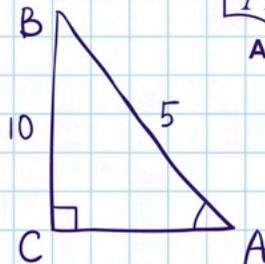


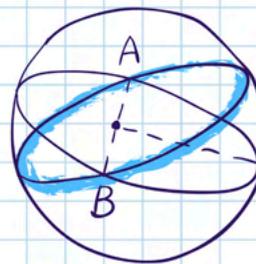
$$s d = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$$



$$\begin{cases} -2x \leq 10 \\ 3x + 3 \leq 2x + 1 \end{cases}$$

CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

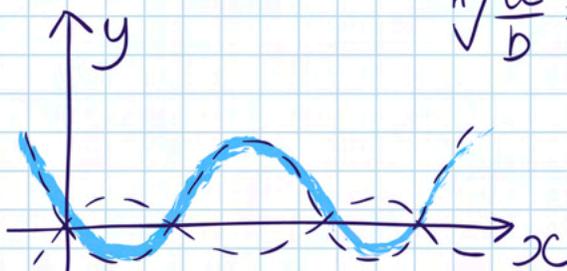
Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)



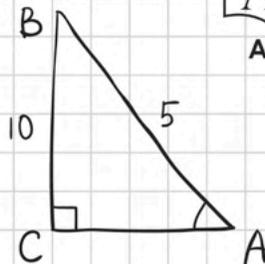
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$



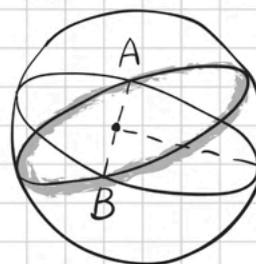
$$s d = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$$



$$\begin{cases} -2x \leq 10 \\ 3x + 3 \leq 2x + 1 \end{cases}$$

CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

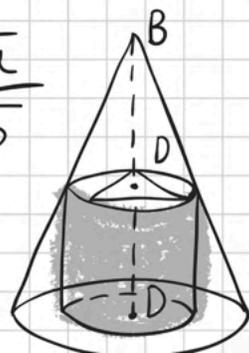
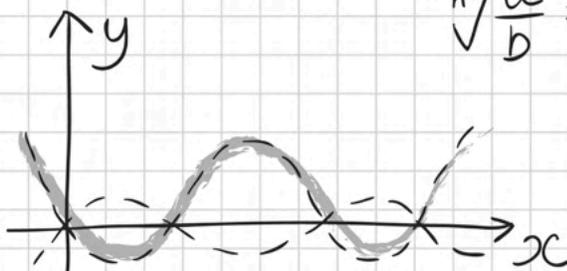
Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)



$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$



Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Cutting-edge research in mathematics and its applications

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Yaiddy Paola Martinez
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C991 Cutting-edge research in mathematics and its applications / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-957-5

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.575221502>

1. Mathematics. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2022

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



INTRODUCTION

The new coronavirus pandemic took everyone by surprise. Suddenly, at the beginning of 2020, we had to change our life and professional routines and adapt to a “new normal”, where social distancing was put as the main measure to stop the spread of the disease. Several economic segments of society, in the hands of what was put by the health authorities, needed to rethink their activities.

The social, political and cultural context, as highlighted by Silva, Nery and Nogueira (2020), has demanded very particular issues for society. This, in a way, has led managers to look at training spaces with different eyes. Society has changed, in this scenario of inclusion, technology and a “new normal”; with this, it is important to pay attention to training spaces, in a dialogical movement of (re)thinking the different ways of doing science. Research, in the meantime, has become an important place to broaden the view on the numerous problems, especially with regard to mathematical knowledge (SILVA; OLIVEIRA, 2020).

In this complex and plural society that Mathematics subsidizes the bases of reasoning and the tools to work in other areas; it is perceived as part of a movement of human and historical construction and it is important to help in the understanding of the different situations that surround us and the countless problems that are unleashed daily. It is important to reflect on all of this and understand how mathematicians and the humanistic movement made possible by their work happen.

Teaching Mathematics goes far beyond applying formulas and rules. There is a dynamic in its construction that needs to be noticed. It is important, in the teaching and learning processes of Mathematics, to prioritize and not lose sight of the pleasure of discovery, something peculiar and important in the process of mathematizing. This, to which we referred earlier, is one of the main challenges of the mathematician educator, as D’Ambrósio (1993) asserts. In this sense, the book “Cutting-edge research in mathematics and its applications” was born: as allowing the different research experiences in Mathematics to be presented and constituted as a training channel for those interested. Here we have gathered articles by authors from different countries.

We hope that this work, in the way we organize it, awaken provocations, concerns and reflections in the readers. After this reading, we can look at Mathematics with different eyes. We therefore wish you a good read.

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

REFERENCES

D'AMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio. **Pro-Posições**. v. 4. n. 1 [10]. 1993.

SILVA, A. J. N. DA; NERY, ÉRICA S. S.; NOGUEIRA, C. A. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no “novo normal”. **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 18 ago. 2020.

