Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA em MATEMÁTICA

e suas aplicações

2

Atena Editora

Ano 2021

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA em MATEMÁTICA

e suas aplicações

2

Atena
Editora
Ano 2021

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Camila Alves de Cremo
Daphynny Pamplona
Gabriel Motomu Teshima
Luiza Alves Batista
Natália Sandrini de Azevedo
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Yaiddy Paola Martinez
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações 2 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-5983-773-1
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.731220601

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Atena Editora
Ano 2021

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce,* ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, é que contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a Educação no Brasil acaba, muitas vezes, sendo uma reprodutora de Desigualdades.

O contexto social, político e cultural, como evidenciaram Silva, Nery e Nogueira (2020), tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse cenário de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático (SILVA; OLIVEIRA, 2020).

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático, como assevera D’Ambrósio (1993), e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o volume 2 do livro “***Pesquisas de Vanguarda em Matemática e suas Aplicações***” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática e do pesquisador em Matemática aplicada sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para educadores da

Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

REFERÊNCIAS

DáMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio. **Pro-Posições**. v. 4. n. 1 [10]. 1993.

SILVA, A. J. N. DA; NERY, ÉRICA S. S.; NOGUEIRA, C. A. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no “novo normal”. **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 18 ago. 2020.

SILVA, A. J. N. da; OLIVEIRA, C. M. de. A pesquisa na formação do professor de matemática. **Revista Internacional de Formação de Professores**, [S. l.], v. 5, p. e020015, 2020. Disponível em: https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/41. Acesso em: 18 maio. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 .... **1**

PESQUISAS EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA EM ALGUMAS INSTITUIÇÕES ESCOLARES DO BRASIL

Edivânia Graciela Neves Lima
Gladys Denise Wielewski

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206011

CAPÍTULO 2 .... **12**

ASSESSMENT BELIEFS AND PRACTICES IN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION IN BRAZIL

Jutta Cornelia Reuwsaat Justo
Ednei Luís Becher
Marja van den Heuvel-Panhuizen
Michiel Veldhuis

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206012

CAPÍTULO 3 .... **22**

REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DE DUAS ESCOLAS PÚBLICAS DA CIDADE DE PARAÍSO DO TOCANTINS SOBRE O USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Elismar Dias Batista
Willian Isao Tokura
Jeidy Johana Jimenez Ruiz
Priscila Marques Kai

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206013

CAPÍTULO 4 .... **34**

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE DOCENTES. PLAN DE ESTUDIOS 2012

Edith Arévalo Vázquez
Hilda Alicia Guzmán Elizondo
Nancy Bernardina Moya González

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206014

CAPÍTULO 5 .... **47**

CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS – VERSÃO COMPLETA

Givaldo da Silva Costa

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206015

CAPÍTULO 6 .... **64**

O VOLUME DO PARALELEPÍPEDO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA NAS UARC'S

Leandro Pantoja da Costa

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206016

CAPÍTULO 7 84

A LUDICIDADE E O ENSINAR MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: O QUE REVELAM ALGUMAS PRODUÇÕES ESCRITAS?

José Duilson Filho

Américo Junior Nunes da Silva

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206017

CAPÍTULO 8 103

DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO: CARACTERÍSTICAS, AVALIAÇÃO E INTERVENÇÃO

Talita Neves Silva

Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Isabel Cristina Lara Machado

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206018

CAPÍTULO 9 113

ESTUDO QUANTITATIVO DO DESEMPENHO DISCENTE ATRAVÉS DO PROJETO PRÉ-CALOURO E NIVELAMENTO DA ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA EST/UEA

Elainne Ladislau Ferreira Pereira

https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206019

CAPÍTULO 10 122

ANÁLISE PRELIMINAR DA DINÂMICA DO VÍRUS HBV POR MEIO DE DERIVADAS FRACIONÁRIAS

Lislaine Cristina Cardoso

Fernando Luiz Pio dos Santos

Rubens Figueiredo Camargo

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060110

CAPÍTULO 11 131

METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: O USO DA PLATAFORMA MENTIMETER NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ESTATÍSTICOS

Anderson Dias da Silva

Geriane Pereira da Silva

Joás Mariano da Silva Júnior

Carla Saturnina Ramos de Moura

Lucília Batista Dantas Pereira

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060111

CAPÍTULO 12 142

MODELO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE RESTAURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Guilherme Florindo Afonso

Antonio Marcos Cossi

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060112

CAPÍTULO 13...147

ESTILOS DE APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS DE MÉTODOS NUMÉRICOS A NIVEL LICENCIATURA DE INGENIERÍA EN PUEBLA

Carlos David Zapata y Sánchez

María Guadalupe López Molina

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060113

CAPÍTULO 14...158

ANÁLISIS COGNITIVO DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO

Leopoldo Zúñiga-Silva

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060114

CAPÍTULO 15...168

“BOLA AO CESTO”: UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Claudia Croce Costalonga

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060115

CAPÍTULO 16...175

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Márcio Pironel

Lourdes de la Rosa Onuchic

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060116

CAPÍTULO 17...186

¿QUÉ COMPETENCIAS APORTA ANÁLISIS MATEMÁTICO 2 AL GRADUADO DE INGENIERÍA?

