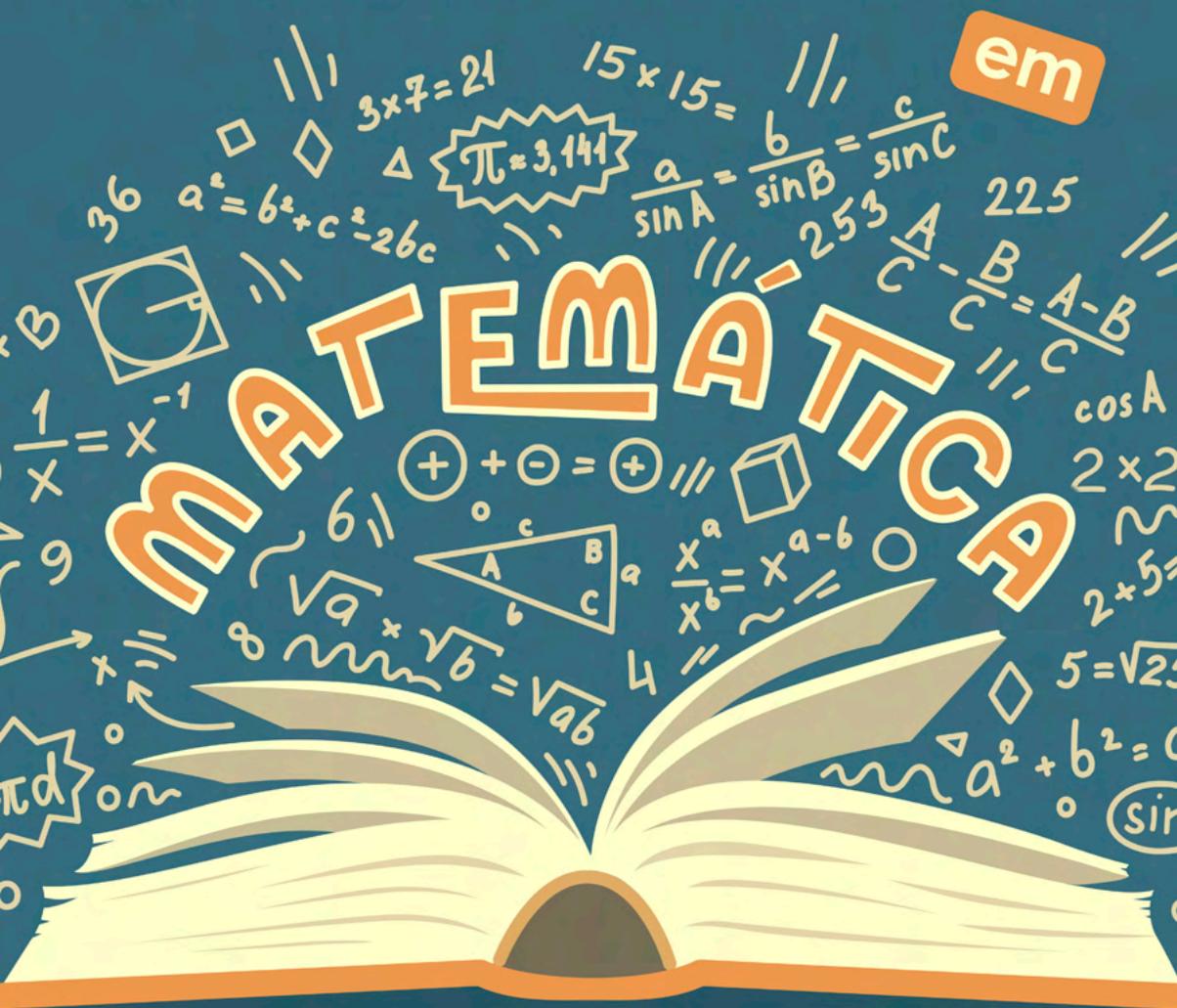


Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA



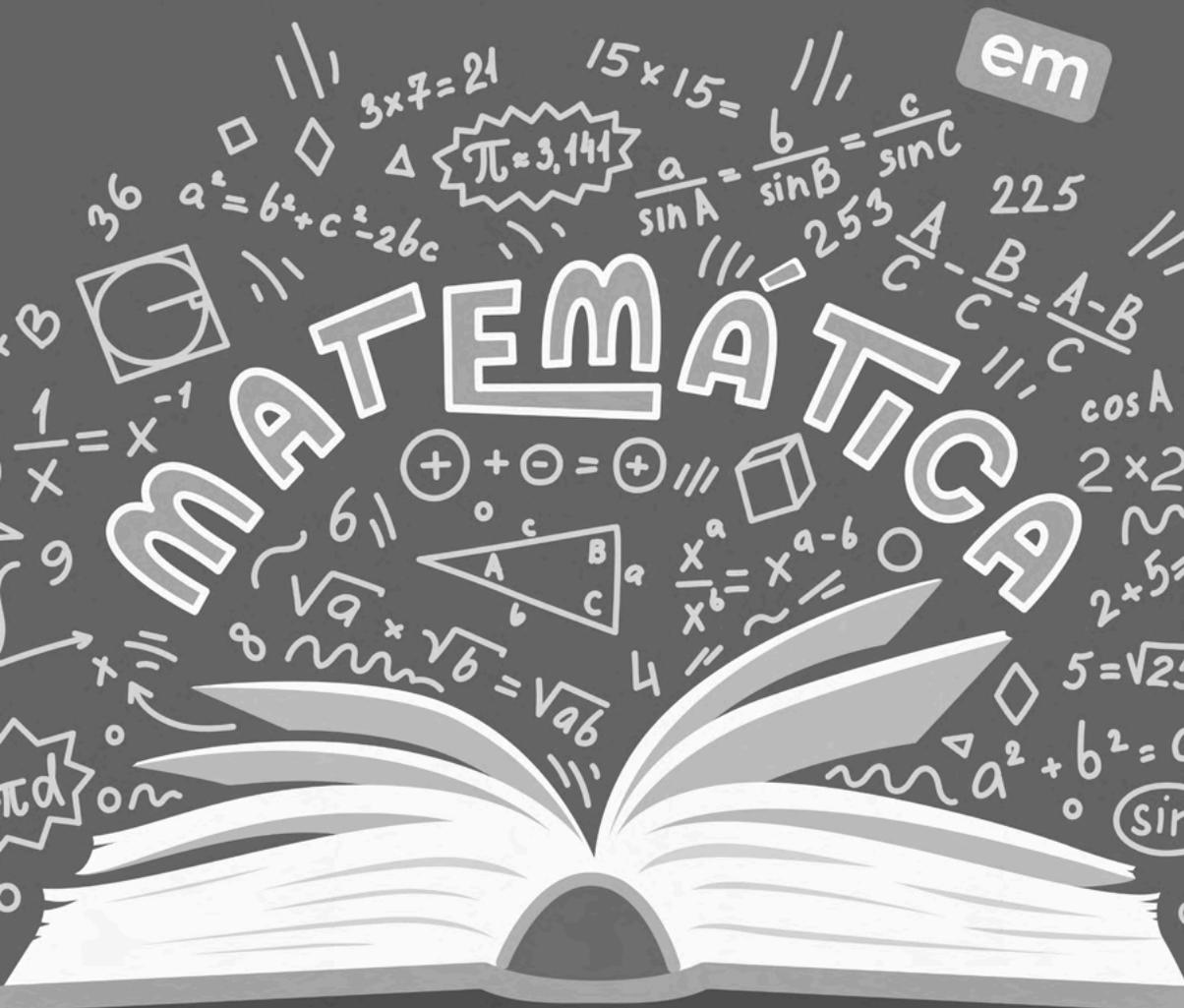
e suas aplicações

Atena
Editora
Ano 2021

2

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA



e suas aplicações

 **Atena**
Editora
Ano 2021

2

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2021 Os autores

Copyright da edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná



Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo

Correção: Yaiddy Paola Martinez

Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga

Revisão: Os autores

Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações
2 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva,
André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena,
2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-773-1

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.731220601>

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da
(Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador).
III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2021

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, é que contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a Educação no Brasil acaba, muitas vezes, sendo uma reprodutora de Desigualdades.

O contexto social, político e cultural, como evidenciaram Silva, Nery e Nogueira (2020), tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse cenário de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático (SILVA; OLIVEIRA, 2020).

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático, como assevera D’Ambrósio (1993), e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o volume 2 do livro “**Pesquisas de Vanguarda em Matemática e suas Aplicações**” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática e do pesquisador em Matemática aplicada sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para educadores da

Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

REFERÊNCIAS

DÁMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio. **Pro-Posições**. v. 4. n. 1 [10]. 1993.

SILVA, A. J. N. DA; NERY, ÉRICA S. S.; NOGUEIRA, C. A. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no “novo normal”. **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 18 ago. 2020.

SILVA, A. J. N. da; OLIVEIRA, C. M. de. A pesquisa na formação do professor de matemática. **Revista Internacional de Formação de Professores**, [S. l.], v. 5, p. e020015, 2020. Disponível em: <https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/41>. Acesso em: 18 maio. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

PESQUISAS EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA EM ALGUMAS INSTITUIÇÕES ESCOLARES DO BRASIL

Edivânia Graciela Neves Lima

Gladys Denise Wielewski

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206011>

CAPÍTULO 2..... 12

ASSESSMENT BELIEFS AND PRACTICES IN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION IN BRAZIL

Jutta Cornelia Reuwsaat Justo

Ednei Luís Becher

Marja van den Heuvel-Panhuizen

Michiel Veldhuis

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206012>

CAPÍTULO 3..... 22

REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DE DUAS ESCOLAS PÚBLICAS DA CIDADE DE PARAÍSO DO TOCANTINS SOBRE O USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Elismar Dias Batista

