

Francisco Odécio Sales  
Karine Moreira Gomes Sales  
(Organizadores)

# Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra



**Atena**  
Editora  
Ano 2021

Francisco Odécio Sales  
Karine Moreira Gomes Sales  
(Organizadores)

# Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra



**Atena**  
Editora  
Ano 2021

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2021 Os autores

Copyright da edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná



Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



## Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra

**Diagramação:** Daphynny Pamplona  
**Correção:** Yaidy Paola Martinez  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizadores:** Francisco Odécio Sales  
Karine Moreira Gomes Sales

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C968 Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra / Organizadores Francisco Odécio Sales, Karine Moreira Gomes Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-756-4

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.564212012>

1. Ciências exatas e da terra. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Sales, Karine Moreira Gomes (Organizadora). III. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)



**Atena**  
Editora  
Ano 2021

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A coleção “Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra” é uma obra que objetiva uma profunda discussão técnico-científica fomentada por diversos trabalhos dispostos em meio aos seus 17 capítulos. Esse 1º volume abordará de forma categorizada e interdisciplinar trabalhos, pesquisas, relatos de casos e/ou revisões que nos transitam vários caminhos das Ciências exatas e da Terra, bem como suas reverberações e impactos econômicos e sociais a luz da epistemologia.

Tal obra objetiva publicizar de forma objetiva e categorizada estudos e pesquisas realizadas em diversas instituições de ensino e pesquisa nacionais e internacionais. Em todos os capítulos aqui expostos a linha condutora é o aspecto relacionado às Ciências Naturais, tecnologia da informação, ensino de ciências e áreas afins correlatos ao locus cultural.

Temas diversos e interessantes são deste modo, discutidos aqui com a proposta de fundamentar o conhecimento de acadêmicos, mestres e todos aqueles que de alguma forma se interessam por inovação, tecnologia, ensino de ciências e demais temas. Possuir um material que demonstre evolução de diferentes campos da engenharia, ciência e ensino de forma temporal com dados geográficos, físicos, econômicos e sociais de regiões específicas do país é de suma importância, bem como abordar temas atuais e de interesse direto da sociedade.

Deste modo a obra Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra apresenta uma profunda e sólida fundamentação teórica bem com resultados práticos obtidos pelos diversos professores e acadêmicos que desenvolvem seu trabalho de forma séria e comprometida, apresentados aqui de maneira didática e articulada com as demandas atuais. Sabemos o quão importante é a divulgação científica, por isso evidenciamos também a estrutura da Atena Editora capaz de oferecer uma plataforma consolidada e confiável para estes pesquisadores exporem e divulguem seus resultados.

Francisco Odécio Sales  
Karine Moreira Gomes Sales




## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### A SHORT NOTE ON THE ELECTRON-POSITRON PAIR CREATION

Eduardo De Paiva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120121>

### **CAPÍTULO 2..... 9**

#### BREVES COMENTÁRIOS ACERCA DA GEOQUÍMICA DAS TERRAS PRETAS DE ÍNDIO (TPI's) NA AMAZÔNIA

Matheus Cavalcante Silva

Bianca Soares Costa

Fernanda Ravana da Conceição Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120122>

### **CAPÍTULO 3..... 15**

#### APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO CONTEXTO AROMAS: UMA PROPOSTA DE MATERIAL PARADIDÁTICO PARA O ENSINO DE FUNÇÕES ORGÂNICAS

Fernando Vasconcelos de Oliveira

Vanessa Candito

Mara Elisa Fortes Braibante

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120123>


### **CAPÍTULO 4..... 27**

#### CAPTAÇÃO E ARMAZENAMENTO DA ÁGUA DA CHUVA EM ESCOLA DO CAMPO SITUADA NA REGIÃO DA BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO JAURU-MT, ATRAVÉS DE PROJETO SUSTENTÁVEL - CISTERNA

Luiz Cláudio Almeida Martins

Rosiane Alexsandra dos Santos Costa

Solange Aparecida Arrolho da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120124>

