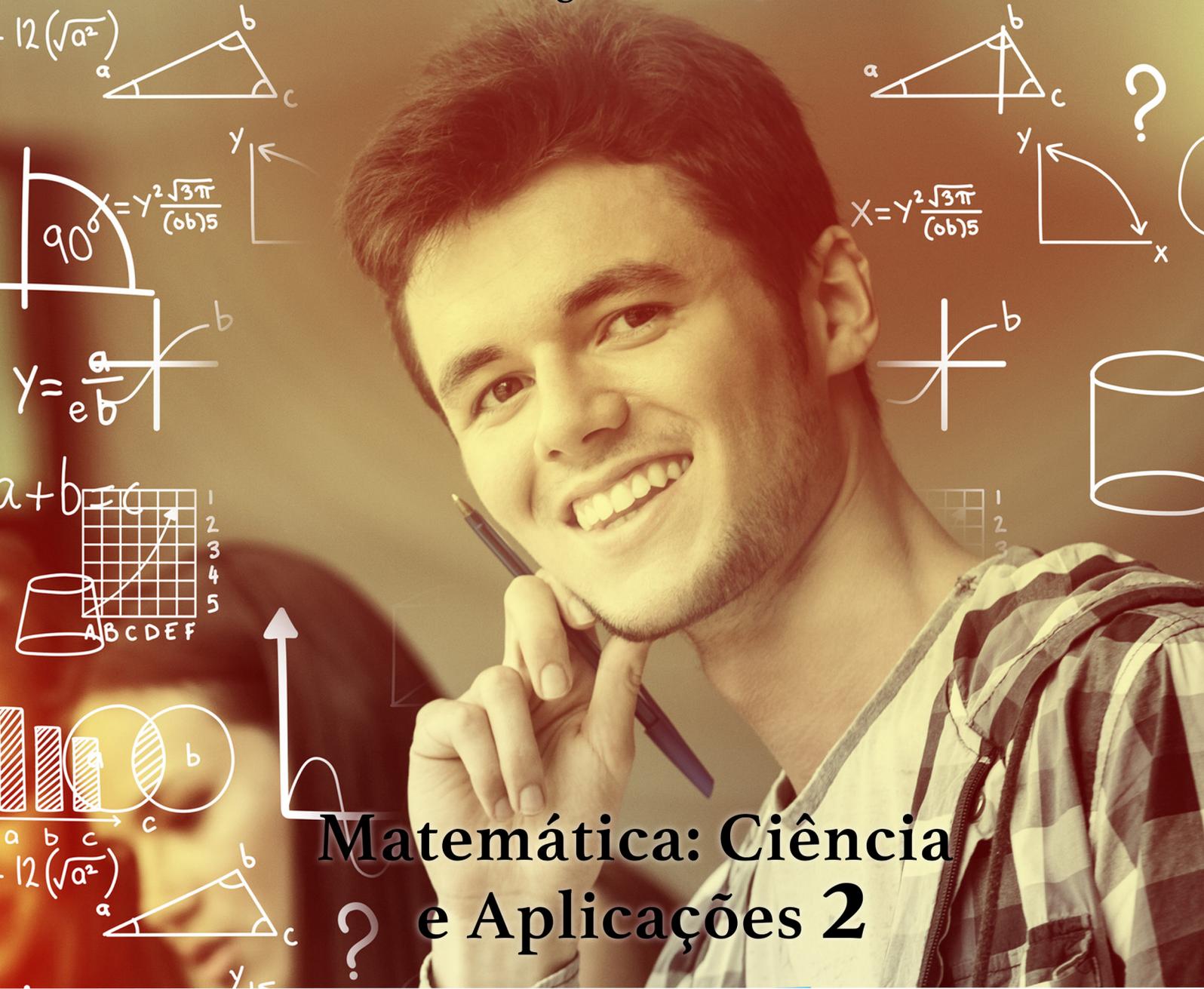
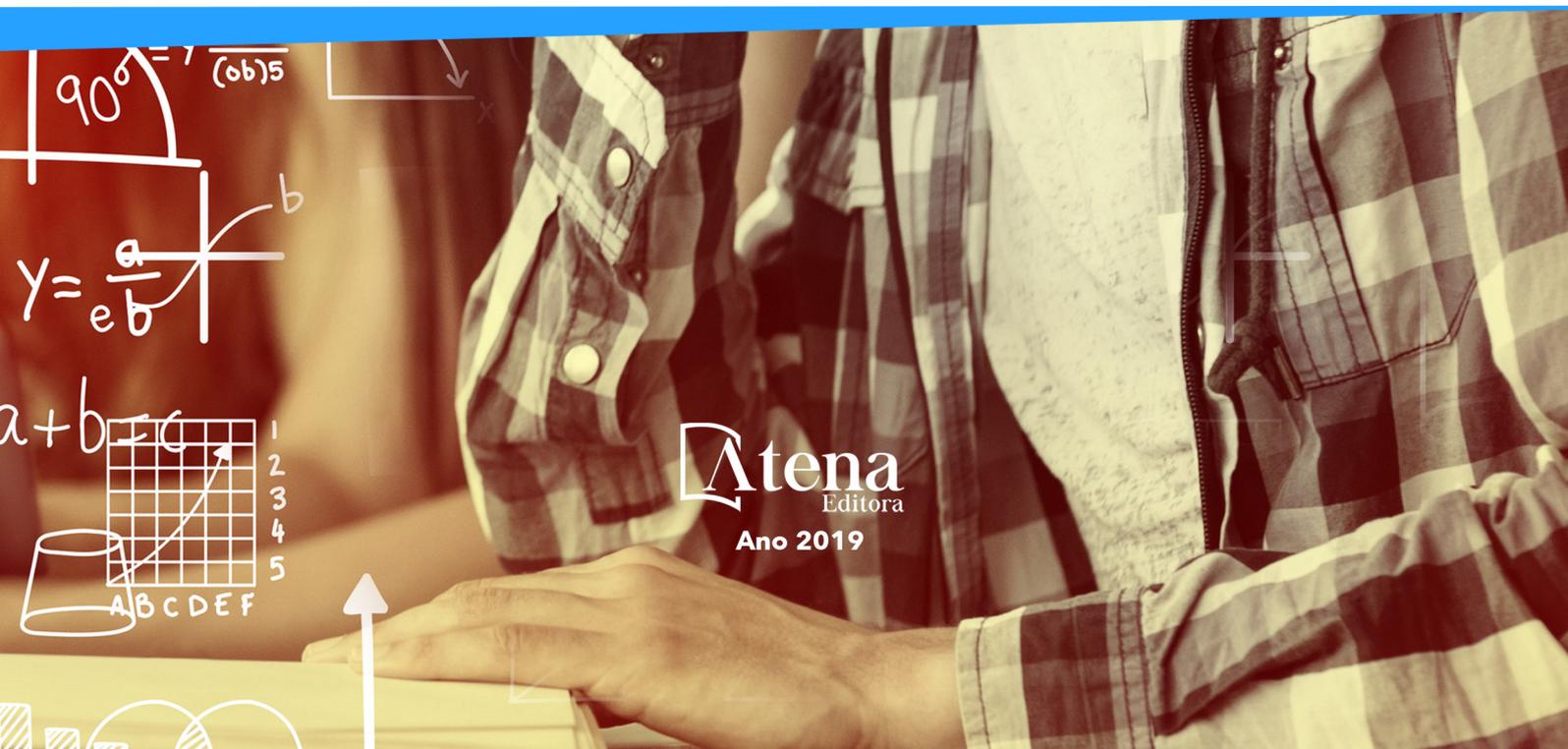