William Isao Tokura

Jeidy Johana Jimenez Ruiz

Priscila Marques Kai

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206013>

CAPÍTULO 4..... 34

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE DOCENTES. PLAN DE ESTUDIOS 2012

Edith Arévalo Vázquez

Hilda Alicia Guzmán Elizondo

Nancy Bernardina Moya González

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206014>

CAPÍTULO 5..... 47

CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS – VERSÃO COMPLETA

Givaldo da Silva Costa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206015>

CAPÍTULO 6..... 64

O VOLUME DO PARALELEPÍPEDO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA NAS UARC'S

Leandro Pantoja da Costa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206016>

CAPÍTULO 7..... 84

A LUDICIDADE E O ENSINAR MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: O QUE REVELAM ALGUMAS PRODUÇÕES ESCRITAS?

José Duilson Filho

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206017>

CAPÍTULO 8..... 103

DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO: CARACTERÍSTICAS, AVALIAÇÃO E INTERVENÇÃO

Talita Neves Silva

Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Isabel Cristina Lara Machado

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206018>

CAPÍTULO 9..... 113

ESTUDO QUANTITATIVO DO DESEMPENHO DISCENTE ATRAVÉS DO PROJETO PRÉ-CALOURO E NIVELAMENTO DA ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA EST/UEA

Elaine Ladislau Ferreira Pereira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206019>

CAPÍTULO 10..... 122

ANÁLISE PRELIMINAR DA DINÂMICA DO VÍRUS HBV POR MEIO DE DERIVADAS FRACIONÁRIAS

Lislaine Cristina Cardoso

Fernando Luiz Pio dos Santos

Rubens Figueiredo Camargo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060110>

CAPÍTULO 11..... 131

METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: O USO DA PLATAFORMA MENTIMETER NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ESTATÍSTICOS

Anderson Dias da Silva

Geriane Pereira da Silva

Joás Mariano da Silva Júnior

Carla Saturnina Ramos de Moura

Lucília Batista Dantas Pereira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060111>

CAPÍTULO 12..... 142

MODELO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE RESTAURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Guilherme Florindo Afonso

Antonio Marcos Cossi

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060112>

CAPÍTULO 13..... 147

ESTILOS DE APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS DE MÉTODOS NUMÉRICOS A NIVEL LICENCIATURA DE INGENIERÍA EN PUEBLA

Carlos David Zapata y Sánchez

María Guadalupe López Molina

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060113>

CAPÍTULO 14..... 158

ANÁLISIS COGNITIVO DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO

Leopoldo Zúñiga-Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060114>

CAPÍTULO 15..... 168

“BOLA AO CESTO”: UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Claudia Croce Costalonga

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060115>

CAPÍTULO 16..... 175

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Márcio Pironel

Lourdes de la Rosa Onuchic

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060116>

CAPÍTULO 17..... 186

¿QUÉ COMPETENCIAS APORTA ANÁLISIS MATEMÁTICO 2 AL GRADUADO DE INGENIERÍA?

