

Conhecimentos pedagógicos e conteúdos disciplinares

das ciências exatas e da terra



Conhecimentos pedagógicos e conteúdos disciplinares

das ciências exatas e da terra



Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes editoriais

Natalia Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremona

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

Revisão

Os autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Profª Drª Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Arnaldo Oliveira Souza Júnior – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Prof. Dr. Humberto Costa – Universidade Federal do Paraná
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. José Luis Montesillo-Cedillo – Universidad Autónoma del Estado de México
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Miguel Rodrigues Netto – Universidade do Estado de Mato Grosso
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Rio de Janeiro
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federac do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa da Fontoura Custódio Monteiro – Universidade do Vale do Sapucaí
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalves de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Conhecimentos pedagógicos e conteúdos disciplinares das ciências exatas e da terra

Diagramação: Maria Alice Pinheiro
Correção: Flávia Roberta Barão
Indexação: Gabriel Motomu Teshima
Revisão: Os autores
Organizador: Francisco Odécio Sales

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C749 Conhecimentos pedagógicos e conteúdos disciplinares das ciências exatas e da terra / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-424-2

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.242213108>

1. Ciências exatas e da terra - Estudo e ensino. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO

A obra “Conhecimentos pedagógicos e conteúdos disciplinares das ciências exatas e da terra aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora, em seu I volume, apresenta, em seus 26 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino e educação. As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Astronomia/Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química. O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas. A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas. Neste sentido, este volume é dedicado aos trabalhos relacionados a ensino e aprendizagem. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento. Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada. Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Francisco Odécio Sales

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

A IMPORTÂNCIA DOS VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS (VANT) EM TRABALHOS DE CAMPO E NOS MAPEAMENTOS TEMÁTICOS DE ANÁLISE AMBIENTAL

Victor Hugo Holanda Oliveira


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131081>

CAPÍTULO 2..... 12

A HISTÓRIA DA ESTRADA DE FERRO DE ILHÉUS E A TERMODINÂMICA: CONTRIBUIÇÕES AO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FÍSICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Thais Barbosa dos Santos Moura

Adriano Marcus Stuchi

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131082>

CAPÍTULO 3..... 32

AMBIENTE COLOABORATIVO PARA APRENDIZAGEM CONTEXTUALIZADA DE PROGRAMAÇÃO

Maísa Soares dos Santos Lopes

Rodrigo Silva Lima


João Vitor Oliveira Ferraz Silva

Helber Henrique Lopes Marinho

Alzira Ferreira da Silva

Roque Mendes Prado Trindade

Antônio Cezar de Castro Lima


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131083>

CAPÍTULO 4..... 47

ANÁLISE DOS PROCESSOS GEOMORFOLÓGICOS COMO SUBSÍDIO AO ORDENAMENTO TERRITORIAL

Karla Nadal

Ronaldo Ferreira Maganhotto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131084>

CAPÍTULO 5..... 60


ANÁLISE TEMPORAL DO ÍNDICE DE VEGETAÇÃO POR DIFERENÇA NORMALIZADA (NDVI) NA REGIÃO NORTE FLUMINENSE

José Carlos Mendonça

Thiago Pontes da Silva Peixoto

Claudio Martins de Almeida

Lorenzo Montovaneli Lazarini

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131085>

CAPÍTULO 6..... 74

ANÁLISIS TOPOGRÁFICO Y MORFOMÉTRICO HIDROLÓGICAMENTE CONSISTENTE PARA LA DELIMITACIÓN DE LA CUENCA ILO-MOQUEGUA


Osmar Cuentas Toledo
Alberto Bacilio Quispe Cohaila
Aloísio Machado da Silva Filho

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131086>

CAPÍTULO 7..... 86

APPINFOCOVID: APLICATIVO MÓVEL PARA DISPONIBILIZAR INFORMAÇÕES SOBRE A COVID-19

Helder Guimarães Aragão

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131087>

CAPÍTULO 8..... 92

CONDIÇÕES SOCIAIS DE SAÚDE, SANEAMENTO E QUALIDADE DA ÁGUA SUBTERRÂNEA DE MUNICÍPIOS DO OESTE DA BAHIA (BR)


Flávio Souza Batista
Manoel Jerônimo Moreira Cruz
Manuel Vitor Portugal Gonçalves
Antônio Bomfim da Silva Ramos Junior
Rodrigo Alves Santos
Cristina Maria Macêdo de Alencar
Débora Carol Luz da Porciúncula
José Jackson de Souza Andrade
Ana Cláudia Lins Rodrigues

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131088>

CAPÍTULO 9..... 111

CONSTRUINDO UM CANHÃO ELETROMAGNÉTICO DE BAIXO CUSTO

Carolina Rizziolli Barbosa
João Paulo da Silva Alves







 <https://doi.org/10.22533/at.ed.2422131089>







CAPÍTULO 10..... 117

DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS CINÉTICOS E TERMODINÂMICOS DA REAÇÃO DE OXIDAÇÃO DO BIODIESEL COMERCIAL SOB EFEITO DE EXTRATO DE ALECRIM (*Rosmarinus Officinalis* L.)

José Gonçalves Filho
Hágata Cremasco Silva
Ana Carolina Gomes Mantovani
Letícia Thaís Chendynski
Karina Benassi Angilelli
Dionisio Borsato


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310810>

CAPÍTULO 11	129
ENSINO POR EXPERIMENTAÇÃO-UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO LEI DE LAMBERT BEER	
Pedro José Sanches Filho Alex Mercio Mendez Larrosa	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310811	
CAPÍTULO 12	144
FEIÇÕES MAGMÁTICAS NA PORÇÃO SUL DA BACIA DE CAMPOS E SUA RELAÇÃO COM O SAL	
Elisabeth de Fátima Strobino Natasha Santos Gomes Stanton	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310812	
CAPÍTULO 13	156
GEOPROCESSAMENTO DAS VIAS DE VARRIÇÃO DE REGIÕES DE UMA CIDADE USANDO A FERRAMENTA QGIS	
Jonatas Fontele Dourado Antônio Honorato Moreira Guedes Elias Cícero Moreira Guedes Marcos José Negreiros Gomes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310813	
CAPÍTULO 14	161
INVESTIGANDO FATORES PRIMOS COM TRINCAS PITAGÓRICAS	
Alessandro Firmiano de Jesus João Paulo Martins dos Santos Juan López Linares	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310814	
CAPÍTULO 15	176
MODELAGEM DE VAZAMENTOS MARINHOS DE ÓLEO E SUSCETIBILIDADE EM ÁREAS COSTEIRAS E ESTUARINAS	
Caroline Barbosa Monteiro Phelype Haron Oleinik	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310815	
CAPÍTULO 16	190
MODELAGEM MATEMÁTICA DA MASSA DE BHA E DE BHT EM BIODIESEL POR REDES PERCEPTRON DE MÚLTIPLAS CAMADAS	
Felipe Yassuo Savada Hágata Cremasco Silva Ana Carolina Gomes Mantovani Letícia Thaís Chendynski Karina Benassi Angilelli Dionisio Borsato	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310816	