SILVA, A. J. N. da; OLIVEIRA, C. M. de. A pesquisa na formação do professor de matemática. **Revista Internacional de Formação de Professores**, [S. l.], v. 5, p. e020015, 2020. Disponível em: <https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/41>. Acesso em: 18 maio. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

ERRORES EN LA REPRODUCCIÓN DE FIGURAS A PARTIR DE UN EJE DE SIMETRÍA:UNA EXPERIENCIA EN UN TERCERO BÁSICO

Andrea Araya Galarce

Sharon Neira Figueroa

Macarena Valenzuela Molina

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5752215021>

CAPÍTULO 2..... 8

INNOVACIONES METODOLOGÍCAS EN CURSOS INICIALES DE MATEMATICA EN EDUCACION SUPERIOR: TRANSFORMACION DE CURSOS CON USO DE METODOLOGÍAS ACTIVAS

Carmen Soledad Yañez Arriagada

Valeria Soledad Carrasco Zúñiga

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5752215022>

CAPÍTULO 3..... 11

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES ASOCIADOS AL INFINITO EN ESTUDIANTES DE ÚLTIMO AÑO DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA

Cristián Bustos Tiemann

Roberto Vidal Cortés

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5752215023>

CAPÍTULO 4..... 18

GESTIÓN DIDÁCTICA DE MEDIACIONES DIGITALES. UNA ESTRATEGIA FORMATIVA DIGITAL

Carmen Fortuna González Trujillo

Nancy Montes de Oca Recio

María De los Ángeles Legañoa Ferrá

Sonia Guerrero Lambert

Daniella Evelyn Machado Montes de Oca

Elizabeth Rincón Santana

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5752215024>

CAPÍTULO 5..... 31

LA IDEA DE MODELO DE PROBABILIDAD DE UNA POBLACIÓN

Héctor Hevia

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5752215025>

CAPÍTULO 6..... 44

MONITOREO Y PROGRESIÓN DE SABERES, HABILIDADES Y ACTITUDES EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

Alejandro Nettle-Valenzuela

Carlos Silva-Córdova

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5752215026>

CAPÍTULO 7..... 55

UNA MIRADA DESDE LA ETNOMATEMÁTICA A LA CONSTRUCCIÓN DE
EMBARCACIONES ARTESANALES EN EL SUR DE CHILE

Maribel Díaz-Neira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5752215027>

SOBRE OS ORGANIZADORES 68

ÍNDICE REMISSIVO..... 69

CAPÍTULO 7

UNA MIRADA DESDE LA ETNOMATEMÁTICA A LA CONSTRUCCIÓN DE EMBARCACIONES ARTESANALES EN EL SUR DE CHILE

Data de aceite: 01/02/2022

Maribel Díaz-Neira

Universidad de Los Lagos

Osorno, Chile

ORCID 0000-0002-8990-0798

RESUMEN: El propósito de este trabajo de investigación se centró en conocer modos de matematización que realizan los carpinteros de ribera en la construcción de sus embarcaciones artesanales, además de identificar los saberes que son utilizados en su práctica de construcción, también establecer la relación que existe entre las matemáticas y la construcción de estas embarcaciones y determinar el cómo estos saberes se han generado y organizado por este grupo social, así como también analizar la permanencia de estos saberes en la carpintería y cómo es el proceso de difusión frente a los procesos de evolución cultural. Para ello se realizaron entrevistas no estructuradas con seis carpinteros de ribera de la Región de Los Lagos y de la Región de Aysén. Los fundamentos teóricos nos lo proporciona la Etnomatemática, con sus distintos exponentes, la Matemática y las herramientas de la Etnografía.

PALABRAS CLAVE: Etnomatemática, carpintería de ribera, matemática, etnografía.

A LOOK FROM THE ETHNOMATHEMATICS TO THE CONSTRUCTION OF CRAFT BOATS IN SOUTHERN CHILE

ABSTRACT: The purpose of this research work focused on knowing ways of mathematization that do the carpenters of the riverbank in the construction of their craft boats, in addition to identifying the knowledge that is used in their construction practice, also establishing the relationship that exists between the Mathematics and the construction of these boats and determine how these knowledge have been generated and organized by this social group, as well as analyze the permanence of this knowledge in the carpentry and how is the process of diffusion against the processes of cultural evolution. For this, unstructured interviews were conducted with six riverbank carpenters from the Los Lagos Region and the Aysén Region. The theoretical foundations are provided by Ethnomathematics, with its different exponents, Mathematics and the tools of Ethnography.

KEYWORDS: Ethnomathematics, riverside carpentry, mathematics, ethnography.

UM OLHAR DA ETNOMATEMÁTICA À CONSTRUÇÃO DE EMBARCAÇÕES ARTESANAIS NO SUL DO CHILE

RESUMO: O objetivo deste trabalho de pesquisa foi focado em conhecer formas de matematizar que os carpinteiros ribeirinhos realizam na construção de seus barcos artesanais, além de identificar os saberes que são utilizados em sua prática construtiva, estabelecendo também a

relação que existe entre a matemática e a a construção dessas embarcações e determinar como esse conhecimento foi gerado e organizado por esse grupo social, bem como analisar a permanência desse conhecimento na carpintaria e como se dá o processo de difusão em relação aos processos de evolução cultural. Para isso, foram realizadas entrevistas não estruturadas com seis carpinteiros ribeirinhos da Região de Los Lagos e da Região de Aysén. Os fundamentos teóricos são fornecidos pela Etnomatemática, com seus diferentes expoentes, a Matemática e as ferramentas da Etnografia.

PALAVRAS-CHAVE: Etnomatemática, carpintaria ribeirinha, matemática, etnografia.

INTRODUCCIÓN

La Etnomatemática es un campo de investigación en Educación Matemática que estudia la relación entre las matemáticas y la cultura de un pueblo, de un grupo social específico (Albanese, 2015) y se define como la forma de explicar, enseñar, diseñar, comprender, manejar, construir a partir de su propia cultura (D'Ambrosio, 1999).

