Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2

Atena Editora
Ano 2022

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2

Atena
Editora
Ano 2022

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Bruno Oliveira
Camila Alves de Cremo
Daphynny Pamplona
Gabriel Motomu Teshima
Luiza Alves Batista
Natália Sandrini de Azevedo
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Atena Editora
Ano 2022

O fortalecimento do ensino e da pesquisa científica da matemática 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Maiara Ferreira
Mariane Aparecida Freitas
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Américo Junior Nunes da Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F736 O fortalecimento do ensino e da pesquisa científica da matemática 2 / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-0029-5
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.295220604

1. Matemática. 2. Ensino. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510.07

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Atena Editora
Ano 2022

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce,* ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO

O contexto social, político e cultural tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, desenvolvimento e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse cenário de inclusão, tecnologia e de um "novo normal" demandado pela Pandemia da Covid-19; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país, sobretudo considerando as problemáticas evidenciadas em um mundo pós-pandemia. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das problemáticas reveladas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso, de uma forma muito particular, os autores e autoras abordaram nesta obra.

É neste sentido, que o livro "***O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2***" nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor e professora pesquisadora que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para educadores/as da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 1

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL E FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Julio Robson Azevedo Gambarra

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206041

CAPÍTULO 2 13

O CURRÍCULO CRÍTICO-EMANCIPATÓRIO E OS DIÁLOGOS INTERDISCIPLINARES DO COMPONENTE CURRICULAR DE MATEMÁTICA NA REDE MUNICIPAL DE SÃO PAULO

Alexandre Souza de Oliveira

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206042

CAPÍTULO 3 25

RECOMMENDATIONS ABOUT THE BIG IDEAS IN STATISTICS EDUCATION: A RETROSPECTIVE FROM CURRICULUM AND RESEARCH

J. Michael Shaughnessy

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206043

CAPÍTULO 4 42

USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN TIEMPOS DE COVID-19, PUCALLPA 2021

Mariano Magdaleno Mendoza Carlos
Angel Hasely Silva Mechato
Ronald Marlon Lozano Reátegui
Vitelio Asencios Tarazona
Manuel Ricardo Guerrero Ochoa
Iris Olivia Ruiz Yance
Weninger Pinedo Chambi

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206044

CAPÍTULO 5 55

CONVIVÊNCIA ESCOLAR EM TEMPOS DE PANDEMIA: INVESTIGANDO OS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

Henrique Kuller dos Santos
Joyce Jaquelinne Caetano

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206045

CAPÍTULO 6 65

AL-BIRUNI E A MATEMÁTICA PRÁTICA DO SÉCULO XI: UM ESTUDO SOBRE ALGUMAS DE SUAS CONTRIBUIÇÕES

Francisco Neto Lima de Souza
Giselle Costa de Sousa

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206046

CAPÍTULO 7..75

APLICAÇÕES DE CURVAS E ANIMAÇÕES COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Rosangela Teixeira Guedes

Marcos Felipe de Oliveira

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206047

CAPÍTULO 8..90

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS INTEGRADO AO SOFTWARE GEOGEBRA PARA ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Joe Widney Lima da Silva

Elisangela Dias Brugnera

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206048

CAPÍTULO 9..102

IDENTIDADES POLINOMIAIS z_2-GRADUADAS PARA A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES 2x2

Mateus Eduardo Salomão

Evandro Riva

https://doi.org/10.22533/at.ed.2952206049

CAPÍTULO 10..107

OS CURSOS PRESENCIAIS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DAS UNIVERSIDADES PÚBLICAS DA BAHIA: COMO ARTICULAM OS CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS À DOCÊNCIA?

Raquel Sousa Oliveira

Américo Junior Nunes da Silva

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060410

CAPÍTULO 11..133

R/EXAMS COMO FERRAMENTA DE APOIO AO ENSINO REMOTO: UM ENFOQUE NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÔNICAS

Luzia Pedroso de Oliveira

Denise Helena Lombardo Ferreira

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060411

CAPÍTULO 12..143

FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 2º GRAU E SUAS APLICAÇÕES EM GRÁFICOS CARTESIANOS

Caroline Saemi Lima Fujimoto

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060412

CAPÍTULO 13..165

GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: ENTRE CONCEPÇÕES, PLANOS E AÇÕES

Amanda Souza Araújo

Simone Damm Zogaib

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060413

CAPÍTULO 14...178

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA: TRABALHANDO CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO

Cristiano Santana Freitas

Lucília Batista Dantas Pereira

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060414

CAPÍTULO 15...195

UTILIZAÇÃO DE PRÁTICA PEDAGÓGICA DIFERENCIADA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Cassia Bordim Santi

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060415

CAPÍTULO 16...202

O ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL ATRAVÉS DO LÚDICO: UMA REVISÃO NARRATIVA

Fernnanda Luciano Fernandes

Rosangela Minto Simões

Carla Corrêa Pacheco Gomes

Vanilza Maria Rangel de Moraes

Maristela Athayde Rohr

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060416

CAPÍTULO 17...216

EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM SALA DE AULA – APLICABILIDADE DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Fernanda Gonzalez Anhõn

