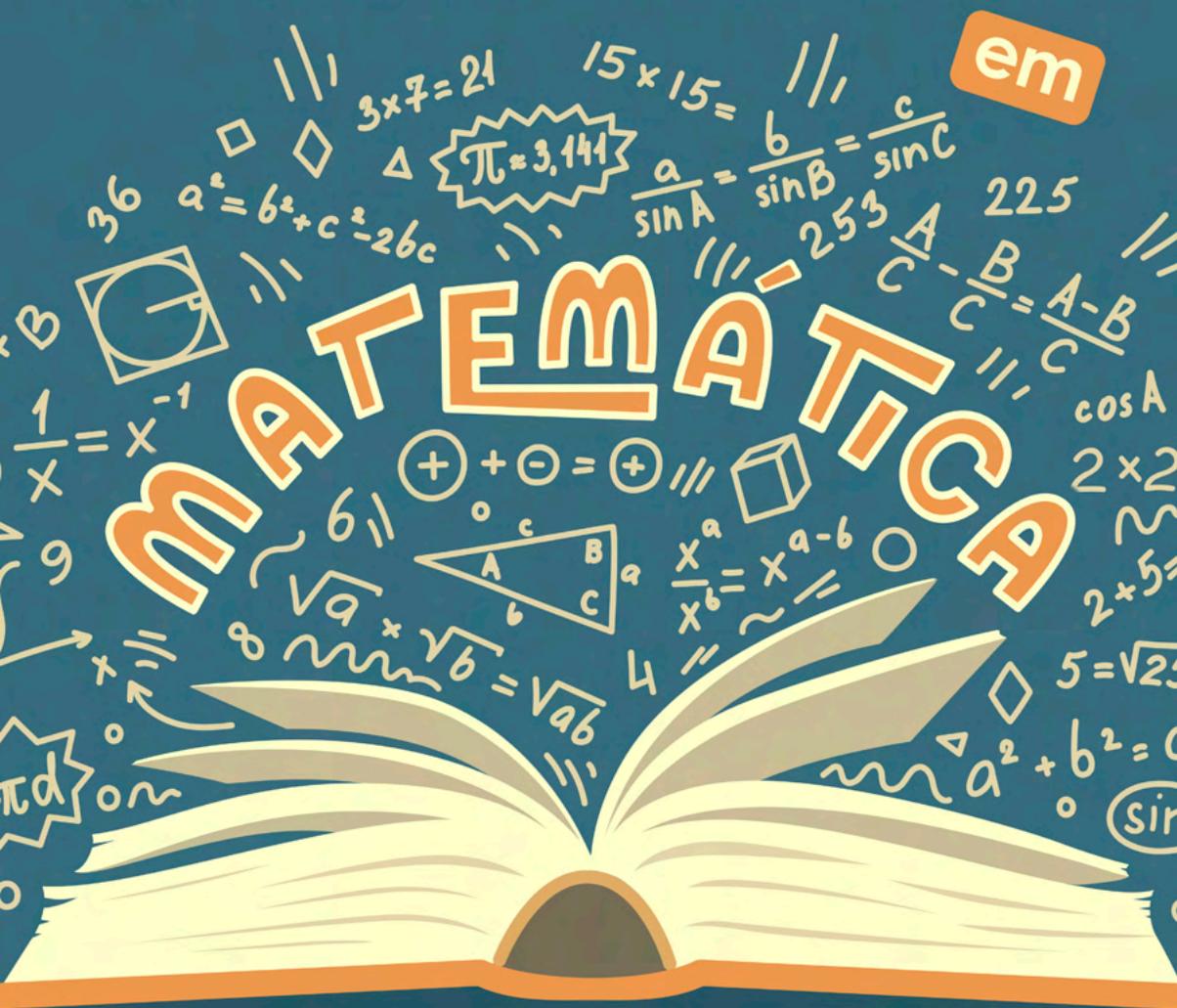


Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA



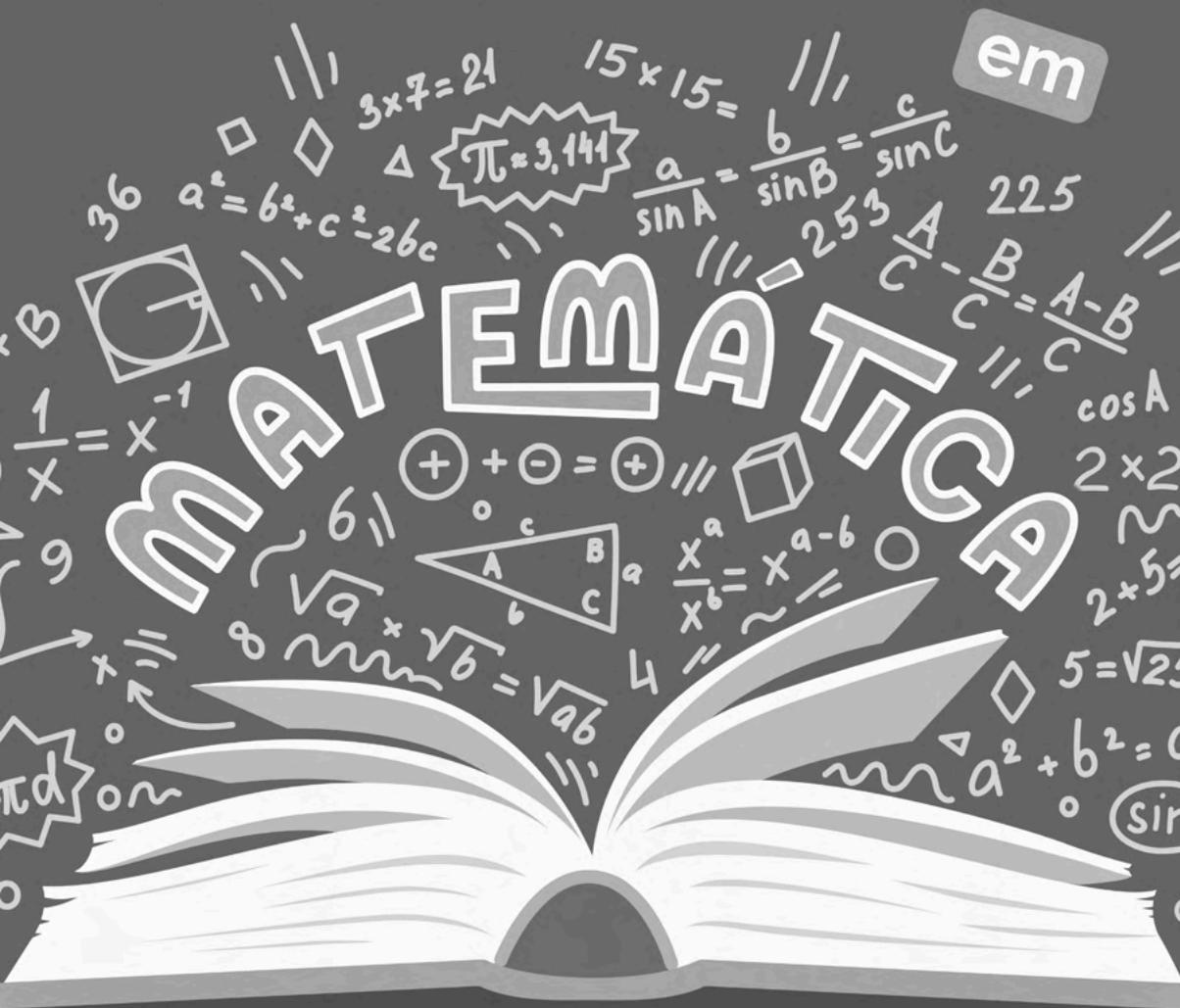
e suas aplicações

Atena
Editora
Ano 2021

2

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA



e suas aplicações

Atena
Editora
Ano 2021

2

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2021 Os autores

Copyright da edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná



Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará

Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora

Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo

Correção: Yaidy Paola Martinez

Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga

Revisão: Os autores

Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações
2 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva,
André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena,
2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-773-1

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.731220601>

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da
(Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador).
III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2021

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, é que contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a Educação no Brasil acaba, muitas vezes, sendo uma reprodutora de Desigualdades.

O contexto social, político e cultural, como evidenciaram Silva, Nery e Nogueira (2020), tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse cenário de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático (SILVA; OLIVEIRA, 2020).

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático, como assevera D’Ambrósio (1993), e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o volume 2 do livro “**Pesquisas de Vanguarda em Matemática e suas Aplicações**” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática e do pesquisador em Matemática aplicada sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para educadores da

Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

REFERÊNCIAS

DÁMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio. **Pro-Posições**. v. 4. n. 1 [10]. 1993.

SILVA, A. J. N. DA; NERY, ÉRICA S. S.; NOGUEIRA, C. A. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no “novo normal”. **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 18 ago. 2020.

SILVA, A. J. N. da; OLIVEIRA, C. M. de. A pesquisa na formação do professor de matemática. **Revista Internacional de Formação de Professores**, [S. l.], v. 5, p. e020015, 2020. Disponível em: <https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/41>. Acesso em: 18 maio. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

PESQUISAS EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA EM ALGUMAS INSTITUIÇÕES ESCOLARES DO BRASIL

Edivânia Graciela Neves Lima

Gladys Denise Wielewski

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206011>

CAPÍTULO 2..... 12

ASSESSMENT BELIEFS AND PRACTICES IN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION IN BRAZIL

Jutta Cornelia Reuwsaat Justo

Ednei Luís Becher

Marja van den Heuvel-Panhuizen

Michiel Veldhuis

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206012>

CAPÍTULO 3..... 22

REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DE DUAS ESCOLAS PÚBLICAS DA CIDADE DE PARAÍSO DO TOCANTINS SOBRE O USO DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Elismar Dias Batista