Sara Aida Alaniz

Gladys Carmen May

Marcela Natalia Baracco

Roberto Javier Simunovich

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060117>

CAPÍTULO 18..... 200

A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO SUBSÍDIO PARA A CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS DE RAZÃO, PROPORÇÃO E TEOREMA DE TALES

Elismar Dias Batista

Willian Isao Tokura

Jeidy Johana Jimenez Ruiz

Priscila Marques Kai

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060118>

CAPÍTULO 19	206
ANÁLISIS ESTADÍSTICO APLICADO EN LA PROPOSICIÓN DE UNA RED DE CICLOVÍAS EN EL GRAN SAN JUAN	
Mariana Laura Espinoza Aníbal Leodegario Altamira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060119	
CAPÍTULO 20	218
GÉNESIS INSTRUMENTAL DE LA NOCIÓN DE FRACTAL EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE NIVEL SECUNDARIO	
Daisy Julissa García-Cuéllar Mihály André Martínez-Miraval Jesús Victoria Flores Salazar	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060120	
CAPÍTULO 21	228
ESTIMATIVAS DA NORMA DO SUP DE SOLUÇÕES LIMITADAS DE EQUAÇÕES DE DIFUSÃO NÃO LINEARES	
Valéria de Fátima Maciel Cardoso Brum Paulo Ricardo de Ávila Zingano	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060121	
CAPÍTULO 22	235
FREE VIBRATIONS OF CATENARY RISERS WITH INTERNAL FLUID	
Joseph Arthur Meléndez Vásquez Juan Pablo Julca Ávila	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060122	
SOBRE OS ORGANIZADORES	245
ÍNDICE REMISSIVO	246

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Data de aceite: 01/12/2021

Data de submissão: 08/11/2021

Márcio Pironel

Doutor em Educação Matemática pela
Universidade Estadual Paulista – UNESP;
Docente do Instituto Federal de São Paulo –
IFSP
Salto – SP
<https://orcid.org/0000-0002-7360-0571>

Lourdes de la Rosa Onuchic

Docente Aposentada do Instituto de Ciências
Matemáticas e de Computação ICMC/USP
São Carlos – SP
Docente Voluntária do Programa de Pós-
Graduação em Educação Matemática –
PPGEM da Universidade Estadual Paulista
– UNESP
Rio Claro – SP
<https://orcid.org/0000-0001-7713-2157>

RESUMO: Este trabalho procura fazer compreender a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas - MEAAMaRP e o modo como a Avaliação pode acontecer durante sua utilização. Para alcançar esse objetivo realizamos uma profunda revisão bibliográfica sobre os temas envolvidos e apresentamos uma atividade realizada com 24 alunos de uma escola privada de Lisboa, Portugal, para a obtenção de evidências que possam sustentar nossa pesquisa.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de Problemas.

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Avaliação para a Aprendizagem. Ensino.

PROBLEM SOLVING AND ASSESSMENT FOR LEARNING MATHEMATICS

ABSTRACT: This work seeks to understand the Methodology of Mathematics Teaching-Learning-Assessment through Problem Solving - MEAAMaRP and how the Assessment can happen during its use. To achieve this goal, we carried out a thorough bibliographical review on the themes involved and presented an activity carried out with 24 students from a private school in Lisbon, Portugal, to obtain evidence that could support our research.

KEYWORDS: Problem Solving. Methodology of Mathematics Teaching-Learning-Assessment through Problem Solving. Assessment for Learning. Teaching.

1 | INTRODUÇÃO

O ser humano é, por própria essência, um avaliador. Desde os primórdios, a necessidade de avaliar quantidades, situações e riscos faz parte do seu cotidiano. Conforme o mundo foi se desenvolvendo, social, cultural e tecnologicamente, a avaliação foi se transformando e agregando novos objetivos e significados.

Na educação escolar a avaliação parece ter surgido com os Jesuítas, entre os anos de 1550 e 1599, quando possuía um caráter disciplinador e ordenador das condutas dos

agentes envolvidos na educação (LUCKESI, 1992). As práticas de disciplina escolar perduraram no decorrer dos últimos séculos e, somente no último terço do século XX, teve uma transformação mais profunda e significativa em seus propósitos.

No início deste século, Pironel (2002) propôs a integração da avaliação aos processos de ensino e de aprendizagem e essa integração acabou incorporada pela MEAAMaRP, que adotou a palavra Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Embora se acredite que ensino, aprendizagem e avaliação representam três processos distintos, a composição dessa palavra nos indica o objetivo de que a avaliação integrada ao ensino promove a aprendizagem e que essa forma de avaliar valide esses processos e promova, ela própria, a aprendizagem do aluno.

Este trabalho apresenta um pequeno recorte de uma pesquisa de doutoramento e tem como objetivo mostrar como a avaliação pode acontecer numa aula baseada na MEAAMaRP. Para alcançar os objetivos propostos, foi utilizada uma abordagem metodológica qualitativa do tipo participante. Nesse contexto, criamos cinco problemas geradores de aprendizagem que foram trabalhados ao longo de um trimestre letivo de um sétimo ano, numa escola privada da cidade de Lisboa, em Portugal.

Um desses problemas, abordado neste trabalho, visava ser o ponto de partida para a discussão de processos de equalização de situações-problema e para a aprendizagem de algoritmos adequados à resolução das equações obtidas. A turma de alunos foi dividida em grupos com três ou quatro estudantes, totalizando sete grupos e o registro das atividades foi recolhido pelo professor. As aulas terem sido gravadas, com uma unidade gravadora em cada grupo, além de outra que ficou em mãos da professora regente. A turma investigada possuía 27 alunos, porém, apenas 24 pais autorizaram seus filhos a participar da pesquisa, de modo que não pudemos nem gravar e nem recolher o material produzido por um dos grupos.