### **CAPÍTULO 5..... 41**

#### CARACTERIZAÇÃO DA ÁGUA DO MAR NO ENTORNO DE FAZENDA MARINHA NA ENSEADA DO BANANAL, ILHA GRANDE, ANGRA DOS REIS, RIO DE JANEIRO

Vanessa de Magalhães Ferreira

Tatiana Ribeiro Briglia


Bruno Saliba Souza Almeida

Gabriel Soares Cruz

Camila de Leon Lousada Borges

Gleici Natali Montanini dos Santos

Marcos Bastos Pereira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120125>


### **CAPÍTULO 6..... 69**

#### LICENCIAMENTO AMBIENTAL DE EMPREENDIMENTOS MINERÁRIOS EM ÁREAS

## CÁRSTICAS NO MUNICÍPIO DE OUROLÂNDIA NO PERÍODO DE 2007 A 2014

Antonieta Antenora Italia Candia

Arlene Lula Moreira De Oliveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120126>

### **CAPÍTULO 7..... 81**

#### **EVAPOTRANSPIRAÇÃO E OS COEFICIENTES DE CULTURA DO CAUPI NO NORDESTE PARAENSE, BRASIL**

Vivian Dielly da Silva Farias

Marcos José Alves de Lima

Hildo Giuseppe Garcia Caldas Nunes

Deborah Luciany Pires Costa

Denis de Pinho Sousa

Paulo Jorge de Oliveira Ponte de Souza


Vandeilson Belfort Moura

Sandra Andréa Santos da Silva

José Farias Costa

Maysa Lorrane Medeiros de Araújo

Dayse Drielly Souza Santana Vieira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120127>

### **CAPÍTULO 8..... 94**

#### **DIAGNÓSTICO ENÉRGICO: UM ESTUDO DE CASO SOBRE O SISTEMA DE ILUMINAÇÃO NA FATEC FRANCO DA ROCHA**

Carlos Eduardo Oliveira Santos

José Eduardo Soares de Almeida


Leonardo Augusto dos Santos

Matheus Lira de Almeida

Silvia Maria Farani Costa

Augusto de Toledo Cruz Junior


Valquiria Pereira Alcantara

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120128>

### **CAPÍTULO 9..... 110**

#### **FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE EM GEOGRAFIA: A IMPORTÂNCIA DE SITUAR A ALFABETIZAÇÃO CARTOGRÁFICA NO CONTEXTO DA ALFABETIZAÇÃO ESPACIAL**

Ronaldo Goulart Duarte

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5642120129>

### **CAPÍTULO 10..... 121**

#### **MATERIAL DE APOIO PARA ABORDAGEM DAS TRÊS LEIS DE KEPLER NO ENSINO MÉDIO**

Gabriel Luiz Nalon Macedo


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201210>

### **CAPÍTULO 11..... 130**

#### **IMPACTO DO USO DA DINÂMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL NO PROCESSO**

## ENSINO-APRENDIZAGEM APLICADO À FENÔMENOS DE TRANSPORTE

Vitor Pancieri Pinheiro  
Carlos Friedrich Loeffler Neto  
Natan Sian das Neves  
Roger da Silva Rodrigues

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201211>

### **CAPÍTULO 12..... 139**

#### METODOLOGÍA SUPERFICIE DE RESPUESTA: TRES APLICACIONES A CONJUNTOS DE DATOS REALES

René Castro Montoya  
José Vidal Jiménez Ramírez  
Mario Castro Flores  
Ana Gabriela Osuna Páez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201212>

### **CAPÍTULO 13..... 154**

#### PERCEÇÃO DO TURISTA SOBRE HOSPITALIDADE: UM ESTUDO NA ROTA ECOLÓGICA ALAGOANA


Gildo Rafael de Almeida Santanata  
Marielle Cristina Silva Mendonça  
Ademar da Silva Paulino  
Uilliane Faustino de Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201213>