William Isao Tokura

Jeidy Johana Jimenez Ruiz

Priscila Marques Kai

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206013>

CAPÍTULO 4..... 34

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE DOCENTES. PLAN DE ESTUDIOS 2012

Edith Arévalo Vázquez

Hilda Alicia Guzmán Elizondo

Nancy Bernardina Moya González

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206014>

CAPÍTULO 5..... 47

CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS – VERSÃO COMPLETA

Givaldo da Silva Costa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206015>

CAPÍTULO 6..... 64

O VOLUME DO PARALELEPÍPEDO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA NAS UARC'S

Leandro Pantoja da Costa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206016>

CAPÍTULO 7..... 84

A LUDICIDADE E O ENSINAR MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: O QUE REVELAM ALGUMAS PRODUÇÕES ESCRITAS?

José Duilson Filho

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206017>

CAPÍTULO 8..... 103

DISCALCULIA DO DESENVOLVIMENTO: CARACTERÍSTICAS, AVALIAÇÃO E INTERVENÇÃO

Talita Neves Silva

Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Isabel Cristina Lara Machado

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206018>

CAPÍTULO 9..... 113

ESTUDO QUANTITATIVO DO DESEMPENHO DISCENTE ATRAVÉS DO PROJETO PRÉ-CALOURO E NIVELAMENTO DA ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA EST/UEA

Elainne Ladislau Ferreira Pereira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7312206019>

CAPÍTULO 10..... 122

ANÁLISE PRELIMINAR DA DINÂMICA DO VÍRUS HBV POR MEIO DE DERIVADAS FRACIONÁRIAS

Lislaine Cristina Cardoso

Fernando Luiz Pio dos Santos

Rubens Figueiredo Camargo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060110>

CAPÍTULO 11..... 131

METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: O USO DA PLATAFORMA MENTIMETER NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ESTATÍSTICOS

Anderson Dias da Silva

Geriane Pereira da Silva

Joás Mariano da Silva Júnior

Carla Saturnina Ramos de Moura

Lucília Batista Dantas Pereira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060111>

CAPÍTULO 12..... 142

MODELO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE RESTAURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Guilherme Florindo Afonso

Antonio Marcos Cossi

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060112>

CAPÍTULO 13..... 147

ESTILOS DE APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS DE MÉTODOS NUMÉRICOS A NIVEL LICENCIATURA DE INGENIERÍA EN PUEBLA

Carlos David Zapata y Sánchez

María Guadalupe López Molina

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060113>

CAPÍTULO 14..... 158

ANÁLISIS COGNITIVO DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA MATEMÁTICO

Leopoldo Zúñiga-Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060114>

CAPÍTULO 15..... 168

“BOLA AO CESTO”: UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Claudia Croce Costalonga

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060115>

CAPÍTULO 16..... 175

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Márcio Pironel

Lourdes de la Rosa Onuchic

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060116>

CAPÍTULO 17..... 186

¿QUÉ COMPETENCIAS APORTA ANÁLISIS MATEMÁTICO 2 AL GRADUADO DE INGENIERÍA?