2 | ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

“A conexão entre resolver problemas e aprofundar a compreensão é simbiótica” (LAMBIDIN, 2003, p. 3). Essa simbiose indica que a compreensão matemática pode nos levar até à resolução de um problema, puramente matemático ou do mundo real, e a recíproca é verdadeira, ou seja, a resolução de um problema pode nos levar à construção da compreensão matemática. Mais do que isso, temos diante de nós a possibilidade de que, através da proposição de um problema, é possível levar um aluno à construção de uma matemática nova para ele ou a aprofundar seus conhecimentos matemáticos sobre conteúdos anteriormente vivenciados, seja na escola ou fora dela.

O NCTM (2014) nos mostra indícios de que a eficácia do ensino de matemática está relacionada à utilização da Resolução de Problemas na sala de aula, ao argumentar que:

O ensino eficaz de matemática envolve os alunos na resolução e na discussão de tarefas que promovem raciocínio matemático e resolução de problemas e que permitem múltiplos pontos de partida e várias estratégias de resolução (NCTM, 2014, p.17, tradução nossa).

O ensino eficaz da matemática envolve os alunos ao fazer conexões entre representações matemáticas tanto para aprofundar a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos quanto como ferramentas para a resolução de problemas (NCTM, 2014, p. 24, tradução nossa).

O ensino efetivo da matemática desenvolve a fluência com os procedimentos em uma base de compreensão conceitual para que os alunos, com o tempo, se tornem habilidosos ao usar procedimentos com flexibilidade na medida em que resolvem problemas contextualizados e matemáticos (NCTM, 2014, p. 42, tradução nossa).

Além disso, o NCTM (2014) ressalta o papel tanto dos professores quanto dos alunos ao implementar práticas que promovam raciocínio e resolução de problemas, conforme mostra a Figura 1 abaixo:

Implementar tarefas que promovem raciocínio e resolução de problemas Ações do professor e do aluno	
O que os professores fazem?	O que os alunos fazem?
<p>Motivar o aprendizado dos alunos sobre a matemática através de oportunidades para explorar e resolver problemas que desenvolvam e ampliem sua compreensão matemática atual. Selecionar tarefas que forneçam múltiplos pontos de partida através do uso de várias ferramentas e representações.</p> <p>Propor regularmente tarefas que exijam um alto nível de demanda cognitiva.</p> <p>Apoiar os alunos na exploração de tarefas sem assumir o pensamento dos alunos.</p> <p>Incentivar os alunos a usar abordagens e estratégias variadas para entender e resolver problemas.</p>	<p>Perseverar na exploração e no raciocínio através de tarefas.</p> <p>Responsabilizar-se pela compreensão das tarefas, recorrendo e fazendo conexões com seu entendimento prévio e com suas ideias.</p> <p>Usar ferramentas e representações, conforme necessário, para apoiar seus pensamentos e a resolução de problemas.</p> <p>Aceitar e esperar que seus colegas de classe usem uma variedade de abordagens de resolução e que eles discutam e justifiquem suas estratégias um para o outro.</p>

Quadro 1: O papel de professores e alunos em tarefas que promovam raciocínio e resolução de problemas

Fonte: NCTM, 2014, p. 24

Segundo Lambdin (2003),

Um problema é, por definição, uma situação que causa desequilíbrio e perplexidade. Um princípio primordial do ensino através da resolução de problemas é que os indivíduos confrontados com problemas genuínos sejam forçados a um estado de necessidade de conectar o que eles conhecem com o problema proposto. Assim, aprender através da resolução de problemas desenvolve a compreensão. As redes mentais de ideias dos alunos crescem mais complexas e mais robustas quando os alunos resolvem problemas que os obrigam a pensar profundamente e a se conectar, estender e elaborar seus conhecimentos prévios (LAMBIDIN, 2003, p.7, tradução nossa).

Tais considerações são importantes para compreender as ideias da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Essa metodologia interpreta a necessidade de ir além da concepção de Polya, que ofereceu um processo heurístico para auxiliar professores, alunos e pessoas interessadas em resolver problemas.

Essa metodologia não se propõe a ensinar os alunos a resolver problemas e nem a utilizar os problemas como aplicação direta de um determinado conteúdo matemático trabalhado na sala de aula. A MEAMaRP considera a possibilidade de que, a partir de um problema gerador, o aluno possa construir novos conhecimentos matemáticos. Sua formalização acontece no final do processo da resolução de problemas e não no início, como sugerem outras concepções pedagógicas que utilizam resolução de problemas matemáticos:

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (ONUChIC e ALLEVATO, 2011, p. 81)

Ensinar a partir de um problema exige que se faça a cada dia um planejamento ou uma seleção de atividades, levando em conta a compreensão dos estudantes e a necessidade de atender ao conteúdo programático (ONUChIC; ALLEVATO, 2009).

Embora se possa trabalhar metodologias de diferentes maneiras, uma vez que seus propósitos ao se iniciar o processo de ensino com a proposição de um problema gerador para, através de sua resolução, chegar-se à aprendizagem de determinado conteúdo matemático, Onuchic e Allevato (2011) propuseram o seguinte roteiro para o desenvolvimento de uma aula baseada no Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas:

1. Preparação do problema - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
2. Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
3. Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
 - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema e se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
4. Resolução do problema - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho

cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como coconstrutores da matemática nova que se quer criar abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos à construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5. Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor, como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (estratégias) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador, acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que possam surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6. Registro das resoluções na lousa – Representantes de cada grupo são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7. Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8. Busca do consenso – Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9. Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 83-85)

Allevalo e Onuchic (2014) apresentaram mais uma nova etapa para o roteiro: A proposição e resolução de novos problemas. Elas argumentaram que novos problemas, relacionados ao tema do problema gerador, permitem analisar a compreensão do conteúdo matemático trabalhado durante a aula e consolidam aprendizagens construídas em etapas anteriores, além de aprofundar e ampliar as concepções do próprio tópico matemático trabalhado, criando um novo ciclo de resolução de problemas que pode levar à aquisição de

novos conhecimentos matemáticos e, por consequência, à proposição de novos problemas.

Mais importante ainda é que essa metodologia integra deliberadamente uma concepção mais atual de avaliação, que é, conforme salienta Onuchic (2013), a avaliação deve ser construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário.

