

COLEÇÃO
DESAFIOS
DAS
ENGENHARIAS:

ENGENHARIA CIVIL 4



ARMANDO DIAS DUARTE
(ORGANIZADOR)

Atena
Editora
Ano 2021

COLEÇÃO
DESAFIOS
DAS
ENGENHARIAS:

ENGENHARIA CIVIL 4



ARMANDO DIAS DUARTE
(ORGANIZADOR)

Atena
Editora
Ano 2021

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2021 Os autores

Copyright da edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Maiara Ferreira
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Armando Dias Duarte

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C691 Coleção desafios das engenharias: engenharia civil 4 /
Organizador Armando Dias Duarte. – Ponta Grossa -
PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-753-3

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.533210212>

1. Engenharia civil. I. Duarte, Armando Dias. II. Título.

CDD 624

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, desta forma não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO





A coleção de trabalhos intitulada “Coleção desafios das engenharias: Engenharia Civil 4” é uma obra que tem como foco principal a discussão científica por intermédio de diversos trabalhos que compõe seus capítulos. O volume abordará de forma categorizada e interdisciplinar, pesquisas cujos resultados possam auxiliar na tomada de decisão, tanto no campo acadêmico, quanto no profissional.

Os trabalhos desenvolvidos foram realizados em instituições de ensino e pesquisa no Brasil e dois trabalhos internacionais, um localizado no México e o outro no município de Valenzuela, na Espanha. Em todos esses trabalhos, foram apresentadas problemáticas distintas que são: a inovação através do desenvolvimento de um aplicativo através da tecnologia Building Information Modelling (BIM) para estimar a utilização de custos de obras em tempo real. O uso de exemplos práticos no ensino de métodos numéricos. O estudo da eliminação de erros sistemáticos através de equipamentos geodésicos e topográficos durante a execução de locações de obras. Levantamento de causas de patologias nos elevados de concreto armado. Descrição através de exemplos numéricos da habilidade do elemento de viga unificado suportar grandes translações e rotações. E por fim, uma proposta de fornecer um sistema de aterro sanitário em conjunto de um plano de gestão ambiental que seja sustentável e economicamente viável.

Os temas discutidos nesta obra, possuem a proposta de fundamentar o conhecimento de acadêmicos, mestres e todos aqueles que de alguma forma se interessam pela área da Engenharia Civil, através de temáticas atuais com resoluções inovadoras, descritas nos capítulos da coleção. Sendo assim, a divulgação científica é apresentada com grande importância para o desenvolvimento de toda uma nação, portanto, fica evidenciada a responsabilidade de transmissão dos saberes através de plataformas consolidadas e confiáveis, como a Atena Editora, capaz de oferecer uma maior segurança para os novos pesquisadores e os que já atuam nas diferentes áreas de pesquisa, exporem e divulgarem seus resultados.

Armando Dias Duarte

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
DESENVOLVIMENTO DE APLICATIVO PARA ESTIMATIVA E ATUALIZAÇÃO DE CUSTOS DE OBRA EM TEMPO REAL – BIM 5D Dieisom Henrique Macagnan Abrahão Bernardo Rohden  https://doi.org/10.22533/at.ed.5332102121	
CAPÍTULO 2	23
MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A LA INGENIERÍA CIVIL Francisco José Arroyo Rodríguez Mauricio Arroyo Terrazas Marco Arroyo Terrazas  https://doi.org/10.22533/at.ed.5332102122	
CAPÍTULO 3	34
O USO INTEGRADO DE RECEPTORES GNSS E DA ESTAÇÃO TOTAL NA LOCAÇÃO DE EDIFÍCIOS Gerson Jonas Schirmer Rafael Cardoso Gelson Lauro Dal'Forno  https://doi.org/10.22533/at.ed.5332102123	
CAPÍTULO 4	48
CAUSAS DE PATOLOGIAS EM OBRAS DE ELEVADOS DA REGIÃO METROPOLITANA DE BELÉM Fernando Gama Gomes Marta Marielly Gomes Silva Laércio Gouvêa Gomes  https://doi.org/10.22533/at.ed.5332102124	
CAPÍTULO 5	62
ANÁLISE NAO LINEAR DE ARCOS UTILIZANDO A FORMULAÇÃO CO-ROTACIONAL William Taylor Matias Silva Sebastião Simão da Silva  https://doi.org/10.22533/at.ed.5332102125	
CAPÍTULO 6	83
RELLENO SANITARIO PARA EL MUNICIPIO DE VALENZUELA Roberto Alejandro Rojas Holden  https://doi.org/10.22533/at.ed.5332102126	
SOBRE O ORGANIZADOR	95
ÍNDICE REMISSIVO	96

