assumir o controle de Khwarizm. Mais tarde naquele ano, ele lançou uma conquista bem-sucedida sobre Khwarizm, em 3 de julho de 1017.

Após sua conquista, Mahmud levou os três estudiosos restantes, Al-Biruni, Abu Nasr Mansur ibn Iraque e Al-Khayr Khummar, para o tribunal em Ghaznah, que está localizado no atual Afeganistão. Al-Biruni mais tarde notou os detalhes da queda de Abu Al-Abbas e a transferência de poder para Mahmud em seu livro *The Revolution of Khwarizm*.

Al-Biruni foi levado como espécie de prisioneiro de guerra do tribunal de Mahmud, sendo detidos na capital de Mahmud, Ghaznah. Al-Biruni, foi abraçado com uma adição valiosa ao reino de Ghaznah e foi encorajado a estudar, sobre o patrocínio de Mahmud. Durante dois anos, não temos registro de Al-Biruni viajando fora da Ghaznah, o que pode ser uma indicação de sua detenção.

Al-Biruni ficou preso em Ghaznah de 1018 a 1020, ele continuou a ganhar exposição

com novos conhecimentos e ideias, e aproveitou esse tempo para se dedicar ao sânscrito - a linguagem escrita da Índia e dialetos indianos - que se tornaria instrumental em seus futuros estudos, tendo em vista a sua condenação ao erro humano em versões traduzidas.

Al-Biruni encontrou inspiração em Ghaznah. Ao estudar as teorias científicas da Índia, Al-Biruni reconheceu um conjunto de conhecimento inexplorado, que ele viu como um veículo para o seu trabalho inovador. Em expedições entre 1020 e 1029 na Índia, mais precisamente focadas na região noroeste do país, Al-Biruni estudou a cultura, a religião, o meio ambiente, a literatura e a teoria científica do país em primeira mão, aproveitando a oportunidade para documentar sua pesquisa em seu *livro A History of India (Tarikh al-Hind)*. Nessas expedições, Al-Biruni viu a oportunidade de desenvolver ainda mais seus estudos, e firmou fortes laços com estudiosos durante o seu percurso, continuando seus estudos através de correspondências.

Al-Biruni permaneceu no tribunal de Mahmud durante treze anos, sendo esse um período muito próspero em seus estudos. Em 1030, com a morte de Mahmud, Ghaznavid vive um breve período de turbulência em decorrência da alternância de poder, após um golpe em 1031, Masud arrumou o controle do império para si, bloqueando seu irmão mais novo em uma prisão de Taginabad.

Al-Biruni, temeu que fosse libertado e fosse obrigado a procurar a sua independência em outro lugar, ele já estava com 58 anos e entre as suas escolhas ele preferia ficar e não interromper seus trabalhos que estavam em andamento, porém, Masud, um ávido astrônomo, teve um grande respeito pelo Al-Biruni e o encorajou a continuar seu trabalho sem pausa. Al-Biruni desenvolveu com Masud um relacionamento baseado em admiração mútua que ele não teve com Mahmud. Masud forneceu um ambiente que lhe permitiu dedicar seu tempo e energia completamente à busca do conhecimento. Como forma de agradecimento, Al-Biruni dedica sua principal obra *Astronomia e trigonometria* ao seu patrono. Al-Biruni escreveu outros livros para Masud como forma de educar o sultão sobre temas em que ele mostrou interesse.

Em 1039, a incerteza vem de novo na vida de Al-Biruni, eventos causam mais ansiedade para Al-Biruni, relacionados eventualmente a mudança de governo novamente, agora Ghaznah está sobre o comando de Mawdud, no entanto as coisas não mudaram muito para Al-Biruni com ele temia.

Esse tempo marca a finalização de alguns trabalhos, como por exemplo *Livro das Pedras preciosas, Livro de Regras*. Al-Biruni morre em 1048 e estuda até seu último suspiro, limitado pela falta de visão e perda da memória, porém, ainda nessas condições, ele conclui sua obra *Matéria Medica*, e pouco tempo depois o estudioso muçulmano faleceu.

Sábios do tempo moderno consideram que Al-Biruni tenha quase 200 obras publicadas. Destes trabalhos, poucos permanecem, a grande maioria se perdeu ao longo do tempo e muitos desses ainda se encontram em árabe, precisando ser levado em consideração também que um estudo detalhado sobre essas obras não foi finalizado.

