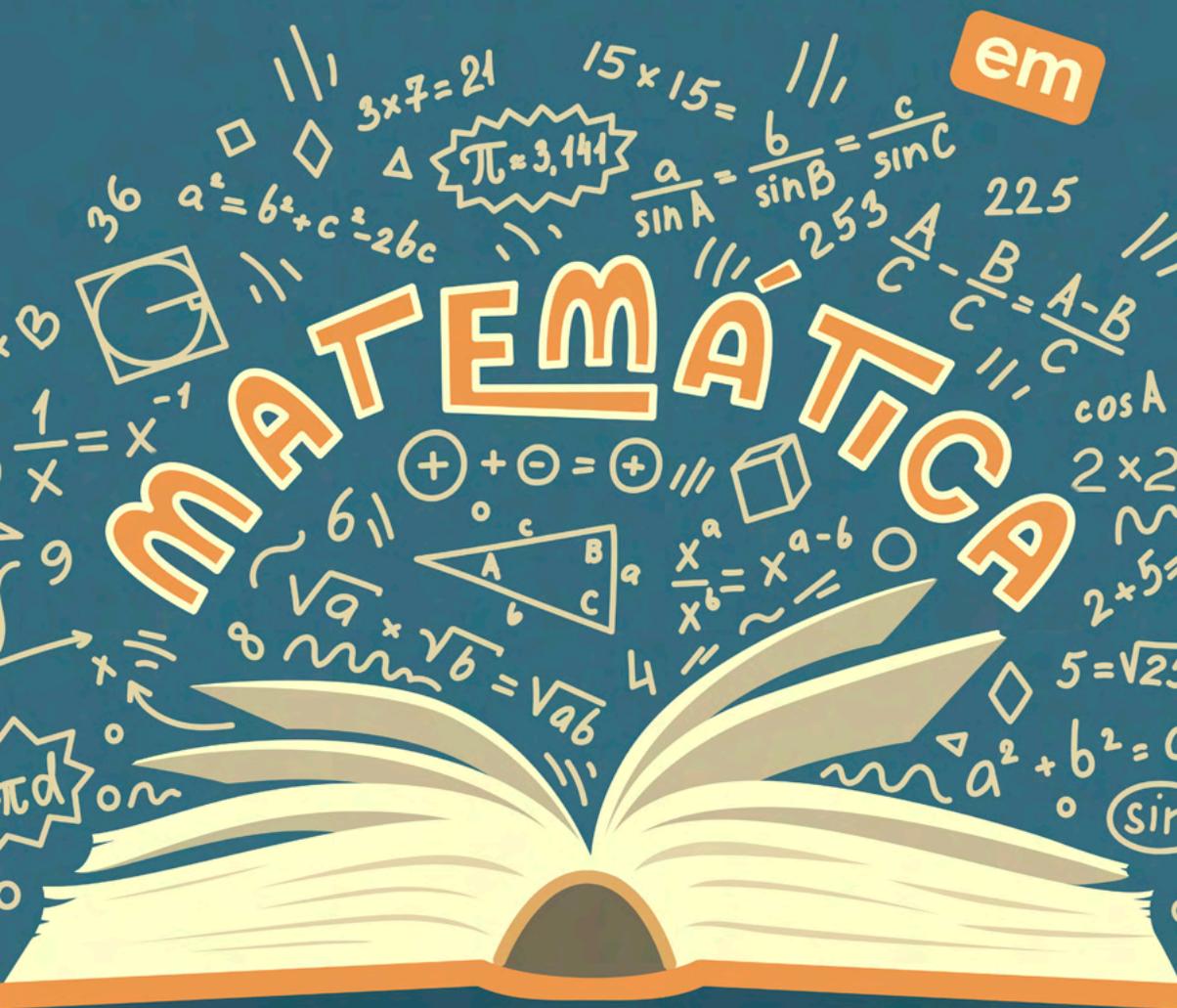


Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA

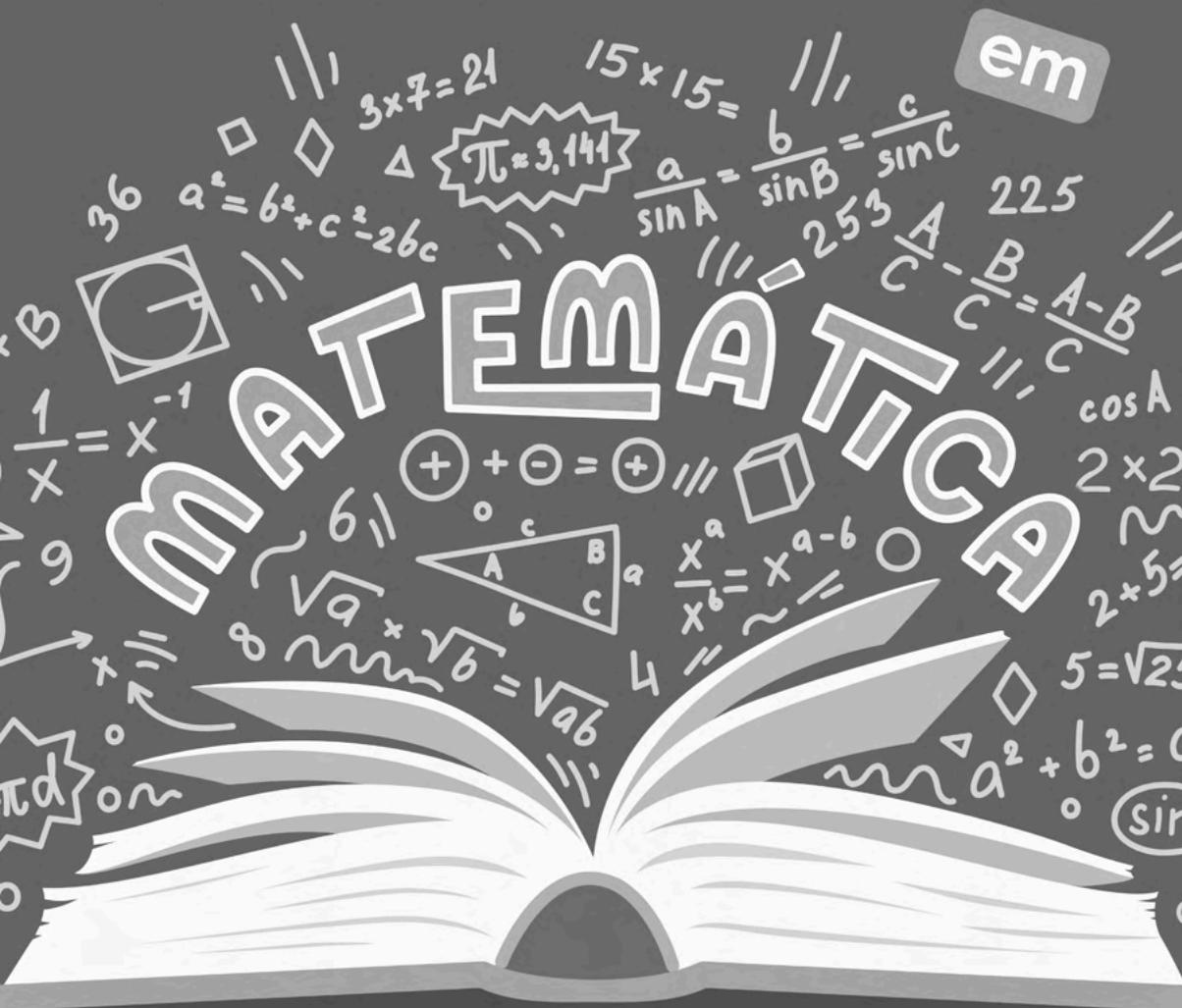


e suas aplicações


Atena
Editora
Ano 2021

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

PESQUISAS DE VANGUARDA



e suas aplicações

Atena
Editora
Ano 2021

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2021 Os autores

Copyright da edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Bruno Oliveira
Indexação: Gabriel Motomu Teshima
Revisão: Os autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisas de vanguarda em matemática e suas aplicações / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-440-2

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.402212809>

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, é que contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a Educação no Brasil acaba, muitas vezes, sendo uma reprodutora de Desigualdades.