CAPÍTULO 2

MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A LA INGENIERÍA CIVIL

Data de aceite: 01/12/2021

Data de submissão: 05/09/2021

Francisco José Arroyo Rodríguez

Profesor del Tecnológico Nacional de México/
Instituto Tecnológico de Cancún
Cancún Quintana Roo

Mauricio Arroyo Terrazas

Egresado de la carrera de Ingeniería Civil
del Tecnológico Nacional de México/Instituto
Tecnológico de Cancún
Cancún, Quintana Roo

Marco Arroyo Terrazas

Egresado de la carrera de Arquitectura en
Universidad Anáhuac
Empresa Ben & Beika construcciones
Cancún, Quintana Roo

RESUMEN: En diversos textos y cursos de Métodos Numéricos se presentan situaciones abstractas o muy artificiales alejados al área de conocimiento en la que se van a aplicar; es importante dirigir el curso en el contexto en el cual se va a emplear, y con esto motivar a los alumnos e inducirlos al mismo tiempo a las asignaturas específicas de Ingeniería Civil como Análisis Estructural, Diseño de Elementos de Concreto Reforzado, materias donde existen variadas aplicaciones de sistemas de ecuaciones y matrices e interpolación polinomial. En éste trabajo se presentan problemas de aplicación y se presentan conclusiones al presentar estos casos en clases.

PALABRAS CLAVE: Ingeniería, Civil, métodos numéricos, TecNM.

NUMERICAL METHODS APPLIED TO CIVIL ENGINEERING

ABSTRACT: In various texts and courses on Numerical Methods, abstract or highly artificial situations are presented, far removed from the area of knowledge in which they will be applied; It is important to direct the course in the context in which it is going to be used, and thereby motivate students and induce them at the same time to specific Civil Engineering subjects such as Structural Analysis, Design of Reinforced Concrete Elements, subjects where there are varied applications of systems of equations and matrices and polynomial interpolation. In this work application problems are presented and conclusions are presented when presenting these cases in class.

KEYWORDS: Civil, Engineering, numerical methods, TecNM

1 | INTRODUCCIÓN

Existe una preocupación en la enseñanza de los Métodos Numéricos en el contexto de la Ingeniería Civil; el profesor de manera general no incluye aplicaciones prácticas para solucionar problemas o éstos se presentan en forma abstracta, que para el estudiante de Ingeniería no tiene significado, ni mucho menos aplicación real, además que de manera general en las Instituciones de Educación Superior solo

existe una asignatura de Métodos Numéricos del total de los cursos de la carrera, por lo que es recomendable que durante la estancia de este curso se aproveche al máximo para conocer y dar sentido a los métodos propuestos.

Como se describe en los estudios de ÁNGELES, L., *et al* (2017) del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Altamira y en Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de Cancún por ARROYO F., CANO J., ARROYO, M. (2019), en éstas Instituciones se ha observado que en las carreras de Ingeniería, los índices de reprobación más elevados se tienen en los primeros años, muchas veces debido a que los nuevos estudiantes carecen de las competencias y aptitudes para desarrollarse académicamente de manera óptima aunado que no encuentran sentido o aplicación real a las asignaturas; a pesar de obtener las puntuaciones más altas en el examen del CENEVAL (2020), para el ingreso del Tecnológico Nacional de México.

Para revertir los altos índices de reprobación es ésta asignatura se realizaron diversas acciones para dar un significado más real a los problemas planteados en el aula y enfocados al ámbito de la Ingeniería Civil. Para lo cual se presentan a continuación algunos ejemplos desarrollados durante el curso.