André Ribeiro da Silva

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060417

CAPÍTULO 18...228

RELAÇÕES ENTRE A FILOSOFIA DEWEYANA E O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DOS JOGOS

Lênio Fernandes Levy

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060418

CAPÍTULO 19...239

ESTADOS ESTACIONÁRIOS DE PROBLEMAS DE VALOR INICIAL COM MÉTODO DE DIFERENÇA FINITA

João Socorro Pinheiro Ferreira

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060419

CAPÍTULO 20...263

O USO DE *PODCAST* NO ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA AOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Deyse Mara Nieto Lyrio

Elizabeth Cristina Oliveira Pontes
Valdinei Cezar Cardoso

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060420

CAPÍTULO 21 278

COMPROVANDO O VOLUME DA ESFERA NAS AULAS DE MATEMÁTICA
Maria Carla Ferreira Pereira Tavares
Rudimar Luiz Nós

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060421

CAPÍTULO 22 296

SIMULATED ANNEALING E ALGORITMO GENETICO NA DETERMINAÇÃO DE POLÍGONOS MÁGICOS
Josimar da Silva Rocha

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060422

CAPÍTULO 23 305

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ALTERNATIVA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM
Daniela dos Santos Vargas
Victor Hugo de Oliveira Henrique

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060423

CAPÍTULO 24 312

UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)
Débora Gaspar Soares
Márcio Rufino Silva

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060424

CAPÍTULO 25 323

AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA: EM FOCO OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
Ana Paula dos Santos Stelle
Joyce Jaquelinne Caetano

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060425

CAPÍTULO 26 331

IDENTIDADES POLINOMIAIS *G*-GRADUADAS PARA A ÁLGEBRA DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES *n*X*n* SOBRE UM CORPO FINITO
Mateus Eduardo Salomão
Evandro Riva

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060426

CAPÍTULO 27..336

UMA REFLEXÃO SOBRE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Francisco Odecio Sales

Maria Aliciane Martins Pereira da Silva

https://doi.org/10.22533/at.ed.29522060427

SOBRE O ORGANIZADOR 355

ÍNDICE REMISSIVO..356

CAPÍTULO 22

SIMULATED ANNEALING E ALGORITMO GENETICO NA DETERMINAÇÃO DE POLÍGONOS MÁGICOS

Data de aceite: 01/03/2022
Data de submissão: 09/01/2022

Josimar da Silva Rocha
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Cornélio Procópio – Paraná
http://lattes.cnpq.br/7294716557200867
http://orcid.org/0000-0002-3476-4119

RESUMO: Neste trabalho apresentamos dois métodos heurísticos para a determinação de Polígonos Mágicos $P(n,k)$: um método evolutivo baseado no algoritmo genético sem a utilização do operador de cruzamento e o Simulated Annealing. Resultados experimentais mostram que estes dois algoritmos obtém boas aproximações para a determinação de Polígonos Mágicos, sendo que o algoritmo Simulated Annealing obtém melhores soluções do que método evolutivo baseado no algoritmo genético.
PALAVRAS-CHAVE: Algoritmos Evolutivos; Combinatória; Polígonos Mágicos; Polígonos Mágicos Degenerados; Simulated Annealing.

SIMULATED ANNEALING AND GENETIC ALGORITHM IN THE DETERMINATION OF MAGIC POLYGONS

ABSTRACT: In this work we presente two heuristic methods for the determination of Magic Polygons $P(n,k)$: an evolutionary method based on the genetic algorithm without the use of crossover operator and the Simulated Annealing. Experimental results show that these two algorithms obtain good approximations for the determination of Magic Polygons, and the Simulated Annealing algorithm obtains better solutions than the evolutionary method based on the genetic algorithm.
KEYWORDS: Evolutionary Algorithms; Combinatorics; Magic Polygons; Degenerated Magic Polygons; Simulated Annealing.

1 I INTRODUÇÃO

Quadrados Mágicos tem sido conhecido por um longo tempo em diferentes povos e diferentes culturas que, às vezes, tem atribuído significados místicos [2, 4, 5]. Além de serem utilizados em propósitos recreativos, podemos encontrar aplicações para quadrados mágicos na Física, na Ciência da Computação, no Processamento de Imagens e na Criptografia [6, 7, 8], entre outras. Desta maneira, tem sido desenvolvido vários métodos para construção de quadrados mágicos que satisfazem algumas propriedades particulares e algumas generalizações tem sido criadas, como podemos ver em [9, 10, 11, 12]. Em [13] uma generalização da mesma ideia da representação de quadrados mágicos de ordem 3 utilizando vértices, pontos médios e o centro geométrico de uma quadrado, onde podemos encontrar algumas propriedades e a condição de existência de polígonos mágicos e a construção para polígonos mágicos de ordem 3, para cada n par. Em [15] outras estruturas similares foram propostas, onde são definidos Polígonos Mágicos P (n, k) e Polígonos Mágicos Degenerados D(n, k) como em [3], que abrange o conceito de polígono mágico [13] já que, neste caso, trata-se do caso P (n, 2).