O contexto social, político e cultural, como evidenciaram Silva, Nery e Nogueira (2020), tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse cenário de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático (SILVA; OLIVEIRA, 2020).

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático, como assevera D’Ambrósio (1993), e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o livro ***“Pesquisas de Vanguarda em Matemática e suas Aplicações”*** nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática e do pesquisador em Matemática aplicada sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para educadores da Educação

Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio. **Pro-Posições**. v. 4. n. 1 [10]. 1993.

SILVA, A. J. N. DA; NERY, ÉRICA S. S.; NOGUEIRA, C. A. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no “novo normal”. **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 18 ago. 2020.

SILVA, A. J. N. da; OLIVEIRA, C. M. de. A pesquisa na formação do professor de matemática. **Revista Internacional de Formação de Professores**, [S. l.], v. 5, p. e020015, 2020. Disponível em: <https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/41>. Acesso em: 18 maio. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

O USO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL COMO FERRAMENTA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA

Bruna Nogueira Simões Cobuci

Rigoberto Gregório Sanabria Castro

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128091>

CAPÍTULO 2..... 12

BANCO IMOBILIÁRIO MATEMÁTICO: UMA PROPOSTA DE ENSINO EM AULAS DE MATEMÁTICA

Thayná Schleider de Matos

Joyce Jaquelinne Caetano

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128092>

CAPÍTULO 3..... 18

APLICAÇÃO DE MONITORIAS ON-LINES DE CÁLCULO COMO FERRAMENTA DE NIVELAMENTO E INICIAÇÃO A DOCÊNCIA

Tamires Ester Peixoto Bravo

Pedro Lucas Moreira Rodrigues

Matheus Alencar de Freitas

Enrique Dias de Matos

Pedro Augusto Araújo Sant'Ana

Ivano Alessandro Devilla

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128093>

CAPÍTULO 4..... 24

A PSICOLOGIA EDUCACIONAL, A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DISCUSSÕES SOBRE ASPECTOS RELACIONADOS À APRENDIZAGEM

André de Lima Pereira Gomes

Gyliane Ornela Barbosa

Márcia Santos Melo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128094>

CAPÍTULO 5..... 34

DA INFORMALIDADE A SALA DE AULA: A MATEMÁTICA DO MEU ALUNO

Evren Ney da Silva Jean

Meiry Jane Cavalcante Rattes

Márcio Laranjeira Anselmo

Reginaldo Nascimento da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128095>

CAPÍTULO 6..... 42

A METODOLOGIA DO SISTEMA *NODET* E SUAS POSSIBILIDADES DE PESQUISA

SOBRE O USO DO ORIGAMI NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TEMPOS DE USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO

Daniel Albernaz de Paiva Brito

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128096>

CAPÍTULO 7..... 57

A MATEMÁTICA DO AGRONEGÓCIO: CONTRIBUIÇÕES PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFIC(ATIVA)

Luiz Carlos dos Santos Filho

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128097>

CAPÍTULO 8..... 63

DESIGUALDADE DE CAFFARELLI-KOHN-NIRENBERG EM VARIEDADES RIEMANNIANAS

Willian Isao Tokura

Levi Rosa Adriano

Priscila Marques Kai

Elismar Dias Batista

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128098>

CAPÍTULO 9..... 71

O ENSINO DE FUNÇÃO DO 1º GRAU NA EDUCAÇÃO INCLUSIVA: TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA E O SABER MATEMÁTICO PARA ALUNOS CEGOS

Camila Ferreira e Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.4022128099>

CAPÍTULO 10..... 85

OPORTUNIDADES PARA ARTICULAÇÃO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA A PARTIR DO USO DE *SOFTWARES* MATEMÁTICOS

José Cirqueira Martins Júnior

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280910>

CAPÍTULO 11..... 100

ENSINANDO MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES COM MATERIAL CONCRETO