Ejemplo 1: Se presenta una situación de cálculo de esfuerzos en diferentes partes de una estructura tridimensional, las Fuerzas \mathbf{F} se descomponen en 3 componentes F_x , F_y y F_z ; el esquema es representado en la Figura 1:

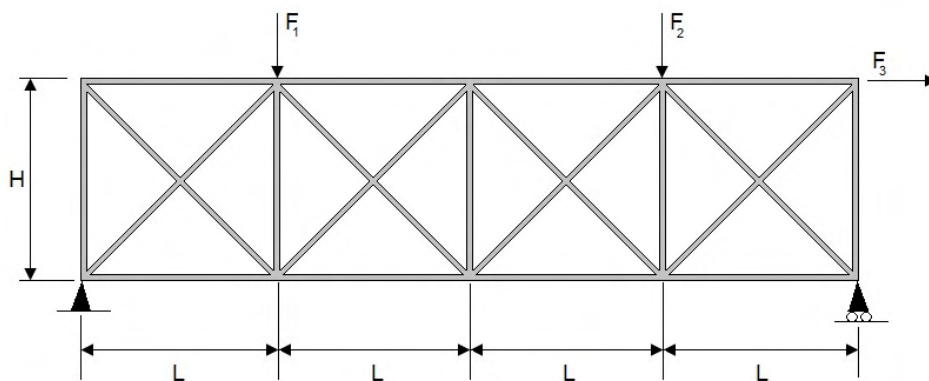


Fig. 1 Estructura con apoyo simple para calcular la resistencia en uno de los apoyos.

Este problema se reduce a la solución de un sistema de “ m ” ecuaciones lineales con un “ n ” número de incógnitas de la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
A_{1,1}x + A_{1,2}y + \dots + A_{1,n}z &= B_1 \\
A_{2,1}x + A_{2,2}y + \dots + A_{2,n}z &= B_2 \\
&\vdots + \vdots + \vdots = \vdots \\
A_{m,1}x + A_{m,2}y + \dots + A_{m,n}z &= B_m
\end{aligned}$$

Con notación matricial se escribiría de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m,1} & A_{m,2} & A_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \vdots \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix}$$

O también:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

Donde **A** es la matriz coeficiente del sistema, donde **x** es el vector a resolver, y **b** es el vector de términos independientes. Existen para su solución diferentes métodos directos como se muestran en CHAPRA, S., CANALE, R. (2015) y NIEVES, A., DOMÍNGUEZ, F. (2012) como:

- Eliminación de Gauss.
- Eliminación de Gauss por pivoteo.
- Eliminación de Jordan.
- Inversa por Gauss.
- Etc...

Este ejemplo se resolverá por el método Gauss-Seidel, se parte de que **Ax = b** para obtener la ecuación:

$$\mathbf{Ax} - \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

La ecuación vectorial correspondiente a $f(x) = 0$, por lo que se busca una matriz **B**, y un vector **C**, de manera que la ecuación vectorial sea:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Bx} + \mathbf{c}$$

Para obtener la solución se toma, un vector inicial $\mathbf{x}^{(0)}$ como primera aproximación al vector **x**. Posteriormente se calcula con la ecuación $\mathbf{x} = \mathbf{Bx} + \mathbf{c}$, la sucesiones vectoriales $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$, $\mathbf{x}^{(3)}$... $\mathbf{x}^{(n)}$, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^{(k+1)} &= \mathbf{Bx}^{(k)} + \mathbf{c}, \text{ donde } k = 0, 1, 2, \dots, n \\
\text{Así: } \mathbf{x}^{(k)} &= [x_1^k \quad x_2^k \quad x_3^k \quad \dots \quad x_n^k]^T
\end{aligned}$$

Las sucesiones $\mathbf{x}^{(0)}$, $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(2)}$, $\mathbf{x}^{(3)}$... $\mathbf{x}^{(n)}$, deben converger al vector solución **x**, por lo que es necesario que x_j^m , $1 \leq j \leq n$ (es decir, todos los componentes del vector $\mathbf{x}^{(m)}$ se aproximen a x_j , $1 \leq j \leq n$ que corresponden a **x**), todas las diferencias $|x_j^m - x_j|$, $1 \leq j \leq n$ sean

menor a un valor previamente establecido que generalmente es pequeño de acuerdo a las características del problema y que conserven menos los valores todos los vectores de la iteración:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} x_j^m = x_j \quad 1 \leq j \leq n$$

Para este ejercicio se define el algoritmo y su convergencia ε ; dado el sistema $Ax = b$, la manera más simple es despejar x_1 de la primera ecuación, x_2 de la segunda, y así sucesivamente. Se sabe que debe ser en la diagonal principal deben ser distintas de cero y es más rápido cuando estos valores son aproximadamente = 111.