La carpintería de ribera en lanchas pesqueras artesanales, es un oficio tradicional que refleja la identidad cultural de la zona sur austral de Chile. Los carpinteros de ribera poseen un profundo saber sobre la naturaleza y su entorno, la madera y su posterior transformación, la flotabilidad y el desplazamiento de las embarcaciones que construyen. Este conocimiento ha perdurado en las generaciones, gracias su transmisión oral, sin los aspectos formales en la enseñanza y aprendizaje, sólo en la palabra y la memoria de las generaciones anteriores, sostenido en un sistema propio utilizado en el diseño, la construcción y la medición, donde opera el patrimonio lingüístico-matemático vinculado al oficio.

Es así, que bajo la perspectiva de la Etnomatemática, este estudio se orienta a conocer e identificar modos de matematización en la construcción de sus embarcaciones, establecer la relación existente entre las matemáticas, el diseño y la construcción de estos navíos, comprender de qué modo estos saberes se han generado, organizado y difundido por este grupo social, así como también analizar la permanencia de estos saberes en la carpintería y cómo es el proceso de difusión frente al desarrollo de la evolución cultural.

MÉTODO Y MATERIALES

La metodología desarrollada en este trabajo es de corte cualitativo y de carácter interpretativo, siguiendo una aproximación etnográfica, dado que la base de este método de investigación es lingüístico-semiótica. (Hammersley & Atkinson, 1992).

El método de investigación fue un estudio de casos, con el uso de instrumentos varios de recolección de datos, como: entrevistas semiestructuradas, fotografías, grabaciones de audio, procediendo luego a la interpretación de las mismas, analizando las relaciones de significado que se produjeron a lo largo del proceso. (Hammerley & Atkinson 1992).

Aunque esta investigación no es un estudio etnográfico per se, se utilizaron en ella,

herramientas para la obtención información cualitativa, que pertenecen a la metodología etnográfica, como lo es por ejemplo; la entrevista, dada que es considerada dentro de los mismos etnógrafos, como una estrategia fundamental (Álvarez, 2008) de recolección de los datos, que permite no sólo describir los recursos simbólicos, sino que también interpretar las prácticas que caracterizan el trabajo desarrollado por la comunidad de los carpinteros de ribera, en particular. Siguiendo en estas entrevistas, el modelo de la conversación entre iguales y no un intercambio formal de preguntas y respuestas (Taylor & Bogdan, 1984).

Se entrevistaron a seis carpinteros de ribera, localizados en dos regiones del sur de Chile, tres de ellos en la Región de Los Lagos, en las localidades de Calbuco y Hualaihué y tres de la Región de Aysén en la localidad de Puerto Chacabuco y Puerto Aysén. Para realizar estas conversaciones, se visitó a cada uno de ellos en sus respectivos lugares de trabajo (astilleros), donde desarrollan sus labores de construcción y pudimos ver en directo cómo ellos diseñan, miden y construyen sus navíos.

Se usaron técnicas de análisis de las conversaciones, de la narrativa discursiva, de las respuestas dadas por los carpinteros en las entrevistas, análisis de las palabras de los códigos verbales, no verbales y/o gestuales.

DISCUSIÓN TEÓRICA Y RESULTADOS

Los carpinteros de ribera, tanto en el diseño como en la posterior construcción de los navíos artesanales, utilizan las matemáticas de la vida, lo que aprendieron en los pocos años de escolaridad que poseen, no más allá del quinto año de enseñanza básica, los conceptos de física y geometría que involucra la construcción de estos navíos, para que sean operativos y navegables, los aprendieron mediante la observación del trabajo de sus mayores. En este trabajo existen normas, reglas que no están escritas, no hay planos que definan por ejemplo, la curvatura que han de tener las cuadernas, ellos logran esto a través de la experiencia y la memoria ancestral, modelando la madera con sencillas herramientas, hasta conseguir lo deseado. Los problemas que surgen a lo largo del trabajo constructivo, los solucionan recurriendo a la memoria del cuerpo que les permite validar o rechazar lo modificado (Schimdt, 2018), y a los conocimientos adquiridos mediante la observación y copia del trabajo de sus padres y sus abuelos.

La carpintería de ribera nace en Chile por la simbiosis producida entre los conocimientos de construcción de navíos traída por los conquistadores españoles y la cultura huilliche-mapuche ubicada desde la zona sur de la Región de Los Ríos, hasta la Región de Los Lagos, principalmente en Chiloé continental e insular (Latcham, 1930; en Alcamán, 1997). De la original “dalca” de los huilliches, derivó hacia la “lancha chilota” por cuyas bondades ha sido reconocida en el mundo de la navegación y de la arquitectura naval, destacándose principalmente la arquitectura de su casco. Los requerimientos de la economía y la modernidad han sido determinantes en el reemplazo de estas lanchas

chilotas por las actuales embarcaciones artesanales, que tienen características de diseño un poco diferentes de aquellas; pero conservan en su integridad las técnicas de construcción. Dentro de estos cambios se encuentra, la incorporación de un motor, cuyo tamaño y caballaje dependerá del tamaño de la embarcación, y por ende el retiro de las velas, las que eran el sello identificativo de estas naves.



Dalca, imagen recuperada de www.lexicmariner.info/lexicd.html



Lancha Chilota, imagen recuperada de <https://filanaval.blogspot.com>



Lancha pesquera, imagen recuperada de <https://filanaval.blogspot.com>

En la actualidad, según el censo realizado por la Universidad Austral de Chile durante el 2018, existe una población total de carpinteros de ribera de 86 individuos, distribuidos en

cuatro regiones del sur de Chile.

Región	Nº carpinteros
Los Lagos	53
Los Ríos	4
Aysén	14
Magallanes	15
Total	86

Tabla 1 - Distribución de la población de carpinteros de ribera

Autoría propia

Este oficio tuvo una gran relevancia en la historia, población y reconocimiento de los mares del sur del país, de las islas de Estrecho de Magallanes, con la construcción de la “Goleta Ancud” en los astilleros de Ancud, Chiloé, en 1843, en esa época había una población de alrededor de unos 200 carpinteros de ribera, los que participaron en la construcción de esta nave, con las maderas de la misma zona (Anrique, 1901).