Graciela Sieglloch Lins

Marcos Lübeck

Jocinéia Medeiros

Fernando Luiz Andretti

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280911>

CAPÍTULO 12..... 108

A UTILIZAÇÃO DO EXCEL COM ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA O TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES EM CONTEÚDOS DE ESTATÍSTICA

José Cirqueira Martins Júnior

Leandro Vieira dos Santos

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280912>

CAPÍTULO 13..... 119

NARRATIVAS SOBRE UM LUGAR COMUM: SALA DE RECURSOS

Rozana Morais Lopes Feitosa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280913>

CAPÍTULO 14..... 128

MODELO EPIDÊMICO SIR, COM E SEM VACINAÇÃO E MODELO EPIDÊMICO SEIR

Lívia de Carvalho Faria

Mehran Sabeti

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280914>

CAPÍTULO 15..... 139

GROUNDED THEORY COMO METODOLOGIA DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES, RACIOCÍNIO E PROCEDIMENTOS

Eliandra Moraes Pires

Everaldo Silveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280915>

CAPÍTULO 16..... 154

STOMACHION: UMA ABORDAGEM SOBRE A HISTÓRIA DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Paula Francisca Gomes Rodrigues

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280916>

CAPÍTULO 17..... 160

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALÉM DA SALA DE AULA: EM CENA A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Fábio Vieira Abrão

Luciano Soares Gabriel

Norma S. Gomes Allevato

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280917>

CAPÍTULO 18..... 172

APPROXIMATION OF A SYSTEM OF A NON-NEWTONIAN FLUID BY A SYSTEM OF CAUCHY-KOWALESKA TYPE

Geraldo Mendes de Araujo

Elizardo Fabricio Lima Lucena

Michel Melo Arnaud

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280918>

CAPÍTULO 19..... 191

INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE HERMITE USANDO DIFERENÇAS DIVIDIDAS

João Socorro Pinheiro Ferreira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280919>

CAPÍTULO 20	208
APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA INVESTIGAÇÃO À LUZ DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	
Bruno José de Sá Ferraz Lemerton Matos Nogueira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280920	
CAPÍTULO 21	219
AS POTENCIALIDADES DE UMA AULA DO CAMPO NO ENSINO FUNDAMENTAL II	
Marco André Dantas Leonardo Sturion	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.40221280921	
SOBRE OS ORGANIZADORES	230
ÍNDICE REMISSIVO	231

A METODOLOGIA DO SISTEMA *NODET* E SUAS POSSIBILIDADES DE PESQUISA SOBRE O USO DO ORIGAMI NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM TEMPOS DE USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO

Data de aceite: 01/09/2021

Data de submissão: 28/07/2021

Daniel Albernaz de Paiva Brito

Mestrando em Educação Matemática
financiado pelo Conselho Nacional de
Desenvolvimento Científico e Tecnológico
(CNPq)

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
(PUC-SP)

Programa de Estudos Pós-Graduados em
Educação Matemática
São Paulo - SP

<https://orcid.org/0000-0002-2451-7886>

RESUMO: Este estudo é parte de uma pesquisa de Mestrado em Educação Matemática financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e trata do uso do Origami na Educação Matemática de adolescentes de entre 14 e 17 anos pelo Sistema *NODET* do Irã. O objetivo deste artigo é analisar como a metodologia desse Sistema usa o Origami para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais e averiguar quais são as possibilidades de pesquisa que ela apresenta a respeito do uso do Origami na Educação Matemática em tempos de uso de novas tecnologias na Educação. Para isso, foram analisadas as teorias de ensino e de aprendizagem que fundamentam o uso do Origami por esse Sistema, bem como a formação dos seus professores, a elaboração de suas aulas, a sua estratégia didática e uma das atividades que são realizadas com os alunos. Por

fim, são feitas considerações finais a respeito das possibilidades de pesquisa sobre o uso do Origami na Educação Matemática em tempos de uso de novas tecnologias na Educação que foram encontradas.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino. Auto-Similaridade. Fractais. Origami. Sistema *NODET*.