### **CAPÍTULO 14..... 163**

#### REAÇÕES DE CETONAS E POLIÁLCOOIS PARTE 1:AUTO-ALDOLIZAÇÃO E CETALIZAÇÃO PROMOVIDAS PELO CATALIZADOR HIDROFÍLICO E AMORFO $\text{SiO}_2\text{-SO}_3\text{H}$ , SOB IRRADIAÇÃO DE MICRO-ONDAS


Sandro Luiz Barbosa dos Santos  
Stanlei Ivair Klein  
Myrlene de Oliveira Ottone  
Milton de Souza Freitas  
Maria Luiza Pereira e Oliveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201214>

### **CAPÍTULO 15..... 172**

#### SIMULAÇÃO DE COMPLEXOS FE(III) E CR(III) POR SIDERÓFOROS

Leonardo Konopaski Andreani  
Sérgio Ricardo de Lázaro

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201215>


### **CAPÍTULO 16..... 181**

#### PERCEPCIÓN DE LOS SINALOENSES EN LAS ELECCIONES DEL ESTADO DE SINALOA PARA GOBENADOR, DIPUTADOS FEDERALES Y PRESIDENTES MUNICIPALES EN 2015

René Castro Montoya

José Vidal Jiménez Ramírez


Mario Castro Flores

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201216>

**CAPÍTULO 17..... 190**

TEAM BASED LEARNING: UMA ESTRATÉGIA DE AVALIAÇÃO COLABORATIVA

Telma Vinhas Cardoso

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.56421201217>

**SOBRE OS ORGANIZADORES ..... 206**

**ÍNDICE REMISSIVO..... 207**

## A SHORT NOTE ON THE ELECTRON-POSITRON PAIR CREATION

Data de aceite: 01/11/2021

Data de submissão: 21/09/2021

**Eduardo De Paiva**

Instituto de Radioproteção e Dosimetria,  
Divisão de Física Médica  
Rio de Janeiro – RJ  
<https://orcid.org/0000-0002-2108-4616>

**ABSTRACT:** The electron-positron pair creation is one of the various mechanisms of interaction of photon radiation with matter and the pair can be produced when the photon interacts with an atomic nucleus or an electron. The photon energy thresholds  $k_{th}$  for these reactions are respectively  $\sim 2m_0c^2$  or  $4m_0c^2$  ( $m_0$  is the rest mass of one electron and  $c$  is the speed of light in vacuum). An interesting feature of the electron-positron pair creation occurs when a very low energy photon ( $k \ll m_0c^2$ ) collides with an ultra-relativistic electron ( $E \gg m_0c^2$ ). In this note the kinematics of collision between a photon and an electron is reviewed and the particular and interesting feature of the triplet pair production when ultra-relativistic electrons interact with soft photons is briefly described.

**KEYWORDS:** Pair production. Electron-positron pair. Triplet pair production.

**RESUMO:** A criação de pares elétron-pósitron é um dos vários mecanismos de interação do fóton com a matéria e o par pode ser produzido quando o fóton interage com um núcleo atômico ou com um

elétron. As energias limiares do fóton  $k_{th}$  para estas reações são respectivamente  $\sim 2m_0c^2$  ou  $4m_0c^2$  ( $m_0$  é a massa de repouso do elétron e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo). Um aspecto interessante da criação de par elétron-pósitron ocorre quando um fóton de energia muito baixa ( $k \ll m_0c^2$ ) colide com um elétron ultra-relativístico ( $E \gg m_0c^2$ ). Nesta nota a cinemática da colisão entre um elétron e um fóton é revista e o aspecto particular e interessante da produção de tripleto quando elétrons ultra-relativísticos colidem com fótons de baixíssimas energias é brevemente descrito.