El sistema de ecuaciones queda de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} A_{1,1}x + A_{1,2}y + A_{1,3}w + A_{1,4}z &= b_1 \\ A_{2,1}x + A_{2,2}y + A_{2,3}w + A_{2,4}z &= b_2 \\ A_{3,1}x + A_{3,2}y + A_{3,3}w + A_{3,4}z &= b_3 \\ A_{4,1}x + A_{4,2}y + A_{4,3}w + A_{4,4}z &= b_4 \end{aligned}$$

Se proponen:

$$x^{(0)} = b_1/A_{1,1} \quad , \quad y^{(0)} = b_2/A_{2,2} \quad , \quad w^{(0)} = b_3/A_{3,3} \quad , \quad z^{(0)} = b_4/A_{4,4}$$

Para verificar el valor ε que se tiene, se sustituye en la ecuación original como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} A_{1,1}x^{(0)} + A_{1,2}y^{(0)} + A_{1,3}w^{(0)} + A_{1,4}z^{(0)} &= b_1^{(0)} \\ A_{2,1}x^{(0)} + A_{2,2}y^{(0)} + A_{2,3}w^{(0)} + A_{2,4}z^{(0)} &= b_2^{(0)} \\ A_{3,1}x^{(0)} + A_{3,2}y^{(0)} + A_{3,3}w^{(0)} + A_{3,4}z^{(0)} &= b_3^{(0)} \\ A_{4,1}x^{(0)} + A_{4,2}y^{(0)} + A_{4,3}w^{(0)} + A_{4,4}z^{(0)} &= b_4^{(0)} \end{aligned}$$

Así los valores

$$\begin{aligned} \Delta b_1^{(0)} &= b_1 - b_1^{(0)} \\ \Delta b_2^{(0)} &= b_2 - b_2^{(0)} \\ \Delta b_3^{(0)} &= b_3 - b_3^{(0)} \\ \Delta b_4^{(0)} &= b_4 - b_4^{(0)} \end{aligned}$$

Se comparan los valores de ε , sí: $\Delta b_1^{(0)} \leq \varepsilon$, $\Delta b_2^{(0)} \leq \varepsilon$, $\Delta b_3^{(0)} \leq \varepsilon$ y $\Delta b_4^{(0)} \leq \varepsilon$. Se detiene el proceso.

Para el cálculo del segundo elemento del vector $x^{(1)}$ se sustituye $x^{(0)}$ para este caso resultan:

$$\begin{aligned}
 x^{(1)} &= \frac{b_1}{A_{1,1}} - \frac{A_{1,2}}{A_{1,1}} y^{(0)} - \frac{A_{1,3}}{A_{1,1}} w^{(0)} - \frac{A_{1,4}}{A_{1,1}} z^{(0)} = \frac{b_1 - A_{1,2}y^{(0)} - A_{1,3}w^{(0)} - A_{1,4}z^{(0)}}{A_{1,1}} \\
 y^{(1)} &= \frac{b_2}{A_{2,2}} - \frac{A_{2,1}}{A_{2,2}} x^{(1)} - \frac{A_{2,3}}{A_{2,2}} w^{(0)} - \frac{A_{2,4}}{A_{2,2}} z^{(0)} = \frac{b_2 - A_{2,1}x^{(1)} - A_{2,3}w^{(0)} - A_{2,4}z^{(0)}}{A_{2,2}} \\
 w^{(1)} &= \frac{b_3}{A_{3,3}} - \frac{A_{3,1}}{A_{3,3}} x^{(1)} - \frac{A_{3,2}}{A_{3,3}} y^{(1)} - \frac{A_{3,4}}{A_{3,3}} z^{(0)} = \frac{b_3 - A_{3,1}x^{(1)} - A_{3,2}y^{(1)} - A_{3,4}z^{(0)}}{A_{3,3}} \\
 z^{(1)} &= \frac{b_4}{A_{4,4}} - \frac{A_{4,1}}{A_{4,4}} x^{(1)} - \frac{A_{4,2}}{A_{4,4}} y^{(1)} - \frac{A_{4,3}}{A_{4,4}} w^{(1)} = \frac{b_4 - A_{4,1}x^{(1)} - A_{4,2}y^{(1)} - A_{4,3}w^{(1)}}{A_{4,4}}
 \end{aligned}$$