Annaly Schewtschik
(Organizadora)



Matemática: Ciência e Aplicações 2



Atena
Editora
Ano 2019

Annaly Schewtschik
(Organizadora)

Matemática: Ciência e Aplicações

2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves

Revisão: Os autores

Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática: ciência e aplicações 2 [recurso eletrônico] /
Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa (PR): Atena
Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 2)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia.

ISBN 978-85-7247-122-0

DOI 10.22533/at.ed.220191402

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática
– Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de
responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos
autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “Matemática: ciências e aplicações” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora publicado em três volumes. O Volume II, em seus 22 capítulos, apresenta resultados de pesquisas que trazem estudos frente aos objetos matemáticos trabalhados tanto na Educação Básica, incluindo a EJA, como no Ensino Superior.

Os trabalhos evidenciam os estudos sobre conceitos e aplicações dos objetos da matemática no contexto da Educação Brasileira, contemplando aspectos da aprendizagem dos alunos, incluindo alunos com deficiências.

Revelam também os aspectos históricos que contribuíram para a formação dos conceitos dos objetos matemáticos e a análises destes objetos segundo seus idealizadores. Apresentam como os objetos matemáticos são contemplados em livros didáticos e fazem reflexões em torno da resolução de problemas que envolvem diferentes objetos matemáticos, incluindo conceito de letramento, enquanto prática social, nos diferentes campos da matemática.

A Matemática como Ciência é pensada nos trabalhos que enfocam os objetos matemáticos no contexto de aprendizagem, e como aplicações do conhecimento matemático na resolução de problemas tanto na Educação Básica como no Ensino Superior, incluindo as Engenharias.

A Educação Matemática é revelada nas análises referente as práticas de sala de aula – contanto com discussões inclusivas, tanto na Educação Básica como na Educação Superior.

Este Volume II é dedicado aos matemáticos, aos professores de matemática e pedagogos que ensinam matemática, a fim de compreenderem os aspectos do conhecimento matemático e do ensino e da aprendizagem dos objetos matemáticos âmbito da educação matemática.

Annaly Schewtschik

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
COMPREENDENDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO PARA O ENSINO DE NÚMEROS NA ESCOLA BÁSICA	
<i>Weslei Lima de Figueiredo</i> <i>Samira Zaidan</i>	
DOI 10.22533/at.ed.2201914021	
CAPÍTULO 2	18
PRÁTICA DOS PROFESSORES DA RESERVA EXTRATIVISTA CHICO MENDES, SOBRE O CONCEITO DE NÚMERO	
<i>Vânia Regina Rodrigues da Silva</i> <i>Itamar Miranda da Silva</i> <i>Joseane Gabriela Almeida Mezerhane Correia</i> <i>Danise Regina Rodrigues da Silva</i>	
DOI 10.22533/at.ed.2201914022	
CAPÍTULO 3	30
NEGOCIANDO CONCEITOS SOBRE MEDIDAS DE COMPRIMENTO NAS TAREFAS DE MATEMÁTICA DE ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<i>Érika D'Ávila de Sá Rocha</i> <i>Jônata Ferreira de Moura</i>	
DOI 10.22533/at.ed.2201914023	
CAPÍTULO 4	41
UM ESTUDO PRELIMINAR DO MANUSCRITO MS. 189 DEDICADO À “ARITMÉTICA PRIMÁRIA” DE CHARLES SANDERS PEIRCE	
<i>Alexandre Souza de Oliveira</i> <i>Fumikazu Saito</i>	
DOI 10.22533/at.ed.2201914024	
CAPÍTULO 5	52
A TABUADA NAS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS DO SÉCULO XX NO RIO GRANDE DO SUL	
<i>Malcus Cassiano Kuhn</i>	
DOI 10.22533/at.ed.2201914025	
CAPÍTULO 6	69
CAMPO MULTIPLICATIVO: DIAGNÓSTICO COM ESTUDANTES DO SEXTO ANO	
<i>Janine Oliveira Mello</i> <i>Gabriela dos Santos Barbosa</i>	
DOI 10.22533/at.ed.2201914026	
CAPÍTULO 7	86
ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: O TIPO DE SITUAÇÃO-PROBLEMA QUE O PROFESSOR DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ELABORA	
<i>Emília Isabel Rabelo de Souza</i> <i>Sandra Maria Pinto Magina</i>	
DOI 10.22533/at.ed.2201914027	