Em [16] são discutidas condições de existências de polígonos mágicos $P(n,2)$, $P(n,4)$ e de polígonos mágicos degenerados $P(n,2)$, onde encontramos algoritmos exatos para construção de exemplos para $P(n,2)$ para todo inteiro n par maior ou igual a 4 e para $D(n,2)$ para todo inteiro $n \geq 3$.

Baseados na topologia, podemos também afirmar que se polígonos mágicos $P(n,k)$ existem, então *k é* par. No entanto, a estrutura combinatória particular dos polígonos mágicos $P(n,k)$ faz com que estas estruturas sejam obtidas com gasto computacional bastante elevado para alguns valores de n e k, o que faz com que Polígonos Mágicos $P(n,k)$ possam ser utilizados na Criptografia e em Teoria dos Códigos. Além disso, como não existem construções conhecidas para a obtenção de exemplos de Polígonos Mágicos $P(n,k)$ para $k > 2$, uma vez que este tema foi introduzido recentemente em [14], o gasto computacional para a obtenção de Polígonos Mágicos $P(n,k)$ para $k > 2$ é bastante elevado, o que justifica a introdução do uso de meta-heurísticas como as abordadas neste trabalho para a obtenção de exemplos de Polígonos Mágicos $P(n,k)$.

1.1 Polígonos mágicos

Polígonos Mágicos possuem uma definição geométrica e sua definição equivalente algébrica. Estas definições para Polígonos Mágicos podem ser encontradas em [3]. Para a determinação de polígonos m´mágicos computacionalmente, utilizaremos a definição algébrica.

Algebricamente, um polígono mágico $P(n,k)$ de n lados e de ordem k+1 é uma permutação do conjunto $\left\{1, 2, \cdots, \frac{k^2n}{2} + 1\right\}$, escrita na forma $\left(x_1, x_2, \cdots, x_{\frac{k^2n}{2}+1}\right)$, satisfazendo as seguintes equações lineares:

$$\begin{cases} x_{(t-1)nk+(i-1)k+1} + x_{(t-1)nk+(i-1)k+2} + \cdots + x_{(t-1)nk+ik} + x_{(t-1)nk+ik+1} = u, \\ \displaystyle\sum_{t=1}^{\frac{k}{2}} x_{(t-1)nk+(i-1)k+j} + \sum_{t=1}^{\frac{k}{2}} x_{(t-1)nk+(i-1)k+j+\frac{kn}{2}} + c = u, \\ x_{\frac{k^2n}{2}+1} = c, \end{cases} \tag{1}$$

onde $c = \frac{k^2n+4}{4}$ é o valor correspondente ao vértice raiz, $u = (k+1)c$ é a soma mágica, $t \in \{1, 2, \cdots, \frac{k}{2}\}, i \in \{1,2,\cdots,n\}$ e $j \in \{1,2,\cdots,k\}$.

Na Figura 1, vemos a representação geométrica de um polígono mágico $P(4,4)$ dado pela sequencia (7,23,3,28,24,22,16,19,4,10,31,13,27,2,29,20,25,30,1,21,8,18,12,15,32,5,33,6,9,26,11,14,17).

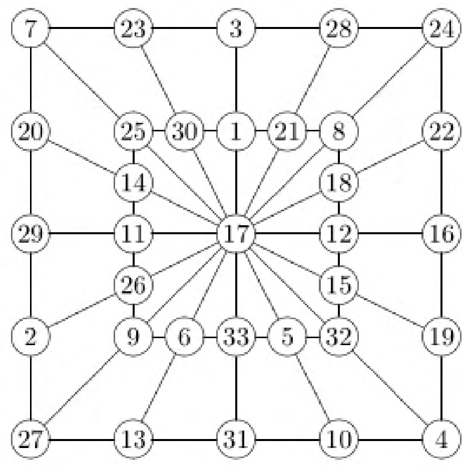

Figura 1: Polígono Mágico P(4, 4)

1.2 Algoritmos genéticos

Algoritmos genéticos são algoritmos para otimização inspirados no processo de seleção natural. Tal qual no processo de seleção natural o algoritmo cria uma população inicial que é um conjunto de indivíduos que são primeiras aproximações para a solução do problema de otimização considerado e esta população sofre transformações a cada iteração ou geração. Assim como no processo de seleção natural, onde indivíduos mais aptos geralmente sobrevivem o algoritmo genético conta com uma função *fitness* que é responsável por mensurar a aptidão dos indivíduos da população e comparar a aptidão entre indivíduos de uma mesma população, estabelecendo também quais indivíduos são mais aptos e quais indivíduos são menos aptos.