Para verificar el valor de ϵ que se tiene, se sustituye en la ecuación original como se observa a continuación:

$$\begin{aligned}
 A_{1,1}x^{(1)} + A_{1,2}y^{(1)} + A_{1,3}w^{(1)} + A_{1,4}z^{(1)} &= b_1^{(1)} \\
 A_{2,1}x^{(1)} + A_{2,2}y^{(1)} + A_{2,3}w^{(1)} + A_{2,4}z^{(1)} &= b_2^{(1)} \\
 A_{3,1}x^{(1)} + A_{3,2}y^{(1)} + A_{3,3}w^{(1)} + A_{3,4}z^{(1)} &= b_3^{(1)} \\
 A_{4,1}x^{(1)} + A_{4,2}y^{(1)} + A_{4,3}w^{(1)} + A_{4,4}z^{(1)} &= b_4^{(1)}
 \end{aligned}$$

Así los valores

$$\begin{aligned}
 \Delta b_1^{(1)} &= b_1 - b_1^{(1)} \\
 \Delta b_2^{(1)} &= b_2 - b_2^{(1)} \\
 \Delta b_3^{(1)} &= b_3 - b_3^{(1)} \\
 \Delta b_4^{(1)} &= b_4 - b_4^{(1)}
 \end{aligned}$$

Se pretende que: $\Delta b_1^{(0)} \geq \Delta b_1^{(1)}$, $\Delta b_2^{(0)} \geq \Delta b_2^{(1)}$, $\Delta b_3^{(0)} \geq \Delta b_3^{(1)}$, $\Delta b_4^{(0)} \geq \Delta b_4^{(1)}$.

Y nuevamente se comparan los valores de ϵ , sí: $\Delta b_1^{(1)} \leq \epsilon$, $\Delta b_2^{(1)} \leq \epsilon$, $\Delta b_3^{(1)} \leq \epsilon$ y $\Delta b_4^{(1)} \leq \epsilon$. Se detiene el proceso.

Para el cálculo del siguiente elemento del vector $x^{(2)}$ se sustituye $x^{(1)}$ se obtienen los valores siguientes:

$$\begin{aligned}
 x^{(2)} &= \frac{b_1 - A_{1,2}y^{(1)} - A_{1,3}w^{(1)} - A_{1,4}z^{(1)}}{A_{1,1}} \\
 y^{(2)} &= \frac{b_2 - A_{2,1}x^{(2)} - A_{2,3}w^{(1)} - A_{2,4}z^{(1)}}{A_{2,2}} \\
 w^{(2)} &= \frac{b_3 - A_{3,1}x^{(2)} - A_{3,2}y^{(2)} - A_{3,4}z^{(1)}}{A_{3,3}} \\
 z^{(2)} &= \frac{b_4 - A_{4,1}x^{(2)} - A_{4,2}y^{(2)} - A_{4,3}w^{(2)}}{A_{4,4}}
 \end{aligned}$$

Y se prosigue con el proceso.

Para facilitar la visualización de los valores de x , y , w , & z así como los de Δb_1 , Δb_2 , Δb_3 & Δb_4 , se elabora una tabla donde se resumen estos datos como sigue:

Iteración	Valor x	Δb_1 ,	Valor y	Δb_2	Valor w	Δb_3	Valor z	Δb_4
0	$x^{(0)}$	$\Delta b_1^{(0)}$	$y^{(0)}$	$\Delta b_2^{(0)}$	$w^{(0)}$	$\Delta b_3^{(0)}$	$z^{(0)}$	$\Delta b_4^{(0)}$
1	$x^{(1)}$	$\Delta b_1^{(1)}$	$y^{(1)}$	$\Delta b_2^{(1)}$	$w^{(1)}$	$\Delta b_3^{(1)}$	$z^{(1)}$	$\Delta b_4^{(1)}$
2	$x^{(2)}$	$\Delta b_1^{(2)}$	$y^{(2)}$	$\Delta b_2^{(2)}$	$w^{(2)}$	$\Delta b_3^{(2)}$	$z^{(2)}$	$\Delta b_4^{(2)}$
3	$x^{(3)}$	$\Delta b_1^{(3)}$	$y^{(3)}$	$\Delta b_2^{(3)}$	$w^{(3)}$	$\Delta b_3^{(3)}$	$z^{(3)}$	$\Delta b_4^{(3)}$
4	$x^{(4)}$	$\Delta b_1^{(4)}$	$y^{(4)}$	$\Delta b_2^{(4)}$	$w^{(4)}$	$\Delta b_3^{(4)}$	$z^{(4)}$	$\Delta b_4^{(4)}$

Tabla 1. Resumen de las iteraciones, valores y ϵ obtenidos del procedimiento Gauss Seidel.