Sara Aida Alaniz

Gladys Carmen May

Marcela Natalia Baracco

Roberto Javier Simunovich

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060117

CAPÍTULO 18...200

A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMATICA COMO SUBSÍDIO PARA A CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS DE RAZÃO, PROPORÇÃO E TEOREMA DE TALES

Elismar Dias Batista

Willian Isao Tokura

Jeidy Johana Jimenez Ruiz

Priscila Marques Kai

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060118

CAPÍTULO 19 206

ANÁLISIS ESTADÍSTICO APLICADO EN LA PROPOSICIÓN DE UNA RED DE CICLOVÍAS EN EL GRAN SAN JUAN

Mariana Laura Espinoza

Aníbal Leodegario Altamira

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060119

CAPÍTULO 20 218

GÉNESIS INSTRUMENTAL DE LA NOCIÓN DE FRACTAL EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE NIVEL SECUNDARIO

Daysi Julissa García-Cuéllar

Mihály André Martínez-Miraval

Jesús Victoria Flores Salazar

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060120

CAPÍTULO 21 228

ESTIMATIVAS DA NORMA DO SUP DE SOLUÇÕES LIMITADAS DE EQUAÇÕES DE DIFUSÃO NÃO LINEARES

Valéria de Fátima Maciel Cardoso Brum

Paulo Ricardo de Ávila Zingano

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060121

CAPÍTULO 22 235

FREE VIBRATIONS OF CATENARY RISERS WITH INTERNAL FLUID

Joseph Arthur Meléndez Vásquez

Juan Pablo Julca Avila

https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060122

SOBRE OS ORGANIZADORES 245

ÍNDICE REMISSIVO 246

CAPÍTULO 21

ESTIMATIVAS DA NORMA DO SUP DE SOLUÇÕES LIMITADAS DE EQUAÇÕES DE DIFUSÃO NÃO LINEARES

Data de aceite: 01/12/2021

Data de submissão: 06/09/2021

Valéria de Fátima Maciel Cardoso Brum
Departamento de Matemática, UFSM
Santa Maria, RS

Paulo Ricardo de Ávila Zingano
Departamento de Matematica Pura e Aplicada, UFRGS
Porto Alegre, RS

RESUMO: Vamos desenvolver algumas estimativas para o valor da norma do sup $\|u(\cdot, t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}$ de soluções fracas limitadas para equações de difusões da forma

$$u_t = |u|^\alpha \Delta u + b(x,t)|u|^\lambda |\nabla u|^2, \qquad x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0,$$

onde $\alpha>1$, $\lambda \geq \alpha -1$ são constantes, $b(x, t)$ limitado, e o valor inicial $u(\cdot, 0) \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n)$ $u(\cdot, 0) \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n)$ para algum $0 < p_0 < \infty$. Argumentos de comparação e estimativas de energia são usados para mostrar que

$$\| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \| u(\cdot,0) \|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} \ t^{-\frac{n}{2\kappa+n\alpha}}$$

para todo $t > 0$, onde $k=\max \{p_0, 1 - \alpha + B\}$, $B= \|b\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}_+)}$ e $K > 0$ é uma constante que depende apenas de n, p_0, α, B.

PALAVRAS-CHAVE: Equações de difusão, soluções fracas, estimativas de energia, teorema da comparação.

SUPNORM ESTIMATES FOR BOUNDED SOLUTIONS OF GENERAL NONLINEAR

ABSTRACT: We derive some basic estimates for supnorm values $\|u(\cdot, t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}$ of bounded weak solutions to general diffusion equations of the form

$$u_t = |u|^\alpha \Delta u + b(x,t)|u|^\lambda |\nabla u|^2, \qquad x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0,$$

with given $\alpha>1$, $\lambda \geq \alpha -1$ constant, $b(x, t)$ bounded, and initial data $u(\cdot, 0) \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n)$ for some $0 < p_0 < \infty$. Comparison arguments and energy estimates give

$$\| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \| u(\cdot,0) \|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} \ t^{-\frac{n}{2\kappa+n\alpha}}$$

for all $t > 0$, where $k=\max \{p_0, 1 - \alpha + B\}$, $B= \|b\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}_+)}$ and $K > 0$ constant is dependent of n, p_0, α, B.

KEYWORDS: Diffusion Equation, weak solutions, energy estimates, Comparison Theorem.

1 | INTRODUÇÃO

Neste trabalho nós desenvolvemos algumas estimativas para o valor da supernorma $\|u(\cdot, t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}$ de soluções limitadas de problemas de valor inicial de parabólico da forma

$$u_t = |u|^\alpha \Delta u, +b(x,t)|u|^\lambda |\nabla u|^2 \quad u(\cdot,0) \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n), \tag{1}$$

para $0 < p_0 < \infty$ e onde $\alpha > 1$, $\lambda \geq \alpha - 1$ são constantes dadas, $b \in L^\infty(\mathbb{R}^n \times [0, \infty))$.[1] Tais problemas incluem casos particulares de inumeros modelos importantes em Física e Biologia, ver [4, 9, 10]. Como a equação (1) deixa de ser parabólica quando $u = 0$, não podemos garantir a existência de solução clássica, somente a existência de soluções no sentido fraco. Aqui, dado $0 < T_* \leq \infty$, uma função mensuravel $u = u(x, t)$ é dita solução fraca do problema (1) no intervalo de tempO $[0, T_*)$ se $u \in L^\infty(S_T)$ para cada conjunto $S_T \equiv \mathbb{R}^n \times [0, T]$, $0 < T < T_*$, e $u(\cdot, t) \in L^2_{loc}([0, T_*), H^1_{loc}(\mathbb{R}n))$ com

$$\int_0^\infty \int_{\mathbb{R}^n} u\varphi_t \, dx \, dt \; + \int_{\mathbb{R}^n} u_0(x)\varphi(x,0)\, dx = \alpha \int_0^\infty \int_{\mathbb{R}^n} |u|^{\alpha-1}(sgn\, u)|\nabla u|^2 \varphi \, dx \; dt$$
$$+ \int_0^\infty \int_{\mathbb{R}^n} |u|^\alpha \langle \nabla u, \nabla \varphi \rangle \, dx \, dt - \int_0^\infty \int_{\mathbb{R}^n} b(x,t)|u|^\lambda |\nabla u|^2 \varphi \, dx \, dt$$

para toda função teste $\varphi \in C^1(\mathbb{R}^n \times [0, T_*))$ com suporte compacto em $\mathbb{R}^n \times [0, T_*)$.