CAPÍTULO 17	202
O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS ATRAVÉS DA RECEITA DE BRIGADEIRO	
Jamile Vieira Goi	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310817	
CAPÍTULO 18	207
ONDAS ELETROMAGNÉTICAS NOS LIVROS DIDÁTICOS	
Leonardo Deosti	
Ana Suellen Gomes da Silva	
Hercília Alves Pereira de Carvalho	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310818	
CAPÍTULO 19	220
PROPOSIÇÃO DE MODELOS DE REDUÇÃO DE SONDAGENS BATIMÉTRICAS PARA LEVANTAMENTOS HIDROGRÁFICOS EM RIOS E RESERVATÓRIOS	
Felipe Catão Mesquita Santos	
Victória Gibrim Teixeira	
Mayke Nogueira de Miranda	
Laura Coelho de Andrade	
Ítalo Oliveira Ferreira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310819	
CAPÍTULO 20	236
PRÁTICAS PEDAGÓGICAS APLICADAS A APRENDIZAGEM DE TRABALHOS COM PRESSÕES ANORMAIS	
Valmir Schork	
Claudinei Aparecido Pirola	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310820	
CAPÍTULO 21	241
RISK ASSESSMENT FOR EXISTING MINE TAILING STORAGE FACILITIES IN BRAZIL	
Rafaela Baldi Fernandes	
Mônica Novell Morell	
Siefko Slob	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310821	
CAPÍTULO 22	264
SELEÇÃO DE CRITÉRIOS PARA A DETERMINAÇÃO DO NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA EM EIA/RIMA DE ATERROS SANITÁRIOS PELO MÉTODO AHP	
Renan Costa da Silva	
Gerson Araujo de Medeiros	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310822	
CAPÍTULO 23	275
SUGESTÕES DE Sensores DE BAIXO CUSTO PARA ENSINO DE FÍSICA	
Rodrigo Marques de Oliveira	

Rodrigo Coelho Ramos

Douglas Adolfo Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310823>

CAPÍTULO 24..... 283

UMA PROSPECÇÃO ANALÍTICA DO POTENCIAL DE TROCADORES DE CALOR SOLO-AR EM PELOTAS

Eduardo de Sá Bueno Nóbrega

Ana Maria Bersch Domingues

Ruth da Silva Brum

Jairo Valões de Alencar Ramalho

Régis Sperotto de Quadros

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310824>

CAPÍTULO 25..... 294

USO DO *SMARTPHONE* COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO EXPERIMENTAL DE FÍSICA

Janaina Zavilenski de Oliveira

Renato Ribeiro Guimarães

Maurício Antonio Custódio de Melo

Luciano Gonsalves Costa

Perseu Ângelo Santoro

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310825>

CAPÍTULO 26..... 303

UTILIZAÇÃO DE AERONAVE REMOTAMENTE PILOTADA (RPA) PARA GESTÃO TERRITORIAL E AMBIENTAL DA TERRA INDÍGENA PIRAÍ, MUNICÍPIO DE ARAQUARI/SC: ESTRATÉGIAS PARA IMPLEMENTAÇÃO DE PROJETO DE PISCICULTURA

Évelin Moreira Gonçalves

Ângelo Martins Fraga

Laila Freitas Oliveira de Assis

Amanda Elias Alves

Ana Carolina Schmitz da Silva

Felipe Mathia Corrêa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.24221310826>

SOBRE O ORGANIZADOR..... 315

ÍNDICE REMISSIVO..... 316

INVESTIGANDO FATORES PRIMOS COM TRINCAS PITAGÓRICAS

Data de aceite: 20/08/2021

Alessandro Firmiano de Jesus

Academia da Força Aérea-AFA
Pirassununga-SP

João Paulo Martins dos Santos

Academia da Força Aérea-AFA
Pirassununga-SP

Juan López Linares

Universidade de São Paulo-USP/FZEA
Pirassununga-SP

RESUMO: De conceitos acessíveis à maioria dos professores de matemática do ensino médio, este artigo propõe uma estratégia de fatoração numérica baseada na primalidade de $p > 2$ indicada pela unicidade de trincas pitagóricas (p, b, c) . As demonstrações são diretas e de abordagens diferenciadas para ainda citar, na área da Teoria dos Números, ilustres personagens, ou seja, Sophie Germain, Euclides, Fermat e Mersenne. A estratégia apresenta inovações nas triviais técnicas de decomposição e a linguagem Python foi essencial para reunir programação e otimização para a fatoração de inteiros positivos. Para evidenciar que o algoritmo produz resultados corretos, foram submetidos testes de primalidade em uma sequência de grandes números primos da literatura que seguem dispostos em progressão aritmética.

PALAVRAS - CHAVE: Ensino de Matemática. Fatoração. Código Python, Teste de Primalidade.

ABSTRACT Using concepts accessible to secondary school mathematics teachers, this article proposes a numeric factoring strategy based on the primality of $p > 2$ as indicated by the unicity of the pythagorean triple (p, b, c) . The proofs are straightforward and employ different approaches linked with celebrated personalities and topics in the field of Number Theory, to name a few: Sophie German, Euclids, Fermat, and Mersenne. The strategy features some new ideas in connection with trivial decomposition techniques, and the Python language was instrumental to consolidate computer coding and optimization in the factorization of positive integers. In order to demonstrate that the algorithm yields correct results, primality tests were applied on a sequence of large primes in arithmetic progression identified in the literature.

KEYWORDS: Math Teaching. Factorization. Python Coding. Primality Test.