**PALAVRAS-CHAVE:** Produção de pares. Par elétron-pósitron. Produção de tripleto.

### 1 | INTRODUCTION

The knowledge the of mechanisms of interaction between photon radiation and matter plays an important role in scientific and technological areas, such as radiation protection in industry and medicine, medical diagnosis and treatment of diseases, security surveillance in ports and airports, design of protective barriers against radiation in radiotherapy facilities, nuclear power plant shielding, and other applications. The interaction of photon radiation with matter is mainly governed by Rayleigh and Compton scattering, and the absorption processes of photoelectric effect, pair creation (in nuclear and electron field) and photodisintegration (KHAN; GIBBONS, 2014). The different manners of how photon interacts with matter depend basically on

its initial incident energy. At low photon incident energy  $k$  ( $< 10$  keV) and high atomic number  $Z$  of the absorbing medium the coherent or Rayleigh scattering, characterized by no energy transferring, i.e., the scattered and incident photons have the same energy, dominates the interaction process, and therefore in high-energy processes it can be neglected as for example in the medical practice of radiotherapy with the use of linear accelerators; the attenuation from the photoelectric effect is the principal mechanism of interaction at low incident photon energy due to the  $1/k^3$  energy dependence. Photoelectric effect is also proportional to the cube of the atomic number of absorber, and this dependence has a special importance in diagnostic radiology provided that the different  $Z$  of the various tissues can increase or decrease the x-ray absorption; as the photon energy increases, the contribution of photoelectric effect drops sharply until the energy of photon is greater than the electron bind energy and Compton interaction begins to predominate. The Compton scattering falls off with energy of incident energy and is fairly independent of atomic number. The contribution of pair creation to the total attenuation process has a threshold of  $2m_0c^2$  ( $m_0c^2 = 0.511$  MeV, where  $m_0$  is the rest mass of the electron and  $c$  is the speed of light in vacuum) and increases with  $Z^2$  and  $k$ . So, as the energy increases, the contribution due to the Compton scattering diminishes and the contribution of pair production gets larger. At higher energies of the incident photon radiation the pair production is the dominant process of interaction. Finally, at energies of the incident photon above 10 MeV nuclear reactions, mainly with the emission of neutrons, begin to occur.

Now let us focus on the electron-positron pair formation, which is the dominant process at high photon energy as mentioned above. In reason of the energy and momentum conservation laws the photon materialization in an electron-positron pair is not possible in free space and has an energy threshold of  $\sim 2m_0c^2$  or  $4m_0c^2$  if the collision occurs respectively in the field of the nucleus (or proton) or in the field of the electron (in this case referred to as *triplet formation*, because the tracks of the recoil electron and the electron-positron pair created can be visualized in a cloud chamber forming a trident) (EISBERG; RESNICK, 1979; HEITLER, 1984). Electron-positron pair production by photons plays an important role in various physical phenomena (HAUG, 2004; MASTICHIADIS, 1991; MASTICHIADIS; PROTHEROE; SZABO, 1994), and the experimental and theoretical studies of these processes began soon after the prevision of existence of the positron by Dirac as a consequence of the solutions of the relativistic wave equation for a free electron interacting with an electromagnetic field (DIRAC, 1928a, 1928b) and the further discovery of the positron by Anderson when he studied the cosmic rays using a cloud chamber in which symmetrical tracks curving in opposite directions could be observed, evidencing a creation of an electron-positron pair (ANDERSON, 1932, 1933).

Electron-positron pairs can also be created when a photon collides with an ultra-relativistic electron ( $E \gg m_0c^2$ )<sup>1</sup> and in this case the minimum photon energy can be much

<sup>1</sup> Sources of such ultra-high energy electrons can be found in astrophysical events and these electrons can also be produced in large

lower than  $m_0c^2$ . In what follows the kinematics of collision between a photon and an electron is reviewed and the interesting feature of the triplet pair production when ultra-relativistic electrons interact with soft photons will be briefly discussed.

## 2 | THE KINEMATICS OF INTERACTION

A schematic view of the collision between a photon and an electron is shown in Figure 1. Initially in the laboratory system of reference the incoming photon of energy  $k$  and momentum  $\mathbf{k}$  along the positive  $x$ -direction and the incoming primary electron of energy  $E$  and momentum  $\mathbf{P}_e$  collide at an angle  $\theta$ , and in final state in the center-of-momentum system (also known as center-of-mass system, a system in which the total momentum is zero) the photon disappears and the three electrons (one recoil electron plus the pair created, the so called triplet pair production) move with individual energy and momentum respectively given by  $E_1^{i*}, E_2^{i*}, E_3^{i*}$  and  $\mathbf{P}_1^{i*}, \mathbf{P}_2^{i*}, \mathbf{P}_3^{i*}$ .