Sara Aida Alaniz

Gladys Carmen May

Marcela Natalia Baracco

Roberto Javier Simunovich

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060117>

CAPÍTULO 18..... 200

A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO SUBSÍDIO PARA A CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS DE RAZÃO, PROPORÇÃO E TEOREMA DE TALES

Elismar Dias Batista

Willian Isao Tokura

Jeidy Johana Jimenez Ruiz

Priscila Marques Kai

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060118>

CAPÍTULO 19.....	206
ANÁLISIS ESTADÍSTICO APLICADO EN LA PROPOSICIÓN DE UNA RED DE CICLOVÍAS EN EL GRAN SAN JUAN	
Mariana Laura Espinoza Aníbal Leodegario Altamira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060119	
CAPÍTULO 20.....	218
GÉNESIS INSTRUMENTAL DE LA NOCIÓN DE FRACTAL EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE NIVEL SECUNDARIO	
Daisy Julissa García-Cuéllar Mihály André Martínez-Miraval Jesús Victoria Flores Salazar	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060120	
CAPÍTULO 21.....	228
ESTIMATIVAS DA NORMA DO SUP DE SOLUÇÕES LIMITADAS DE EQUAÇÕES DE DIFUSÃO NÃO LINEARES	
Valéria de Fátima Maciel Cardoso Brum Paulo Ricardo de Ávila Zingano	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060121	
CAPÍTULO 22.....	235
FREE VIBRATIONS OF CATENARY RISERS WITH INTERNAL FLUID	
Joseph Arthur Meléndez Vásquez Juan Pablo Julca Ávila	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.73122060122	
SOBRE OS ORGANIZADORES	245
ÍNDICE REMISSIVO.....	246

FREE VIBRATIONS OF CATENARY RISERS WITH INTERNAL FLUID

Data de aceite: 01/12/2021

Data de submissão: 01/09/2021

Joseph Arthur Meléndez Vásquez

Universidade Federal do ABC
Santo André – São Paulo
<http://lattes.cnpq.br/0250709024202669>

Juan Pablo Julca Avila

Universidade Federal do ABC
Santo André – São Paulo
<http://lattes.cnpq.br/7182689370592333>

ABSTRACT: Risers are cylindrical tubular structures used to produce/convey subsea oil and gas from wells located on the seafloor up to a floating production platform. The present work calculates the fundamental frequencies of a steel catenary riser with an incompressible internal fluid. The riser, object of this study, is seen as a plane extensible beam, which suffers large displacements but with small deformations. The internal fluid is considered like a bar of infinite flexibility travelling along of riser with constant velocity. The riser's equations of motion are developed in Cartesian coordinates by using the principle of stationary potential energy. The finite element method (FEM) is used for the non-linear static and dynamic analysis of the riser. To solve the non-linear equation, the Newton-Raphson iterative method is used. The fundamental frequencies of a riser are determined for different velocity values of the internal fluid, and for different values of the elasticity modulus. The

numerical results are in good agreement with those described in the literature.

KEYWORDS: Steel catenary risers. Free vibration. Finite element method. Eigenvalue problem.

VIBRAÇÕES LIVRES DE RISERS EM CATENÁRIA COM ESCOAMENTO INTERNO

RESUMO: Risers são estruturas tubulares cilíndricas usadas para transferir petróleo e gás desde um poço de petróleo localizado no fundo do mar até uma plataforma flutuante de produção de petróleo. O presente trabalho calcula as frequências naturais de um riser de aço em catenária com um escoamento interno incompressível. O riser, objeto deste estudo, é visto como uma viga plana curva e extensível, a qual experimenta grandes deslocamentos porém pequenas deformações. O escoamento interno é visto como uma barra de flexibilidade infinita viajando ao longo do riser com velocidade constante. As equações do movimento do riser são desenvolvidas em coordenadas cartesianas via a abordagem variacional utilizando o princípio da energia potencial estacionária. O método de elementos finitos é utilizado para às análises estática e dinâmica não linear do riser. Para a solução das equações não lineares de equilíbrio estático, o método iterativo de Newton-Raphson é utilizado. As frequências naturais do riser são determinadas para diferentes velocidades do escoamento interno e para diferentes valores do módulo de elasticidade do riser. Os resultados obtidos são comparados satisfatoriamente com

dados da literatura.

PALAVRAS-CHAVE: Riser de aço em catenária. Vibrações livres. Método dos elementos finitos. Problema de autovalores.

1 | INTRODUCTION

Fluid traveling through a steel catenary riser (SCR) is subjected to centrifugal and Coriolis acceleration due to angular movement of the catenary riser. The forces induced by these accelerations produce mechanical vibrations on the riser. The dynamic of the internal fluid affects the natural vibration characteristics of an SCR to the point of reduce your useful life in relation to the useful life without consider the internal fluid.

The present work approaches numerically the free vibration's problem of catenary risers with an internal fluid. Risers in catenary configuration are modelled like a flat beam with both ends hinged. A homogeneous internal fluid with constant speed is considered. The finite element method based on the principle of stationary potential energy is used for static analysis, whereas the Galerkin method is employed for dynamic analysis.

2 | MATHEMATICAL FORMULATION

The riser is fully immersed in seawater of density ρ_w , and has an initial arc length equal to S . The external and internal diameters are D_e and D_i , respectively, and the density of the riser material is ρ_r . The riser is connected to the platform and connected to the wellhead through hinged supports in both ends. The riser transports an incompressible single-phase fluid of density ρ_f with constant velocity U . The pressure of the transporting fluid is p . H is the ocean depth and X_H is the horizontal displacement of the platform in relation to the axis y .

Three configurations are considered in the mathematical modelling of the riser, as shown in Figure 1. The configuration 1-1 is fictitious because it represents the riser submerged in seawater without any load applied. The configuration 2-2 is the static equilibrium configuration of the riser when subjected to static or time-independent loads. Finally, the configuration 3-3 represents the motion of the riser around the static equilibrium configuration due to the action of time-dependent loads.