1 | INTRODUÇÃO

A versatilidade da relação $a^2 + b^2 = c^2$, conhecida por Teorema de Pitágoras, avança a mera resolução de problemas geométricos. Neste capítulo, as notáveis características das trincas pitagóricas, denotadas por (a, b, c) , serão empregadas na verificação da primalidade de inteiros positivos e na obtenção da fatoração numérica.

Para isto, observe que todo número natural $a > 2$ poderá ser cateto em uma ou mais trincas pitagóricas (a, b, c) (FIRMIANO *et al.*, 2020), pois, em função da paridade do cateto ,

basta considerar uma das trincas:

$$\begin{cases} a = 2n + 1 \\ b = 2n^2 + 2n \\ c = b + 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} a = 2n \\ b = n^2 - 1 \\ c = b + 2 \end{cases} \quad (1)$$

É possível generalizar essas trincas pitagóricas para o caso em que a hipotenusa satisfaça a expressão geral $c = b + k$, sendo $1 \leq k < a$ um valor inteiro. Nestes casos, os catetos a e b são relacionados por: $a^2 = (b + k)^2 - b^2 = \underbrace{2bk}_{\text{par}} + k^2$, ou seja,

$$b = b(a) = \frac{a^2 - k^2}{2k} \quad (2)$$

Uma vez que o cateto a e o parâmetro $k < a$ são inteiros positivos que possuem a mesma paridade, se a for um número par, isto é, $a = 2n$, então $k = 2m$ para algum $n, m \in \mathbb{N}$ e $1 \leq m < n$. Substituindo em (2), segue que

$$b = \frac{4n^2 - 4m^2}{4m} = \frac{n^2 - m^2}{m} \Rightarrow m|(n - m)(n + m) \quad (3)$$

Se o cateto a for ímpar, ou seja, $a = 2n + 1$, então $k = 2m + 1$ para algum $n, m \in \mathbb{N}$ e $0 \leq m < n$. Ainda em (2), segue que

$$b = \frac{2(n - m)(n + m + 1)}{2m + 1} \Rightarrow (2m + 1)|(n - m)(n + m + 1) \quad (4)$$

Assim, as divisibilidades (3) e (4) definem critérios que dependem da paridade do cateto a e do inteiro m para a definição das possíveis trincas pitagóricas:

$$\left(a = 2n, b = \frac{n^2 - m^2}{m}, c = b + 2m \right) \quad (5)$$

ou

$$\left(a = 2n + 1, b = \frac{2(n - m)(n + m + 1)}{2m + 1}, c = b + 2m + 1 \right) \quad (6)$$

Para todo $n \in \mathbb{N}$, segue que $m = 1$, ou $k = 2$, sempre satisfaz o critério (5) e que $m = 0$, ou $k = 1$, sempre satisfaz o critério (6). Desta forma, se $p > 2$ for um número primo, conforme demonstrado em Firmiano *et al.* (2020), existirá uma única trinca pitagórica na forma $(p, b_1(p), b_1 + k)$, ou seja, de parâmetro $k = 1$, e uma única trinca $(2p, b_2(2p), b_2 + k)$, sendo $k = 2$.

A recíproca também verdadeira, ou seja, no caso de existir um único valor ímpar de k em $(a, b, b + k)$, satisfazendo o critério (4), então $k = 1$ e o cateto a é um número primo. E ainda, se na trinca $(a, b, b + k)$ existir um único $k = 2m_0$ satisfazendo (3), então $k = 2$ e $a = 2p$, para p um número primo (FIRMIANO *et al.*, 2020).

A demonstração destes resultados envolvendo a unicidade de trincas pitagóricas e números primos é baseada no fato de que o parâmetro k divide o valor a^2 , conforme sugere a equação (2). Por exemplo, as trincas (17, 144, 145) e (34, 288, 290) são as únicas que

possuem, como respectivos catetos menores, o número primo $a = 17$ ou o semiprimo $a = 2 \cdot 17 = 34$.

Outro resultado notável é a existência de certos valores de números primos q que definem, simultaneamente, uma única trinca pitagórica na forma $(2q + 1, b_1, b_1 + 1)$ e uma única na forma $(2q + 1, b_2, b_2 + 2)$. Por exemplo, se $q = 11$, então $(23, 264, 265)$ é a única trinca pitagórica com $a = 2 \cdot 11 + 1 = 23$ e $(22, 120, 122)$ é a única trinca com o cateto $a = 2 \cdot 11 = 22$. Em geral, a única dupla de trincas especiais será obtida sempre que $2q + 1$ e q são ambos primos, ou seja, sempre que o valor for o conhecido **Número Primo de Sophie Germain**.

2 | A ESTRATÉGIA DA DECOMPOSIÇÃO

A decomposição do número $r_1 = 2n_1 + 1$, identificando o menor primo $p_1 > 2$ que divide r_1 , baseia-se no critério de divisibilidade (4). Assim, quando se determina o menor valor $m_1 > 0$ tal que:

$$(n_1 - m_1)(n_1 + m_1 + 1) \equiv 0 \pmod{(2m_1 + 1)} \quad (7)$$

tem-se que $p_1 = 2m_1 + 1$, da trinca pitagórica $(r_1, b_1(r_1), b_1 + p_1)$, definirá o menor fator de r_1 . Assim, este primeiro fator p_1 é um número primo que divide r_1 . Se $p_1 \leq \sqrt{r_1}$, então o processo, de forma recursiva, determina $m_2 \geq m_1$ para definir $p_2 = 2m_2 + 1$ como sendo o menor fator primo do número $r_2 = \frac{r_1}{p_1} = 2n_2 + 1$. Após as iterações necessárias, a decomposição e todos os fatores primos de r_1 são obtidos.

Caso o algoritmo identifique que o critério (4) não é satisfeito para $0 < m_i < n_i$, então o número ímpar $r_i = 2n_i + 1$ é identificado como sendo um número primo, pois existirá uma única trinca pitagórica $(a, b, b + k)$ tal que $a = r_i$ e $k = 1$. Adicionalmente, algumas estratégias computacionais foram implementadas para acelerar a investigação do menor fator primo de um inteiro positivo n_0 qualquer.

Estratégia 1 – No primeiro momento, o algoritmo identifica as maiores potências de 2 ou de 3 que dividem o número composto n_0 , restando, assim, apenas possíveis fatores primos $p > 3$ a serem investigados.