The use of relativistic invariants (i.e., independent of a coordinate system in which they are calculated) to the initial and final state of a two-body collision process allow us to obtain information about the kinematics of the reaction without knowing further details of the interaction. The relation  $E^2 - P^2c^2$  is an invariant (CHEW; LOW, 1959), where  $E$  and  $P$  denote the total energy and momentum of the system of particles. Applying it to the initial state in the

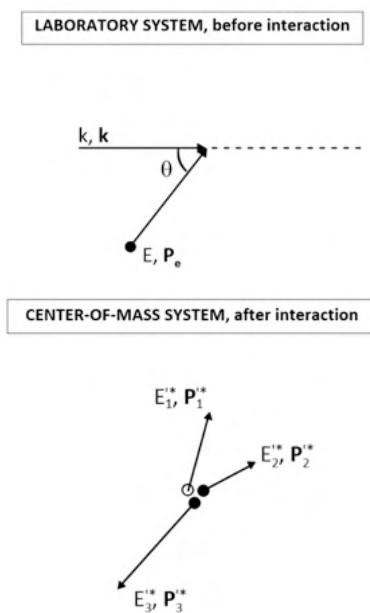


Figure 1. A simplified schematic view of the kinematics of collision between a photon and an electron.

laboratory system and to the final state in the center-of-mass system we can write

$$(k + E)^2 - (\mathbf{k} + \mathbf{P}_e)^2 c^2 = (E_1'^* + E_2'^* + E_3'^*)^2 - (\mathbf{P}_1'^* + \mathbf{P}_2'^* + \mathbf{P}_3'^*)^2 c^2 \quad (1)$$

or

$$(k + E)^2 - (\mathbf{k} + \mathbf{P}_e)^2 c^2 = (E_1'^* + E_2'^* + E_3'^*)^2 \quad (2)$$

since  $\mathbf{P}_1'^* + \mathbf{P}_2'^* + \mathbf{P}_3'^* = \mathbf{0}$  by definition. Considering the horizontal axis and reminding that  $|\mathbf{k}| = k/c$  the above equation can be rewritten as

$$2kE + E^2 - 2kP_e c \cos \theta - P_e^2 c^2 = (E_T'^*)^2, \quad (3)$$

where  $E_1'^* + E_2'^* + E_3'^* = E_T'^*$  is the total energy available in the center-of-mass system. Solving for  $k$  we obtain

$$k = \frac{E_T'^*{}^2 - E^2 + P_e^2 c^2}{2E - 2P_e c \cos \theta}, \quad (4)$$

or taking into account that  $\frac{P_e c}{E} = \frac{v}{c} = \beta_e$ , where  $v$  is the velocity of the primary electron,

$$k = \frac{E_T'^*{}^2 - E^2(1 - \beta_e^2)}{2E(1 - \beta_e \cos \theta)}. \quad (5)$$

The energy of the electron is  $E = m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta_e^2}$ , or in another way  $E^2(1 - \beta_e^2) = m_0^2 c^4$ , and we can write

$$k = \frac{E_T'^*{}^2 - m_0^2 c^4}{2E(1 - \beta_e \cos \theta)}. \quad (6)$$

Suppose now that the center-of-momentum system of reference moves horizontally with constant velocity  $\beta_c c$  relative to the laboratory reference frame and the factor  $\beta_c$  is defined by

$$\beta_c = Pc/E. \quad (7)$$

Again,  $P$  and  $E$  denote the total x-momentum and energy of the interacting particles. Thus, we can write



$$\beta_c = \frac{\left(\frac{k}{c} + P_e \cos \theta\right) c}{k + E} = \frac{k + E \beta_e \cos \theta}{k + E}. \quad (8)$$