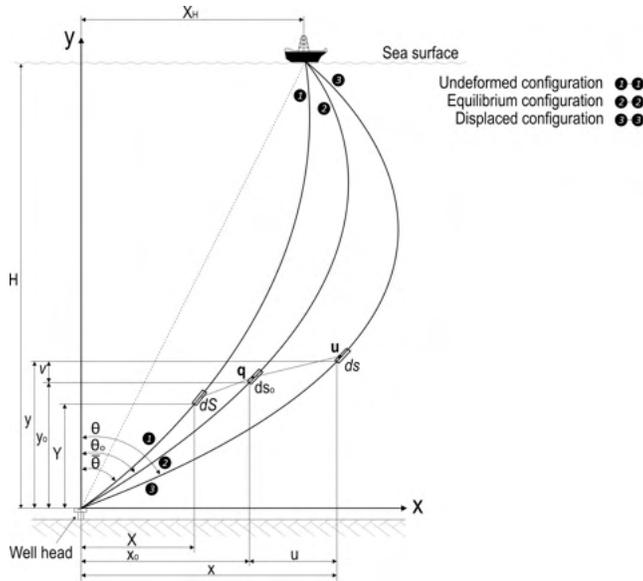


Figure 1: Risers configurations.

(X, Y) , (x_0, y_0) and (x, y) are the position coordinates of a differential element of riser at the undeformed, equilibrium and displaced configurations, respectively. $\bar{\theta}$, θ_0 and θ are the inclinations at the lower end of the riser from the vertical axis y , in the undeformed, equilibrium and displaced configurations, respectively. S , s_0 and s are the total arc length of the riser at the undeformed, equilibrium and displaced configurations, respectively. u and v are the horizontal and vertical displacements, respectively.

The equations of motion of the riser, taking as the initial state the static equilibrium configuration, are obtained by using the principle of stationary potential energy that is expressed by

$$\delta\pi = \delta U_a + \delta U_b - (\delta W_w + \delta W_H + \delta W_I) = 0 \quad (1)$$

where δU_a and δU_b are the virtual strain energies due to axial stretching and bending, respectively; δW_w , δW_H and δW_I are the virtual works done by the effective weight, hydrodynamic forces due to the transported internal fluid, and inertial forces due to the riser movement, respectively.

2.1 Virtual strain energy due to axial stretching

The strain energy stored at the riser due to the axial deformation is due to the axial tension acting on the riser and due to the axial stress resulting from enclosing external and internal hydrostatic pressures (see Sparks (1984)). The axial tension is defined by T and the axial stress due to the enclosing hydrostatic pressures is defined by $\sigma = 2\nu(\rho_e A_e - \rho_i A_i)/A_r$, where p_e and p_i are the external and internal pressures, respectively, A_r is the

cross-sectional area of the riser, A_e and A_i are the external and internal cross-sectional areas of the riser, respectively, and ν is the Poisson's ratio. The strain energy due to axial deformation is given by

$$U_a = \int_0^S \frac{1}{2} EA_r \varepsilon^2 dS + \int_0^S \sigma A_r \varepsilon dS \quad (2)$$

where E is the modulus of elasticity. The strain energy U_a is calculated by considering the length of the riser in the undeformed configuration S . By applying the first variation on Equation (2):

$$\delta U_a = \int_0^S \frac{1}{2} EA_r \varepsilon \delta \varepsilon dS + \int_0^S \sigma A_r \delta \varepsilon dS \quad (3)$$

The axial strain ε and its first variation $\delta \varepsilon$ are defined as

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{u'x'_0}{s_0'^2} + \frac{\nu'y'_0}{s_0'^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{u'^2 + \nu'^2}{s_0'^2} \right) \quad (4)$$

$$\delta \varepsilon = \left(\frac{u' + x'_0}{s_0'^2} \right) \delta u' + \left(\frac{\nu' + y'_0}{s_0'^2} \right) \delta \nu' \quad (5)$$

where s'_0 is the derivative of s_0 with respect to y_0 and is determined as $s'_0 = (x_0'^2 + y_0'^2)^{\frac{1}{2}}$. By substituting Equation (4) and Equation (5) into Equation (3), the following expression is obtained

$$\delta U_a = \int_0^H \left\{ \frac{EA_r}{s_0'^3} \left[u'x'_0 + \nu'y'_0 + \frac{1}{2}(u'^2 + \nu'^2) \right] + \frac{T_{a0}}{s'_0} \right\} \left(\frac{x'_0 + u'}{(1 + \varepsilon_0)} \delta u' + \frac{(y'_0 + \nu')}{(1 + \varepsilon_0)} \delta \nu' \right) dy_0 \quad (6)$$

where $T_{a0} = EA_r \varepsilon_0 + \sigma A_r$, is the apparent axial force at the static equilibrium configuration.

2.2 Virtual strain energy due to bending

Considering that the initial configuration of the riser is a straight line, defined by linking both ends of riser, the virtual strain energy due to the bending moment is by definition

$$\delta U_b = \int_0^H M \delta (\theta' - \bar{\theta}') dy_0 \quad (7)$$

where $M = EI [k(1+\varepsilon) - \bar{k}]$ (see Chucheepsakul *et al.* (2003)), I is the moment of inertia, k is the curvature of the riser at the displaced configuration, and \bar{k} is the curvature of the riser at the undeformed configuration. The curvature k is given by $k = (x''y' - x'y'')/s^3$. The following relationship is valid between the riser curvature k and the angle θ

$$\theta' = \kappa s' \quad (8)$$

Finally, δU_b is obtained by substituting the first variation of Equation (8) into Equation (7), and using the following relationships: $\delta x' = \delta u'$, $\delta y' = \delta v'$.

2.3 Virtual work done by the apparent weight

The apparent weight per unit length (w_e) is defined as $w_e = (\rho_r A_r + \rho_t A_t - \rho_w A_w)g$ (see Sparks (1984)). Then, the virtual work done by the apparent weight is expressed by

$$\delta W_w = -\int_0^S w_e \delta v dS = -\int_0^H w_e \left(\frac{S'_0}{1 + \epsilon_0} \right) \delta v dy_0 \quad (9)$$

2.4 Virtual work done by the hydrodynamic forces

Figure 2 shows a riser element submerge in an oceanic current that follows the positive direction of the x axis. V_n and V_t are the current velocity in the normal and tangential directions respectively.