Para tanto o algoritmo conta com alguns operadores também inspirados no processo de seleção natural para que os indivíduos da população sofram alterações a cada geração que são os seguintes:

Seleção - O operador de seleção é um operador que altera a população através da replicação dos indivíduos mais aptos que geralmente constituem melhores aproximações para a solução e eliminação dos indivíduos menos aptos. A quantidade de replicações geralmente é um parâmetro de entrada no algoritmo.

Cruzamento - O operador de cruzamento é responsável por tomar dois indivíduos e criar dois novos indivíduos em que cada indivíduo criado pelo processo tenha características dos dois indivíduos originais. Nesta versão proposta os indivíduos originais são eliminados para a introdução destes novos indivíduos mantendo sempre o número de indivíduos da população constante. A quantidade máxima de pares de indivíduos que sofreram ação deste operador a cada iteração é um parâmetro de entrada do algoritmo genético proposto.

Mutação - O operador de mutação é responsável por proporcionar pequenas perturbações em indivíduos arbitrários da população com taxa de perturbação máxima e quantidade máxima de indivíduos sob a ação deste operador previamente estipulados por parâmetros iniciais do algoritmo.

Para garantir que a sequência de populações obtidas a cada iteração seja uma sequência com indivíduos cada vez mais aptos utilizaremos o chamado **elitismo** que consiste em levar o melhor indivíduo de uma geração para a próxima geração. Naturalmente o elitismo faz com que a cada geração a população melhore no sentido de que o indivíduo mais apto de uma geração não seja mais apto do que o indivíduo mais apto da geração seguinte. O elitismo muitas vezes ajuda na obtenção de boas aproximações para a solução do problema de otimização fazendo com que a sequência das populações obtidas a cada iteração convirja mais rapidamente para a solução do problema, o que permite utilizar um número menor de iterações. Mais informações sobre Algoritmos Genéticos podem ser vistas em [14].

1.3 Simulated Annealing

O Simulated Annealing é uma meta-heurística inspirada no fenômeno da termodinâmica do recozimento. Para isto, o Simulated Annealing propõe explorar o espaço de busca através de uma estratégia de múltiplos reinícios aleatórios cuja transição é controlada através de uma simplificação da distribuição de probabilidade proposta por Maxwell-Boltzmann e com um esquema de resfriamento da temperatura ao longo das iterações. Critério de parada para este algoritmo é o resfriamento chegar na zona limítrofe. O Algoritmo 1 contém a versão proposta do Simulated Annealing.

Algoritmo 1: Algoritmo Simulated Annealing

Entrada: Solução inicial B^* e parâmetros α e MAX

Saída: Solução B

```
in´ıcio
    B := B*;
    Começar com a temperatura (inicial) T :=1 ;
    caso (T > 0.00001) faça
        i =0
        para i<MAX faça
            i := i +1 ;
            Gerar uma solução C próxima de B;
            D = f(C) − f(B);
            Selecionar aleatoriamente x ∈ [0, 1];
            se (D < 0) ou exp(− D/T ) > x então
                B := C;
        fim
        T = αT;
    fim
fim
```

2 I METODOLOGIA

A criação do algoritmo evolutivo, baseado no algoritmo genético, seguiu os seguintes passos:

I. Criação de um pacote para alocação dinâmica da memória;

II. Criação de um procedimento para criação da população com base nos parâmetros que definem um polígono mágico e no tamanho da população de tal forma a garantir a diversidade dos indivíduos;

III. Criação de uma função para mutação simples de um indivíduo da população que corresponde a uma

transposição;

IV. Criação de um pacote que define a métrica (distância entre indivíduos da população e polígonos mágicos), bem como para determinação de indivíduos mais aptos da população, que são mais próximos de polígonos mágicos.

V. Criação de um pacote que faz a seleção com base na aptidão;

VI. Criação de um programa principal, que recebe 6 parâmetros, *n,k,numero,tamanho,nrateio* e *pmuta* para a obtenção de uma aproximação para um elemento de $P(n,k)$, onde:

- *numero* é o número de iterações;
- *tamanho* é tamanho da população;
- *nrateio* é a quantidade de indivíduos selecionados para a determinação do indivíduo mais apto que será replicado e eliminação dos indivíduos menos aptos;
- *pmuta* é a porcentagem máxima dos indivíduos da população que sofrerá a ação do operador de mutação.

Durante a execução do programa principal cria-se a população com base na quantidade *tamanho* de indivíduos, executa a quantidade de iterações com base no parâmetro *numero,* sendo que em cada iteração ocorre a seleção, a mutação de um dos indivíduos da população (uma transposição), sendo que o indivíduo mais apto de uma geração é levado para a geração seguinte (*elitismo*).

Neste algoritmo não utilizamos o cruzamento e adotamos o elitismo e a seleção (ou rateio) para que, a cada geração, o indivíduo mais apto não seja menos apto do que o indivíduo da geração anterior.