Ahora, ¿por qué desarrollar esta investigación desde el enfoque de la etnomatemática? Primero definiremos qué es la Etnomatemática: Es el estudio de la relación entre las matemáticas y la cultura. Este término, Etnomatemáticas, fue acuñado por D’Ambrosio quien expone que, como resultado de un largo proceso de descolonización y de globalización, las culturas autóctonas entran en el proceso de redescubrir su historia y de valorizar sus tradiciones y conocimientos. Esto incluye las diferentes “*maneras de generar y organizar formas de comparar, clasificar, ordenar, cuantificar, inferir, medir, contar, es decir diferentes maneras de hacer matemáticas*”. Para él, esto es la etnomatemática. Él estima que es muy difícil definir este término, como una acepción académica y da una explicación etimológica de la palabra al descomponerla en tres raíces, una de ellas es etno, comprendiendo por etno los diversos ambientes sociales, culturales, naturales. Después en la raíz griega mathema, que quiere decir explicar, entender, enseñar, manejarse; y un tercer componente que es thica ligado a la raíz griega techné, que es el arte, técnicas de explicar, de entender, lidiar con el ambiente social, cultural y natural (Blanco, 2008). Para este autor, todas las áreas del conocimiento son indistinguibles y, en ese aspecto, la Etnomatemática no se agota con entender los saberes y los haceres de determinados grupos culturales, sino que además hay que entender el ciclo de la generación, organización intelectual, organización social y difusión de ese conocimiento. (D’Ambrosio, 2000).

Para Paulus Gerdes la etnomatemática es una historia cultural de la Matemática - etnohistoria – “*la que contribuiría para la recuperación cultural, siendo el factor generador de la autoconfianza social y cultural, como condición necesaria para el despertar de la imaginación*”. (Gerdes, 2014) y hacer investigación en etnomatemáticas obligaría a

reconsiderar toda la historia de las matemáticas, sus objetivos, contenidos, significados, su rol cultural, en resumen, a toda la matemática. Dentro de lo que significa la relación Historia, Matemática y rescate cultural – etnomatemática – diría que otro aspecto que se presenta como muy importante en esta perspectiva, es la búsqueda por el reconocimiento de distintas formas de explicar y conocer (matemas) vigentes en grupos sociales en los días de hoy.

Bishop desarrolla la idea de que las matemáticas, al igual que el lenguaje, son un fenómeno pancultural, distinguiendo entre este fenómeno lo intra e intercultural y la forma particular de matemáticas que ha generado la disciplina internacional, y que en la actualidad se enseña en las escuelas y universidades, bajo el nombre de matemáticas.

Todas las culturas tienen educación matemática o manifestaciones matemáticas, las cuales pueden ser vistas o examinadas a través de seis actividades o procesos que conducen al desarrollo matemático, siendo éstas motivadas por necesidades relacionadas con el entorno y estimulando diversos procesos cognitivos. A saber: contar, medir, jugar, localizar, diseñar, explicar (Bishop, 1988).

Ahora, si observamos a la Educación Matemática desde el enfoque de la Pedagogía Crítica; que es por definición, la encargada del logro de los fines y propósitos de la educación como práctica social y en lo relativo a la Educación Matemática como proyecto social, es la Educación Matemática Crítica quien asume este reto, pues;

“hay que asumir que la enseñanza de las Matemáticas tienen una relación directa con la cultura y que de no enfrentarlo como tal, puede convertirse en un mecanismo de pérdida de identidad cultural en la medida en que, junto con las demás disciplinas, se enseñan y aprenden patrones culturales que son extraños a las propias culturas” (Skovmose, 1999).

Entonces, para observar, analizar y estudiar las formas de aplicación de conceptos matemáticos, en la compleja construcción de navíos por parte de los carpinteros de ribera, recurrimos a este campo fundamental de investigación, que es la Etnomatemática, campo de investigación que nos fundamenta que cada cultura o grupo social, como es en este caso el grupo de los carpinteros de ribera, tiene sus propias formas de conocimiento, manifestándose éstas en su particular forma de explicar, conocer, aprender, saber, de hacer (D’Ambrosio, 2001), ellos explican y enseñan a sus descendientes aprendices desde muy jóvenes, en su lenguaje particular las técnicas aprendidas a su vez de sus padres y/o abuelos, usan las matemáticas que aprendieron en la escuela básica (la mayor escolaridad que presentan es 5° año básico), usan las herramientas con destreza y resuelven los problemas que se les presenta con lo que tienen a mano, en su entorno.

Nivel de escolaridad	Nº de individuos
Sin escolaridad	0
1° básico	0
2° básico	1
3° básico	3
4° básico	0
5° básico	2

Tabla 2 - Escolaridad de los individuos en estudio

Autoría propia

Como campo de investigación la Etnomatemática, es más que una nueva forma de ver la matemática, la matemática de las etnias, como a veces se clasifica o define este concepto, esto va más allá, las matemáticas son el producto, la respuesta a las necesidades de resolución de problemas cotidianos, laborales y los que la sociedad les impone a los individuos. Desde esta perspectiva, las matemáticas son un producto social y cultural que se adapta al entorno del grupo social de los carpinteros, en este caso.