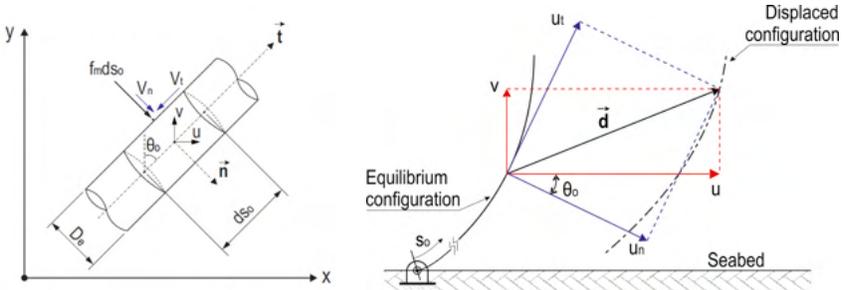


Figure 2. Normal hydrodynamic force acting on inclined riser and the displacement components of a point of riser.

The hydrodynamic loads caused by the current acting on the riser can be determined by using the Morison equation. It is considered that only the velocities and accelerations normal to the riser axis generate forces: The force caused by the current per unit of length is expressed by (see Patel (1989))

$$f_m = \frac{1}{2} C_D \rho_w |V_n - \dot{u}_n| (V_n - \dot{u}_n) D_e + C_M \rho_w \frac{\pi D_e^2}{4} \dot{V}_n - C_A \rho_w \frac{\pi D_e^2}{4} \ddot{u}_n \quad (10)$$

where C_D , C_M and C_A are the drag, inertia and added mass coefficients, respectively. \dot{V}_n is the component of the acceleration of the seawater in the normal direction to the cylinder axis. \dot{u}_n and \ddot{u}_n are the components of velocity and acceleration of the riser in the normal direction to the riser axis, respectively. Then, the virtual work δW_H is given by

$$\delta W_H = \int_0^H f_m y'_0 \delta u dy_0 - \int_0^H f_m x'_0 \delta v dy_0 \quad (11)$$

2.5 Virtual work done by the inertial forces

The riser is subject to two types of inertial forces: one is due to the rigid body dynamics and the other is due to the dynamics of the internal fluid. The virtual work done by the inertial forces is expressed by

$$\delta W_I = \vec{F}_I \cdot \delta \vec{d} \quad (12)$$

where \vec{F}_I is the inertia total force and $\delta \vec{d}$ is the virtual displacement vector, and are defined as

$$\delta \vec{F}_I = - \int_0^H (\bar{a}_r \rho_r A_r + \bar{a}_f \rho_f A_f) s'_0 dy_0 \quad (13)$$

$$\delta \vec{d} = \delta u \vec{i} + \delta v \vec{j} \quad (14)$$

where \bar{a}_r is the acceleration of the riser and \bar{a}_f is the acceleration of the internal fluid. The acceleration of the riser in Cartesian coordinates is given by

$$\bar{a}_r = \ddot{u} \vec{i} + \ddot{v} \vec{j} \quad (15)$$

The internal fluid acceleration is expressed by the following expression, which is detailed in Huang (1993),

$$\begin{aligned} \bar{a}_f = & \left[\ddot{u} + \left(\frac{1}{s_0'^2} - \frac{x_0'^2}{s_0'^4} \right) (x_0'' + u'') U^2 - \left(\frac{x_0' y_0'}{s_0'^4} \right) (y_0'' + v'') U^2 + \frac{2U}{s_0'} \dot{u}' \right] \vec{i} + \\ & \left[\ddot{v} + \left(\frac{1}{s_0'^2} - \frac{y_0'^2}{s_0'^4} \right) (y_0'' + v'') U^2 - \left(\frac{x_0' y_0'}{s_0'^4} \right) (x_0'' + u'') U^2 + \frac{2U}{s_0'} \dot{v}' \right] \vec{j} \end{aligned} \quad (16)$$

By substituting Equations (6), (7), (9), (11) and (12) into Equation (1) and integrating by parts, two equations of motion are obtained: one in the x -direction and another in the y -direction. Then, those two equations can be expressed in matrix form as:

$$\begin{aligned} [A] \{\ddot{x}\} + [B] \{\dot{x}'\} + [C] \{x''\} + ([K_{r1}] \{x'\})' + ([K_{r2}] \{x'\})' + ([K_{b1}] \{x'\})'' + ([K_{b2}] \{x''\})' \\ = \{F\} \end{aligned} \quad (17)$$

In this work, an analysis of free vibration of a riser was conducted considering the following forces: weight of the riser, buoyancy forces, forces due to the internal fluid, and the hydrodynamic force. For this analysis, it is considered that $\{F\}$ is composed only by the forces due to the added masses, which is given by the third term on the right side of Equation (10). Then, the force vector $\{F\}$ is expressed as

$$\{F\} = -C_A \rho_w A_e \left(\frac{1}{s_0'} \right) \begin{bmatrix} 1 & -x_0' \\ -x_0' & x_0'^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Substituting Equation (18) into Equation (17), the equation of motion for free vibration is obtained:

$$\begin{aligned} & [\bar{A}]\{\ddot{x}\} + [B]\{\dot{x}'\} + [C]\{x''\} + ([K_{t1}]\{x'\})' + ([K_{t2}]\{x'\})' + ([K_{b1}]\{x'\})'' \\ & + ([K_{b2}]\{x''\})' = \{0\} \end{aligned} \quad (19)$$

3 I NUMERICAL METHOD

This section presents the procedure used to determine the riser's linear natural frequencies with internal fluid. From Figure 1:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \{x_0\} + \{u\} = \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Substituting Equation (20) into Equation (19), the following equation of motion is obtained

$$\begin{aligned} & [\bar{A}]\{\ddot{u}\} + [B]\{\dot{u}'\} + [C]\{u''\} + ([K_{t1}]\{u'\})' + ([K_{t2}]\{u'\})' + ([K_{b1}]\{u'\})'' \\ & + ([K_{b2}]\{u''\})' = \{0\} \end{aligned} \quad (21)$$

The dynamic displacement of the riser in its bottom and top ends is constrained using hinged supports. In the dynamic analysis, the displacement field $\{u\}$ is approximated by (see Cook (2002))

$$\{u\} = [N]\{d\} \quad (22)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 & N_4 & N_5 & N_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 & N_4 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\{d\} = \{u_1 \quad u_1' \quad u_1'' \quad v_1 \quad v_1' \quad v_1'' \quad u_2 \quad u_2' \quad u_2'' \quad v_2 \quad v_2' \quad v_2''\}^T \quad (24)$$

where $\{d\}$ is the vector of nodal displacements of a riser element, $[N]$ is the matrix of interpolation functions, where N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 and N_6 are the interpolation functions of fifth degree.