CAPÍTULO 8 97

"OS PREÇOS ESTÃO NA HORA DA MORTE" - TEMA GERADOR NO ENSINO DE FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Hosana Silva de Santana

Mirtes Ribeiro de Lira

DOI 10.22533/at.ed.2201914028

CAPÍTULO 9 108

RESSONÂNCIAS DO APRENDER, SEGUNDO DELEUZE, EM UM FAZER DOCENTE: EXPLORANDO O CONCEITO DE FRAÇÃO EM TURMAS DO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Wagner Rodrigues da Silva

DOI 10.22533/at.ed.2201914029

CAPÍTULO 10 119

LETRAMENTO ESTATÍSTICO POR MEIO DE PROJETOS: UM ESTUDO DE CASO

Cassio Cristiano Giordano

DOI 10.22533/at.ed.22019140210

CAPÍTULO 11 131

ADAPTAÇÃO DA TEORIA DE VAN HIELE PARA O TÓPICO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Eduarda de Jesus Cardoso

Lilian Nasser

DOI 10.22533/at.ed.22019140211

CAPÍTULO 12 142

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA INCLUSIVA: ESTRATÉGIAS EM BUSCA DA APRENDIZAGEM DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA INTELECTUAL NO ENSINO MÉDIO

Elcio Pasolini Milli

Cátia Aparecida Palmeira

DOI 10.22533/at.ed.22019140212

CAPÍTULO 13 154

APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: REFLEXÕES SOBRE SEU ENSINO A PARTIR DE ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS

Francisco José Brabo Bezerra

Francisco Erivaldo Rodrigues Gomes

Caroline Miranda Pereira Lima

DOI 10.22533/at.ed.22019140213

CAPÍTULO 14 167

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE PRODUTOS NOTÁVEIS: EM EUCLIDES E NOS DIAS ATUAIS

Larissa Corrêa

Ana Carolina Lopes de Melo

Claudete Cargnin

Silvia Teresinha Frizzarini

DOI 10.22533/at.ed.22019140214

CAPÍTULO 15 177

RESOLUÇÃO DE ATIVIDADE COM FUNÇÃO LOGARÍTMICA POR ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO: A ENUNCIÇÃO E A AJUDA NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

Walter Aparecido Borges
Maria Helena Palma de Oliveira

DOI 10.22533/at.ed.22019140215

CAPÍTULO 16 188

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA PARA INTRODUIR IDEIA DE FUNÇÃO NA EJA: DO RASCUNHO AO CONVENCIMENTO

Ana Paula Gonçalves Pita

DOI 10.22533/at.ed.22019140216

CAPÍTULO 17 199

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DE FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Jessica da Silva Miranda
Felipe Antonio Moura Miranda
Maurício de Moraes Fontes

DOI 10.22533/at.ed.22019140217

CAPÍTULO 18 209

O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E O CONTEÚDO SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES: UMA ANÁLISE DO LIVRO DE MATEMÁTICA-CURSO MODERNO 2ª SÉRIE, SANGIORGI (1966)

Célio Moacir dos Santos

DOI 10.22533/at.ed.22019140218

CAPÍTULO 19 218

A (NÃO) EXISTÊNCIA DO LIMITE DE UMA FUNÇÃO: UMA ANÁLISE SOBRE AS IMAGENS CONCEITUAIS DE ESTUDANTES EM UM CURSO DE CÁLCULO

Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias
João Cláudio Brandemberg

DOI 10.22533/at.ed.22019140219

CAPÍTULO 20 230

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VETOR POR ESTUDANTES DE ENGENHARIA – ANÁLISE DE REGISTROS

Viviane Roncaglio
Cátia Maria Nehring

DOI 10.22533/at.ed.22019140220

CAPÍTULO 21 243

AS CONTRIBUIÇÕES DA VISUALIZAÇÃO NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES DERIVADAS EM CÁLCULO I

Frederico da Silva Reis
José Cirqueira Martins Júnior

DOI 10.22533/at.ed.22019140221

CAPÍTULO 22	254
UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA NO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA <i>Rafaela Regina Fabro</i>	
DOI 10.22533/at.ed.22019140222	
SOBRE A ORGANIZADORA	265

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA PARA INTRODUIR IDEIA DE FUNÇÃO NA EJA: DO RASCUNHO AO CONVENCIMENTO

Ana Paula Gonçalves Pita

Doutoranda da Universidade Estadual Paulista –
Educação Matemática
São Vicente – São Paulo

RESUMO: Esse artigo tem como objetivo analisar o ensino e a aprendizagem por meio da resolução de situações-problema para a introdução do conceito de função na Educação de Jovens e Adultos – 9º ano de escolaridade, ensino fundamental. Para tanto, propomos um instrumento que chamamos de ficha de trabalho que foi elaborada a partir da proposta de Mason, Burton e Stacey com as fases de entrada, ataque e revisão. Portanto, a partir de situações-problemas criadas com temas pertencentes às realidades dos alunos, criamos um ambiente de troca de experiências a fim de que fossem capazes de estabelecer concepções algébricas chegando a conceitos formais sobre função e, assim, aplicarem esses conhecimentos na algoritmização de problemas escolares e de suas vidas.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de problemas; Função; Educação de Jovens e Adultos.