A existencia de soluções fracas podem ser obtidas por vários métodos ver [3, 8]. Segue do Teorema (4.1) e (4.3) que elas satisfazem o principio do máximo.

$$\|u(\cdot,t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq \|u_0\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \qquad \forall t \in [0, T_*). \tag{2}$$

Em particular, soluções do problema (1) são globalmente definidas (i.e., $T_* = \infty$), com $\| u(\cdot, t) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}$ monotonicamente decrescente em $[0, \infty)$. Quanto a unicidade, segue dos resultados em [3, 9] que mesmo as soluções não negativas do problema 1 podem não ser unicamente definidas. Em todo o caso, todas as soluções do problema (1), devem satisfazer a estimativa fundamental

$$\|u(\cdot,t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \| u(\cdot,0) \|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} \; t^{-\frac{n}{2\kappa+n\alpha}}$$

para todo $t > 0$, onde $\kappa = \max\{p_0, 1 - \alpha + B\}$, $B = \|b\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+)}$ e $K > 0$ denotando alguma constante que depende somente de n, p_0, α, B.

$$u_t = |u|^\alpha \Delta u, +b(x,t)|u|^\lambda |\nabla u|^2 \quad u(\cdot,0) \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n), \tag{3}$$

2 | ANÁLISE DO CASO $\lambda = \alpha - 1$

O argumento principal deste trabalho é baseado no fato fundamental de que $|u(x, t)|$ pode ser limitada por soluções clássicas limitadas e positivas do problema (1) que são muito mais faceis de serem estudadas. Nós chamamos de soluções clássicas do pro-blema

1 Os casos em que $\alpha = 1$, $\lambda \geq 0$ foram discutidos em [6].

(1)uma solução suave, limitada (C^2 em x, C^1 em t) e que satisfaz a equação no sentido classico para $t > 0$ e a condição inicial em L^1_{loc} ($\mathbb{R}^n$) com t ↘ 0. Para provar isto, vamos primeiramente considerar o caso de soluções não negativas e limitadas $u(\cdot, t) \in L^\infty_{loc}([0, \infty[, L^\infty(\mathbb{R}^n)) \cap L^2_{loc}([0, \infty[, H^1_{loc}(\mathbb{R}^n))$ do problema (1). Soluções clássicas naturais associadas a $u(\cdot, t)$ podem ser introduzidas da seguinte forma: Escolhendo uma função positiva $v \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n) \cap C^0(\mathbb{R}^n)$, $tv \geq c|x|^{-\sigma}$, $c > 0$, $\sigma > 0$ e $|x| >> 1$, tomando $\epsilon > 0$ e seja $u^\epsilon(\cdot, t)$ a unica solução clássica positiva do problema

$$u_t^\epsilon = |u^\epsilon|^\alpha \Delta u^\epsilon + B \cdot |u^\epsilon|^{\alpha-1}|\nabla u^\epsilon|^2, \qquad u^\epsilon(\cdot, 0) = u_0 + \epsilon v \qquad (u_0 \geq 0) \tag{4}$$

onde $\alpha > 1$ é uma constante dada e $B \in \mathbb{R}$ é escolhida de forma que $b(x, t) \leq B$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$ e $t > 0$. As principais estimativas de $u^\epsilon(\cdot, t)$ são dadas pelos **Teoremas** 4.1 e 4.2 dados a seguir.

Teorema 4.1. *(Principio do Máximo) Para cada $\epsilon > 0$, existe uma unica solução clássica positiva $u^\epsilon(\cdot, t)$ de (4), definida para todo $t > 0$. Além disso, para todo $q \geq \max\{p_0, 1 - \alpha + B\}$, onde $B = ||b||_{L^\infty(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+)}$ tem-se*

$$\|u^\epsilon(\cdot, t)\|_{L^q(\mathbb{R}^n)} \leq \|u^\epsilon(\cdot, 0)\|_{L^q(\mathbb{R}^n)} \qquad \forall t > 0. \tag{5}$$

Prova: A existência local, unicidade e positividade vem da teoria padrão de equações parabólicas, com existência global mostrada em [8]. Agora, dado $q \geq \max\{p_0, 1 - \alpha + B\}$ finito, seja $\zeta_R \in C^2(\mathbb{R})$ satisfazendo $\zeta_R(x) = e^{-\varepsilon\sqrt{1+|x|^2}} - e^{-\varepsilon\sqrt{1+R^2}}$ se $|x| \leq R$, $\zeta_R(x) = 0$ se $|x| > R$.

Multiplicando (4) por $q\, u^\epsilon(x, t)^{q-1}\zeta_R(x)$, integrando em $\mathbb{R}^n \times [t_0, t]$, fazendo $t_0 \to 0$ e $R \to \infty$, obtemos

$$\int_{\mathbb{R}^n} u^\epsilon(x,t)^q e^{-\varepsilon\sqrt{1+|x|^2}} dx \leq \int_{\mathbb{R}^n} u_0^\epsilon(x)^q e^{-\varepsilon\sqrt{1+|x|^2}} dx + M(T)^\alpha n\varepsilon \int_0^t \int_{\mathbb{R}^n} u^\epsilon(x,\tau)^q e^{-\varepsilon\sqrt{1+|x|^2}} dx d\tau$$

, onde $M(T)$ satisfaz $||u^\epsilon(\cdot, t)||_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq M(T)\ \forall\ t_0 < t < T$.