Al-Biruni tinha uma aptidão diversificada. Provavelmente, as suas maiores contribuições são os seus extensos avanços em Astronomia e seus livros *The Chronology of Ancient Nations*, escrito em torno de 1000 d.C. e *A History of India (Tarikh al-Hind)*, concluído em 1030.

A Matemática desenvolvida por Al-Biruni, está principalmente ligada ao desenvolvimento de uma ferramenta para possibilitar o estudo de sua principal área de interesse, a Astronomia, pois é impossível mapear e rastrear os céus sem entender equações matemáticas. Al-Biruni teve que se tornar especialista em áreas como Aritmética, Álgebra e Geometria para começar a entender a Astronomia, dando a Matemática um caráter experimental e utilitarista.

Em seus escritos estão documentadas teorias avançadas em Matemática, principalmente em seu livro *Astronomia e Trigonometria (Al-Oanun al-Mas'udil)*. Sua contribuição final para a Trigonometria, foi a idealização de equações matemáticas previamente desconhecidas que ele desenvolveu para medir a circunferência da Terra e explicar a rotação do planeta em seu eixo. O estudo de Al-Biruni em sua excursão pela Índia resultou em várias obras, dentre elas, oito livros sobre Aritmética, onde se encontram conceitos em Matemática, muitos dos quais anteriormente desconhecidos até então fora das fronteiras indianas.

Nesse sentido, o livro *Rozenfel'd : BA, o MM Rozhanskaya E zk Skolovskaya, Abu'l-Rayhan al-Biruni (973-1048)* (russo) (São Petersburgo, 1973), traz as principais contribuições matemáticas de Al-Biruni mais detalhadamente, nesse rol, seus estudos abarcam: Aritmética teórica e prática, soma das séries, análise combinatória, a regra de três, números irracionais, teoria da relação, definições algébricas, método de resolução de equações algébricas, geometria, teoremas de Arquimedes, triseção do ângulo e outros problemas que não podem ser resolvidos com régua e compasso sozinho, seções cônicas, projeção estereográfica, trigonometria, teorema do seno no plano e resolução de triângulos esféricos.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

São poucos os livros em português que tratam da História da Matemática do Islã medieval, e a escassez da abordagem das contribuições islâmicas para a Matemática nos fazem olhar para esse tema como potencial, hora para destacar as importantes contribuições do trabalho desses matemáticos de modo a contribuir para grande parte da Matemática que temos hoje, seja por hora para ter como inspiração a colaboração de vários desses mestres para quantificar e interpretar logicamente o mundo que nos cerca.

A partir do momento em que esse trabalho se propõe a tratar das contribuições do matemático islâmico Al-Biruni, vemos pela biografia deste, um exemplar um campo fecundo de estudo que nos abre várias perspectivas para o entendimento do conhecimento

matemático, de modo que podemos observar a Matemática enquanto saber construído pelo homem de maneira não-linear, num caminhar cheio de incertezas, intuições, tentativas, erros e acertos, e ainda conexões que seria uma das maiores discussões dentro da filosofia e filosofia da ciência.

Trabalhamos entorno da necessidade e da perspectiva de ser deixado alguma contribuição para o corpo de conhecimentos da História da Matemática do islã medieval na Língua Portuguesa, e como de fato fazemos, esse trabalho subsidia uma biografia mais completa do autor em questão, ao passo que foram incrementados na biografia do MacTutor aspectos da vida, das características e do trabalho do autor pesquisado, permitindo a construção de um conjunto de informações mais consistentes e completas acerca de Al-Biruni e seus trabalhos, conseqüentemente, a Matemática Islã.

## REFERÊNCIAS

GODOY, Arilda Schmidt, **Pesquisa Qualitativa tipos fundamentais**, Revista de Administração de Empresas da Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, v. 35, n.3, p, 20-29 mai. /jun. 1995.

O'CONNOR, John J; ROBERTSON, Edmund F. **MacTutor History of Mathematics archive**. 1997. Disponível em:< <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Biruni.html>>. Acesso em: 15 jul. 2017.

OLIVEIRA, Cristiano Lessa de. Um apanhado teórico-conceitual sobre a pesquisa qualitativa: tipos, técnicas e características. **Revista travessias do programa de pós-graduação em letras da UNIOESTE**, Paraná, v.2, n.3, 2008.