No algoritmo genético utilizamos 3000 iterações com uma população de 30 indivíduos, utilizando rateios de 3 e taxa de mutação em, no máximo, 30% da população, repetindo 100 vezes o experimento para cada tipo de polígono mágico, para que sejam obtidos os dados constantes na tabela 1, conforme os valores de n e k dados.

Para a criação Simulated Annealing implementamos um algoritmo em C através do pseudocódigo apresentado pelo Algoritmo 1, em que utilizamos um m´máximo de 3000 iterações, com uma temperatura inicial $T = 1$ e utilizando o esquema de resfriamento $T_k = \alpha T_{k-1}$, para uma constante $\alpha = 0.75$, repetindo 100 vezes o experimento para cada tipo de polígono mágico para que sejam obtidos os dados constantes na Tabela 2, conforme os valores de n e k dados.

2.1 Função fitness

Como polígonos mágicos foram definidos a partir de um sistema de equações, podemos escrever cada i-ésima equação que define um polígono mágico na forma $f_i(X) = 0$, onde $X = \left(x_1, \cdots, x_{\frac{k^2n}{2}+1}\right)$. Portanto, o sistema de equações que define um polígono mágico pode ser representado na forma

$$\begin{cases} f_1(X) = 0 \\ f_2(X) = 0 \\ \vdots \\ f_m(X) = 0 \end{cases}$$

e podemos adotar como a métrica que define a distância entre um indivíduo da população X e polígonos mágicos como sendo

$$f(X) = |f_1(X)| + \cdots + |f_m(X)|$$

que é a nossa função *fitness.*

Isto quer dizer que quanto mais perto de zero a função $f(X)$ estiver, mais próximo o indivíduo X da população estará de um elemento de $P(n,k)$, caso $P(n,k)$ exista.

Explicitamente, nosso sistema de equações (1), nos proporciona a função *fitness*

$$\begin{aligned} f(X) &= \sum_{t,i} \left| x_{(t-1)nk+(i-1)k+1} + x_{(t-1)nk+(i-1)k+2} + \cdots + x_{(t-1)nk+ik} + x_{(t-1)nk+ik+1} - u \right| \\ &+ \sum_{j,i} \left| \sum_{t=1}^{\frac{k}{2}} x_{(t-1)nk+(i-1)k+j} + \sum_{t=1}^{\frac{k}{2}} x_{(t-1)nk+(i-1)k+j+\frac{kn}{2}} + c - u \right| + \left| x_{\frac{k^2n}{2}+1} - c \right|, \end{aligned}$$

onde $X = \left(x_1, \cdots, x_{\frac{k^2n}{2}+1}\right)$, $c = \frac{k^2n+4}{4}$ é o valor correspondente ao vértice raiz, $u = (k + 1)c$ é a soma mágica, $t \in \{1, 2, \cdots, \frac{k}{2}\}$, $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$ e $j \in \{1, 2, \cdots, k\}$.

3 | RESULTADOS E ANÁLISE

Todos os resultados experimentais apresentados são obtidos utilizando um laptop com processador Intel Core i7 4510U com CPU de 2.00 GHz e 8GB de memória e sistema operacional Linux da Debian utilizando a linguagem de programação C.

Nas tabelas 1 e 2 foram obtidos os seguintes parâmetros:

N_V é o número de pontos ou variáveis do polígono mágico $P(n,k)$;

d_{min} é o menor valor entre a menor distância entre os elementos da população e um elemento de $P(n,k)$ quando repetimos o experimento 100 vezes;

d_{max} é o maior valor entre a menor distância entre os elementos da população e um elemento de $P(n,k)$ quando repetimos o experimento 100 vezes;

d_m é a média entre as menores distâncias entre os elementos da população e elementos de $P(n,k)$ quando repetimos o experimento 100 vezes;

σ_d representa o desvio padrão entre as menores distâncias entre elementos da população e elementos de $P(n,k)$ quando repetimos o experimento 100 vezes;

t_m representa o tempo médio de execução na das melhores aproximações para elementos de $P(n,k)$ obtidas em cada um dos 100 experimentos;

σ_t representa o desvio padrão dos tempos de execução ao serem obtidos melhores aproximações para os elementos de $P(n,k)$ ao se repetirem cada experimento 100 vezes.