Assim, pelo Lema de Growall $\int_{\mathbb{R}^n} u^\epsilon(x,t)^q e^{-\varepsilon\sqrt{1+|x|^2}} dx \leq \int_{\mathbb{R}^n} u_0^\epsilon(x)^q e^{-\varepsilon\sqrt{1+|x|^2}} dx e^{M(T)^\alpha n\epsilon} \quad \forall\ t > 0$. Fazendo $\varepsilon \to 0$ e $q \to \infty$, obtemos $||u^\epsilon(\cdot, t)||_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq ||u^\epsilon_0||_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}$.

Teorema 4.2. *Para cada $\epsilon > 0$, temos*

$$\|u^\epsilon(\cdot, t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \|u^\epsilon(\cdot, 0)\|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} t^{-\frac{n}{2\kappa+n\alpha}} \tag{6}$$

para todo $t > 0$, onde $K > 0$ é uma constante que depende somente de n, p_0, α, B , $\kappa = \max\{p_0, 1 - \alpha + B\}$, $u^\epsilon(\cdot, 0) = u_0 + \epsilon w \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n)$, e $u^\epsilon(\cdot, t)$ denota uma solução clássica positiva do problema (4).

Prova: Vamos supor primeiramente que $p_0 \geq 1 - \alpha + \gamma$. Seja $q \geq p_0$ finito, tomando $\mu = \frac{(n+2)q+2n\alpha}{2q+2n\alpha}$ e multiplicando(4) por $(t-t_0)^\mu q u^\epsilon(x, t)^{q-1}\zeta_R(x)$, onde $\zeta_R(x) = \zeta(x/R)$ é a função de corte introduzida na prova do Teorema (4.1), integrando em $\mathbb{R}^n \times [t_0, t]$, fazendo $\mathbb{R} \to \infty$ e introduzindo $w(x, t) = u^\varepsilon(x, t)^{\frac{q+\alpha}{2}}$ obtemos

$$(t-t_0)^{\mu}\|w(\cdot,t)\|^{\beta}_{L^{\beta}(\mathbb{R}^n)} + \frac{4q\,(q-\Gamma)}{(q+\alpha)^2}\int_{t_0}^{t}(\tau-t_0)^{\mu}\|\nabla w(\cdot,\tau)\|^2_{L^2(\mathbb{R}^n)}\,d\tau$$
$$\leq \mu\int_{t_0}^{t}(\tau-t_0)^{\mu-1}\|w(.,\tau)\|^{\beta}_{L^{\beta}(\mathbb{R}^n)}\,d\tau, \qquad (7)$$

onde $\beta = \frac{2q}{q+\alpha} \in (1, 2)$. Agora nós recaimos na inequação

$$\|\mathrm{v}\|_{L^{\beta}(\mathbb{R}^n)} \leq K(\beta_0,\beta)\,\|\mathrm{v}\|^{1-\theta}_{L^{\beta_0}(\mathbb{R}^n)}\|\nabla \mathrm{v}\|^{\theta}_{L^2(\mathbb{R}^n)}, \qquad (8)$$

onde β_0 єv(0, β), $\theta \in (0,1)$ é dado por $\theta = \frac{\frac{1}{\beta_0}-\frac{1}{\beta}}{\frac{1}{\beta_0}+\frac{1}{n}-\frac{1}{2}}$ para v є $L^{\beta_0}(\mathbb{R}^n) \cap H^1(\mathbb{R}^n)$, $1 < \beta < 2$. Usando a inequação de Höulder e o principio do máximo, obtemos

$$\mu\int_{t_0}^{t}(t-t_0)^{\mu-1}\|w(.,\tau)\|^{\beta}_{L^{\beta}(\mathbb{R}^n)}d\tau \leq \mu\mathbb{K}^{\beta}\|w(.,t_0)\|^{\beta\cdot(1-\theta)}_{L^{\beta_0}(\mathbb{R}^n)}(t-t_0)^{1-\frac{\beta\theta}{2}}$$
$$\left(\int_{t_0}^{t}(\tau-t_0)^{\mu}\|\nabla w(\cdot,\tau)\|^2_{L^2(\mathbb{R}^n)}\,d\tau\right)^{\frac{\beta\theta}{2}}, \text{ onde } \mathbb{K} = \sup_{q<\beta_0<\beta<2} K(\beta,\beta_0,n).$$

Tomando $E(t)=(t-t_0)^{\mu}\|w(\cdot,t)\|^{\beta}_{L^{\beta}(\mathbb{R}^n)} + \frac{4q\,(q-\Gamma)}{(q+\alpha)^2}\int_{t_0}^{t}(\tau-t_0)^{\mu}\|\nabla w\|^2_{L^2(\mathbb{R}^n)}d\tau$, e substituindo em (7), obtemos

$$\|w(\cdot,t)\|^{\beta}_{L^{\beta}(\mathbb{R}^n)} \leq \mu^{\mu}\,\mathbb{K}^{\beta\cdot\mu}\|w(.,t_0)\|^{\beta\cdot(1-\theta)\cdot\mu}_{L^{\beta_0}(\mathbb{R}^n)}(t-t_0)^{-(\mu-1)}\left(\frac{(q+\alpha)^2}{4q\,(q-\Gamma)}\right)^{\frac{\beta\theta}{2}\cdot\mu}.$$

Então

$$\|u^{\varepsilon}(\cdot,t)\|_{L^{q}(\mathbb{R}^n)} \leq A(q)^{\frac{1}{q}}\ \|u^{\varepsilon}(.,t_0)\|^{\frac{2q+n\alpha}{2(q+n\alpha)}}_{L^{\frac{q}{2}}(\mathbb{R}^n)}\ (t-t_0)^{-\frac{n}{2q+n\alpha}}, \qquad (9)$$

onde $A(q) = \left(\frac{(n+2)q+2n\alpha}{2q+2n\alpha}\right)^{\frac{(n+2)q+2n\alpha}{2q+2n\alpha}} \cdot \mathbb{K}^{\frac{q}{q+\alpha}\cdot\frac{(n+2)q+2n\alpha}{q+n\alpha}} \cdot \left(\frac{(q+\alpha)^2}{4q\,(q-\Gamma)}\right)^{\frac{nq}{22q+2n\alpha}}.$