3 I AVALIAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas exige um comprometimento do professor com algumas questões que são fundamentais para o sucesso dos estudantes e, conseqüentemente, da metodologia em si. É preciso disposição do professor para trabalhar em grupos e do engajamento dos alunos para resolver os problemas propostos. É necessário que haja uma composição harmônica entre professor e alunos para que, da interação entre eles, as ações de avaliação possam fluir com naturalidade e as intervenções auxiliem o estudante na construção de conhecimento matemático novo. É necessário que o professor entenda que tipos de compreensão precisa vasculhar para buscar evidências sobre como o processo de aprendizagem está ocorrendo a fim de transformar concepções errôneas ou construções equivocadas em conhecimento sólido.

Para avaliar a compreensão dos estudantes durante o processo de ensino, os professores devem coletar dados, através de observação e de discurso dos alunos que devem ser interpretados ao desenvolver uma descrição acurada de seu raciocínio. Então, usando seu conhecimento sobre o pensamento de cada estudante, os professores podem selecionar tarefas de ensino adequadas (CHAMBERS, 1993).

Mesmo tendo a percepção de que possam existir outras variáveis na resolução de um problema, após mais de uma década utilizando essa metodologia em sala de aula, Pironel (2019) defendeu a necessidade de se considerar ao menos as seguintes variáveis no desenvolvimento de uma tarefa baseada na resolução de problemas:

- A compreensão do problema: O professor precisa buscar evidências sobre a compreensão do estudante com relação ao problema ou à situação problemática. A má compreensão do enunciado pode levar, seguramente, a uma construção errada de um conceito e aumentar a dificuldade do trabalho docente.
- A separação de variáveis úteis e a escolha de ferramentas adequadas: Para resolver um problema, o aluno precisa destacar, dentre as variáveis apresentadas, aquelas que serão úteis para a resolução do problema dado. Quando o aluno ataca o problema, quando ele confecciona um plano para resolver o problema, ele precisa escolher quais ferramentas matemáticas poderão ser utilizadas para a sua resolução. É preciso definir quais serão os caminhos que serão percorridos e os algoritmos que poderão ser utilizados para chegar à sua

resolução.

- A operacionalização: Não basta conhecer as variáveis que poderão ser utilizadas e saber resolver os algoritmos necessários para alcançar os objetivos do problema. É preciso saber onde eles serão utilizados e saber usá-los com correção e eficácia. O professor precisa estar atento à operacionalização do problema e saber quando o aluno está realizando uma boa resolução. Isso porque é ela quem define, efetivamente, se o resolvidor do problema chegará ou não a uma solução plausível.
- A razoabilidade das respostas: Quando o estudante encontra uma resposta ou, ao final de cada etapa da resolução do problema, precisa avaliar se a resposta é plausível e se há razoabilidade nela, o professor tem que estar atento aos diálogos que ocorrem nos grupos de trabalho e perceber se as argumentações utilizadas por eles demonstram estar alinhadas às possíveis respostas que seriam dadas ao problema.
- O significado dos conceitos envolvidos: Durante as fases de plenária e de formalização, o professor precisa acompanhar, acuradamente, o processo de ensino com vistas à aprendizagem, para coletar evidências sobre o quanto daquele conteúdo pôde ser apreendido pelo estudante, sem riscos de construção de concepções errôneas.

Para obter informações relevantes sobre esses elementos, é preciso que os professores fiquem atentos ao movimento da aula e se utilizem de questionamentos e conversas informais pretendendo que o aluno exponha suas descobertas matemáticas, convicções, dúvidas e dificuldades. De acordo com Chambers (1993):

Os professores podem aprender a orquestrar o discurso para obter informações que revelem o pensamento do estudante. As questões devem se concentrar nas estratégias de resolução dos alunos em vez de sua resposta. Questões como:

“Como você resolveu este problema?”

“Será que alguém utilizou a mesma estratégia?”

“Será que alguém utilizou uma estratégia diferente?”

“Alguém poderia pensar em outra estratégia?”

“Tom, o que você pensa sobre a estratégia da Ellen?”

são projetadas para revelar como os estudantes pensaram o problema. Evidências do pensamento estudantil também podem vir de seus trabalhos escritos e de quaisquer manipulações que acompanhem suas resoluções. Quando a evidência é inadequada, o professor pode fazer perguntas de sondagem. (CHAMBERS, 1993, p. 20-21, tradução nossa)

Van de Walle (2009) argumenta que se o professor tiver um plano sistemático para coletar informações enquanto observa e escuta os alunos, ao menos duas coisas importantes acontecem: reúne-se mais informação que poderia não ter sido percebida antes

e que se tornou relevante; e dados da observação coletados de modo sistemático podem ser acrescidos a outros dados e usados para planejar aulas, fornecer retroinformação (feedback) aos alunos, administrar reuniões com pais e determinar graus de avaliação.

Quando se dispõe a utilizar a observação como instrumento de avaliação, e este é um instrumento imprescindível quando pensamos em uma aula baseada na Resolução de Problemas, é importante observar as seguintes considerações apresentadas por Fennell, Kobett e Wray (2015):

- Concentre-se em observar a compreensão dos conteúdos e o envolvimento dos alunos com práticas matemáticas particulares, ao invés de se distrair com outros comportamentos dos alunos.
- Lembre-se da intenção da observação. A observação deve estar intencionalmente conectada ao planejamento e à implementação da aula atual.
- Documente, documente, documente. Mantenha um registro contínuo e a análise do que é observado informará imediatamente as decisões mais urgentes – durante a implementação da aula, ou aconselhará sobre o planejamento de curto e de longo prazo.
- Antecipe o que pode ser observado. Conectando observações ao processo de planejamento, os professores podem monitorar o ensino, antecipar ou imaginar o que pode acontecer em uma aula e se adaptar de acordo com a necessidade. (FENNELL, KOBETT, WRAY, 2015, p.54, tradução nossa).

Pironel e Onuchic (2016) relatam uma experiência pedagógica em que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é utilizada, concentrando as análises nas ações de avaliação. No início da aula, o professor se mantém como observador da atividade, concentrando sua atenção em cada um dos grupos formados, até escolher um deles, ao qual destinará atenção mais detida, a fim de coletar as primeiras informações sobre o andamento da atividade, e organizar seu pensamento para iniciar uma inquirição aos elementos do grupo escolhido.

Essa metodologia trabalha com a formação de grupos e ressalta a importância dessa prática “pois possibilita que os alunos que apresentam mais dificuldades possam dirimir suas dúvidas com aqueles colegas que absorveram, com maior rapidez e facilidade, um determinado conceito” (PIRONEL; ONUCHIC, 2016, p. 10).