N	k	N_V	d_m	σ_d	t_m (ms)	σ_t	d_{min}	d_{max}
4	2	9	0.020000	0.198997	46.291260	1.530060	0	2
6	2	13	1.460000	1.519342	60.252970	1.998928	0	4
8	2	17	4.560000	3.347596	74.002650	1.642446	0	16
10	2	21	7.600000	4.400000	88.169280	1.703495	0	22
3	4	25	4.640000	2.609674	80.417860	1.381063	1	13
4	4	33	5.540000	2.342733	111.236500	1.946969	2	13
5	4	41	18.870000	8.024531	128.898260	1.336463	6	39
6	4	49	10.340000	3.878711	158.917440	2.042591	0	21
7	4	57	38.510000	14.821265	173.861930	1.416975	8	89
8	4	65	16.220000	6.501661	206.950980	2.103320	6	46
10	4	81	24.650000	7.340811	256.639170	2.381667	13	55

Tabela 1: Dados obtidos utilizando o Algoritmo Genético

n	k	N_V	d_m	σ_d	t_m (ms)	σ_t	d_{min}	d_{max}
4	2	9	0.000000	0.000000	45.149110	1.710974	0	0
6	2	13	0.260000	0.672607	58.207520	1.477539	0	2
8	2	17	1.980000	1.483105	69.831530	1.676535	0	12
10	2	21	3.320000	2.386965	82.420290	1.717989	0	14
3	4	25	2.590000	1.184019	72.384540	1.451555	0	6
4	4	33	2.990000	1.360110	99.718720	1.821401	0	7
5	4	41	5.560000	2.303562	110.150380	1.332585	2	13
6	4	49	4.820000	1.614806	136.983970	1.724974	2	10
7	4	57	11.720000	4.880738	146.025890	1.716717	4	28
8	4	65	6.730000	2.348851	176.100500	1.776823	2	13
10	4	81	9.320000	2.344696	215.570540	1.870072	4	16

Tabela 2: Dados obtidos pelo Algoritmo Simulated Annealing

Observando a Tabela 1 podemos notar que o algoritmo genético obtém uma solução exata para o polígono mágico para os casos *P*(4,2), *P*(6,2), *P*(8,2), *P*(10,2) e *P*(6,4) e obtém aproximações para os demais casos em que os polígonos mágicos existem.

Na tabela 2, podemos notar que o Simulated Annealing obtém solução exata para o polígono mágico para os casos *P*(4,2), *P*(6,2), *P*(8,2), *P*(10,2), *P*(3,4) e *P*(4,4) e obtém aproximações para os demais casos em que os polígonos mágicos existem.

Podemos notar que os valores de d_m e do desvio padrão σ_d obtidos no Simulated Annealing são menores do que os valores obtidos para o algoritmo genético, o que evidencia que este algoritmo é mais eficiente na determinação de soluções para os parâmetros adotados.

4 I CONCLUSÕES

Nas tabelas 1 e 2 observamos que a imprecisão na determinação do polígono mágico bem como o tempo de execução cresce à medida em que o número de variáveis cresce, utilizando o algoritmo evolutivo baseado no algoritmo genético e utilizando o Simulated Annealing, o que evidencia que os algoritmos estão funcionando corretamente.

As Tabelas 1 e 2 nos mostram que o algoritmo Simulated Annealing obtém melhores soluções do que o algoritmo genético para os parâmetros adotados.

Os algoritmos obtidos determinam polígonos mágicos *P*(*n,k*) para quaisquer par de números inteiros (*n,k*) satisfazendo as condições de existência para polígonos m´mágicos *P*(*n,k*). Os dois algoritmos propostos encontram soluções exatas para polígonos mágicos para *n* e *k* pequenos e obtém aproximações razoáveis para todos os valores de *n* e *k,* o que mostra a funcionalidade dos algoritmos. No entanto, o algoritmo genético ainda precisa ser aperfeiçoado para gerar soluções exatas para quaisquer valores de *n* e *k.* Uma forma de fazer isto talvez seja com a implementação de uma função de cruzamento que contemple esta classe de problemas melhorando o tempo de execução e/ou a quantidade de iterações necessárias para a obtenção da solução exata.

AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos aos revisores pelos comentários que ajudaram no aperfeiçoamento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Andreescu T, Andrica D, Cucurezeanu I. **Some classical diophantine equations**. First Online, Birkhauser Boston; 2010.

[2] Andress WR. **Basic properties of pandiagonal magic squares**. Amer. Math. Monthly. 1960;67:143-152.

[3] Augusto DD, Rocha, JS. **Magic Polygons and Degenerated Magic Polygons: Characterization and Properties**. Asian Research Journal of Mathematics, 2019; 14(4), 1-18. https://doi.org/10.9734/arjom/2019/v14i430134

[4] Cammann S. **The evolution of magic squares in China**. J. Am. Oriental Soc. 1960;80:116-124.

[5] Rosser B, Walker RJ. **The algebraic theory of diabolic magic squares**. Duke Math. J. 1939;5:705-728.

[6] Chu KL, Drury SW, Styan GPH, Trenkler G**. Magic moore–penrose inverses and philatelic magic square with special emphasis on the Daniels–Zlobec magic square**. Croatian Oper. 2011; 2:4-13.

[7] Ganapathy G, Mani K. **Add-on security model for public-key cryptosystem based on magic square implementation**. in: Proc.

[8] Loly PD. Franklin squares: **A chapter in the scientific studies of magical squares,** Complex Systems. 2007;17:143-161. World Congress on Engineering and Computer Science 1 WCECS; 2009.