Estratégia 2 – No esquema recursivo, apenas valores ímpares menores que $\sqrt{n_0}$ são testados no critério (4). Após identificar o primeiro fator primo $5 \leq k_1 \leq \sqrt{n_0}$, o teste passa a ser realizado em $n_1 = \frac{n_0}{k_1}$, no entanto, com a verificação do critério (4) para $k_1 \leq k_2 \leq \sqrt{n_1}$. Sucessivamente para $n_i = \frac{n_{i-1}}{k_i}$, investigam-se $k_i \leq k_{i+1} \leq \sqrt{n_i}$ até obter a divisão $\frac{n_i}{k_{i+1}} = 1$.

Estratégia 3 – Os primos $p > 3$ são da forma $p = 6m \pm 1$, com $m \in \mathbb{N}$.

Estratégia 4 – Aplicar a verificação imediata de primalidade do fator q no produto $p \cdot q$, sendo p um primo que satisfaz a condição do seguinte lema:

Lema 2.1 Se $p > \sqrt[3]{n}$ é o menor fator primo do número composto n , então $\frac{n}{p}$ é primo.

Demonstração:

Suponha $p > \sqrt[3]{n}$ e $n = p \cdot m$, então $p^3 > n$, isto é, $p^2 > \frac{n}{p} = m$. Logo, se $q \neq m$ for o menor fator primo de $m > 1$, seguiria que $q < \sqrt{m} < p$. Mas, isto contradiz a hipótese de que p é o menor fator primo de n , pois, $q|n$. Portanto, $q = m$, ou seja, $m = \frac{n}{p}$ é o outro fator primo de n . E ainda, $\frac{n}{p} > \frac{n}{\sqrt{n}} \Rightarrow m > \sqrt{n}$. \square

EXEMPLO 1 Para ilustrar a aplicação do Lema 2.1, considere o **número de Euclides** (SAUTOY, 2007) dado pelo produto dos 13 primeiros primos acrescido de 1, ou seja,

$$n_{13} = 13\# + 1 = \left(\prod_{p \leq 13} p \right) + 1 = 30.031$$

O algoritmo identifica o menor fator primo de n_{13} como sendo $p = 59$. Uma vez que $59 > \sqrt[3]{30.031} \approx 31,2$ segue $q = \frac{30.031}{59} = 509$ é o outro fator primo de n_{13} . Assim, de imediato, obtêm-se a seguinte decomposição de $n_{13} = 30.031 = 59 \cdot 509$.

EXEMPLO 2 Para ilustrar a utilização conjunta das quatro estratégias acima, considere os **Números de Fermat**, isto é, inteiros positivos na forma $F_j = 2^{2^j} + 1$ para $j \in \mathbb{N}$
Ou

$$F_0 = 2^{2^0} + 1 = 3, \quad F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5, \quad F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17, \quad F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257, \\ F_4 = 2^{16} + 1 = 65.537 \text{ e o número de 10 dígitos } F_5 = 2^{32} + 1 = 4.294.967.297$$

É possível efetuar o teste de primalidade, simultaneamente, nos seis números de Fermat acima considerando o produto:

$$N = \prod_{j=0}^5 (2^{2^j} + 1) = 18.446.744.073.709.551.615$$

Neste caso, o algoritmo proposto disponibilizará a decomposição de N em sete fatores primos:

$$N = 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 257 \cdot 641 \cdot 65.537 \cdot 6.700.417 \\ = F_0 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot 641 \cdot F_4 \cdot 6.700.417$$

logo, conclui-se que $F_5 = 641 \cdot 6.700.417$ é um número de Fermat que não é primo.

O console de saída do algoritmo de decomposição, descrito em linguagem de programação Python (Anexo), apresentou o seguinte formato:

```
SEARCHING p IN 5 .. 2479700524 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 5
SEARCHING p IN 5 .. 1108955787 AND 5 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 17
SEARCHING p IN 17 .. 268961285 AND 81 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME
257
SEARCHING p IN 257 .. 16777344 AND 129 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME
641
SEARCHING p IN 641 .. 662665 AND 21633 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME
```

65537

THE LARGEST PRIME BY Lema2.1 IS 6700417

DECOMPOSITION OF NUMBER 18.446.744.073.709.551.615

[3, 5, 17, 257, 641, 65537, 6700417]

time for verification: 0.035 seconds.

Nesta decomposição, o fator primo $k_0 = 3$ foi logo identificado na estratégia 1. Com o uso das estratégias 2 e 3 foram identificados:

- no intervalo $5 \leq k_1 \leq \sqrt{\frac{N}{k_0}}$ o fator primo $k_1 = 5$ após 1 iteração;
- no intervalo $k_1 \leq k_2 \leq \sqrt{\frac{N}{k_0 \cdot k_1}}$ o fator primo $k_2 = 17$ após 5 iterações;
- no intervalo $k_2 \leq k_3 \leq \sqrt{\frac{N}{k_0 \cdot k_1 \cdot k_2}}$ o fator primo $k_3 = 257$ após 81 iterações;
- no intervalo $k_3 \leq k_4 \leq \sqrt{\frac{N}{k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}}$ o fator primo $k_4 = 641$ após 129 iterações;
- no intervalo $k_4 \leq k_5 \leq \sqrt{\frac{N}{k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4}}$ o fator primo $k_5 = 65.537$ após 21.633 iter.

O maior primo divisor de N , ou seja, o fator $k_6 = \frac{N}{k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5} = 6.700.417$, foi logo identificado pela estratégia 4 devido o fato de que k_5 satisfaz o Lema 2.1, ou seja, $\sqrt[3]{k_5 \cdot k_6} < k_5$.

Além da decomposição $F_5 = 641 \cdot 6.700.417$, o algoritmo identifica as trincas pitagóricas com os valores de $k \in \{1, 641, 641^2, 6700417\}$. Estas únicas trincas são:

$$\begin{cases} (F_5, 9223372041149743104, 9223372041149743105); & k = 1 \\ (F_5, 14389035945631104, 14389035945631745); & k = 641 \\ (F_5, 22447793781504, 22447794192385); & k = 641^2 \\ (F_5, 1376533668480, 1376540368897); & k = F_5/641 \end{cases}$$

Da primeira trinca pitagórica acima, segue que

$$F_5^2 = 9.223.372.041.149.743.104 + 9.223.372.041.149.743.105$$

isto é válido sempre que $k = 1$, pois $a^2 = c^2 - b^2 = (c + b) \underbrace{(c - b)}_{k=1} = b + c$.