Agora, usando uma iteração do tipo Moser (ver [1]), obtemos

$$\|u^{\varepsilon}(\cdot,t)\|_{L^{\infty}(\mathbb{R}^n)} \leq K(p_0,\alpha,n)\|\,u_0^{\varepsilon}\|^{\frac{2p_0}{2p_0+n\alpha}}_{L^{p_0}(\mathbb{R}^n)}\,t^{-\frac{n}{2p_0+n\alpha}},$$

onde $K(p_0, \alpha, n) = \left[\prod_{j=1}^{n} A(2^j p_0)^{\frac{1}{2p_0+\frac{n\alpha}{2}}}\right]\cdot 2^{\frac{n}{2}\sum_{j=1}^{n}\frac{j2^j p_0}{(2^j p_0+n\alpha)(2^j p_0+\frac{n\alpha}{2})}}$

A ligação entre $u^{\varepsilon}(\cdot, t)$ e $u(\cdot, t)$ é dada pelo seguinte resultado

Teorema 4.3. *Seja $\lambda = \alpha - 1$ e $u(\cdot, t)$ uma solução não negativa e limitada do problema(1) com valor inicial $u_0 \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^{\infty}(\mathbb{R}^n)$, $u_0 \geq 0$, e seja $u^{\varepsilon}(\cdot, t)$ solução classica positiva de (4), onde $B \in \mathbb{R}$ é tal que $b(x, t) \leq B$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$, $t > 0$. Então temos (redefinindo $u(\cdot, t)$ em um conjunto de medida zero no tempo se necessário), para todo $t > 0$ $u(x, t) \leq u^{\varepsilon}(x, t)$ a.e. $x \in \mathbb{R}^n$.*

Prova: Este Teorema pode ser provado exatamente como a Proposição 2.2 em [4] (ver [4], pages 590–592), onde as funções testes $\psi(x, t)$, $\psi_\epsilon(x, t)$ usadas em [4] :) são aqui definidas por:

$$\psi(x,t) = H_\delta(P(u(x,t)) - P(u^\epsilon(x,t))) \cdot u(x,t)^{B-\alpha} \cdot \zeta(x) \text{ e}$$
$$\psi_\epsilon(x,t)= H_\delta(P(u(x,t)) - P(u^\epsilon(x,t))) \cdot u^\epsilon(x,t)^{B-\alpha} \cdot \zeta(x),$$
$$\zeta(x) = \exp\{\sqrt{1+x^2}\} - \exp\{\sqrt{1+R^2}\} \text{ se } |x| \leq R,\ \zeta(x) = 0 \text{ se } |x| > R.$$

Uma consequência imediata deste Teorema é que para cada $t > 0$,

$$\|u(\cdot,t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \|u_0 + \epsilon v\|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} t^{-\frac{1}{2\kappa+n\alpha}} \tag{10}$$

para todo $\epsilon > 0$, onde $\kappa = \max\{p_0, 1-\alpha+B\}$. Visto que $\|u(\cdot, t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq \|u^\epsilon(\cdot, t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}$, fazendo $\epsilon \to 0$ em (10) obtemos o seguinte resultado.

Teorema 4.4. *Seja $\lambda = \alpha - 1$ e $u(\cdot, t)$ solução limitada do problema (1), então*

$$\|u(\cdot,t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq \|u(\cdot,t_0)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \qquad \forall t > t_0 \geq 0$$

e

$$\| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \| u_0 \|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} t^{-\frac{1}{2\kappa+n\alpha}} \qquad \forall\ t > 0,$$

onde $k = \max\{p_0, 1 - \alpha + B\}$, $B = \sup\{b(x,t) : x \in \mathbb{R}^n, t > 0\}$.

Para finalizar, seja $u^\epsilon(\cdot, t)$ solução do problema

$$u_t^\epsilon = |u^\epsilon|^\alpha \Delta u^\epsilon + \Gamma \cdot |u^\epsilon|^{\alpha-1} |\nabla u^\epsilon|^2 \qquad u^\epsilon(\cdot,0) = |u_0| + \epsilon v, \tag{11}$$

onde $\Gamma = \| b \|_{L^\infty(\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+)}$ e v uma função continua positiva arbitraria $v \in L^{p_0}(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n) \cap C^0(\mathbb{R}^n)$. Usando o mesmo argumento do Teorema 4.3 temos que $u(x, t) \leq u^\epsilon(x, t)$ e $-u(x, t) \leq u^\epsilon(x, t)$, $x \in \mathbb{R}^n$ (a.e. $t > 0$). Assim , $|u(x, t)| \leq u^\epsilon(x, t)$

Como os Teoremas 4.1 e 4.2 são válidos para $u^\epsilon(\cdot, t)$, com B substituido por Γ, obtemos

$$\| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq \| \, |u_0| + \epsilon v \, \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \qquad \forall\ t > 0 \tag{12}$$

e

$$\| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \| \, |u_0| + \epsilon v \|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} t^{-\frac{1}{2\kappa+n\alpha}} \tag{13}$$

para todo $t > 0$,onde $\kappa = \max\{p_0, 1 - \alpha + \Gamma\}$. Fazendo $\epsilon \to 0$, obtemos o principal resultado desta seção.