THE *NODET* SYSTEM METHODOLOGY AND ITS RESEARCH POSSIBILITIES ON THE USE OF ORIGAMI IN MATHEMATICS EDUCATION IN TIMES OF USE OF NEW TECHNOLOGIES IN EDUCATION

ABSTRACT: This study is part of a Master in Mathematics Education research and deals with the use of Origami in Mathematics Education of adolescents between 14 and 17 years old by the *NODET* System in Iran. The aim of this article is to analyze how the methodology of this System uses Origami for teaching Self-Similarity and Fractals and to find out what are the research possibilities it presents regarding the use of Origami in Mathematics Education in times of use of new technologies in Education. For this, the theories of teaching and learning on which the use of Origami by this System is based are analyzed, as well as the training of its teachers, the preparation of its classes, its didactic strategy and one of the activities that are carried out with the students. Finally, final considerations are made about the research possibilities on the use of Origami in Mathematics Education in times of use of new technologies in Education that were found.

KEYWORDS: Teaching. Self-Similarity. Fractals. Origami. *NODET* system.

1 | INTRODUÇÃO

Este artigo trata da metodologia de ensino de Auto-Similaridade e de Fractais com o Origami de uma unidade de estudos do Sistema NODET (*National Organization for Development of Exceptional Talents*) que é um sistema de escolas do Irã para alunos de alto desempenho de entre 14 e 17 anos do nível equivalente ao Ensino Médio brasileiro.¹

O conteúdo deste artigo foi elaborado como parte da pesquisa de mestrado do autor a respeito das potencialidades do uso do Origami na Educação Matemática desenvolvida no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) com o financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

O objetivo deste artigo é analisar como a metodologia desta unidade de estudos do Sistema NODET usa o Origami para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais e averiguar quais são as possibilidades de pesquisa que ela apresenta a respeito do uso do Origami na Educação Matemática em tempos de uso de novas tecnologias na Educação.

Para isso, este artigo irá analisar como a metodologia desta unidade busca fazer com que o Origami contribua para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais por meio das teorias que lhe servem de base, da formação dos seus professores, da elaboração de suas aulas, da sua estratégia didática e de uma atividade que é realizada com os alunos, e fará considerações finais a respeito das conclusões encontradas.

Sendo assim, além desta introdução, este artigo é dividido em 6 partes, quais sejam: 2. análise das teorias de ensino e de aprendizagem utilizadas pela referida unidade; 3. análise da formação dos seus professores; 4. análise da elaboração de suas aulas; 5. análise da sua estratégia didática; 6. análise de uma atividade que é realizada; e 7. considerações finais.

Os principais organizadores desta unidade de estudos do Sistema NODET são os pesquisadores Ali Bhamani, Kiumars Sharif e Andrew Hudson, e as principais referências utilizadas por este artigo são a publicação que resultou da apresentação que eles fizeram na sexta edição do “Encontro Internacional de Ciência do Origami, Matemática e Educação” (*International Meeting on Origami Science, Mathematics and Education - OSME*)² e a pesquisa sobre o Sistema NODET apresentada em Ghahremani (2013).

Como apontam Bhamani et. al (2015), o Sistema NODET³ teve início como um

1 Para informações detalhadas sobre a história e a estrutura do ensino no Irã e sobre o Sistema NODET, pesquisar em Ghahremani (2013).

2 O Encontro Internacional de Ciência do Origami, Matemática e Educação (*International Meeting on Origami Science, Mathematics and Education - OSME*) teve sua primeira edição em 1989, tem sido realizado a cada 4 anos, e já ocorreu na Itália, no Japão, nos Estados Unidos, em Singapura e na Inglaterra. A cada edição, é publicado um compêndio com os principais trabalhos apresentados durante o evento, e este artigo utilizou como referência o que resultou da sexta edição, em que foi publicado o trabalho de Kiumars Sharif, Ali Bhamani e Andrew Hudson sobre a unidade de estudos do Sistema NODET que faz uso do Origami para o ensino dos conceitos de Auto-similaridade e de Fractais.