Quando o professor foca sua atenção num único grupo, ele se aproxima dele e, através de questionamentos, tenta obter informações e realiza, imediatamente, as intervenções que julgar necessárias.

O seguinte problema foi proposto por Pironel (2019) para uma turma de 7º ano da educação básica de uma escola de Lisboa, em Portugal.

Resolva o seguinte problema

Um livro custa € 1,00 mais a metade do seu preço. Qual é o preço do livro?

Figura 1: Problema ‘O Preço do Livro’

Fonte: Os autores

Durante a intervenção, o professor precisa inquirir os elementos do grupo com a dupla finalidade de descobrir quais são suas dificuldades, seus possíveis erros ou concepções errôneas e/ou as possibilidades de encaminhamento da questão. Observe o diálogo que segue:

Aluno A: *Professor, posso fazer uma regra de três?*

Professor Pesquisador: *Existe proporcionalidade?*

Aluno A: *Desculpe, não percebi!*

Professor Pesquisador: *Alguém pode ajudar o Aluno A?*

Como ninguém se manifestou, o professor continuou a perguntar.

Professor Pesquisador: *Para fazer uma regra de três, você precisa ter valores proporcionais, não é?*

Aluno A: *Sim. Não dá para fazer assim.*

Aluno B: *Mas podemos usar uma função...*

Professor Pesquisador: *Como?*

Aluno B (escrevendo na folha): *y é igual a um mais a metade de x, então...*

Daí escreveu:

$$y = 1 + x/2$$

Professor Pesquisador: *Mas o que isso quer dizer?*

Aluno B: *Que o valor do livro depende de x?*

Professor Pesquisador: *Mas o que x está a representar?*

Aluno C: *O valor do livro.*

Aluno B: *Não! O valor do livro é representado por y.*

Aluno C: *Mas o problema está a dizer que o livro custa um euro mais a metade do valor do livro, que é x por dois.*

Professor Pesquisador: *É possível que ambos estejam corretos?*

... silêncio.

Professor Pesquisador: *Discutam o problema! Não se esqueçam que estão buscando um único valor!*

Esse diálogo evidencia como o processo de avaliação pode acontecer na forma de um processo de ensino, ao mesmo tempo em que o professor procura compreender as dificuldades dos alunos. O professor busca fornecer informações para que os alunos consigam encontrar um caminho tanto para a resolução do problema quanto para a

construção de um conhecimento novo ou para a correção de curso em tópicos que possam ter sido concebidos erroneamente.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por integrar o processo de avaliação aos processos de ensino e de aprendizagem, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas permite que o professor, ao intervir durante a resolução do problema, possa desafiar o aluno a desenvolver uma capacidade argumentativa ao lhe permitir declarar assertivamente a respeito dos conteúdos trabalhados no problema, bem como sobre as estratégias de resolução e apreensão do novo conteúdo matemático trabalhado, além de suscitar discussões em sala de aula sobre a matemática, previamente concebida, que fora necessária para a execução das estratégias de resolução utilizadas. Podemos concluir, portanto, que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas traz em si a prática de uma avaliação para a aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

CHAMBERS, D. L. Integrating Assessment and Instruction. In WEBB, N. L.; COXFORD, A. F. **Assessment in the Mathematics Classroom**: 1993 Yearbook. Reston: NCTM, 1993.

FENNEL, F.; KOBETT, B.; WRAY, J. A. Classroom-Based Formative Assessments: Guiding Teaching and Learning. In SUURTAMM, C. (Editora) **Assessment to Enhance Teaching and Learning**. Reston: NCTM, 2015 pp. 51-62

LAMBDIN, D. V. Benefits of Teaching through Problem Solving. In. LESTER Jr, F. K.; CHARLES, R. I. **Teaching Mathematics through Problem Solving**: Prekindergarten–Grade 6. Reston: NCTM, 2003. P. 3-14

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: Sendas Percorridas**. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica – PUC, São Paulo, 1992.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. **Principles to Action**: Ensuring Mathematical Success for All. Reston: NCTM, 2014.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? In. **Espaço Pedagógico**. v. 20 n. 01, Passo Fundo. jan./jun. 2013. p. 88-104

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Trabalhando volume de cilindros através da resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista – RS**, v. 10, n. 1, p. 95-103, 2009.

ONUCHIC, L. R.; Allevalo, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectiva. In **Bolema**, v. 25, n. 41 Rio Claro: 2011. p. 73-98

PIRONEL, M. **A avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem da matemática na sala de aula**. Dissertação de mestrado. Rio Claro: UNESP, 2002. 193p.

PIRONEL, M.; ONUCHIC, L. de la R. Avaliação para a Aprendizagem: Uma proposta a partir de Transformações do Conceito de Avaliação na Sala de Aula no Século XXI. In. **IV CONAVE – Congresso Nacional de Avaliação Educacional**, Bauru, 2016. Anais. Bauru: UNESP, 24 a 26 de outubro de 2016. p. 1-13

<http://www2.fc.unesp.br/sgcd/#!/paginas/conave/conave-2015/anais/comunicacoes-cientificas/>. Acessado em 05.06.2017.

PIRONEL, M. **Avaliação para a Aprendizagem: A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em Ação**. Tese de Doutorado. Rio Claro: UNESP, 2019. 297p.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. Porto Alegre: ARTMED, 7ª Edição, 2009.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Análisis 2, 36, 37, 148, 149, 150, 152, 158, 159, 160, 161, 164, 186, 187, 188, 190, 191, 192, 194, 196, 197, 199, 206, 207, 210, 211, 212, 217

Anos iniciais 11, 12, 13, 21, 48, 54

Aprendizado 26, 29, 47, 83, 95, 104, 106, 133, 168, 169, 177

Aprendizaje 36, 40, 42, 43, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 158, 159, 160, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 187, 188, 190, 191, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 221

Avaliação 12, 13, 20, 21, 27, 28, 29, 49, 61, 103, 105, 106, 107, 108, 110, 114, 116, 119, 120, 175, 176, 178, 180, 182, 183, 184, 185

Avaliação em larga escala 13

Avaliação em sala de aula 13

B

Bola ao cesto 168, 169

Brasil 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 20, 21, 24, 26, 27, 32, 48, 83, 86, 94, 100, 104, 107, 109, 110, 111, 122, 123, 129, 174, 218