Using the Galerkin finite element method on the Equation (21), the equation of motion for a riser element is obtained, and then, by assembling the matrices of all the finite elements, the global equation of motion is given by

$$[M]\{\ddot{D}\}+[G]\{\dot{D}\}+[K]\{D\}=\{0\} \quad (25)$$

Where $\{D\}$, $\{\dot{D}\}$ and $\{\ddot{D}\}$ are the vectors of nodal displacements, nodal velocities and nodal accelerations of the riser, respectively, $[M]$ is the global mass matrix, $[G]$ is the gyroscopic matrix and $[K]$ is the global stiffness matrix.

3.1 Linear Free Vibration

For the study of linear free vibration, the non-linear terms of the stiffness matrix $[K]$ are neglected. The non-linear terms are those that containing the variables u and v in their formulation. Then, Equation (25) takes the following form:

$$[M]\{\ddot{D}\}+[G]\{\dot{D}\}+[K_L]\{D\}=\{0\} \quad (26)$$

Where $[K_L]$ represents the linear stiffness matrix. Equation (26) has harmonic solution for complex eigenvalues $\lambda_i = \alpha_i \pm i\omega_p$, in the form $\{D\} = \{\bar{D}\}e^{\lambda t}$. The real part of the complex eigenvalues $\text{Re}(\lambda)$ must be taken negative values, and this is because the solution must be stable. If $\text{Re}(\lambda) \geq 0$, the displacements $\{D\}$ will exponentially increase and the solution will be unstable. Then, by substituting $\{D\}$ into Equation (26), the linear frequencies of a SCR are obtained by solving the quadratic eigenvalue problem given by Equation (27)

$$(\lambda^2 [M] + \lambda [G] + [K_L])\{\bar{D}\} = Q(\lambda) = \{0\} \quad (27)$$

To solve Equation (27), the quadratic polynomial $Q(\lambda)$ must be transformed into a linear polynomial.

4 | RESULTS

The riser properties and other parameters used in the simulations are $D_e=0.26m$, $D_f=0.20m$, $H=300m$, $\rho_f=7850kg/m^3$, $\rho_r=1025kg/m^3$, $\rho_a=998kg/m^3$, $E=2.07 \times 10^{11} N/m^2$, $\nu=0.3$, normal drag coefficient (C_{Dn}) and added mass coefficient (C_A) are 0.7 and 1.0, respectively. The axial force applied at the top is $T_H=476.20kN$.

Table 1 shows the linear fundamental frequencies of the vertical riser obtained for different internal flow speed with current velocity equal to $0m/s$. The results obtained in this study are compared with the results obtained by Moe *et al.* (1988) and Chucheepsakul *et al.* (1999). The results are in good agreement.

U (m/s)	Moe, <i>et al.</i> , (1988)	Chucheepsakul, <i>et al.</i> , (1999)	This study
	Analytical solution	20-finite elements	20-finite elements
0	0.2878	0.2891	0.2982
5	-	0.2881	0.2974
10	0.2838	0.2853	0.2950
15	-	0.2804	0.2906
20	0.2706	0.2731	0.2842
25	-	0.2627	0.2753

Table 1: Fundamental frequencies of the vertical riser, ω (rad/s).

In addition, it was studied the effect of the gyroscopic matrix on the values of linear natural frequencies. The quadratic eigenvalue problem expressed by Equation (23) has been solved with and without the gyroscopic matrix. Table 2 present the results obtained.

U (m/s)	With gyroscopic matrix	Without gyroscopic matrix	% error
	$[G] \neq [0]$	$[G] = [0]$	
0	0.2982	0.2982	0.00
5	0.2974	0.2975	0.03
10	0.2949	0.2953	0.14
15	0.2906	0.2915	0.32
20	0.2842	0.2860	0.62
25	0.2753	0.2783	1.10

Table 2: Effect of the gyroscopic matrix on the fundamental frequencies, ω (rad/s).

Following, a SCR has been simulated in order to study the effects of the bending stiffness on the linear natural frequencies. The characteristics of the simulated riser are the same used in the previous simulations with the unique addition of that the horizontal displacement of platform is 70m. Table 3 shows the effects of the elasticity modulus E and internal flow velocity on the linear fundamental frequencies of SCR.

E (kN/m ²)	U (m/s)		
	0	10	20
2.07 x 10 ⁹	0.317	0.315	0.307
2.07 x 10 ⁸	0.304	0.293	0.270
2.07 x 10 ⁷	0.287	0.284	0.274
2.07 x 10 ⁶	0.273	0.268	0.248
8.28 x 10 ⁵	0.269	0.264	0.243
4.14 x 10 ⁵	0.265	0.259	0.238

Table 3: Fundamental frequencies of a catenary riser, ω (rad/s).

5 | CONCLUSIONS

The present work deals with the problem of free vibration of catenary risers with internal flow. Results are in good agreement with results obtained by another works.

1. In the analysis of free linear vibration of catenary risers, with a fixed value for the axial force at the top and without current, it is concluded that the natural frequencies decreases with increasing the velocity of the internal fluid. Simulations were also conducted to study the effects of the modulus of elasticity over the natural frequencies of catenary risers, concluding that for a constant velocity of the internal fluid, the natural frequency increases with the modulus of elasticity E .
2. Simulations were conducted in linear vibrations without considering the effect of the gyroscopic matrix. By comparing the natural frequencies obtained with and without the gyroscopic matrix, we can conclude that for low values of internal fluid velocity, the effects of the gyroscopic matrix are negligible.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial supports by CAPES – “Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior” and Federal University of ABC.

REFERENCES

CHUCHEEPSAKUL, S.; HUANG, T; MONPRAPUSSORN, T. Influence of transported fluid on behavior of an extensible flexible riser/pipe. In: The Ninth International Offshore and Polar Engineering Conference, 1999. **Proceedings** ... Brest, France, 1999.

CHUCHEEPSAKUL, Somchai; MONPRAPUSSORN, T.; HUANG, T. Large strain formulations of extensible flexible marine pipes transporting fluid. **Journal Fluids and Structures**, v. 17, n. 2, p. 185-224, 2003.