ABSTRACT: This article aims to analyze teaching and learning through the resolution of problem situations for the introduction of the concept of function in the Education of Young

and Adults - 9th year of schooling, elementary school. To do so, we propose an instrument that we call a worksheet that was elaborated from the proposal of Mason, Burton and Stacey with the phases of entry, attack and revision. Therefore, from situations-problems created with themes belonging to the realities of the students, we create an environment of exchange of experiences in order that they were able to establish algebraic conceptions arriving at formal concepts about function and, thus, to apply that knowledge in the algorithmization of school problems and their lives.

KEYWORDS: Problem solving; Function; Youth and Adult Education.

1 | INTRODUÇÃO

Em nossa experiência docente, principalmente com jovens e adultos das séries finais do Ensino Fundamental, pudemos verificar que alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) apresentam grandes dificuldades ao estudar conteúdos matemáticos que são abordados sem referência a aplicações da vida cotidiana deles. Além disso, presenciamos dificuldades de interpretação de enunciados e de transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática, o que, a nosso ver,

compromete a utilização de uma metodologia de resolução de problemas.

Pesquisas como as de Ferreira (2011) e Fonseca (2012) relatam que o uso da resolução de problemas pode ser um fator motivador para esse público, pois os processos de ensino e de aprendizagem tornam-se mais dinâmicos e com momentos mais indutivos e experimentais, levando os alunos a conjecturas importantes para a construção de conceitos matemáticos, no nosso caso, da ideia de função.

Nossa escolha pelo tema funções se dá pela aplicabilidade desse conceito, que pode ser usado não somente em diversas situações cotidianas, mas também em outras áreas de conhecimento. Além disso, é um conteúdo que perpassa vários anos da escola básica e do ensino superior, e que é fonte de dificuldades de aprendizagem (por exemplo, LEÃO; BISOGNIN, 2009 e LEAL, 1990). Acreditamos, que a resolução de situações-problema com a ficha de trabalho elaborada por Mason, Burton e Stacey (1982) pode colaborar com o desenvolvimento de habilidades na construção da ideia de função por meio da transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática.

Diante disso, nosso trabalho de pesquisa, que ainda está sendo desenvolvido, tem como objetivo principal analisar se as conjecturas que emergem do pensamento narrativo (ou nas narrativas) podem conduzir ao pensamento paradigmático por parte de alunos de séries finais do Ensino Fundamental na modalidade EJA. Entretanto, para o presente artigo nosso objetivo é apresentar os resultados parciais da análise de dados e levantamos a seguinte questão: “Na EJA, a resolução de situações-problema com a ficha de trabalho trazendo as fases de entrada, de ataque e de revisão pode estimular o pensamento algébrico e orientar a construção da ideia de função?”.

A pesquisa em questão está sendo desenvolvida em uma escola pública do município de São Vicente, litoral do estado de São Paulo, inserida numa comunidade carente, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental na modalidade EJA. Os sujeitos participantes da pesquisa foram convidados a fazer parte deste trabalho no qual trouxeram temas pertinentes às suas vidas para a formulação de situações-problemas e resolveram com a ficha de trabalho com as seguintes etapas: *Rascunho, Resolução, Revisão e Convencimento*. Estas etapas da ficha foram elaboradas a partir das ideias sobre resolução de problemas de Mason, Burton e Stacey (1982) e adaptada de Cybis (2014).

2 | A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MEIO DE TRÊS FASES

De acordo com Mason, Burton e Stacey (1982), o raciocínio matemático por meio da resolução de problemas estabelece uma compreensão mais profunda de conteúdos, é o resgate e a mobilização de conhecimentos para se chegar à resolução de um problema com sucesso.

Esses autores apresentam um método de como “atacar” problemas e aprender a partir de experiências, tentando resolvê-los. Para os autores, o que é primordial são os

processos em detrimento de soluções padronizadas. Na metodologia apresentada por eles, são estabelecidas três fases: *Entrada*; *Ataque*; e *Revisão*. A passagem de uma fase para a outra corresponde a uma mudança de sentimentos sobre a questão que se resolve, e de reflexões do processo de resolução do problema.

A *Entrada* começa quando nos deparamos com uma questão. Geralmente, uma opção adequada seria sintetizar os detalhes do problema, isto é, uma sugere-se ler, reler e escrever os principais dados da questão e a ideia central. A estrutura de trabalho na fase de *Entrada* está baseada em três questões: “1) o que eu sei? 2) o que eu quero? e 3) o que eu posso introduzir?” (MASON; BURTON; STACEY, 1982, p.29, tradução nossa). Segundo Mason, Burton e Stacey (1982) é importante a incorporação das três questões em rascunhos feitos para resolver o problema, porém a sequência na qual elas são respondidas não é importante porque elas estão extremamente ligadas.