En la tabla 1 se pueden observar cómo se reducen los valores de Δb_1 , Δb_2 , Δb_3 y Δb_4 en cada iteración; en caso que se incrementen es por algún error de cálculo que se cometa.

El número de iteraciones para finalizar el proceso depende del valor de ϵ seleccionada desde el inicio, este método numérico tiene las siguientes ventajas:

- Se puede obtener fácilmente una solución *a grosso modo* desde las primeras iteraciones.
- En cada iteración se conoce el error que se comete.
- Se considera más eficiente que los directos para sistemas muy precisos.
- Se puede seleccionar la precisión que se requiera desde un inicio.
- Emplea menos memoria que otros métodos en caso de realizar un programa para el cálculo.

También tiene ciertas desventajas:

- No se obtiene \mathbf{A}^{-1} , ni el $\det \mathbf{A}$.
- Al realizar los cálculos la convergencia está asegurada y puede ser lenta.
- El sistema de convergencia puede oscilar y por lo tanto demorar más el cálculo si la exactitud planteada es grande.

Ejemplo 2. Se presenta una viga en voladizo a la que se aplica una Fuerza vertical \mathbf{F} en el extremo libre y tiene una deformación \mathbf{d} , ésta última es una función de \mathbf{F} es decir $\mathbf{d}_0 = f(\mathbf{F}_0)$; se miden las deformaciones al incrementar la fuerza y se obtiene la tabla 2 como se muestra a continuación:

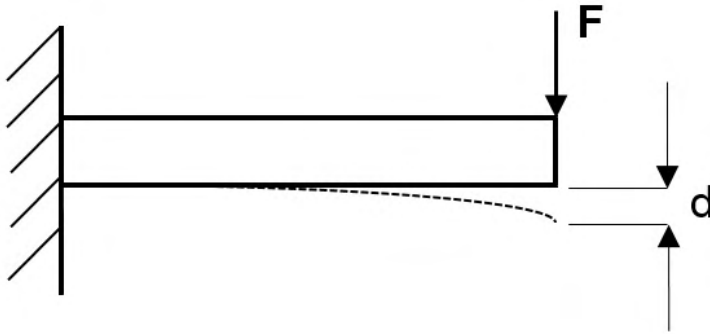


Figura 2. Fuerza aplicada a una viga en voladizo, y su deformación.

Medición	Fuerza	Deformación
0	F_0	d_0
1	F_1	d_1
2	F_2	d_2
3	F_3	d_3
4	F_4	d_4
5	F_5	d_5

Tabla 2. Fuerza contra deformación.

Se considera que la fuerza es solamente perpendicular a la viga y ésta mantiene su forma al aplicar la fuerza, el problema consiste en determinar si al aplicar una determinada F_6 , que deformación d_6 tendrá, ya que el constructor establece que si ésta rebaza la deformación máxima d_{\max} puede fracturarse dicho elemento.

Para éste problema se empleará un método conocido como extrapolación por medio de la aproximación polinomial, la cual requiere solucionar ecuaciones lineales. El cálculo se realiza fácilmente si son pocos pares de datos < 5 . Si es mayor, pueden resultar complejo.

La solución es la siguiente: la ecuación se expresa de manera general y después se particulariza a la viga mencionada; se parte de una función $f(x)$ a encontrar, expresada en forma tabular y es de 1^{er} grado (ecuación de una línea recta) y se escribe:

$$p(x) = a_0(x - x_1) + a_1(x - x_0) \quad (1)$$

De donde x_0 y x_1 son los argumentos de los puntos conocidos x_0 , $f(x_0)$, & x_1 , $f(x_1)$, y las literales a_0 , y a_1 son los coeficientes a determinar, para encontrar el valor de a_0 ; se supone $x = x_0$ en la anterior ecuación y queda de la siguiente manera:

$$a_0 = \frac{p(x_0)}{x_0 - x_1} = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1} \quad (2)$$

Y para encontrar el valor de a_1 , se sustituye en valor $x = x_1$, y se obtiene como

resultado:

$$a_1 = \frac{p(x_1)}{x_1 - x_0} = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_0} \quad (3)$$

Al sustituir las ecuaciones (3) y (2) en la (1) se obtiene:

$$p(x) = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1}(x - x_1) + \frac{f(x_1)}{x_1 - x_0}(x - x_0) = \frac{(x - x_1)}{x_0 - x_1}f(x_0) + \frac{(x - x_0)}{x_1 - x_0}f(x_1)$$