### 3 I THE PHOTON ENERGY THRESHOLD

Now, let us see what is the minimum photon energy necessary to create an electron-positron pair in a collision with a moving electron. At this point let us do the hypothesis that the triplet pair is formed at rest in the center-of-momentum frame, which corresponds to the minimum total energy  $E_T^* = 3m_0c^2$  and from equation (6) we obtain

$$k = \frac{4m_0^2c^4}{E(1 - \beta_e \cos \theta)}. \quad (9)$$

Finally, for a given electron energy, it follows directly from the above expression that the minimum value of the photon energy occurs in a head-on collision, that is  $\theta = \pi$ ,

$$k_{th} = \frac{4m_0^2c^4}{E(1 + \beta_e)}. \quad (10)$$

And from (8) the corresponding factor  $\beta_c$  is

$$\beta_{c_{th}} = \frac{k_{th} - E\beta_e}{k_{th} + E}. \quad (11)$$

The photon energy threshold (Eq. 10) can also be obtained in an alternative way, considering the initial and final state in the laboratory frame. The conservation of energy and momentum gives

$$k + E = E_1^* + E_2^* + E_3^* \quad (12)$$

$$\frac{k}{c} - P_e = -|P_1^* + P_2^* + P_3^*|, \quad (13)$$

where  $E_1^*, E_2^*, E_3^*$  and  $P_1^*, P_2^*, P_3^*$  are the final energy and momentum of each electron of the triplet pair. The assumption that the triplet pair is formed at rest in the center-of-momentum frame implies that in the laboratory frame the three particles move together to the left with constant velocity  $\beta_{c_{th}}c$  and with equal energy and momentum ( $E_1^* = E_2^* = E_3^*$  and

$P_1^* = P_2^* = P_3^*$ ), so that

$$k + E = 3E_1^* \quad (14)$$

$$\frac{k}{c} - P_e = -3P_1^*. \quad (15)$$

Noting that  $E_1^{*2} = m_0^2 c^4 + P_1^{*2} c^2$  we have

$$k + E = 3\sqrt{m_0^2 c^4 + P_1^{*2} c^2} \quad (16)$$

or

$$k + E = 3\sqrt{m_0^2 c^4 + \frac{1}{9}\left(\frac{k}{c} - P_e\right)^2 c^2}. \quad (17)$$

Squaring this equation and solving for  $k$  again we obtain the photon energy threshold:

$$k_{th} = \frac{4m_0^2 c^4}{E(1 + \beta_e)}. \quad (18)$$

Equations (18) and (11) reduce to the *ordinary* case commonly cited in physics textbooks, when the electron is at rest in the initial state in the laboratory system, i.e.,  $\beta_e = 0$  and  $E = m_0 c^2$  which implies that  $k_{th} = 4m_0 c^2$  and  $\beta_{c_{th}} = 4/5$  (the center-of-momentum moves to the right with constant velocity  $\frac{4}{5}c$ ).

For an ultra-relativistic electron  $\beta_e \approx 1$  and for  $k_{th} < E$  it can be easily seen from the equation (11) that the center-of-mass frame moves to the left with respect to the laboratory frame. In Figure 2 is shown how the photon energy threshold given by equation (10) varies as a function of the primary ultra-relativistic electron ( $E \gg m_0 c^2$ ,  $\beta_e \approx 1$ ) in a head-on collision. As can be seen from the Figure 2, the photon energy threshold can be as low as  $\sim 5$  eV ( $\sim 10^{-5} m_0 c^2$ ) for an electron energy about  $\sim 100$  GeV ( $\sim 2 \times 10^5 m_0 c^2$ ).

At last, it should be pointed out that when a very soft photon collides with an ultra-relativistic electron not only the triplet pair production can take place but also the inverse Compton scattering, when the energy of the scattered photon can be as high as the energy of primary electron (DE PAIVA, 2014). These processes can play an important role on the electron energy-loss and the triplet pair production can be a source of electron-positron pairs in electromagnetic pair cascade in astrophysical environments (MASTICHIADIS, 1991; MASTICHIADIS; PROTHEROE; SZABO, 1994).