2.1 Primos em Progressões Aritméticas

Nesta seção, para avaliar a confiança nos resultados do código Python, um teste de verificação de primalidade foi aplicado nos elementos de uma conhecida sequência de grandes primos em progressão aritmética (PA). Segundo Martinez (2015), projetos cooperativos para investigação de grandes primos pela internet proporcionaram a descoberta de progressões aritméticas formadas exclusivamente por primos. Em 2015, Bryan Little apresentou a uma sequência de 26 primos b_n obtidos da seguinte PA:

$$b_n = 161.004.359.399.459.161 + 47.715.109 \cdot 23^\# \cdot n \quad (7)$$

sendo $23^\# = \prod_{p \leq 23} p = 223.092.870$ o produto dos 23 primeiros números primos.

Para evidenciar que o presente algoritmo de decomposição baseado em trincas pitagóricas, produz respostas corretas, foi efetuado um teste de primalidade nos 26 números b_n da sequência de Bryan (7). Após realizar alguns ajustes no console de saída do código proposto, os resultados das avaliações seguem abaixo:

SEARCHING p IN 5 .. 161004359399459161 AND 133751161 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b00 = 161.004.359.399.459.161**

time for verification: 131.95 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 171649260008631991 AND 138101918 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b01 = 171.649.260.008.631.991**

time for verification: 191.87 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 182294160617804821 AND 142319733 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b02 = 182.294.160.617.804.821**

time for verification: 142.98 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 192939061226977651 AND 146416096 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b03 = 192.939.061.226.977.651**

time for verification: 197.47 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 203583961836150481 AND 150400930 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b04 = 203.583.961.836.150.481**

time for verification: 149.91 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 214228862445323311 AND 154282878 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b05 = 214.228.862.445.323.311**

time for verification: 215.61 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 224873763054496141 AND 158069520 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b06 = 224.873.763.054.496.141**

time for verification: 155.39 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 235518663663668971 AND 161767550 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b07 = 235.518.663.663.668.971**

time for verification: 208.29 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 246163564272841801 AND 165382910 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b08 = 246.163.564.272.841.801**

time for verification: 162.89 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 256808464882014631 AND 168920909 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b09 = 256.808.464.882.014.631**

time for verification: 237.39 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 267453365491187461 AND 172386311 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b10 = 267.453.365.491.187.461**

time for verification: 171.85 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 278098266100360291 AND 175783409 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b11 = 278.098.266.100.360.291**

time for verification: 229.63 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 288743166709533121 AND 179116090 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b12 = 288.743.166.709.533.121**

time for verification: 176.96 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 299388067318705951 AND 182387884 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b13 = 299.388.067.318.705.951**

time for verification: 233.52 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 310032967927878781 AND 185602013 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b14 = 310.032.967.927.878.781**

time for verification: 184.42 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 320677868537051611 AND 188761420 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b15 = 320.677.868.537.051.611**

time for verification: 247.75 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 331322769146224441 AND 191868811 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b16 = 331.322.769.146.224.441**

time for verification: 190.46 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 341967669755397271 AND 194926672 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b17 = 341.967.669.755.397.271**

time for verification: 260.43 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 352612570364570101 AND 197937298 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b18 = 352.612.570.364.570.101**

time for verification: 196.83 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 363257470973742931 AND 200902814 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b19 = 363.257.470.973.742.931**

time for verification: 255.67 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 373902371582915761 AND 203825189 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b20 = 373.902.371.582.915.761**

time for verification: 200.66 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 384547272192088591 AND 206706251 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b21 = 384.547.272.192.088.591**

time for verification: 259.74 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 395192172801261421 AND 209547706 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b22 = 395.192.172.801.261.421**

time for verification: 209.57 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 405837073410434251 AND 212351142 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b23 = 405.837.073.410.434.251**

time for verification: 257.89 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 416481974019607081 AND 215118048 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b24 = 416.481.974.019.607.081**

time for verification: 221.71 seconds.

SEARCHING p IN 5 .. 427126874628779911 AND 217849814 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME **b25 = 427.126.874.628.779.911**

time for verification: 225.97 seconds.

Portanto, em tempo computacional de execução razoável, o código proposto foi capaz de confirmar a primalidade dos 26 números apresentados na PA de Bryan.

3 I RESULTADOS

Nesta seção, o algoritmo de decomposição baseado na unicidade das trincas pitagóricas será aplicado na verificação de primalidade dos famosos números de Mersenne e, também, na identificação dos menos conhecidos, os Primos Hipotenusas.

3.1 Primos de Mersenne

Segundo Sauty (2015), Mersenne (1588-1648) percebeu que $M_n = 2^n - 1$ poderiam ser primos caso n também fosse um número primo. No entanto, aplicando o código no produto $(2^{11} - 1) \cdot (2^{23} - 1) = 17.171.478.529$ determina-se:

SEARCHING p IN 5 .. 131039 AND 7 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 23

SEARCHING p IN 23 .. 27323 AND 9 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 47

SEARCHING p IN 47 .. 3985 AND 15 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 89

SEARCHING p IN 89 .. 178481 AND 112 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 178481

DECOMPOSITION OF NUMBER 17.171.478.529

[23, 47, 89, 178481]

time for verification: 0.0 seconds.

ou seja, M_{11} e M_{23} são ambos números compostos.