COOK, D. **Concepts and applications of finite element analysis**. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2002.

HUANG, T. Kinematics of transported mass inside risers and pipes. In: The Third International Offshore and Polar Engineering Conference, 1993. **Proceedings** ... Singapore, 1993.

MOE, G.; CHUCHEEPSAKUL, S. The effect of internal flow on marine risers. In: The Seventh International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 1988. **Proceedings** ... Houston, USA, 1988.

PATEL, M. **Dynamics of offshore structures**. London: Butterworth-Heinemann, 1989.

SPARKS, C. The influence of tension, pressure and weight on pipe and riser deformations and stresses. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 106, n. 1, p. 46-54, 1984.

SOBRE OS ORGANIZADORES

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA - Professor do Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia (Uneb - Campus VII) e docente permanente do Programa de Pós-Graduação Mestrado em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA (Uneb - Campus III). Atualmente coordena o Núcleo de Pesquisa e Extensão (NUPE) do Departamento de Educação da Uneb (DEDC7). Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB), Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica pela Faculdade Regional de Filosofia, Ciências e Letras de Candeias (IESCFAC), Especialista em Educação Matemática e Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior do Vale do São Francisco (CESVASF). Foi professor e diretor escolar na Educação Básica. Coordenou o curso de Licenciatura em Matemática e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no Campus IX da Uneb. Foi coordenador adjunto, no estado da Bahia, dos programas Pró-Letramento e PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa). Participou, como formador, do PNAIC/UFSCar, ocorrido no Estado de São Paulo. Pesquisa na área de formação de professores que ensinam Matemática, Ludicidade e Narrativas. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/UFSCar), na condição de pesquisador, o Grupo Educação, Desenvolvimento e Profissionalização do Educador (CNPq/PPGESA-Uneb), na condição de vice-líder e o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/LEPEM-Uneb) na condição de líder. É editor-chefe da Revista Baiana de Educação Matemática (RBEM) e da Revista Multidisciplinar do Núcleo de Pesquisa e Extensão; e coordenador do Encontro de Ludicidade e Educação Matemática (ELEM).

ANDRÉ RICARDO LUCAS VIEIRA - Doutorando em Educação pela Universidade Federal do Sergipe - UFS/PPGED. Mestre em Educação de Jovens e Adultos pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB/MPEJA (2018), com Especialização em Tópicos Especiais de Matemática (2020), Ensino de Matemática (2018), Educação de Jovens e Adultos (2016), Matemática Financeira e Estatística (2015) e Gestão Escolar (2008). Licenciado em Matemática pela Universidade Nove de Julho (2000). Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão/PE. Coordenou o Curso de Licenciatura em Matemática pelo Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica - PARFOR pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus XVI - Irecê-BA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores e Tecnologias da Informação e Comunicação - FOPTIC (UFS/CNPq) e do Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - LEPEM (UNEB/CNPq). É editor assistente da Revista Baiana de Educação Matemática - RBEM, uma publicação do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA da Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus III - Juazeiro/BA em parceria com o Campus VII - Senhor do Bonfim/BA da mesma instituição e com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão-PE, Campus Santa Maria da Boa Vista/PE.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Análisis 2, 36, 37, 148, 149, 150, 152, 158, 159, 160, 161, 164, 186, 187, 188, 190, 191, 192, 194, 196, 197, 199, 206, 207, 210, 211, 212, 217

Anos iniciais 11, 12, 13, 21, 48, 54

Aprendizado 26, 29, 47, 83, 95, 104, 106, 133, 168, 169, 177

Aprendizaje 36, 40, 42, 43, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 158, 159, 160, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 187, 188, 190, 191, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 221

Avaliação 12, 13, 20, 21, 27, 28, 29, 49, 61, 103, 105, 106, 107, 108, 110, 114, 116, 119, 120, 175, 176, 178, 180, 182, 183, 184, 185

Avaliação em larga escala 13

Avaliação em sala de aula 13

B

Bola ao cesto 168, 169

Brasil 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 20, 21, 24, 26, 27, 32, 48, 83, 86, 94, 100, 104, 107, 109, 110, 111, 122, 123, 129, 174, 218

Busca em vizinhança variável 142

C

Cálculo 66, 74, 75, 104, 108, 113, 116, 118, 123, 124, 128, 129, 147, 158, 159, 160, 163, 164, 165, 192, 203, 211

Ciclovías 206, 207

Cognición 158, 165

Competencias 36, 37, 40, 41, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 193, 196, 197, 198, 199

Computador 22, 24, 26, 29, 32, 33, 132, 145

Conceito 11, 28, 47, 51, 52, 53, 62, 74, 75, 76, 83, 95, 106, 135, 178, 180, 182, 185, 201, 203, 204

D

Derivada de caputo 122

Desempenho discente 113

Discalculia do desenvolvimento 103, 104, 105, 106, 110, 111

E

Educação infantil 96, 168, 169, 170, 174

Educação matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 33, 62, 64, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 103, 105, 111, 131, 140, 175, 184, 201, 204, 205, 245

Educación en ingeniería 147, 149

Enseñanza 2, 34, 35, 36, 37, 43, 44, 148, 149, 158, 160, 164, 186, 187, 189, 191, 193, 221, 222

Ensino 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 35, 47, 48, 49, 51, 54, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 72, 73, 74, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 115, 117, 118, 120, 121, 131, 132, 133, 134, 135, 140, 141, 168, 169, 175, 176, 177, 178, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 200, 201, 202, 205, 245

Ensino da matemática 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 22, 23, 25, 28, 32, 35, 87, 89, 100, 108, 118, 121, 131, 168, 169

Ensino médio 5, 27, 33, 65, 66, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 93, 94, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 113, 115, 120

Equações de difusão 228

Estadística 36, 165, 206, 207, 217

Estilos de aprendizagem 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153

Estimativas de energia 228

Estratégias 62, 66, 73, 85, 90, 91, 92, 94, 96, 105, 108, 128, 132, 133, 134, 168, 169, 177, 179, 181, 184, 202

F

Ferramenta 5, 8, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 32, 88, 89, 91, 92, 98, 100, 101, 140, 145, 146