En cuanto a identificar estas características propias de los carpinteros en la utilización de los conceptos matemáticos, Millroy (1992) estableció diferentes categorías en las que es posible demostrar que los carpinteros, utilizan y se comprometen en una matematización válida, dentro de estas categorías está aquella que establece que: *“Los conceptos matemáticos convencionales que se incorporan a su práctica son: concepto de recta, paralelas, centro y eje de simetría, ángulo recto, triángulo, visualización espacial, de congruencia, de volumen, de proporción”*. Esto se puede observar también en el trabajo de los carpinteros de ribera.

Por ejemplo: se puede determinar e identificar a través de la conversación con don Francisco, el concepto de paralelas, aunque en su lenguaje él no menciona éste término, en cambio dice *“que están en línea”*.

Identificación del concepto Paralelismo
Don Francisco D.: Para que todo esto quede bien estabilizado el eje de crujía tiene que estar en línea con la quilla.
M.D.: ¿Si el eje de crujía es imaginario, cómo podemos saber que está en línea como dice Ud.?
Don Francisco D.: Así pues (y mueve su mano de canto de arriba hacia abajo varias veces).

Tabla 3 - Paralelismo

Autoría propia

Masingila (1994) observó en un grupo de trabajadores que colocan alfombras, que por ejemplo la *“medición de longitudes no representa ningún problema en los adultos y que*

para medir áreas establecen varios pasos a seguir”:

- Establecer y medir las dimensiones.
- Calcular los materiales y trazar la estructura a construir
- Calcular los presupuestos.
- Establecer los tiempos y calcular el producto.

Puede verse que los carpinteros de ribera realizan las mismas acciones, con la excepción que ellos no hacen un trazado de la estructura a construir, no dibujan planos, sólo tienen una imagen mental del artefacto, la cual construyen a partir de otras embarcaciones ya construidas por ellos mismos u observadas de otros constructores.

Es necesario precisar que en el lenguaje de los maestros carpinteros no están presentes palabras técnicas y propias de las matemáticas, como por ejemplo: simetría, que para ellos significa igualdad y la mencionan como tal; paralelas, una pieza “*está en línea*” con otra pieza, etc., pero como establece Ludwig Wittgenstein en *Investigaciones Filosóficas* (1999) donde analiza el lenguaje de las comunidades y distintos grupos sociales, lo importante no es la palabra en sí y su significado, sino que, el uso que se le dé por éstos a la palabra en sí, y es a través de este uso y significado que es posible la permanencia y difusión, la transmisión generacional del oficio de la carpintería de ribera.

A continuación se revisarán algunos conceptos matemáticos presentes en la construcción de los navíos artesanales.

Diseño y medidas

El diseño de un casco de una embarcación artesanal es de una gran complejidad y no hay un cálculo teórico hidrodinámico, los carpinteros de ribera, realizan el trabajo de diseño “a ojo”, según su necesidad o el requerimiento de quien le mandata la construcción. Todas las embarcaciones de la región son iguales, en cuanto a estructura, solo cambian sus medidas, en ocasiones trazan a un dibujo en papel, a mano, solo para hacerse una idea general del trabajo a realizar, y el material a utilizar, cuánto tiempo les podría llevar realizar dicho trabajo y el costo aproximado que éste tendría.

La eslora de la embarcación (largo) está determinada por la quilla, y la regla establecida para ésta, es: “un centímetro de ancho por metro de quilla y el doble en altura”. Es necesario entonces, la búsqueda del madero del largo necesario para ello. Las maderas a utilizar son de varios tipos, y varían según la región del país, pero ésta se debe caracterizar por su dureza y resistencia a la pudrición.

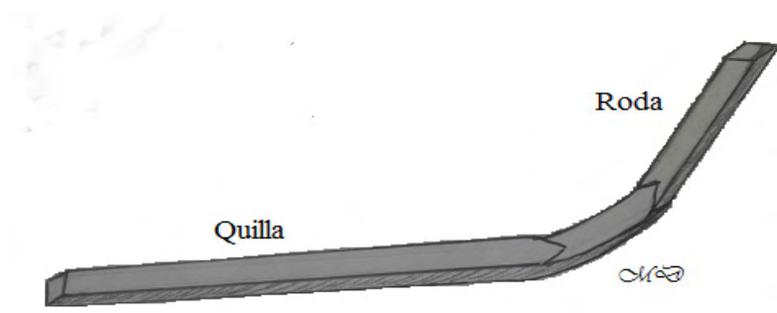


Figura 1. Quilla de una embarcación
 Autoría propia

Para medir y establecer la curvatura de las piezas de madera como por ejemplo; las cuadernas, utilizan una herramienta llamada “escantillón” que es una especie de compás que mide magnitudes angulares y que sirve para establecer la inclinación entre la hoja metálica del escantillón y la pieza de madera, correspondiendo no numéricamente, sino que, materialmente, la magnitud angular exacta que debe tener la pieza. No todos usan la misma herramienta, ya que hay varios tipos de escantillones, metálicos y de madera, que fabrican ellos mismos. Otras sencillas herramientas de medir son: la cinta métrica y la escuadra, la que le permite marcar el ángulo de 90° y el de 45° .