A primalidade dos números de Mersenne: $M_2 = 3$, $M_3 = 7$, $M_5 = 31$, $M_7 = 127$, $M_{19} = 524.287$, $M_{31} = 2.147.483.647$, $M_{67} = 147.573.952.589.676.412.927$ é obtida, simultaneamente, aplicando o código Python na multiplicação destes sete fatores. O console de saída Python fornece:

```
SEARCHING p IN 5 .. 67668423626175668224 AND 2 ITERATION(S) TO FIND  
THE PRIME 7
```

```
SEARCHING p IN 7 .. 25576260075232624640 AND 9 ITERATION(S) TO FIND  
THE PRIME 31
```

```
SEARCHING p IN 31 .. 4593631915527500288 AND 33 ITERATION(S) TO FIND  
THE PRIME 127
```

```
SEARCHING p IN 127 .. 407618918210493888 AND 174721 ITERATION(S) TO  
FIND THE PRIME 524287
```

```
SEARCHING p IN 524287 .. 562949953290240 AND 64394479 ITERATION(S) TO  
FIND THE PRIME 193707721
```

```
SEARCHING p IN 193707721 .. 40447931951 AND 651258643 ITERATION(S) TO  
FIND THE PRIME 2147483647
```

```
THE LARGEST PRIME BY Lema2.1 IS 761838257287
```

```
DECOMPOSITION OF NUMBER 13.737.046.668.154.706.597.306.706.000.546.96  
3.569.931
```

```
[3, 7, 31, 127, 524287, 193707721, 2147483647, 761838257287]
```

time for verification: 1263.95 seconds.

logo, o código devolve $N = M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_7 \cdot M_{19} \cdot 193707721 \cdot M_{31} \cdot 761838257287$, ou seja, $M_{67} = 193707721 \cdot 761838257287$ é outro número de Mersenne que não é primo. Em 1903, Frank Cole (1861-1926) apresentou a decomposição do número M_{67} após três anos de cálculos.

No ano de 1732, o brilhante matemático Leonhard Euler (1707-1783) equivocou-se ao afirmar que M_{41} e M_{47} eram ambos números primos (HARDY e WRIGHT, 1960). Por volta de 1883, Pervusin e Seelhoff acrescentaram na lista dos números primos de Mersenne o (RASSIAS, 2010). Após poucos minutos de esforço computacional, comprova-se que e são números compostos e que é primo. Para isto, é realizado a decomposição, pelo código Python, no produto definido por para demonstrar estes fatos.

```
SEARCHING p IN 5 .. 26713738906275369975808 AND 783 ITERATION(S) TO  
FIND THE PRIME 2351
```

```
SEARCHING p IN 2351 .. 550945147594834968576 AND 722 ITERATION(S) TO  
FIND THE PRIME 4513
```


SEARCHING p IN 4513 .. 8201167757968887808 AND 2952 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 13367

SEARCHING p IN 13367 .. 70934697595644928 AND 4417055 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 13264529

SEARCHING p IN 13264529 .. 19476584743001 AND 50415609 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 164511353

SEARCHING p IN 164511353 .. 2305843009213693951 AND 451329633 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 2305843009213693951

DECOMPOSITION OF NUMBER 713.623.846.352.650.351.063.598.637.564.999.302.358.499.327

[2351, 4513, 13367, 13264529, 164511353, 2305843009213693951]

time for verification: 758.56 seconds.

Uma vez que $N = 2351 \cdot 4513 \cdot 13367 \cdot 13264529 \cdot 164511353 \cdot M_{61}$, o código foi útil para verificar que M_{61} é, de fato, um número primo de Mersenne e, que M_{41} e M_{47} são ambos números compostos.

3.2 Primos Hipotenusas

Uma curiosa associação entre os números primos $p > 2$ e as trincas (a, b, c) são os *Triângulos Primos de Pitágoras* definidos por $(a = p, b, c = q)$, sendo a hipotenusa q outro número primo (MARTINEZ, 2015). As trincas (3, 4, 5), (5, 12, 13) e (11, 60, 61) são exemplos de triângulo primos de Pitágoras. Algumas propriedades interessantes podem ser demonstradas nestas trincas :

- 1) Sendo $a = p$ um número primo, então $k = 1$, ou seja, $c = b + 1$.
- 2) O cateto maior b é um número par, pois de (2), $b = \frac{p^2-1}{2} = \frac{1}{2} \frac{(p-1)(p+1)}{\text{par} \quad \text{par}}$.
- 3) Se $a > 5$ e $c = b + 1 = \frac{a^2+1}{2}$ são ambos primos, então $a \equiv \pm 1 \pmod{10}$ e a hipotenusa $c \equiv 1 \pmod{10}$. No caso em que o primo satisfaz $a \equiv \pm 3 \pmod{10}$, verifica-se que uma hipotenusa $c \equiv 5 \pmod{10}$, que não é primo.

Apesar dessas restrições, conjecturam-se a existência de infinitos triângulos primos de Pitágoras (RIBENBOIM, 2015).

Considere p primo e $q_p = \frac{p^2+1}{2}$. Se q_p também for primo, dizemos que q_p é um **Primo Hipotenusa**. Desta forma, toda trinca $(p, q_p - 1, q_p)$ determina um triângulo primo de Pitágoras. Além dos citados: $q_3 = 5$, $q_5 = 13$ e $q_{11} = 61$ e , o código de Python revelou os próximos Primos Hipotenusas, ou seja, $q_{19} = 181$, $q_{29} = 421$, $q_{59} = 1741$, $q_{61} = 1861$ e $q_{71} = 2521$. De fato, decompondo o número obtido da multiplicação dos 10 ímpares envolvidos, temos 10 fatores primos:

SEARCHING p IN 5 .. 296029660727 AND 6 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 19

SEARCHING p IN 19 .. 67913861863 AND 4 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 29

SEARCHING p IN 29 .. 12611287545 AND 11 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 59

SEARCHING p IN 59 .. 1641849791 AND 2 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 61

SEARCHING p IN 61 .. 210217324 AND 4 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 71

SEARCHING p IN 71 .. 24948206 AND 38 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 181

SEARCHING p IN 181 .. 1854385 AND 81 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 421

SEARCHING p IN 421 .. 90377 AND 441 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1741

SEARCHING p IN 1741 .. 2166 AND 41 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1861

THE LARGEST PRIME BY Lema2.1 IS 2521

DECOMPOSITION OF NUMBER 87.633.560.030.293.446.279.359

[19, 29, 59, 61, 71, 181, 421, 1741, 1861, 2521]

time for verification: 0.01 seconds.