A fase de *Ataque* é aquela em que nos apossamos do problema, e iniciamos o raciocínio para resolvê-lo. Esta fase é completada quando o problema é abandonado ou resolvido. Durante o *Ataque*, diversos caminhos podem ser tomados e diferentes planos podem ser formulados e experimentados.

Na fase da *Revisão*, checa-se o que aconteceu de forma a aprimorar e ampliar as habilidades mentais para resolver a situação problema, e para tentar ajustar a resolução num contexto mais geral. No entanto, isso envolve duas coisas: reler, deste modo devemos fazer uma checagem no que já foi feito; e refletir sobre os principais fatos, e assim aprofundar o processo e os resultados para um contexto mais amplo, e prosseguir.

Para Mason, Burton e Stacey (1982) essas três fases dão subsídios para a discussão da solução de um problema e o sucesso com as questões.

Cybis (2014) elaborou uma ficha de trabalho para a resolução de problemas multiplicativos por alunos de 5º ano do Ensino Fundamental, de forma a possibilitar a passagem por estas fases. Em nossa pesquisa, adaptamos esta ficha, para incentivar os alunos da EJA a escrever ideias iniciais, atacar o problema e revisar a resolução de problemas sobre função (Figura 1). A ficha da autora está dividida em cinco partes, de acordo com as ideias de Mason, Burton e Stacey (1982), são elas: o Problema, a Rubrica, a Estratégia, a Resposta e o Convencimento. Em nossa ficha, não utilizamos a parte do Problema, pois optamos por entregá-lo aos alunos numa folha a parte. Adaptamos a parte de *Rubrica*, espaço destinado às primeiras anotações, chamando-a de *Rascunhos*, por acreditarmos tratar-se de uma palavra mais usual e de fácil entendimento pelos participantes de nossa pesquisa. A Estratégia, destinada aos registros das representações e esquemas, foi substituída simplesmente pela etapa da *Resolução*, porém tendo o mesmo propósito. A *Resposta*, inicialmente criada para que os alunos tragam uma resposta condizente com o problema, foi substituída pela etapa da *Revisão*, com a pretensão de que os alunos participantes mobilizassem seus saberes e experiências adquiridos nas discussões com os colegas durante a resolução ou, até mesmo, com fatos de seu dia a dia, e voltem aos *Rascunhos* para averiguar

se os conceitos matemáticos utilizados foram adequados àquele tipo de situação-problema, e se os procedimentos foram favoráveis para a resolução. Finalmente, o *Convencimento*, comum às duas pesquisas, é etapa de grande importância, pois entendemos que é neste momento que os alunos podem justificar as resoluções feitas e descrever argumentos que convençam a si próprio e aos colegas de que a resolução é válida e resultou em uma solução correta. A ficha traz uma breve explicação de cada uma das partes, para conduzir os alunos pelo documento.

Durante o desenvolvimento destas fases, esperamos que os alunos estimulem seus pensamentos algébricos e construam a ideia de função. Por pensamento algébrico, entendemos a capacidade de lidar com o cálculo algébrico, com as estruturas matemáticas e saber aplicar tais conhecimentos na interpretação e na resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (VELOSO, 2012).

Ficha de resolução de situações problema	
Identificação do aluno:	
Rascunhos: coloque todas as primeiras impressões que teve sobre a situação acima (o que sabe/o que você quer)	
Resolução: (a partir dos seus rascunhos acima inicie a resolução)	
Revisão: (certificação)	
Convencimento: (argumentação)	
Autorização: aceito que minha resolução fique exposta no mural da classe. Assinado:	

Tabela 1 - Ficha de resolução de problemas - adaptada de Cylis (2014).

Figura 1 - Ficha de trabalho para a resolução de uma situação-problema.

3 | PROCEDIMENTOS PARA A COLETA DE DADOS

Para a coleta de dados de nossa pesquisa, elaboramos situações-problema envolvendo o conceito de função e situações cotidianas. Estes problemas foram resolvidos por meio da Ficha que elaboramos, para que seja possível seguir as etapas de resolução de problemas de Mason, Burton e Stacey (1982). Esta ficha contém quatro passos: *Rascunhos*, *Generalização*, *Conjecturas* e *Convencimento*, para que o aluno possa refletir sobre o problema e passar pelas fases de Entrada, Ataque e Revisão.

Com a análise dos dados coletados, intencionamos verificar se “Na EJA, a resolução de situações-problema com a ficha de trabalho trazendo as fases de entrada, de ataque e de revisão pode estimular o pensamento algébrico e orientar a construção da ideia de função?”

Tivemos quatro encontros com os participantes da pesquisa. No primeiro encontro, foi aplicado um mapa conceitual com os alunos, a partir das cinco fases explicitadas em (Lima, 2007) – tempestade de ideias, categorização, denominação, organograma e elaboração de texto, finalizamos o primeiro encontro pedindo que para o próximo trouxessem um tema para ser discutido.