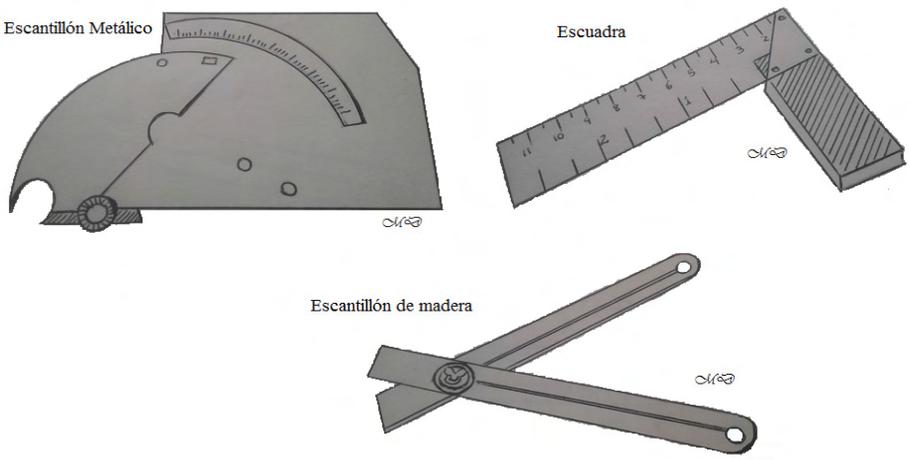


Figura 2. Herramientas para dibujar ángulos
 Autoría propia

Simetría

Los carpinteros de ribera estiman que su embarcación construida, tiene que tener como condición de un trabajo bien hecho, que el plano de crujía debe ser igual en ambas partes; la crujía es un espacio imaginario del navío y es como se denomina al plano longitudinal de simetría de una embarcación; es decir, al espacio de proa a popa. Esta simetría se logra mediante la fabricación de forma espejada (“hacer espejos”) de cada una de las piezas, por ejemplo las cuadernas, que son los maderos curvos que junto con la quilla conforman el esqueleto de la nave, las de babor son todas diferentes entre sí, pero deben ser exactamente iguales a las cuadernas que enfrentan de estribor, observándose aquí también en esta situación la correspondencia biunívoca de las piezas entre sí.

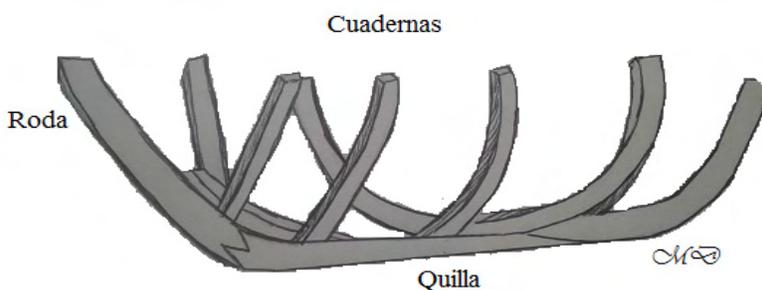


Figura 3. Cuadernas
Autoría propia

Proporcionalidad

Para trabajar la proporcionalidad, se basan en esta reglamentación tanto como en la necesidad particular y el maestro, para determinar las dimensiones del navío, se sabe por experiencia que una embarcación que tiene 7m de eslora (largo de la embarcación establecido por el largo de la quilla) tiene que tener como máximo 3,5m de manga (ancho de la embarcación), por razones de estabilidad y de carga, y que por reglamentación, ésta no puede ser superior a las 4 toneladas de carga. Por lo tanto una relación directa se encuentra entre las dimensiones de la manga y la eslora. Otra relación importante es la que existe entre la manga y el calado (distancia vertical entre un punto de la línea de flotación y la línea base o quilla) y según esta proporción es la que da una mayor estabilidad a la nave, aunque su desplazamiento se considera más lento que de aquellas naves que poseen un calado mayor y una menor manga (proporcionalidad inversa), pero sus naves no requieren de mayor velocidad, sino de una mayor estabilidad.

MD: Maestro ¿cuál es la razón de esas medidas?

Maestro Almonacid: ¿cuáles?

MD: Perdón, el largo y el ancho del navío.

Maestro Almonacid: Ahh, usted quiere decir la eslora y la manga.

MD: Sí.

Maestro Almonacid: Bueno, si la eslora es de 7 metros, la manga no puede ser más ancha, que 3,5m porque si no, se ve fea, aparte que la lancha se pone lenta, pesá', necesitaría un motor más potente, más grande, lo que es muy caro, por el combustible que se gasta.

MD: ¿Pero aparte de eso, tendría algún beneficio el ser más ancha?

Maestro Almonacid: ¡Claro pueh! Es más estable, difícil de "voltiarse" (darse vuelta, volcarse).

Tabla 4 - Proporcionalidad

Autoría propia

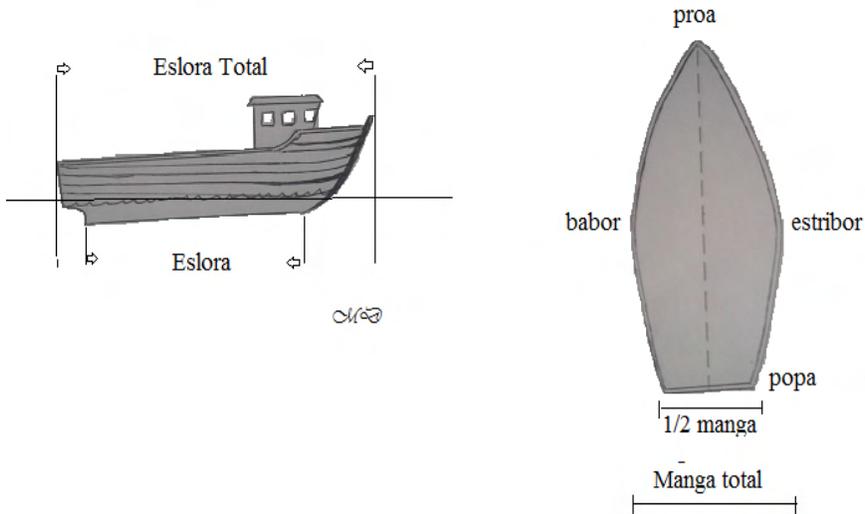


Figura 4. Manga y eslora de una embarcación

Autoría propia

Perpendicularidad

Este concepto se puede apreciar cuando se mide o establece el calado que tiene la nave, éste se mide trazando una vertical imaginaria entre un punto de la línea de flotación y la línea base o quilla, es una apreciación hecha "a ojo" por el maestro constructor. El calado (Cm) resulta de la diferencia entre Calado de popa con el Calado de proa.