## 4 | FINAL REMARKS

When a photon traverses the matter, it can interact in several ways. In particular, the electron-positron pair production plays an important role on these processes mainly at high photon energy. An interesting feature of the pair formation occurs when an ultra-relativistic electron collides with a very low energy photon and in final state the photon disappears giving rise to one pair electron-positron and one recoil electron, the triplet pair production. The photon energy threshold for the pair formation in a collision with an ultra-relativistic

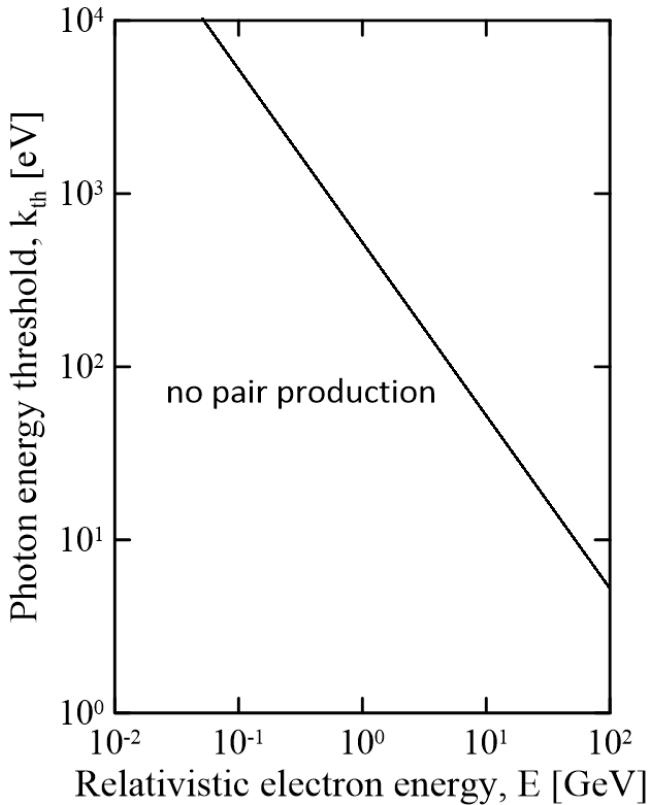


Figure 2. The photon energy threshold as a function of the energy of primary relativistic electron.

electron is briefly discussed and is shown that it can be as low as a few electrons-volt.

## 5 | REFERENCES

ANDERSON, C. D. **Energies of cosmic-ray particles**. Physical Review, v. 41, p. 405-421, 1932.

ANDERSON, C. D. **The positive electron**. Physical Review, v. 43, p.491-494, 1933.

CHEW, G. F.; LOW, F. E. **Unstable particles as targets in scattering experiments**. Physical Review, v. 113, p. 1640-1648, 1959.

DE PAIVA, E. **Sobre o espalhamento Compton inverso**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 36, p. 3303, 2014.

DIRAC, P. A. M. **The quantum theory of the electron**. Proceeding of the Royal Society. A, v. 117, p. 610-624, 1928a.

DIRAC, P. A. M. **The quantum theory of the electron. Part II**. Proceedings of the Royal Society. A, v. p. 118, 351-361, 1928b.

EISBERG, R.; RESNICK, R. **Física Quântica**. Rio de Janeiro, Ed. Campus, 1979. Cap. 2, p. 69-74.

HAUG, E. **Pair production by photons in a hot Maxwellian plasma**. Astronomy and Astrophysics, v. 416, p. 437-440, 2004.

HEITLER, W. **The quantum theory of radiation**. New York, Dover Publications, 1984. Chap. 5, p. 256-268.

KHAN, F. M.; GIBBONS, J. P. **The Physics of Radiation Therapy**. Philadelphia, Williams & Wilkins, 2014. Chap.5, p. 62-70.

MASTICHIADIS, A. **Relativistic electrons in photon fields: effects of triplet pair production on inverse Compton gamma-ray spectra**. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 253, p. 235-244, 1991.