SCHEPPLER, Bill. **AL-BIRUNI Master Astronomer and Muslim Scholar of the Elevery Century**. New York: The Rosen Publishing Group, 2006.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Al-Biruni 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74

A lei da alavanca de Arquimedes 278

Álgebras de Jordan 102, 103

Algoritmos evolutivos 296

Aplicações 75, 76, 89, 94, 98, 134, 135, 141, 143, 153, 164, 184, 220, 226, 269, 296, 306, 307, 331, 339, 342

Aprendizagem 1, 5, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 55, 56, 57, 60, 61, 63, 70, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 99, 100, 101, 108, 111, 113, 114, 115, 120, 122, 126, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 141, 142, 159, 160, 164, 166, 169, 175, 178, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 193, 195, 197, 198, 199, 200, 202, 203, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 230, 233, 235, 237, 238, 263, 264, 265, 266, 267, 269, 270, 271, 272, 274, 275, 276, 277, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 317, 319, 320, 321, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 337, 338, 340, 341, 343, 344, 345, 346, 348, 349, 350, 352

### B

BNCC 8, 91, 93, 99, 100, 134, 144, 154, 159, 162, 166, 168, 169, 214, 218, 222, 266, 269, 273, 274, 278, 279, 280

Brechó 195, 196, 197, 198, 199, 200

### C

Combinatória 73, 296, 297, 351

Concepções docentes 165

Conhecimentos docentes 107

Consistência 239, 249, 252, 253, 254, 258, 259, 260, 342

Convergência 239, 249, 252, 253, 254, 256, 258, 260, 339

Convivência 18, 55, 56, 57, 59, 61, 62, 63, 64, 238

Cotidiano 12, 18, 63, 91, 118, 153, 154, 164, 184, 196, 203, 204, 206, 208, 210, 221, 225, 236, 238, 264, 265, 270, 271, 306, 312, 313, 314, 316, 317, 326, 329, 346

Covid-19 42, 43, 52, 96, 141, 266

Currículo 4, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 56, 63, 95, 107, 110, 111, 122, 123, 124, 128, 129, 131, 132, 134, 135, 142, 168, 176, 212, 213, 269, 308, 342

Currículo crítico-emancipatório 13, 14, 15, 17, 18

Curva 48, 49, 50, 51, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89

Curvatura 75, 76, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 89

## D

Desarrollo analítico 42, 45, 51, 52

Dificuldades 8, 10, 108, 122, 163, 175, 181, 189, 190, 198, 222, 265, 268, 306, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 339, 348, 349, 351

Direitos de aprendizagem 13, 14, 15, 17, 20, 21, 22, 23, 24, 348

Distribution, inference 25

## E

Educação a distância 135, 141, 142, 275, 312

Educação infantil 3, 165, 166, 167, 173, 175, 176, 177, 202, 203, 205, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 269, 346

Educação matemática 1, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 17, 67, 90, 93, 100, 101, 107, 108, 109, 128, 129, 132, 133, 166, 176, 185, 193, 196, 200, 226, 227, 228, 230, 231, 233, 238, 264, 275, 277, 294, 306, 310, 323, 324, 325, 330, 336, 337, 338, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 351, 352, 353, 354, 355

Eixo das Abscissas 143, 144, 146, 147, 155, 157

Ensino 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 19, 21, 22, 23, 25, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 108, 111, 112, 113, 114, 115, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 140, 141, 142, 143, 144, 154, 159, 160, 162, 163, 164, 168, 169, 170, 174, 175, 176, 178, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 199, 200, 201, 202, 204, 205, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 216, 217, 218, 221, 222, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 237, 238, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 283, 293, 294, 295, 305, 306, 307, 308, 310, 314, 315, 318, 319, 321, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 343, 344, 345, 346, 349, 350, 351, 352, 353, 355

Ensino de matemática 1, 7, 10, 92, 95, 121, 124, 195, 201, 209, 217, 222, 224, 228, 229, 230, 231, 234, 278, 305, 308, 310, 319, 327, 328, 330, 336, 337, 343, 353

Ensino médio 8, 58, 98, 134, 142, 143, 154, 159, 162, 164, 178, 179, 180, 186, 192, 193, 195, 196, 197, 200, 210, 221, 222, 224, 226, 227, 263, 265, 266, 269, 270, 271, 273, 274, 275, 276, 278, 279, 280, 281, 283, 293, 294, 295, 346, 349, 353