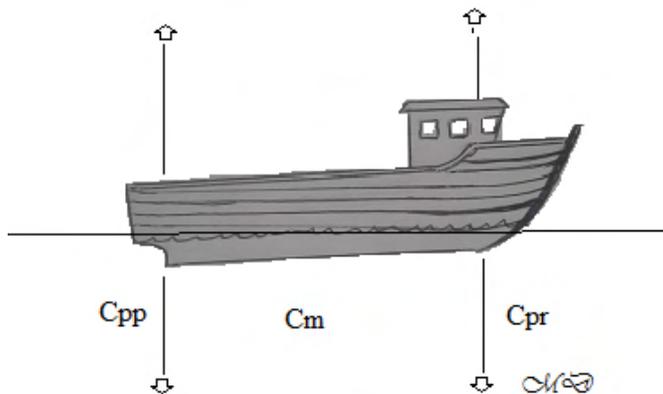


Figura 5. Calado de la embarcación

Autoría propia

CONCLUSIONES

Los carpinteros de ribera del sur de Chile, son capaces de construir complejas estructuras de madera, como son los navíos pesqueros artesanales, utilizando para ello, no cálculos complejos, sino que utilizan las matemáticas simples, aprendidas en sus pocos años de escuela, refrendadas en la experiencia vital y laboral, construyendo estrategias de resolución de problemas, matemáticamente.

La transferencia de estos conocimientos a las nuevas generaciones se sitúa en la oralidad, recurriendo a la memoria y experiencia de sus participantes más antiguos, ya que no existen registros escritos de cómo hacer, diseñar y construir estos navíos, no existen manuales que determinen las proporciones, sólo la experiencia les indica que para un determinado largo (eslora) se debe tener un ancho (manga) acorde a éste. Tampoco existe un registro escrito que indique que tipo de madera se debe usar, para la quilla por ejemplo u otra pieza en específico, sólo su profundo conocimiento de la naturaleza le indica qué madera es la apropiada, según para el uso que se le dará.

Si nos situamos en el contexto en el cual ellos desarrollan estas actividades, podemos comprender estos procesos mentales con los cuales ejecutan y transmiten a los aprendices sus conocimientos. De la misma forma, estos conocimientos han permanecido en el tiempo, a pesar de que los requerimientos del avance de los materiales y la modernidad, han hecho que cada vez vaya disminuyendo la cantidad de personas que se dedica a este hermoso y noble oficio.

REFERENCIAS

Albanese, V. (2015), *Desarrollo de una tesis doctoral en Etnomatemática: Construcción de una investigación emergente*, Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 8, núm. 2 pp. 381-397.

Alcaman, E. (1997), *Las Organizaciones Mapuche-Williches*, (Borrador), Asociación Indígena Weyoi, Conadi, Osorno.

Anrique, N. (1901), *Diario de la Goleta Ancud*, recuperado de www.memoriachilena.gob.cl

Álvarez, C. (2008), *La etnografía como modelo de investigación en educación*, Gazeta de Antropología, N°10.

Blanco, H. (2008), *Entrevista a Ubiratán D'Ambrosio*, Revista Latinoamericana de Etnomatemática, ISSN 2011-547, Vol. 1, N°1, págs. 21-25.

D'Ambrosio, U. (2000), *Etnomatemáticas: una propuesta pedagógica a la civilización cambiante*, Conferencia de Clausura del I Congreso Brasileño de Etnomatemáticas, Universidad de Sao Paulo, 1 -4 de noviembre.

Gerdes, P., (2014 Reedición), *Ethnomathematics and Education in África*, ISTEAG, Belo Horizonte, Mozambique.

Hammersley, A & Atkinson, P. (1992), *Etnografía: Métodos de Investigación*: Barcelona, Paidós.

Masingila, J., (1994), *Mathematics Practice in Carpet Laying*, Anthropology and Education Quartely, vol. 25, núm 4, pp 430-462.

Millroy, L. (1992), *Un estudio etnográfico de las ideas matemáticas de un grupo de carpinteros*, Monografía Número 5, ERIC.

Schimdt, P. (2018), *Métodos alternativos en la construcción tradicional de los carpinteros de ribera del sur de Chile*, Memoria de una práctica, ARQ (Santiago) (98), 160-164.

Skovsmose, O. (1999), *Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica*, Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A. Colombia.

Taylor, S. & Bogdan, R. (1984), *Introducción a los métodos cuantitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.

Wittgestein, L. (1999), *"Investigaciones filosóficas"*, Ediciones Altaya.

SOBRE OS ORGANIZADORES

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA - Professor do Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia (Uneb - Campus VII) e docente permanente do Programa de Pós-Graduação Mestrado em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA (Uneb - Campus III). Atualmente coordena o Núcleo de Pesquisa e Extensão (NUPE) do Departamento de Educação da Uneb (DEDC7). Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB), Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica pela Faculdade Regional de Filosofia, Ciências e Letras de Candeias (IESCFAC), Especialista em Educação Matemática e Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior do Vale do São Francisco (CESVASF). Foi professor e diretor escolar na Educação Básica. Coordenou o curso de Licenciatura em Matemática e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no Campus IX da Uneb. Foi coordenador adjunto, no estado da Bahia, dos programas Pró-Letramento e PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa). Participou, como formador, do PNAIC/UFSCar, ocorrido no Estado de São Paulo. Pesquisa na área de formação de professores que ensinam Matemática, Ludicidade e Narrativas. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/UFSCar), na condição de pesquisador, o Grupo Educação, Desenvolvimento e Profissionalização do Educador (CNPq/PPGESA-Uneb), na condição de vice-líder e o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/LEPEM-Uneb) na condição de líder. É editor-chefe da Revista Baiana de Educação Matemática (RBEM) e da Revista Multidisciplinar do Núcleo de Pesquisa e Extensão; e coordenador do Encontro de Ludicidade e Educação Matemática (ELEM).