Busca em vizinhança variável 142

C

Cálculo 66, 74, 75, 104, 108, 113, 116, 118, 123, 124, 128, 129, 147, 158, 159, 160, 163, 164, 165, 192, 203, 211

Ciclovías 206, 207

Cognición 158, 165

Competencias 36, 37, 40, 41, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 193, 196, 197, 198, 199

Computador 22, 24, 26, 29, 32, 33, 132, 145

Conceito 11, 28, 47, 51, 52, 53, 62, 74, 75, 76, 83, 95, 106, 135, 178, 180, 182, 185, 201, 203, 204

D

Derivada de caputo 122

Desempenho discente 113

Discalculia do desenvolvimento 103, 104, 105, 106, 110, 111

E

Educação infantil 96, 168, 169, 170, 174

Educação matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 33, 62, 64, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 103, 105, 111, 131, 140, 175, 184, 201, 204, 205, 245

Educación en ingeniería 147, 149

Enseñanza 2, 34, 35, 36, 37, 43, 44, 148, 149, 158, 160, 164, 186, 187, 189, 191, 193, 221, 222

Ensino 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 35, 47, 48, 49, 51, 54, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 72, 73, 74, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 115, 117, 118, 120, 121, 131, 132, 133, 134, 135, 140, 141, 168, 169, 175, 176, 177, 178, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 200, 201, 202, 205, 245

Ensino da matemática 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 22, 23, 25, 28, 32, 35, 87, 89, 100, 108, 118, 121, 131, 168, 169

Ensino médio 5, 27, 33, 65, 66, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 93, 94, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 115, 120

Equações de difusão 228

Estadística 36, 165, 206, 207, 217

Estilos de aprendizagem 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153

Estimativas de energia 228

Estratégias 62, 66, 73, 85, 90, 91, 92, 94, 96, 105, 108, 128, 132, 133, 134, 168, 169, 177, 179, 181, 184, 202

F

Ferramenta 5, 8, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 32, 88, 89, 91, 92, 98, 100, 101, 140, 145, 146

Formación docente 34, 197

Fractales 218, 219, 220, 221, 222, 225, 226, 227

G

Génesis instrumental 218, 220, 221

Geogebra 22, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 222, 226

H

Hepatite B 122, 129

História da educação matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11

História da matemática 4, 11, 200, 201, 202, 204, 205

I

Instrumentalização 47, 48

L

Ludicidade 84, 85, 86, 87, 90, 94, 95, 96, 99, 100, 245

M

Matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 32, 33, 35, 41, 47, 48, 51, 61, 62, 63, 64, 65, 68, 72, 73, 75, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 120, 121, 125, 128, 131, 132, 133, 134, 135, 138, 139, 140, 141, 144, 148, 159, 164, 165, 168, 169, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 182, 184, 185, 186, 187, 198, 199, 200, 201, 202, 204, 205, 218, 219, 220, 222, 226, 228, 233, 245

Mentimeter 131, 132, 135, 136, 137, 138, 139, 140

Método dos elementos finitos 236

Metodologia 4, 7, 11, 23, 27, 65, 66, 91, 98, 99, 128, 134, 137, 140, 175, 178, 180, 182, 184, 185, 200, 202

Métodos numéricos 127, 147, 148, 152

Modelagem fracionária 122

P

Práticas docentes 1, 8, 133

Princípios teóricos 103

Problema de autovalores 236

Professores 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 48, 49, 50, 51, 53, 60, 61, 62, 64, 65, 73, 85, 86, 87, 90, 98, 99, 101, 108, 109, 113, 114, 115, 131, 132, 133, 134, 136, 139, 140, 141, 168, 177, 178, 180, 181, 182, 185, 201, 202, 203, 204, 245

Projetos extra-curriculares 121

R

Registro 61, 168, 171, 176, 179, 182

Resolução de problemas 66, 92, 94, 134, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 182, 184, 185, 205

Resolución de problemas 158, 164, 165, 190, 191, 193, 194, 198

Restauração 142, 143, 145, 146

Riser de aço em catenária 235, 236

S

Sequência didática 64, 66, 72, 73, 74, 82, 83

Significado 40, 47, 51, 52, 58, 59, 60, 61, 85, 138, 162, 181, 192, 201, 202, 203, 222