MASTICHIADIS, A; PROTHEROE, R. J.; SZABO, A. P. **The effect of triplet production on pair-Compton cascades in thermal radiation**. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 266, p. 910-916, 1994.

## ÍNDICE REMISSIVO

### SÍMBOLOS

1-3 dioxolanas 163

#### A

Agricultura 12, 48, 66, 93, 108, 122, 149, 172

Alfabetização espacial 5, 110, 111, 115, 117, 118

Alfabetização geográfica 110, 112, 114, 115, 118

Amazônia 4, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 81, 83, 93

Aprendizagem baseada em problemas; 15

Aromas; 15, 16

Auto-aldolização 6, 163

Avaliação 7, 19, 29, 38, 82, 93, 109, 111, 156, 157, 159, 160, 190, 191, 194, 195, 198, 200, 201, 202, 204, 206

#### B

B3LYP 172, 174

#### C

Cetalização 6, 163, 166, 167

Cetonas protonadas 163

Cromo (III) 172

#### D

Década do oceano 42, 48

Demanda hídrica 82

DFT 172, 173

Diagnóstico energético 94, 96, 97, 98

Dinâmica de fluidos computacional 5, 130

Diseño y análisis de experimentos 139

#### E

Electron-positron pair 4, 1, 2, 5, 7

Ensino de Física 8, 121, 128, 129, 203

Ensino de química 15, 16, 23, 24, 25

Ensino e aprendizagem 130, 191

Estratificado 181, 184, 185, 187, 189

## **F**

Fenômenos de transporte 6, 130, 131, 138

Ferro (III) 172

## **G**

Geoquímica 4, 9, 12, 13

## **H**

Hidrólise de cetais 163

História da física 121, 127

Hospitalidade 6, 154, 156, 160, 161

## **I**

Iluminação artificial 94, 96

## **J**

Johannes Kepler 121, 122, 124, 125, 128, 129

## **L**

LED 94, 95, 96, 97, 101, 102, 103, 105, 107, 108, 109

Lisímetros 82, 83, 84, 85, 86, 93

## **M**

Malacocultura 42, 43, 45, 46, 47, 49

Meio ambiente 33, 34, 35, 36, 38, 51, 64, 69, 70, 71, 76, 78, 94, 95, 97, 101, 102, 106, 154, 161

Metodología 6, 139, 140, 141, 153, 189

Metodologia ativa 23, 25, 190, 193, 202

Modelos 32, 82, 83, 97, 132, 135, 138, 139, 141

Movimento planetário 121, 123, 124, 125, 126, 127, 129

Muestreo 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 189

## **O**

Oceanografia 41, 42

## **P**

Pair production 1, 2, 3, 6, 7, 8

Pensamento espacial 110, 111, 112, 114, 115, 117, 118, 119

Piscicultura marinha 42, 44, 47, 49, 63

Planejamento 27, 31, 95, 155, 161, 162, 192, 201, 206

Población 181, 183, 184, 185, 186, 187, 189

Posicionamento estratégico 154, 157

Propostas de aulas 121, 123, 124, 125, 126, 127, 128

## **Q**

Química computacional 172, 174

## **S**

Sideróforo 172, 173

Sílica sulfonada 163, 165

Superfície de resposta y pruebas de hipótesis 139

Sustentabilidade 10, 12, 13, 14, 27, 33, 34, 35, 38, 40, 42, 47, 48, 102, 155, 157, 159, 160

## **T**

Tamaño de muestra 181, 183, 184, 185, 186, 189

Team based learning 7, 190, 192, 202

Terras pretas 4, 9, 10, 11, 12, 13, 14

Triplet pair production 1, 3, 6, 7, 8

## **U**

Uso consciente 35

## **V**

Vigna unguiculata L. 82, 87


## **W**


Walp. Penman-monteith 82


# Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

@atenaeditora 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

Atena  
Editora

Ano 2021



# Cultura, epistemologia e educação em ciências exatas e da terra



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)



[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)



[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)



[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)



**Atena**  
Editora

Ano 2021