No segundo encontro, cada aluno fez uma breve exposição dos temas de interesse, e o porquê da escolha de tal assunto. Em seguida, houve a eleição de quais temas seriam pertinentes a todos. Chegaram ao consenso que os temas seriam: “Contas de consumo, as faixas da conta de água”, “O que é ser Gari?” e “O Lixo”. Congregamos os dois temas “O que é ser Gari?” e “O Lixo” que passamos a tratar por “Reciclagem”, pelo motivo de que por meio do debate os sujeitos elegeram ser mais pertinente o tema reciclagem para todos, justificando-se pelo transtorno que os moradores da cidade estão passando com falta de coleta de lixo periódica e a ausência de uma área de transbordo. O outro tema gerador de um intenso debate foi a conta de água, que, segundo colocado pelo participante que trouxe a sugestão e usando as palavras dele, “*As faixas de consumo de água é um bolo que não se sabe a receita, não entendemos nada*”. Por este motivo, ficou decidido que concentraríamos o assunto nas contas de água e suas faixas de consumo, passando a denominar este tema por “Conta de água”.

As situações-problema sobre Reciclagem e as Contas de água foram elaboradas pela pesquisadora. Ao elaborarmos as situações-problema levamos em consideração quais raciocínios poderiam surgir, como resolveriam as situações de forma que alcançassem os objetivos, quais os relacionamentos matemáticos fariam e quais os conhecimentos prévios seriam ativados (Figura 2). Para este artigo mencionaremos as resoluções da situação sobre o consumo de água.

Nas contas de água, é cobrado o fornecimento de água e de esgoto, com o valor consumido de água sendo cobrado em dobro. Vamos observar nossas contas de água. Após a observação, em grupo, respondam as seguintes perguntas:

- Qual o valor, em m^3 , cobrado em sua conta?
- Existem diferentes faixas de tarifação?
- Está sendo cobrada somente a água?
- Como se calcula o valor a pagar?
- O valor cobrado está dependendo do que?
- O que está variando?

Diante das informações colhidas por meio das questões acima, analise e responda a situação-problema abaixo utilizando a ficha de resolução de problemas:

Uma casa tem uma caixa de água de $1.000 m^3$. Nessa residência, são consumidos $5,5 m^3$ de água por semana. Mantendo esse consumo diário, quanto será gasto em um mês? Em que faixa e como ficará definido o valor a pagar? (considere o mês de quatro semanas)

Figura 2 - Situação-problema sobre a conta de consumo da água.

Dessa maneira, as questões foram propostas com os objetivos de conduzir, por meio de um tema pertinente às suas vidas, o entendimento de que há uma relação de dependência entre os valores, por exemplo, na questão sobre a conta de água, valores a pagar x consumo. E, ainda, que os indivíduos compreendessem, intuitivamente, que uma função transforma um número em outro a partir de uma relação de dependência entre as variáveis. Que haja um análise de que há um conjunto de partida e um conjunto de chegada e que cada conjunto corresponde a um único elemento. E por último que interpretem o comportamento de uma função, por meio de uma linguagem comum e que relacione de alguma forma um momento de suas vidas os de sua comunidade.

4 | ANÁLISE DAS FICHAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Vamos analisar as contribuições da ficha de trabalho para a resolução da situação-problema verificando cada passo. Para tanto iniciaremos com o *Rascunho*. Nesta etapa da resolução pedimos para que os sujeitos lessem individualmente, depois com o grupo, discutissem e anotassem suas primeiras impressões da situação no campo *Rascunho*.

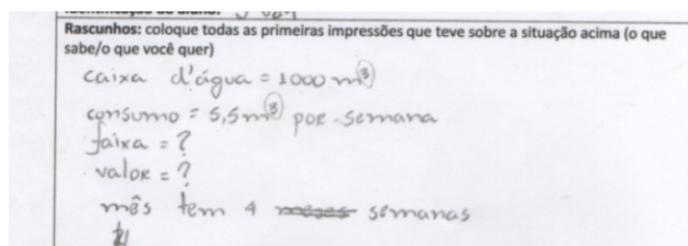


Figura 3 - Rascunho de um grupo de alunos.

Entendemos que é nesse momento que o indivíduo passa a fazer suas principais anotações das informações pertinentes para o início das suas conjecturas para a resolução. Assim sendo, esta etapa é importante para o aluno livrar-se da “brancura do papel”, como também sugerido por Mason, Burton e Stacey (1982) o que dá uma sensação de início da resolução, e passando a “entrar na história” da situação-problema, e até mesmo fazer ligações com coisas ou fatos de seus cotidianos. Como para os autores a fase de *Entrada* prepara o aluno para um *Ataque* efetivo, e é essencial que os indivíduos gastem tempo nela. Desta forma, deixamos os alunos a vontade para discutir, tirar suas conclusões e fazer suas anotações (Figura 4).

Carlos – Temos aqui um campo dizendo Rascunhos! (Leram as instruções)

Joana – Então aqui temos que colocar os primeiros dados do problema?

André – Sim. Aqui está escrito para colocar: “o que sabe” e “o que quer”, então no caso o que ele está dando para a gente aí?

Joana – O limite da caixa d’água, que é o consumo de 1000 m³.

André – Não! Não é consumo é só o limite. O consumo é de 5,5 m³ por semana. E também fala que o mês tem quatro semanas. Não sabemos a faixa do consumo.

Carlos – Como vamos saber? Porque depende desta faixa de consumo! Também não sabemos o valor.

Joana – Mas... tem como saber.

André – Como? Nas contas de água já temos os valores e as faixas. Já vem pronto!

Joana – Mas de alguma forma é feito uma conta matemática. Entendo que depende do m³ consumido.

Figura 4 - Conversa sobre o campo Rascunho de um grupo.

Após o passo *Rascunho*, verificamos que os alunos absorveram a questão e tornaram-se parte dela. Passando para o segundo passo: a *Resolução*.