Sistemas de distribuição 142, 145, 146

Software 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 141, 191

Soluções fracas 228, 229

T

Tecnologias digitais 131, 132, 140

Teorema da comparação 228

Testemunhos de professores 1

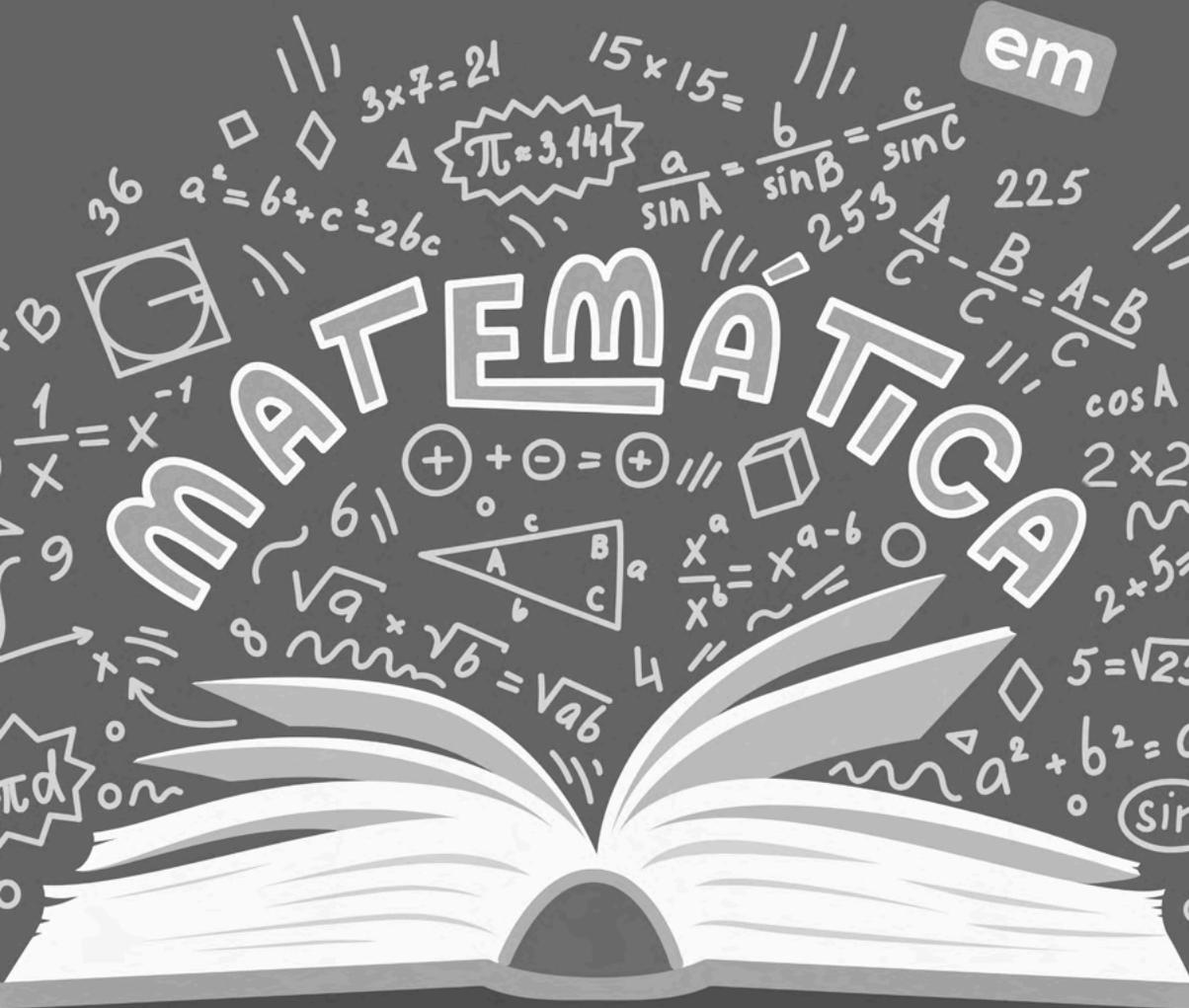
Toma de decisiones 43, 206, 207

V

Vibrações livres 236

Volume do paralelepípedo 64, 66, 74, 82

PESQUISAS DE VANGUARDA

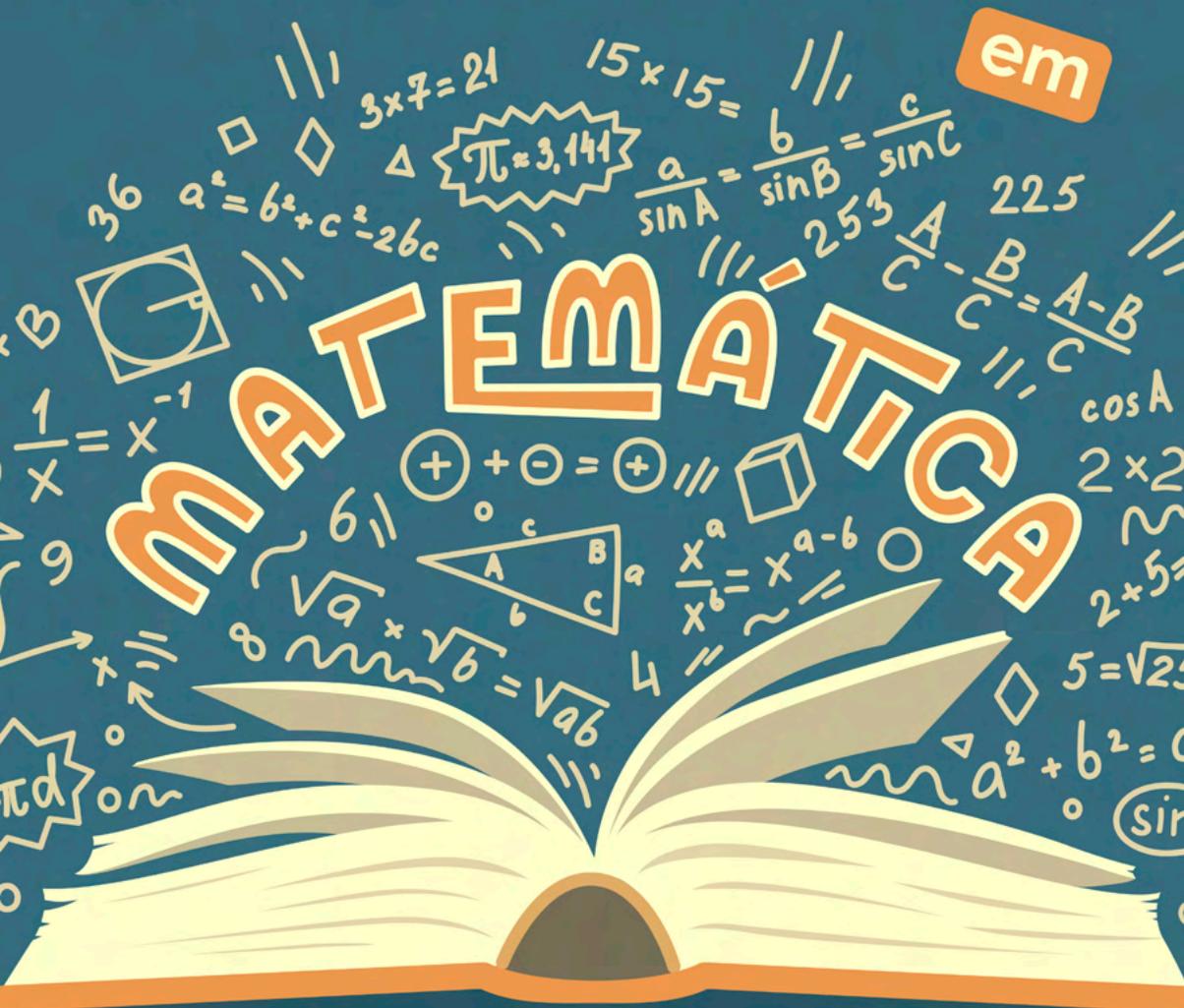


e suas aplicações

PESQUISAS DE VANGUARDA

em

MATEMÁTICA



e suas aplicações