[9] Chan CYJ, Mainkar MG, Narayan SK, Webster TD. **A construction of regular magic squares of odd order**. Linear Algebra and its Applications. 2014;457:293-302

[10] Kim Y, Yoo J. **An algorithm for constructing magic squares**. Discrete Applied Mathematics. 2008;156:2804-2809.

[11] Mattingly RB. **Even order regular magic squares are singular**. Amer. Math. Monthly. 2000;107:777-782.

[12] Nordgren RP. **New constructions for special magic squares.** Int. J. Pure Appl. Math. 2012;78.

[13] Jakicic V, Bouchat R. **Magic polygons and their properties**; 2018. Available:arXiv:1801.02262v1

[14] Linden, R. **Algoritmos Genéticos.** Rio de Janeiro: Brasport, 2006.

[15] Pickover CA. **The zen of magic squares, circles, and stars**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2003.

[16] Rocha J. S; Augusto D. D. **Magic Polygons and Degenerated Magic Polygons: Characterization and Properties.** Theory and Applications os Mathematical Science, Vol. 1. London: Book Publisher International, 2020. p.1-21.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Al-Biruni 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74

A lei da alavanca de Arquimedes 278

Álgebras de Jordan 102, 103

Algoritmos evolutivos 296

Aplicações 75, 76, 89, 94, 98, 134, 135, 141, 143, 153, 164, 184, 220, 226, 269, 296, 306, 307, 331, 339, 342

Aprendizagem 1, 5, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 55, 56, 57, 60, 61, 63, 70, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 99, 100, 101, 108, 111, 113, 114, 115, 120, 122, 126, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 141, 142, 159, 160, 164, 166, 169, 175, 178, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 193, 195, 197, 198, 199, 200, 202, 203, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 230, 233, 235, 237, 238, 263, 264, 265, 266, 267, 269, 270, 271, 272, 274, 275, 276, 277, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 317, 319, 320, 321, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 337, 338, 340, 341, 343, 344, 345, 346, 348, 349, 350, 352

B

BNCC 8, 91, 93, 99, 100, 134, 144, 154, 159, 162, 166, 168, 169, 214, 218, 222, 266, 269, 273, 274, 278, 279, 280

Brechó 195, 196, 197, 198, 199, 200

C

Combinatória 73, 296, 297, 351

Concepções docentes 165

Conhecimentos docentes 107

Consistência 239, 249, 252, 253, 254, 258, 259, 260, 342

Convergência 239, 249, 252, 253, 254, 256, 258, 260, 339

Convivência 18, 55, 56, 57, 59, 61, 62, 63, 64, 238

Cotidiano 12, 18, 63, 91, 118, 153, 154, 164, 184, 196, 203, 204, 206, 208, 210, 221, 225, 236, 238, 264, 265, 270, 271, 306, 312, 313, 314, 316, 317, 326, 329, 346

Covid-19 42, 43, 52, 96, 141, 266

Currículo 4, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 56, 63, 95, 107, 110, 111, 122, 123, 124, 128, 129, 131, 132, 134, 135, 142, 168, 176, 212, 213, 269, 308, 342

Currículo crítico-emancipatório 13, 14, 15, 17, 18

Curva 48, 49, 50, 51, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89

Curvatura 75, 76, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 89

D

Desarrollo analítico 42, 45, 51, 52

Dificuldades 8, 10, 108, 122, 163, 175, 181, 189, 190, 198, 222, 265, 268, 306, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 339, 348, 349, 351

Direitos de aprendizagem 13, 14, 15, 17, 20, 21, 22, 23, 24, 348

Distribution, inference 25

E

Educação a distância 135, 141, 142, 275, 312

Educação infantil 3, 165, 166, 167, 173, 175, 176, 177, 202, 203, 205, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 269, 346

Educação matemática 1, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 17, 67, 90, 93, 100, 101, 107, 108, 109, 128, 129, 132, 133, 166, 176, 185, 193, 196, 200, 226, 227, 228, 230, 231, 233, 238, 264, 275, 277, 294, 306, 310, 323, 324, 325, 330, 336, 337, 338, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 351, 352, 353, 354, 355

Eixo das Abscissas 143, 144, 146, 147, 155, 157

Ensino 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 19, 21, 22, 23, 25, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 108, 111, 112, 113, 114, 115, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 140, 141, 142, 143, 144, 154, 159, 160, 162, 163, 164, 168, 169, 170, 174, 175, 176, 178, 179, 180, 181, 183, 184, 185, 186, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 199, 200, 201, 202, 204, 205, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 216, 217, 218, 221, 222, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 237, 238, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 283, 293, 294, 295, 305, 306, 307, 308, 310, 314, 315, 318, 319, 321, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 343, 344, 345, 346, 349, 350, 351, 352, 353, 355

Ensino de matemática 1, 7, 10, 92, 95, 121, 124, 195, 201, 209, 217, 222, 224, 228, 229, 230, 231, 234, 278, 305, 308, 310, 319, 327, 328, 330, 336, 337, 343, 353