Resolução: (a partir dos seus rascunhos acima inicie a resolução)

$$\begin{array}{r} 5,5 \\ \times 4 \\ \hline 22,0 \end{array} \text{ m}^3 \text{ por mês} \quad 3^{\text{a}} \text{ faixa}$$

mínima + 10 vezes 2,50 + 2 vezes 3,31 =
 17,91 + 25,00 + 6,62 = 49,53

Como também é cobrado esgoto multiplicamos por 2 = 99,06

Figura 5 - Resolução de uma situação-problema.

O início da *Resolução* é o levantamento de conjecturas. O aluno começa a pensar e levantar suposições de como resolver um problema, e, a partir disso, criar argumentos válidos para que se justifique a resolução. De acordo com Mason, Burton e Stacey (1982) é nesse momento que os sujeitos criam argumentos válidos para que se justifique a resolução, sendo que as conjecturas são essenciais para o pensamento matemático.

Joana – Bom vamos para esta linha abaixo: a Resolução. No caso como ficaria?

André – Seria uma conta, pra começar, de multiplicação, né! Você entendeu? No caso 4 semanas vezes 5,5. Vamos fazer isso aí, né?

Joana – Deu $22,0 \text{ m}^3$ por mês. E agora?

Carlos – Vamos, de acordo, com as faixas da conta de água. Olha aqui, na conta de água isso seria cobrado na terceira faixa. Não, não!!! É por faixas.

Joana – Sim, teríamos que calcular o mínimo, primeira faixa. E depois os outros.

Carlos – Já sei, até 10m^3 , é o mínimo. Depois, mais 10m^3 , na segunda faixa e por último 2m^3 na terceira faixa.

André – Então o valor consumido ficou dividido em três faixas. Você percebeu que o que pagamos depende destes valores por faixas?

Carlos – Lembra, da dinâmica? Isso deve ser uma lei de formação!!! (Risos) Então vamos para frente, seguindo... Olha isso, na minha conta o consumo é de 19m^3 . Fiquei na segunda faixa.

André – Engraçado, esses valores estão uns dependendo dos outros. Porque pensando no quando estamos na terceira faixa os valores vão somando com os de cima. Então as faixas estão separadas, mas estão juntas! Estou surpresa! (Risos)

Joana – Pelo que entendi, esses valores dependem do consumo, porém também dependem das faixas acima. Assim, até 10m^3 multiplicamos pelo primeiro valor. Depois, de 11 até 20, pelo segundo valor...

André – Mas não desprezamos os valores, temos que ir somando...você percebeu que as faixas estão separadas, mas estão juntas no final?

Joana – É verdade! Vamos voltar ao problema. Já fizemos os Rascunhos. A partir dos Rascunhos montamos as contas. Achamos aqui o valor. Bom, somamos: R\$ 17, 91 (o mínimo), mais R\$ 2,50 vezes 10, vai dar 25 reais.

Carlos – Falta mais 2m^3 vezes a terceira faixa. Mais 6,62.

Joana – Dá um total de 49 reais e 53 centavos. Como também é cobrado esgoto, esse valor dobra. Isso é convincente? (Risos). Porque as pessoas podem não estarem convencidas disso.

Figura 6 - Discussão sobre o campo Resolução.

Observamos que as conjecturas emergiram a partir do momento em que os indivíduos começaram a pensar e levantar suposições de como resolver um problema, criando argumentos válidos para que se justificassem a resolução. Considerando as respostas da Figura 5 e da Figura 6, houve uma observação de que a água é cobrada por faixas. É uma primeira apreensão de uma função definida por várias sentenças, mesmo que intuitivamente. As conjecturas são essenciais para o pensamento matemático e estabelecem experiências em se levantar suposições e convencimentos.

Na próxima etapa da ficha os educandos passaram a fazer suas revisões para a verificação de algo errado ou mesmo a ampliação de suas respostas.

Revisão: (certificação)

- Confezimos os valores das faixas - OK
- Confezimos a multiplicação - OK
- Acho que também pode ser multiplicado por 2 conforme fosse multiplicando as faixas

$2 \times 17,91 = 35,82$ (até 10 de consumo) }
 $2 \times 10 \times 2,50 = 50,00$ (entre 11 e 20) } 99,06
 $2 \times 2 \times 3,31 = 13,24$ (entre 21 e 30) }

Convencimento: (argumentação)

Figura 7 - Revisão da situação-problema.

De acordo com Mason, Burton e Stacey (1982), quando os sujeitos alcançam uma resolução satisfatória, é essencial rever o trabalho. Analisando a solução dada ao problema, de forma a aprimorar e ampliar as habilidades mentais para resolvê-

lo, e para tentar ajustar a resolução. Para os autores, é neste momento que os alunos envolvidos de um sentimento de liberdade, valorizam as pequenas coisas como: tentativas e erros, dúvidas e porquês.

Joana – Vocês viram que tem uma revisão? Vamos então para a revisão...(pausa) Tá, pegamos os valores dados no problema, multiplicamos de acordo com as taxas da nossa conta...(pausa)...percebemos que o valor a pagar depende do quanto consumimos...a conta está correta? Vamos fazer outra vez?