Os respectivos triângulos primos de Pitágoras da sequência acima são:

(19,180,181), (29,420,421), (59,1740,1741), (61,1860,1861) (71,2520,2521)

Na fatoração de $N = \frac{1439^2+1}{2} \cdot \frac{1459^2+1}{2} \cdot \frac{1489^2+1}{2} \cdot \frac{1499^2+1}{2} \cdot \frac{1531^2+1}{2}$, dada por:

SEARCHING p IN 5 .. 1268274066259589 AND 345120 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1035361

SEARCHING p IN 1035361 .. 1246428041850 AND 9661 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1064341

SEARCHING p IN 1064341 .. 1208166571 AND 14741 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1108561

SEARCHING p IN 1108561 .. 1147485 AND 4981 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1123501

THE LARGEST PRIME BY Lema2.1 IS 1171981

DECOMPOSITION OF NUMBER 1.608.519.107.146.632.351.098.878.568.941

[1035361, 1064341, 1108561, 1123501, 1171981]

time for verification: 0.57 seconds.

é obtido, acima de 1.000.000, os seguintes Primos Hipotenusas: 1.035.361, 1.064.341, 1.108.561, 1.123.501 e 1.171.981.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

De característica didática e sem pretensões de otimização da complexidade computacional dos testes de primalidade, o algoritmo proposto relaciona termos relevantes no fascinante mundo dos números primos e, quando possível, insere algumas terminologias e contribuições de personagens ilustres do desenvolvimento da Teoria dos Números. O Lema 2.1 deste artigo é um artifício de considerável aplicabilidade para efetuar a decomposição de números compostos que são formados pelo produto de dois números primos contendo vários dígitos cada, como por exemplo, os semiprimos conhecidos por números RSA.

Em relação aos números de Mersenne, M_{89} e M_{107} foram posteriormente acrescentados em sua lista de primos. A partir dos valores 5 e 13, todos os demais Primos Hipotenusas q_p , infinitos ou não, terminam com o dígito 1. E ainda, sendo $q_p = 1 + 4N$ (BERNDT, 1994), o código Python permitiu verificar que $N \equiv 0 \pmod{15}$, ou seja, se a trinca $(p > 5, b, q_p)$ for um Triângulo Primo de Pitágoras, então $b = 2m$ será um múltiplo de 60 e $q_p = 1 + 60n$ para algum $n \in \mathbb{N}$, pertencerá a uma subsequência de $1 + 4N$ dos Primos Pitagoreanos.

Verificou-se, por fim, que a velocidade de execução do código de decomposição é proporcional à quantidade de fatores do número composto e não, necessariamente, da quantidade de seus dígitos. Outro fator que influencia a eficiência do teste de primalidade é o recurso computacional utilizado. Isto explica a alternância do tempo de execução observado na PA de Bryan, pois, enquanto os b_n de índices ímpares foram executado em computador pessoal, os de índices pares utilizaram eficácia da plataforma **Colaboratory** do Jupyter Notebook (<https://colab.research.google.com/notebooks/intro.ipynb>).

Portanto, resultados sobre primalidade, apoiados em propriedades básicas que sustentam a unicidade das trincas pitagóricas (a, b, c) , é uma pequena contribuição que visa enriquecer o palco comum que entrelaça matemáticos profissionais e entusiastas amadores através desta fascinante e misteriosa Teoria dos Números.

REFERÊNCIAS

BERNDT, B. C. **Ramanujan's Notebook** Part IV. New York: Springer-Verlag, 1994.

FIRMIANO, A.; SANTOS, J.P.M.; ELOY, M.E. e CARDOSO, C.E. **As Infinitas Trincas Pitagóricas de Euclides**. Revista Eletrônica Paulista CQD, v 17, p 13-26, 2020.

HARDY, G. H. e WRIGHT E. W. **Problem-Solving and Selected Topics in Number Theory**: In the Spirit of the Mathematical Olympiads. London: Oxford University Press, 1960.

MARTINEZ, F. B.; MOREIRA C. A.; SALDANHA, N. e TENGAN, E. **Teoria dos Números: um passeio com primos e outros números familiares pelo mundo inteiro**. 4 ed. Rio de Janeiro: Projeto Euclides, 2015.

RIBENBOIM, P. **Números Primos, amigos que causam problemas**: Um Triálogo com o Papa Paulo. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

RASSIAS, M. **Problem-Solving and Selected Topics in Number Theory**: In the Spirit of the Mathematical Olympiads. New York: Springer, 2010.

SAUTOY, M. **A Música dos Números Primos**: A história de um problema não resolvido na matemática. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.

ANEXO – CÓDIGO DE DECOMPOSIÇÃO EM PYTHON

```
import math

from time import time; time0=time()

N = int(427624854937651133332883063661943206945693317653048683060135409348416
)

number=N; fatores=[]

while (N%2==0):
    fatores.append(2)
    N=N//2

while (N%3==0):
    fatores.append(3)
    N=N//3

fator=N; aux=int(5)

def fatora(valor):
    n = valor*valor; itera=0
    nMax=int(math.pow(valor,.5))
    for primo in range(aux,nMax+1, 2):
        if ((primo-1)%6==0) or ((primo+1)%6==0):
            num=(n-primo*primo)//2
            itera=itera +1
            if (num%primo==0):
                print("SEARCHING p IN",aux,"..",nMax+1,"AND",itera,"ITERATION(S) TO FIND
THE PRIME", primo)
                return primo
    return valor

while (fator!=1):
    fator2=fatora(fator)
```

```

fatores.append(fator2)
fator3=math.pow(fator,1/3)
if (fator2<=fator3) or (fator==fator2):
    aux=(fator2-1)//2
    fator=(fator//fator2)
else:
    fatores.append(fator//fator2)
    print(); print("PRIME BY Lema2",fator//fator2)
    fator=1

print("DECOMPOSITION OF NUMBER", number)
print(fatores)
time1=time(); print("time for verification:", 1.5*(time1-time0),"seconds.")

```

CONSOLE 1/A SPYDER

Python 3.7.1 (default, Dec 10 2018, 22:54:23) [MSC v.1915 64 bit (AMD64)]

Type "copyright", "credits" or "license" for more information.