Para el polinomio de 2º grado (ecuación de una parábola) queda de la forma siguiente:

$$P_2(x) = a_0(x-x_1)(x-x_2) + a_1(x-x_0)(x-x_2) + a_2(x-x_0)(x-x_1)$$

Donde:

$$a_2 = \frac{f(x_2)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$$

Para el ejemplo de este caso se empleará el método de aproximación polinomial de Newton donde:

$$p_1(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_0, x_1]$$

Recordando que en este método el valor de $f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$

La ecuación de 2º grado es:

$$p_2(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2]$$

La ecuación de 3er grado es:

$$p_3(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2] + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)f[x_0, x_1, x_2, x_3]$$

Para visualizar más fácil la tabulación de cada uno de los términos se puede generar la tabla 3.

X	f(x)	1er término	2º término	3er término
x ₀	f̂(x ₀)			
x ₁	f̂(x ₁)	$f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$	$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3] = \frac{f[x_1, x_2, x_3] - f[x_0, x_1, x_2]}{x_3 - x_0}$
x ₂	f̂(x ₂)	$f[x_1, x_2] = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$	$f[x_1, x_2, x_3] = \frac{f[x_2, x_3] - f[x_1, x_2]}{x_3 - x_1}$	$f[x_1, x_2, x_3, x_4] = \frac{f[x_2, x_3, x_4] - f[x_1, x_2, x_3]}{x_4 - x_1}$
x ₃	f̂(x ₃)	$f[x_2, x_3] = \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$	$f[x_2, x_3, x_4] = \frac{f[x_3, x_4] - f[x_2, x_3]}{x_4 - x_2}$	$f[x_2, x_3, x_4, x_5] = \frac{f[x_3, x_4, x_5] - f[x_1, x_2, x_3]}{x_5 - x_2}$
x ₄	f̂(x ₄)	$f[x_3, x_4] = \frac{f(x_4) - f(x_3)}{x_4 - x_3}$	$f[x_3, x_4, x_5] = \frac{f[x_4, x_5] - f[x_3, x_4]}{x_5 - x_3}$	
x ₅	f̂(x ₅)	$f[x_4, x_5] = \frac{f(x_5) - f(x_4)}{x_5 - x_4}$		

Tabla 3. Tabulación general de aproximación polinomial 1º al 3er término.

X	f(x)	4º término	5º término
x ₀	f̂(x ₀)		
x ₁	f̂(x ₁)		
x ₂	f̂(x ₂)	$f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4] = \frac{f[x_1, x_2, x_3, x_4] - f[x_0, x_1, x_2, x_3]}{x_4 - x_0}$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$
x ₃	f̂(x ₃)	$f[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = \frac{f[x_2, x_3, x_4, x_5] - f[x_1, x_2, x_3, x_4]}{x_5 - x_1}$	$= \frac{f[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] - f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]}{x_5 - x_0}$
x ₄	f̂(x ₄)		
x ₅	f̂(x ₅)		

Tabla 4. Tabulación general de aproximación polinomial 4º y 5º término.

El polinomio de 4º orden:

$$p_4(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2] + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)f[x_0, x_1, x_2, x_3] + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$$

Y la solución es el polinomio de 5º orden:

$$p_5(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2] + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)f[x_0, x_1, x_2, x_3] + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4] + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$$

Después de sustituir los valores de F₀, F₁, F₂, F₃, F₄, F₅ y deben obtenerse los valores

de la función $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$, $f(x_4)$, $f(x_5)$ y para este caso en particular son los valores de las deformaciones: d_0 , d_1 , d_2 , d_3 , d_4 , d_5 . estos resultados deben ser exactos para realizar una extrapolación al sustituir el valor de F_6 , y debe de ser un valor menor al de deformación máxima d_{\max} para evitar una posible fractura en la viga.

2 I RESULTADOS

Al explicar el método Gauss-Seidel con un enfoque inicial de una estructura con apoyo simple, y en el método de extrapolación por medio de la aproximación polinomial al presentar una viga en voladizo a la que se aplica una Fuerza vertical F versus la deformación d ; el estudiante de Ingeniería Civil, no solo aprende el método, sino que además se interesa más al poder solucionar un problema en su campo de aplicación.

Se han reducido los índices de reprobación es esta asignatura al emplear sencillos ejemplos enfocados a la Ingeniería Civil.

3 I RECOMENDACIONES

Seguir aplicando ejemplos aplicados a la Ingeniería Civil y dar seguimiento para verificar cuanto se reducen los índices de reprobación.