Teorema 4.5. *Seja $\lambda = \alpha - 1$ e $u(\cdot, t)$ solução arbitraria limitada do problema (1). Então, redefinindo $u(\cdot, t)$ em um conjunto de medida zero se necessário, temos que*

$$\| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq \| u(\cdot,t_0) \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \qquad \forall\ t > t_0 \geq 0$$

e

$$\| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\mathbb{R})} \leq K \cdot \| u_0 \|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} \, t^{-\frac{1}{2\kappa+n\alpha}} \qquad \forall\, t > 0,$$

onde $k = \max\{p_0, 1 - \alpha + \Gamma\}\}$, $\Gamma = \| b \|_{L^\infty(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+)}$.

3 I ANÁLISE DO CASO λ > α – 1

Nesta seção continuamos a analise do problema de valor inicial (1) considerando o caso em que $\lambda > \alpha - 1$. Usando argumentos similares aos usados na seção anterior,é possivel provar que os **Teoremas** 4.1, 4.2 e 4.3 são válidos para este caso. Desta forma o seguinte resultado é obtido.

Teorema 5.1. *Seja* $\lambda > \alpha-1$ *e* $u(\cdot, t)$ *solução arbitraria limitada do problema (1). Então, redefinindo* $u(\cdot, t)$ *em um conjunto de medida zero se necessário, obtemos*

$$\|u(\cdot,t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq \|u(\cdot,t_0)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \qquad \forall\ t > t_0 \geq 0$$

e

$$\|u(\cdot,t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq K \cdot \|u_0\|_{L^\kappa(\mathbb{R}^n)}^{\frac{2\kappa}{2\kappa+n\alpha}} t^{-\frac{1}{2\kappa+n\alpha}} \qquad \forall\ t > 0,$$

onde $\kappa = \max\{p_0,\ 1 - \alpha + \Gamma\}$, $\Gamma = B \cdot \|u_0\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}^{\lambda-\alpha+1}$, $B = \|b\|_{L\infty(\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}_+)}$ e $K > 0$ *é uma constante que depende somente de n,* p_0, α, Γ.

REFERÊNCIAS

[1] V. C. Brum, On some degenerate nonlinear diffusion problems and a *priori* estimates (in Portuguese), PhD Thesis, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brazil, 2011.

[2] M. Bertsch, R. Dal Passo and M. Ughi, Discontinuous viscosity solutions of a dege-nerate parabolic equation, *Trans. Amer*. Math. Soc., 320:779-798, 1990.

[3] M. Bertsch, R. Dal Passo and M. Ughi, Nonuniqueness of solutions of a degenerate parabolic equation, *Annali Mat*. Pura Appl., 161:57-81, 1992.

[4] M. Bertsch and M. Ughi, Positivity properties of viscosity solutions of a degenerate parabolic equation, *Nonlinear Anal*. TMA, 14:571-592, 1990.

[5] P. Braz e Silva and P. R. Zingano, Some asymptotic properties for solutions of one-dimensional advection-diffusion equations with Cauchy data in $L^p(\mathbb{R})$*, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*, 342:465-467, 2006.

[6] V. C. Brum, M. V. Ferreira and P. R. Zingano, Supnorm estimates for nonnegative bounded solutions of a one-dimensional degenerate diffusion equation not in diver-gence form, *Journal of Func. Operator Theory Appl*., 3:191-210, 2011

[7] A. S. Kalashnikov, Some problems of the qualitative theory of nonlinear degenerate second-order parabolic equations, *Russ. Math. Surv.*, 62:169-222.

[8] O. A. Ladyzhenskaya, V. A. Solonnikov and N. N. Uralceva, Linear and Quasilinear Equations of Parabolic Type, American Mathematical Society, Providence, 1968.

[9] M. Ughi, A degenerate parabolic equation modelling the spread of an epidemic, *Annali Mat. Pura Appl.*, , 143:385-400, 1986.

[10] *J. L. Vázquez*, The porous medium equation: mathematical theory, Clarendon Press, Oxford, 2007.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Análisis 2, 36, 37, 148, 149, 150, 152, 158, 159, 160, 161, 164, 186, 187, 188, 190, 191, 192, 194, 196, 197, 199, 206, 207, 210, 211, 212, 217

Anos iniciais 11, 12, 13, 21, 48, 54

Aprendizado 26, 29, 47, 83, 95, 104, 106, 133, 168, 169, 177

Aprendizaje 36, 40, 42, 43, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 158, 159, 160, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 187, 188, 190, 191, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 221

Avaliação 12, 13, 20, 21, 27, 28, 29, 49, 61, 103, 105, 106, 107, 108, 110, 114, 116, 119, 120, 175, 176, 178, 180, 182, 183, 184, 185

Avaliação em larga escala 13

Avaliação em sala de aula 13

B

Bola ao cesto 168, 169

Brasil 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 20, 21, 24, 26, 27, 32, 48, 83, 86, 94, 100, 104, 107, 109, 110, 111, 122, 123, 129, 174, 218

Busca em vizinhança variável 142

C

Cálculo 66, 74, 75, 104, 108, 113, 116, 118, 123, 124, 128, 129, 147, 158, 159, 160, 163, 164, 165, 192, 203, 211

Ciclovías 206, 207

Cognición 158, 165

Competencias 36, 37, 40, 41, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 193, 196, 197, 198, 199

Computador 22, 24, 26, 29, 32, 33, 132, 145

Conceito 11, 28, 47, 51, 52, 53, 62, 74, 75, 76, 83, 95, 106, 135, 178, 180, 182, 185, 201, 203, 204

D

Derivada de caputo 122

Desempenho discente 113

Discalculia do desenvolvimento 103, 104, 105, 106, 110, 111

E

Educação infantil 96, 168, 169, 170, 174

Educação matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 33, 62, 64, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 103, 105, 111, 131, 140, 175, 184, 201, 204, 205, 245

Educación en ingeniería 147, 149

Enseñanza 2, 34, 35, 36, 37, 43, 44, 148, 149, 158, 160, 164, 186, 187, 189, 191, 193, 221, 222