ANDRÉ RICARDO LUCAS VIEIRA - Doutorando em Educação pela Universidade Federal do Sergipe - UFS/PPGED. Mestre em Educação de Jovens e Adultos pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB/MPEJA (2018), com Especialização em Tópicos Especiais de Matemática (2020), Ensino de Matemática (2018), Educação de Jovens e Adultos (2016), Matemática Financeira e Estatística (2015) e Gestão Escolar (2008). Licenciado em Matemática pela Universidade Nove de Julho (2000). Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão/PE. Coordenou o Curso de Licenciatura em Matemática pelo Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica - PARFOR pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus XVI - Irecê-BA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores e Tecnologias da Informação e Comunicação - FOPTIC (UFS/CNPq) e do Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - LEPEM (UNEB/CNPq). É editor assistente da Revista Baiana de Educação Matemática - RBEM, uma publicação do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA da Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus III - Juazeiro/BA em parceria com o Campus VII - Senhor do Bonfim/BA da mesma instituição e com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão-PE, Campus Santa Maria da Boa Vista/PE.

ÍNDICE REMISSIVO

A

- Actual infinity 11
- Aprendizajes profundos 8
- Aseguramiento de la calidad 44, 45, 46

C

- Carpintería de ribera 55, 56, 57, 62
- Competencia 21, 27, 28, 29, 30, 44, 45

E

- Educación inclusiva 30, 44, 53
- Enseñanza de las probabilidades y de la estadística 31
- Epistemological obstacle 11
- Errores 1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 26
- Estándares de calidad 44, 46
- Estrategia 18, 20, 21, 22, 26, 27, 45, 50, 57
- Etnografía 55, 67
- Etnomatemática 55, 56, 59, 60, 61, 67

F

- Flipped classroom 8, 9

G

- Gestión didáctica 18, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30

I

- Infinite divisibility 11

M

- Matemática 7, 8, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 29, 30, 38, 40, 42, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 55, 56, 59, 60, 61, 67, 68
- Mediaciones digitales 18, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 28
- Metodología fenomenológica 31
- Metodologías activas 8

N

- Notion of limit 11

O

Objetos matemáticos 14, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 35

P

Pensamiento estadístico y probabilístico 31, 41

Potential infinity 11

R

Reconocimiento 1, 25, 45, 59, 60

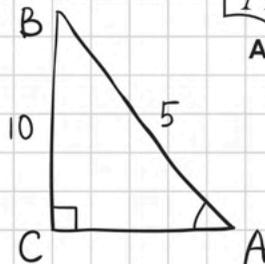
S

Simetría 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 61, 62, 64

T

Teoría cognitiva de Bruner 31

$$s d = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$$

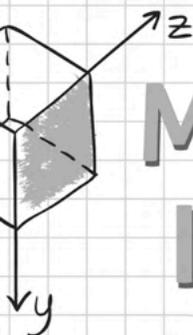


$$\begin{cases} -2x \leq 10 \\ 3x + 3 \leq 2x + 1 \end{cases}$$

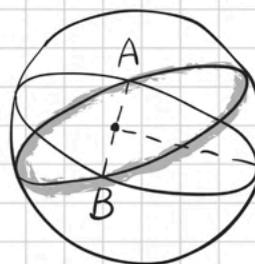
CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

$$(ab)^n =$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n =$$



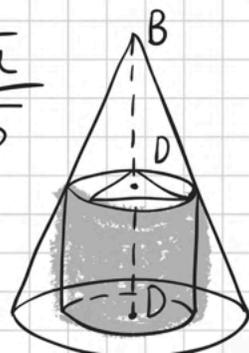
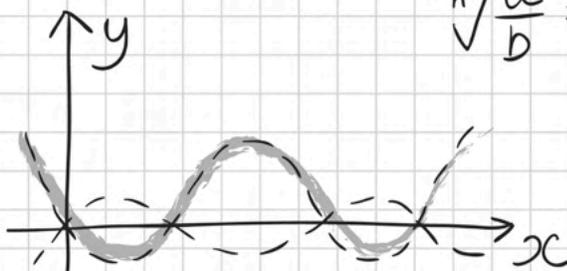
-  www.atenaeditora.com.br
-  contato@atenaeditora.com.br
-  @atenaeditora
-  www.facebook.com/atenaeditora.com.br



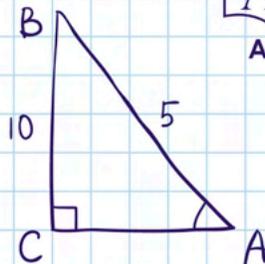
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$



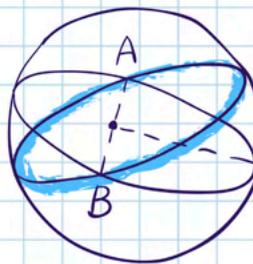
$$s d = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$$



$$\begin{cases} -2x \leq 10 \\ 3x + 3 \leq 2x + 1 \end{cases}$$

CUTTING-EDGE RESEARCH IN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

-  www.atenaeditora.com.br
-  contato@atenaeditora.com.br
-  @atenaeditora
-  www.facebook.com/atenaeditora.com.br



$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