IPython 7.2.0 -- An enhanced Interactive Python.

```

runfile('C:/Users/Alessandro/Documents/PITAGORAS/FatoraN.py', wdir='C:/Users/
Alessandro/Documents/PITAGORAS')

```

SEARCHING p IN 5 .. 165820548032496648944341972156417 AND 9 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 29

SEARCHING p IN 29 .. 30792102743598538068548397301761 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 29

SEARCHING p IN 29 .. 5717949932155057209566935646209 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 29

SEARCHING p IN 29 .. 1061796646330983979121935122433 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 29

SEARCHING p IN 29 .. 197170687315691608504033869825 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 29

SEARCHING p IN 29 .. 36613677459689105761478115329 AND 174 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 547

SEARCHING p IN 547 .. 1565487802747874966612475905 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 547

SEARCHING p IN 547 .. 66935424972009335183900673 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 547

SEARCHING p IN 547 .. 2861952107400136920924161 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 547

SEARCHING p IN 547 .. 122368235780638622351361 AND 2461 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 7927

SEARCHING p IN 7927 .. 1374403554390935863297 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 7927

SEARCHING p IN 7927 .. 15436891103902943233 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 7927

SEARCHING p IN 7927 .. 173382560160329985 AND 32273 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 104743

SEARCHING p IN 104743 .. 535726225684923 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 104743

SEARCHING p IN 104743 .. 1655314055931 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 104743

SEARCHING p IN 104743 .. 5114673303 AND 398327 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1299721

SEARCHING p IN 1299721 .. 4486347 AND 1 ITERATION(S) TO FIND THE PRIME 1299721

THE LARGEST PRIME BY Lema2 15485867

DECOMPOSITION OF NUMBER 427.624.854.937.651.133.332.883.063.661.943.206.945.69
3.317.653.048.683.060.135.409.348.416

[2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 29, 29, 29, 29, 29, 547, 547, 547, 547, 7927, 7927, 7927, 104743,
104743, 104743, 1299721, 1299721, 15485867]

time for verification: 0.59 seconds

ÍNDICE REMISSIVO

SÍMBOLOS

7 12, 30

A

Agrometeorologia 60

Alto do Cabo Frio 144, 145, 146, 153

Análise Ambiental 10, 1, 11, 48, 49

Análise Instrumental 129, 131, 133, 134, 141, 142, 143

Anomalia magnética 144, 147, 148, 149, 151, 152

Anos Finais do Ensino Fundamental 10, 12, 13, 14, 16, 30

Antioxidantes Naturais 117, 125, 126, 192

Aprendizagem Colaborativa Suportada por Computador 32, 34

Aquífero Bambuí 93, 94, 97, 103, 105, 106, 108

B

Barragem 224, 229, 241, 260

Batimetria 221, 224

Biodiesel 11, 12, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 198, 201

C

Canhão eletromagnético 111, 112, 113, 115

Código Python 161

Construção de fotocolorímetros 129

Contextualização 12, 16, 18, 33, 34, 37, 207, 209, 210, 212, 213, 214, 215

Covid-19 11, 86, 87, 89, 90

Cuenca Hidrográfica 74, 75, 76, 77

D

DEM 74, 76, 77, 78, 81, 82, 83

Drones 1, 2, 3, 6, 10

E

Educação Contextualizada 32

Ensino de Ciências 12, 13, 17, 30, 141, 142, 206, 207, 209, 218, 315

Ensino de Física 13, 13, 14, 16, 29, 30, 207, 219, 275, 276, 281, 282, 294, 301

Ensino de Matemática 161, 315

Estabilidade Oxidativa 117, 120, 122, 125, 126, 127, 190

Experimentos 21, 25, 26, 27, 28, 130, 131, 139, 212, 236, 237, 276, 277, 278, 279, 281, 294, 297, 298, 300, 301, 302

Expressões Algébricas 13, 202, 203, 204, 205, 206

F

Fragilidade Ambiental 47, 50, 51, 52, 54, 56, 57, 58, 59

Frequências de Varrição 156

G

Geoprocementos 74, 77, 82

Geotecnologias 1, 2, 5, 47, 49, 50, 56, 157

Gerenciamento 34, 37, 42, 43, 57, 94, 95, 241, 271

Gestão Ambiental 48, 57, 106, 264

I

Imagens de satélite 2, 53, 60, 61

Impactos ambientais 5, 179, 264, 265, 266, 268, 269, 271, 272, 273, 308, 313

Injustiça social 93

Instrumentação com Arduino 275

L

Laboratório Remoto 32, 34, 36, 37, 38, 39, 44

M

Modelagem 12, 142, 176, 179, 190, 192, 224, 286, 292

Modelo Analítico 283, 285, 286, 287, 288, 290, 291

N

Nitrato 93, 94, 104, 105, 106, 107

Nível d'água 221, 224, 234

Nível de redução 221

O

Ordenamento Territorial 10, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58

P

Pandemia 86, 87, 88

Período de Indução 117, 120, 121, 190, 191, 193, 194, 201

Pesquisa documental 207

Potencial Geológico 283

Pressões anormais 13, 236, 237, 239

Processamento Geográfico 156

Programação de Computadores 32, 33, 34, 35, 44

R

Rancimat 117, 118, 120, 122, 126, 193

Receita culinária 202, 205

Recursos didáticos 207

Redes Neurais 57, 191, 192, 193, 195, 198, 199, 200, 201

Resíduos Sólidos 99, 100, 108, 264, 265, 267, 270, 271, 273, 274

Risco 27, 48, 91, 105, 177, 215, 241, 305, 308

Rupturas 241

S

Saneamento 11, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 102, 103, 106, 107, 108, 109, 110, 245, 259, 274

Sazonalidade 68, 176

Sensores de baixo custo 13, 275

Sensoriamento Remoto 1, 2, 4, 5, 11, 58, 59, 60, 61, 62, 72, 73, 159, 308, 313

SIG 2, 10, 49, 50, 63, 74, 157, 159, 310

Sistema de Informação Geográfica 156, 157, 310

Smartphones 294, 295, 296, 297, 298, 300, 301, 302

Solenóide 111, 112, 113, 114, 115, 116

Suscetibilidade 12, 49, 151, 176, 178, 179, 182, 183, 188

T

Tectonoestratigrafia 144

Teledetección 74

Termodinâmica 10, 12, 13, 15, 19, 20, 22, 30, 278

Teste de Primalidade 161, 164, 166, 172

TMI e TMIN 93, 106

Trocadores de calor solo-ar (TCSA) 283

V

Vazamentos de óleo 176, 179

Vulcânico 144, 145, 153

Conhecimentos pedagógicos e conteúdos disciplinares

das ciências exatas e da terra



Conhecimentos pedagógicos e conteúdos disciplinares

das ciências exatas e da terra