Ensino 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 35, 47, 48, 49, 51, 54, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 72, 73, 74, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 115, 117, 118, 120, 121, 131, 132, 133, 134, 135, 140, 141, 168, 169, 175, 176, 177, 178, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 200, 201, 202, 205, 245

Ensino da matemática 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 22, 23, 25, 28, 32, 35, 87, 89, 100, 108, 118, 121, 131, 168, 169

Ensino médio 5, 27, 33, 65, 66, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 93, 94, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 115, 120

Equações de difusão 228

Estadística 36, 165, 206, 207, 217

Estilos de aprendizaje 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153

Estimativas de energia 228

Estratégias 62, 66, 73, 85, 90, 91, 92, 94, 96, 105, 108, 128, 132, 133, 134, 168, 169, 177, 179, 181, 184, 202

F

Ferramenta 5, 8, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 32, 88, 89, 91, 92, 98, 100, 101, 140, 145, 146

Formación docente 34, 197

Fractales 218, 219, 220, 221, 222, 225, 226, 227

G

Génesis instrumental 218, 220, 221

Geogebra 22, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 222, 226

H

Hepatite B 122, 129

História da educação matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11

História da matemática 4, 11, 200, 201, 202, 204, 205

I

Instrumentalização 47, 48

L

Ludicidade 84, 85, 86, 87, 90, 94, 95, 96, 99, 100, 245

M

Matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 32, 33, 35, 41, 47, 48, 51, 61, 62, 63, 64, 65, 68, 72, 73, 75, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 120, 121, 125, 128, 131, 132, 133, 134, 135, 138, 139, 140, 141, 144, 148, 159, 164, 165, 168, 169, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 182, 184, 185, 186, 187, 198, 199, 200, 201, 202, 204, 205, 218, 219, 220, 222, 226, 228, 233, 245

Mentimeter 131, 132, 135, 136, 137, 138, 139, 140

Método dos elementos finitos 236

Metodologia 4, 7, 11, 23, 27, 65, 66, 91, 98, 99, 128, 134, 137, 140, 175, 178, 180, 182, 184, 185, 200, 202

Métodos numéricos 127, 147, 148, 152

Modelagem fracionária 122

P

Práticas docentes 1, 8, 133

Princípios teóricos 103

Problema de autovalores 236

Professores 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 48, 49, 50, 51, 53, 60, 61, 62, 64, 65, 73, 85, 86, 87, 90, 98, 99, 101, 108, 109, 113, 114, 115, 131, 132, 133, 134, 136, 139, 140, 141, 168, 177, 178, 180, 181, 182, 185, 201, 202, 203, 204, 245

Projetos extra-curriculares 121

R

Registro 61, 168, 171, 176, 179, 182

Resolução de problemas 66, 92, 94, 134, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 182, 184, 185, 205

Resolución de problemas 158, 164, 165, 190, 191, 193, 194, 198

Restauração 142, 143, 145, 146

Riser de aço em catenária 235, 236

S

Sequência didática 64, 66, 72, 73, 74, 82, 83

Significado 40, 47, 51, 52, 58, 59, 60, 61, 85, 138, 162, 181, 192, 201, 202, 203, 222