Formación docente 34, 197

Fractales 218, 219, 220, 221, 222, 225, 226, 227

G

Génesis instrumental 218, 220, 221

Geogebra 22, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 222, 226

H

Hepatite B 122, 129

História da educação matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11

História da matemática 4, 11, 200, 201, 202, 204, 205

I

Instrumentalização 47, 48

L

Ludicidade 84, 85, 86, 87, 90, 94, 95, 96, 99, 100, 245

M

Matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 32, 33, 35, 41, 47, 48, 51, 61, 62, 63, 64, 65, 68, 72, 73, 75, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 120, 121, 125, 128, 131, 132, 133, 134, 135, 138, 139, 140, 141, 144, 148, 159, 164, 165, 168, 169, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 182, 184, 185, 186, 187, 198, 199, 200, 201, 202, 204, 205, 218, 219, 220, 222, 226, 228, 233, 245

Mentimeter 131, 132, 135, 136, 137, 138, 139, 140

Método dos elementos finitos 236

Metodologia 4, 7, 11, 23, 27, 65, 66, 91, 98, 99, 128, 134, 137, 140, 175, 178, 180, 182, 184, 185, 200, 202

Métodos numéricos 127, 147, 148, 152

Modelagem fracionária 122

P

Práticas docentes 1, 8, 133

Princípios teóricos 103

Problema de autovalores 236

Professores 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 48, 49, 50, 51, 53, 60, 61, 62, 64, 65, 73, 85, 86, 87, 90, 98, 99, 101, 108, 109, 113, 114, 115, 131, 132, 133, 134, 136, 139, 140, 141, 168, 177, 178, 180, 181, 182, 185, 201, 202, 203, 204, 245

Projetos extra-curriculares 121

R

Registro 61, 168, 171, 176, 179, 182

Resolução de problemas 66, 92, 94, 134, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 182, 184, 185, 205

Resolución de problemas 158, 164, 165, 190, 191, 193, 194, 198

Restauração 142, 143, 145, 146

Riser de aço em catenária 235, 236

S

Sequência didática 64, 66, 72, 73, 74, 82, 83

Significado 40, 47, 51, 52, 58, 59, 60, 61, 85, 138, 162, 181, 192, 201, 202, 203, 222

Sistemas de distribuição 142, 145, 146

Software 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 141, 191

Soluções fracas 228, 229

T

Tecnologias digitais 131, 132, 140

Teorema da comparação 228

Testemunhos de professores 1

Toma de decisiones 43, 206, 207

V

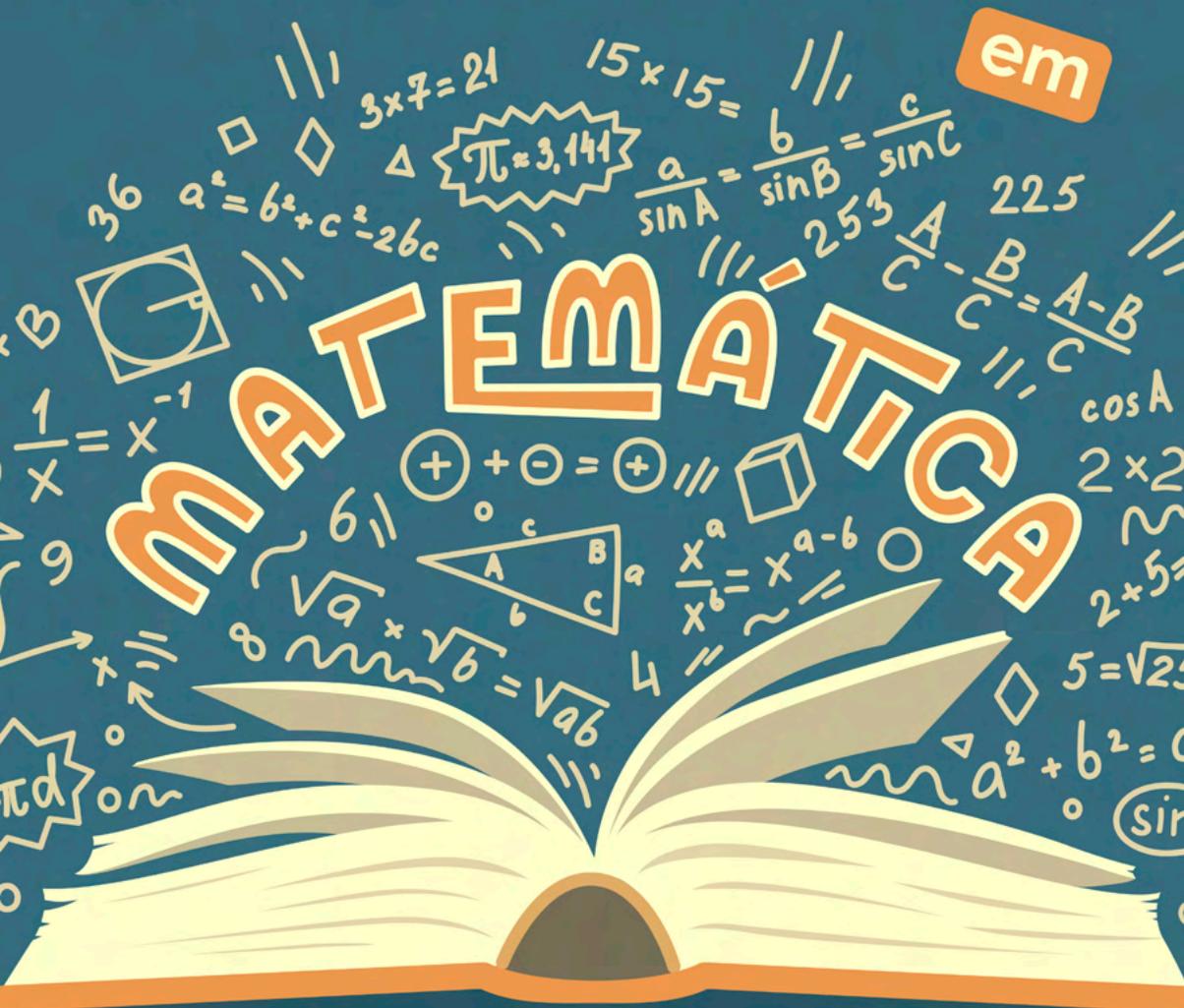
Vibrações livres 236

Volume do paralelepípedo 64, 66, 74, 82

PESQUISAS DE VANGUARDA

em

MATEMÁTICA



e suas aplicações