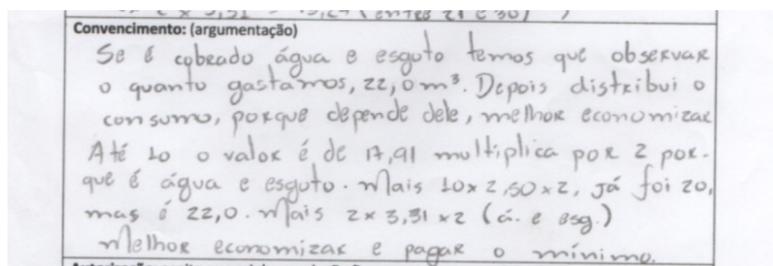
Carlos – Que engraçado! (Risos) Essa revisão! Agora tudo ok! Acho que tenho que sempre fazer revisão nas atividades que faço, porque sempre esqueço alguma coisa, fico afobada para terminar rápido.

André – Sim. É para ver se não esquecemos alguma conta ou de algum dado importante. Então vamos lá!

Carlos – Então, agora, temos que ter um bom argumento para convencê-las do que pensamos está correto.

Figura 8 - Conversa sobre o campo *Revisão*.

Constatamos na análise desta etapa de *Revisão*, que os alunos conferiram suas operações e seus dados e ampliaram suas respostas. Para a última etapa da ficha, *Convencimento*, os alunos se colocaram da seguinte forma:



Convencimento: (argumentação)

Se é cobrado água e esgoto temos que observar o quanto gastamos, 22,0 m³. Depois distribui o consumo, porque depende dele, melhor economizar. Até lá o valor é de 17,91 multiplica por 2 por que é água e esgoto. Mais 10 x 2,50 x 2, já foi 20, mas é 22,0. Mais 2 x 3,31 x 2 (á. e esg.)

Melhor economizar e pagar o mínimo.

Autorização: aceito que minha resolução ficou escrita no mural da classe.

Figura 9 - Etapa Convencimento.

Neste passo os sujeitos deveriam argumentar para convencer os amigos e externalizar o que parece óbvio, fornecendo razões convincentes de porque o que dizem é verdadeiro. Sempre tendo as três atividades em mente, checar, refletir e aprofundar, como proposto por Mason, Burton e Stacey (1982).

Ao terminar o passo *Convencimento* os alunos expõem suas ideias para os outros grupos e justificaram suas respostas.

“O que achamos mais importante desta atividade foi repensar as questões de economia”

“Sim, além de aprendemos Matemática de forma útil”

“Percebemos na situação, que os valores a pagar das contas de água se dão de acordo com as faixas de consumo, então encontramos os valores a pagar por partes, dependendo do consumo de metros cúbicos, e por último multiplicamos por dois por se tratar do pagamento do esgoto”.

Figura 10 - Explicação do grupo para outros alunos.

Na Figura 10 ressaltamos que os alunos observaram sobre as faixas de consumo de água e a dependência do valor a pagar e tais faixas de consumo.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da resolução apresentada concluímos que os alunos entenderam a ideia da atividade proposta e identificaram que, intuitivamente, há relações de dependência entre grandezas.

As grandezas, valores a pagar e consumo, foram compreendidas de forma que houve a associação destes elementos mesmo sem a definição de uma fórmula. Os procedimentos utilizados pelos sujeitos participantes da pesquisa para a resolução da situação-problema mostrou que houve uma visão de como estes podem fazer uma inter-relação entre as grandezas.

O processo de aprendizagem progrediu conforme os sujeitos participantes da pesquisa foram passando pelas etapas da ficha de trabalho e atingiram outro nível de abstração. Isto é, houve um progresso nas conjecturas, desde o *Rascunho* até o *Convencimento* que se edificou com um argumento matemático.

REFERÊNCIAS

BRUNER, J. **Realidade Mental, Mundos Possíveis**. Porto Alegre: Artmed, 1986.

_____. *A Cultura da Educação*. Porto Alegre: Editora Artmed, 2001.

CYBIS, A. C. **Resolução de Problemas Multiplicativos**: análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Universidade Anhanguera, 2014.

EVANS J., WEDEGE T., YASUKAWA, K. Perspectives on Adults' Mathematics Education, In: CLEMENTS, M.A., BISHOP, A.J., KEITEL C., KILPATRICK, J., LEUNG, F.K.S. (Org); **Third International Handbook of Mathematics Education Critical**. Editora Springer: EUA, 2013

FERREIRA, R. B. **O ensino de funções através da resolução de problemas na educação de jovens e adultos**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2011.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de jovens e adultos**: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2012.

LEAL, L. C. Funções no terceiro ciclo do ensino básico – uma possível abordagem. **Educação Matemática**, 1990. 5-15.

LEÃO, A. S. G.; BISOGNIN, V. Construção do conceito de função no ensino fundamental por meio da metodologia de resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista**, 1, n. 10, 2009.

LIMA, R. N. **Equações algébricas no ensino médio**: uma jornada por diferentes mundos da Matemática. Tese de doutorado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. **Thinking Mathematically**. London: Addison-Wesley, 1982.

OLIVEIRA, M.K. **Jovens e Adultos como sujeitos de aprendizagem**. Revista Brasileira de Educação: ANPED – Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação, n. 12, 1999, p. 59-73.

SINCLAIR, N.; HEALY, L.; SALES, C. O. R. **Time for telling stories**: narrative thinking with dynamic geometri. ZDM Mathematics Education, Berlim, 41, 2009. 441-452.

VELOSO, D. S. **O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental**: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2012.

SOBRE A ORGANIZADORA

Annaly Schewtschik - Mestre em Educação, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e em Pedagogia, Professora do Ensino Fundamental e do Ensino Superior em Curso de Pedagogia e Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 24 anos. Atualmente trabalha com Consultoria e Assessoria em Educação, Avaliação e Formação de Professores por sua empresa Ensinas e é Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-122-0