Sistemas de distribuição 142, 145, 146

Software 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 141, 191

Soluções fracas 228, 229

T

Tecnologias digitais 131, 132, 140

Teorema da comparação 228

Testemunhos de professores 1

Toma de decisiones 43, 206, 207

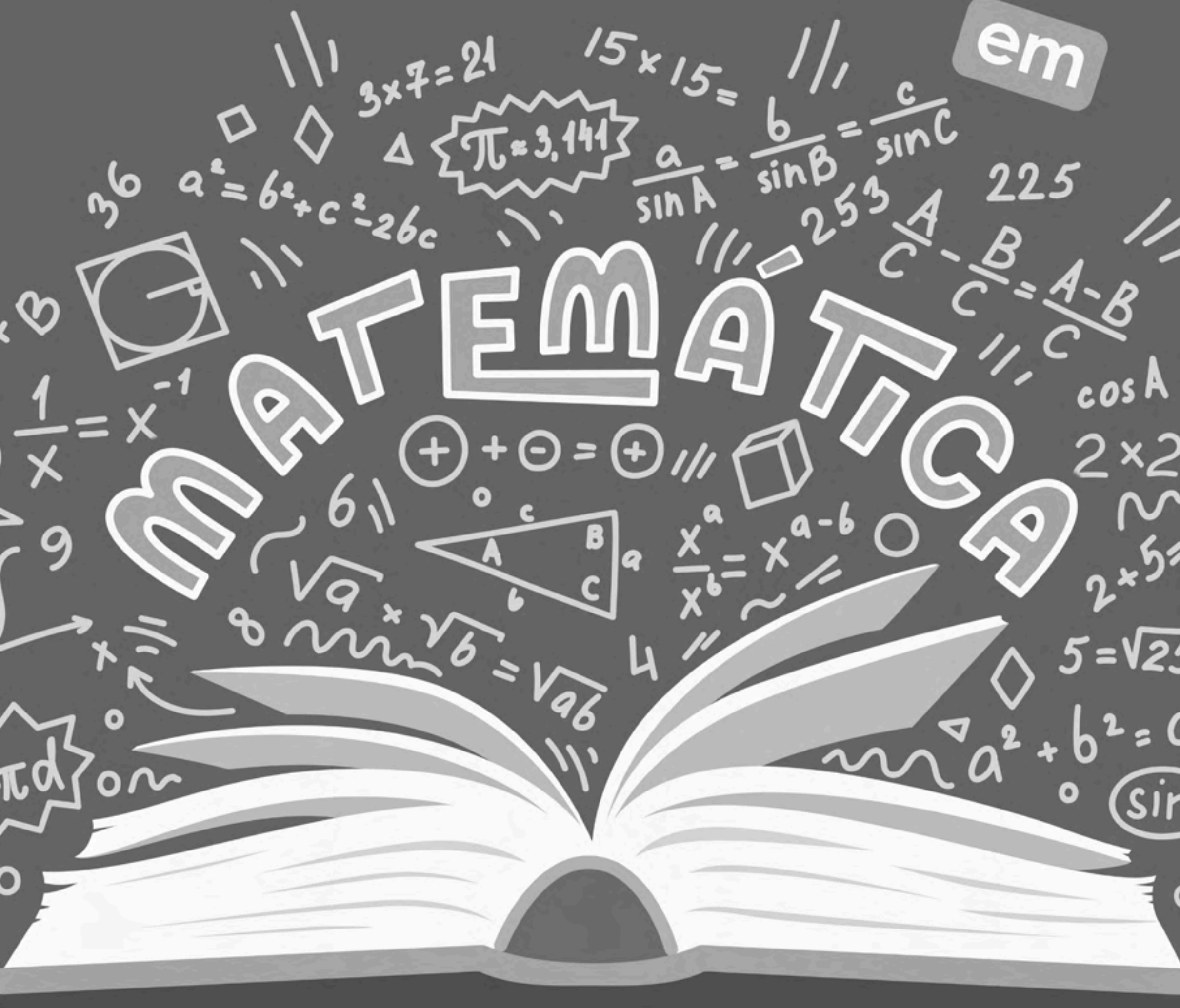
V

Vibrações livres 236

Volume do paralelepípedo 64, 66, 74, 82

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

PESQUISAS DE VANGUARDA em MATEMÁTICA e suas aplicações

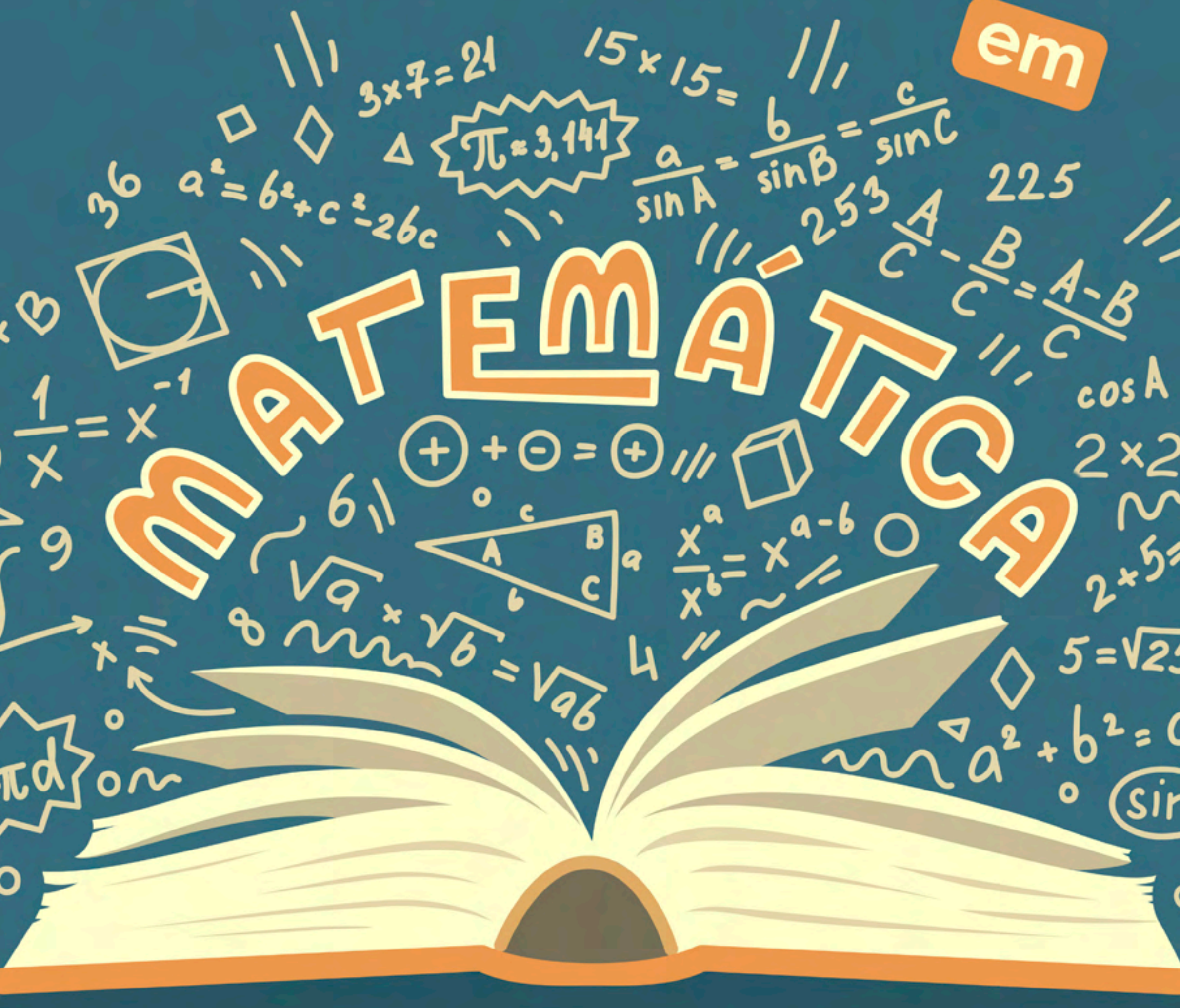


2

Atena Editora
Ano 2021

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

PESQUISAS DE VANGUARDA em MATEMÁTICA e suas aplicações 2



Atena Editora
Ano 2021