Estabilidade 239, 240, 242, 245, 248, 249, 250, 252, 253, 254, 258, 259, 260

Estratégias didáticas 305

Expectation 25, 30, 31, 33, 34, 36, 37, 38, 40

## F

*Feedback* automático 133, 134, 136, 141

Filosofia 74, 94, 112, 122, 200, 228, 229, 230, 231, 232, 236, 237, 238, 355

Formação de professores 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 21, 23, 107, 108, 110, 111, 112, 114, 115, 118, 126, 127, 128, 129, 130, 132, 225, 268, 277, 310, 312, 315, 316, 343, 353, 354, 355

Formação docente 7, 13, 18, 22, 23, 115, 131, 132, 165, 175, 268, 277

Formação para o trabalho 312, 321

Função afim 90, 96, 97, 98, 99, 100

Funções polinomiais de 2º grau 143, 144, 152, 154, 158, 163

## **G**

Geogebra 42, 43, 44, 45, 46, 48, 51, 52, 53, 54, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 87, 88, 89, 90, 134, 293, 294, 345

Geogebra 3D 87, 88

Geometria 73, 75, 76, 81, 89, 91, 126, 133, 134, 135, 144, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 183, 184, 185, 192, 193, 194, 211, 212, 214, 215, 278, 279, 280, 285, 294, 340

Geometria plana 178, 179, 180, 183, 185, 192, 193, 278, 279

Graduações 102, 104, 331

## **H**

Hélice 75, 76, 86, 87, 88, 89

História da matemática 65, 66, 67, 73, 74, 234

## **I**

Identidades polinomiais 102, 103, 104, 105, 331, 332, 333, 334

## **J**

Jogos 170, 201, 204, 205, 206, 208, 209, 214, 228, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 343, 345, 350, 352

John Dewey 159, 228, 229, 236, 238

## **L**

Leveque 250, 261

Lúdico 114, 132, 202, 203, 205, 208, 209, 213, 234, 236, 238, 272, 276, 278

## **M**

Matemática 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 21, 22, 24, 42, 44, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 59, 64, 65, 66, 67, 70, 73, 74, 75, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 98, 99, 100, 101, 102, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 141, 142, 143, 144, 153, 154, 158, 161, 164, 166, 169, 170, 172, 175, 176, 179, 180, 181, 184, 185, 186, 189, 193, 194, 195, 196, 197,

198, 200, 201, 202, 205, 209, 210, 211, 212, 213, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 237, 238, 239, 249, 263, 264, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 285, 293, 294, 295, 305, 306, 307, 308, 310, 312, 313, 314, 315, 316, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355

Matemática financeira 196, 197, 198, 200, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 224, 225, 226, 227, 263, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 277

Matemática Islâmica 65, 66

Metodologia 1, 6, 7, 10, 67, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 97, 99, 109, 113, 116, 121, 136, 141, 159, 160, 176, 178, 179, 180, 181, 185, 193, 195, 198, 208, 231, 238, 271, 300, 305, 308, 325, 326, 328, 338, 340, 349, 351

Múltiplas tentativas 133, 136

## **N**

Norma-2 239, 245, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260

Novas tecnologias 133, 272, 273, 275, 277, 312

## **O**

O princípio de Cavalieri 278, 281, 283, 289

## **P**

Planejamento 100, 126, 161, 165, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 196, 210, 216, 217, 218, 222, 225, 238, 269, 279, 280, 337, 338, 339, 343, 344, 347, 348, 349, 350, 351

Plano cartesiano 143, 144, 153, 157, 340

*Podcast* 263, 264, 265, 266, 267, 268, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277

Polígonos mágicos 296, 297, 300, 301, 303

Polígonos mágicos degenerados 296, 297

Políticas públicas 8, 9, 10, 18, 21, 315, 316

Pragmatismo 228, 229, 230

## **R**

Resolução de problemas 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 99, 100, 101, 121, 174, 175, 178, 179, 180, 181, 184, 185, 186, 188, 192, 193, 224, 234, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 327, 328, 340, 350

## **S**

Sampling 25, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39

Simulated annealing 296, 299, 300, 302, 303

Software geogebra 42, 52, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 87, 88, 90

Statistical investigation processes 25

Statistics education 25, 26, 28, 30, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 41

## **T**

Territórios virtuais 312, 313, 314

## **V**

Variability 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 38

Variáveis 96, 102, 103, 135, 143, 144, 146, 152, 153, 185, 209, 216, 217, 218, 301, 303

Vértices da função 143

Visualización gráfica 42, 43, 46, 47, 48, 49, 50, 51

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](http://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

# O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática

## 2

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](http://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

# O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática

## 2