Realizar estudios comparativos a nivel nacional.

REFERENCIAS

Ángeles, L., Gómez, G., Guerrero, J., Morales, S., Gómez, S. (Febrero, 2017). **Detección de deficiencias académicas en los aspirantes en 2015 a las ingenierías del Instituto Tecnológico de Altamira**. Memorias del Congreso Internacional de Investigación Academia Journals. Consulta enero 2021. <https://drive.google.com/drive/folders/0B4GS5FQQLif9enpDcljdB0mms>

Arroyo, F. (2019). **Apuntes de asignatura Métodos Numéricos**. Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de Cancún. México.

Arroyo, F., Cano, J., Arroyo, M. (Mayo 2019). **Detección de deficiencias académicas en los aspirantes en 2018 a las ingenierías del Instituto Tecnológico de Cancún**. Memorias del Congreso Internacional de Investigación Academia Journals. Chetumal. Consulta enero 2021. <https://drive.google.com/drive/folders/1nVmDJmY8gBjI7gKB5EywJuNYS42Ph05c>

Barrett, R., Berry, M., Chan, T., Demmel, J., Donato, J., Dongarra, J., Eijkhout, V., Pozo, R., Romine, C., y Van der Vorst, H. (1994). **Plantillas para la solución de sistemas lineales. Bloques de construcción para métodos iterativos. 2ª edición**. Filadelfia, Estados Unidos.

CENEVAL (Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior). (2020). Guía EXANI-II. **Examen Nacional de Ingreso a la Educación Superior 23ª**. Edición. Consulta enero 2020. https://www.ceneval.edu.mx/documents/20182/232201/2_Guia_EXANI-II_210531.pdf/e5a7e4ca-8a72-4c07-ae8d-1bcab232ae48

Chapra, S., Canale, R. (2015) **Métodos numéricos para Ingenieros**. 7ª edición. Mc. Graw Hill. ISBN 9786071515949.

Jeffreys, H., Jeffreys, B. (1988). **Métodos de física matemática**, 3ª edición. Cambridge University Press. Cambridge, Inglaterra.

Nieves, A., Domínguez, F. (2012) **Métodos numéricos aplicados a la Ingeniería**. 4ª edición. Grupo Editorial Patria. ISBN 9786074383171

ÍNDICE REMISSIVO

A

Acurácia 34, 39, 44

Autodesk Revit 2020 1, 14

B

BIM 1, 2, 3, 4, 9, 11, 16, 17, 20, 21, 22

C

Construção civil 1, 2, 3, 21, 22, 50, 61

Corrosão 48, 49, 54, 56, 58, 59, 60

D

Diseño 23, 81, 82, 85, 94

Dynamo 2.1 1

E

Elemento de viga Bernoulli-Timoshenko 62

Estação total 34, 35, 36, 37, 39, 46

Estruturas de concreto 48, 49, 50, 51, 59, 60, 61

F

Formulação co-rotacional 62, 63, 79, 80, 81

G

GPS 34, 35, 39, 40, 41, 43, 44

I

Ingeniería 23, 24, 32, 33, 82, 83, 85, 94

L

Locação de obra 34

M

Manutenção 3, 48, 58, 59, 60, 61

Métodos dos elementos finitos 62

Métodos numéricos 23, 24, 32, 33, 81, 82

Modos de deformação naturais 62

N

Não-linearidade geométrica 62

O

Orçamentação 1, 2, 12

P

Patologias 48, 49, 50, 60

Plan de gestión ambiental 84, 87

Plataforma 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12

Programação 1, 6, 7, 8, 9, 11

Projetos 2, 3, 12, 50, 52

S

Sinapi 1, 10, 11, 12, 13, 20

Softwares 1, 3, 6, 7, 8, 35

Suelo 84, 85, 86

T

TecNM 23

TRANSGEOLOCAL 34, 35, 40, 41, 47

COLEÇÃO DESAFIOS DAS ENGENHARIAS:

ENGENHARIA CIVIL 4

- 
-  www.atenaeditora.com.br
 -  contato@atenaeditora.com.br
 -  [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
 -  www.facebook.com/atenaeditora.com.br

COLEÇÃO

DESAFIOS DAS ENGENHARIAS:

ENGENHARIA CIVIL 4

- 
-  www.atenaeditora.com.br
 -  contato@atenaeditora.com.br
 -  [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
 -  www.facebook.com/atenaeditora.com.br