Ensino médio 8, 58, 98, 134, 142, 143, 154, 159, 162, 164, 178, 179, 180, 186, 192, 193, 195, 196, 197, 200, 210, 221, 222, 224, 226, 227, 263, 265, 266, 269, 270, 271, 273, 274, 275, 276, 278, 279, 280, 281, 283, 293, 294, 295, 346, 349, 353

Estabilidade 239, 240, 242, 245, 248, 249, 250, 252, 253, 254, 258, 259, 260

Estratégias didáticas 305

Expectation 25, 30, 31, 33, 34, 36, 37, 38, 40

F

Feedback automático 133, 134, 136, 141

Filosofia 74, 94, 112, 122, 200, 228, 229, 230, 231, 232, 236, 237, 238, 355

Formação de professores 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 21, 23, 107, 108, 110, 111, 112, 114, 115, 118, 126, 127, 128, 129, 130, 132, 225, 268, 277, 310, 312, 315, 316, 343, 353, 354, 355

Formação docente 7, 13, 18, 22, 23, 115, 131, 132, 165, 175, 268, 277

Formação para o trabalho 312, 321

Função afim 90, 96, 97, 98, 99, 100

Funções polinomiais de 2º grau 143, 144, 152, 154, 158, 163

G

Geogebra 42, 43, 44, 45, 46, 48, 51, 52, 53, 54, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 87, 88, 89, 90, 134, 293, 294, 345

Geogebra 3D 87, 88

Geometria 73, 75, 76, 81, 89, 91, 126, 133, 134, 135, 144, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 183, 184, 185, 192, 193, 194, 211, 212, 214, 215, 278, 279, 280, 285, 294, 340

Geometria plana 178, 179, 180, 183, 185, 192, 193, 278, 279

Graduações 102, 104, 331

H

Hélice 75, 76, 86, 87, 88, 89

História da matemática 65, 66, 67, 73, 74, 234

I

Identidades polinomiais 102, 103, 104, 105, 331, 332, 333, 334

J

Jogos 170, 201, 204, 205, 206, 208, 209, 214, 228, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 343, 345, 350, 352

John Dewey 159, 228, 229, 236, 238

L

Leveque 250, 261

Lúdico 114, 132, 202, 203, 205, 208, 209, 213, 234, 236, 238, 272, 276, 278

M

Matemática 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 21, 22, 24, 42, 44, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 59, 64, 65, 66, 67, 70, 73, 74, 75, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 98, 99, 100, 101, 102, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 141, 142, 143, 144, 153, 154, 158, 161, 164, 166, 169, 170, 172, 175, 176, 179, 180, 181, 184, 185, 186, 189, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 200, 201, 202, 205, 209, 210, 211, 212, 213, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 237, 238, 239, 249, 263, 264, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 285, 293, 294, 295, 305, 306, 307, 308, 310, 312, 313, 314, 315, 316, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355

Matemática financeira 196, 197, 198, 200, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 224, 225, 226, 227, 263, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 277

Matemática Islâmica 65, 66

Metodologia 1, 6, 7, 10, 67, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 97, 99, 109, 113, 116, 121, 136, 141, 159, 160, 176, 178, 179, 180, 181, 185, 193, 195, 198, 208, 231, 238, 271, 300, 305, 308, 325, 326, 328, 338, 340, 349, 351

Múltiplas tentativas 133, 136

N

Norma-2 239, 245, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260

Novas tecnologias 133, 272, 273, 275, 277, 312

O

O princípio de Cavalieri 278, 281, 283, 289

P

Planejamento 100, 126, 161, 165, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 196, 210, 216, 217, 218, 222, 225, 238, 269, 279, 280, 337, 338, 339, 343, 344, 347, 348, 349, 350, 351

Plano cartesiano 143, 144, 153, 157, 340

Podcast 263, 264, 265, 266, 267, 268, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277

Polígonos mágicos 296, 297, 300, 301, 303

Polígonos mágicos degenerados 296, 297

Políticas públicas 8, 9, 10, 18, 21, 315, 316

Pragmatismo 228, 229, 230

R

Resolução de problemas 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 99, 100, 101, 121, 174, 175, 178, 179, 180, 181, 184, 185, 186, 188, 192, 193, 224, 234, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 327, 328, 340, 350

S

Sampling 25, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39

Simulated annealing 296, 299, 300, 302, 303

Software geogebra 42, 52, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 87, 88, 90

Statistical investigation processes 25

Statistics education 25, 26, 28, 30, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 41

T

Territórios virtuais 312, 313, 314

V

Variability 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 38

Variáveis 96, 102, 103, 135, 143, 144, 146, 152, 153, 185, 209, 216, 217, 218, 301, 303

Vértices da função 143

Visualización gráfica 42, 43, 46, 47, 48, 49, 50, 51

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2

Atena Editora
Ano 2022

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática 2

Atena Editora
Ano 2022