3 O Sistema NODET ou Sistema da Organização Nacional para o Desenvolvimento de Talentos Excepcionais (*National Organization for Development of Exceptional Talents*) do Irã possui o seguinte endereço eletrônico <<http://www.nodet.net>>, mas ele só está disponível na língua Persa e não oferece permissão para que os algoritmos de tradução o traduzam para o Inglês ou para o Português. Sendo assim, como indicam os autores das principais referências utilizadas para

sistema governamental para selecionar e preparar alunos de alto desempenho acadêmico para as áreas de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática, em 1967; foi fechado com a Revolução Iraniana, em 1979; foi reformulado e restabelecido, em 1987; e, atualmente, tem unidades em Teerã e em várias outras cidades do Irã, é aplicado para mais de 11 mil alunos, e conta com um quadro de egressos do qual fazem parte diversos cientistas e matemáticos internacionalmente reconhecidos, como Maryam Mirzakhani, que foi a primeira mulher e a primeira iraniana a ganhar a Medalha Fields.

Entre 2007 e 2009, Kiumars Sharif, que é egresso do Sistema NODET e hoje é um dos seus professores e da Universidade de Teerã, identificou⁴ que os seus alunos tinham dificuldades de entender fractais, séries infinitas e conceitos relacionados, e desenvolveu a unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais de que trata este artigo como uma atividade extracurricular ao Sistema que faz uso do Origami para ensiná-los.⁵

É importante ressaltar que tanto a unidade de estudos em questão quanto o Sistema NODET como um todo estão em constante processo de reelaboração e que tudo o que é apresentado sobre eles neste artigo já pode ter sido alterado, muito embora o seu objetivo seja revelar algo dos seus fundamentos e das concepções dos seus organizadores sobre como o Origami pode contribuir para o ensino de Auto-Similaridade e Fractais, o que é mais difícil de ser alterado no curto prazo.

2 | ANÁLISE DAS TEORIAS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM ADOTADAS

Esta seção analisa as teorias de ensino e de aprendizagem utilizadas na unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET com o objetivo de apontar como a sua metodologia busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos por meio de sua fundamentação teórica.

Como será apresentado, a metodologia dessa unidade busca fazer com que o Origami contribua para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais por meio de sua fundamentação teórica articulando o seu uso ao modelo *Schoolwide Enrichment Model*⁶ desenvolvido pelos pesquisadores Joseph Renzulli e Sally Reis de forma a tornar o Origami uma ferramenta para que os alunos sejam instigados a entender os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais como um âmbito da linguagem Matemática a partir do qual eles

este artigo, o que consta do Sistema no endereço eletrônico da enciclopédia virtual Wikipédia pode ser considerado como uma boa fonte a respeito dele: <https://en.wikipedia.org/wiki/National_Organization_for_Development_of_Exceptional_Talents#External_link> Acesso em: 23 ago. 2020.

4 De acordo com Bhamani et al. (2015 p. 724), essa identificação ocorreu pela observação dos seus alunos e por uma pesquisa informal que eles realizaram com os professores do Sistema NODET.

5 Segundo Bhamani et al. (2015 p. 725), a unidade de estudos sobre Auto-similaridade e Fractais do Sistema NODET funciona como um grupo de estudos que se reúne em 20 seções de 90 minutos que acontecem ao longo do ano escolar.

6 De acordo com Renzulli e Reis (1997) e Renzulli e Reis (2010), o *Schoolwide Enrichment Model* (Modelo de Enriquecimento Escolar) foi desenvolvido por esses autores com o nome de *Enrichment Triad Model* (Modelo da Tríade de Enriquecimento); foi aplicado como um programa para alunos superdotados em diversos distritos escolares de Connecticut, no Norte dos Estados Unidos, a partir de 1976; se mostrou um sucesso; resultou em um livro para professores; e foi ampliado e desenvolvido em diversos outros modelos de ensino por outros pesquisadores em Educação.

podem desenvolver projetos do seu interesse.

De acordo com Bhamani et al. (2015), da mesma forma que o sistema NODET como um todo, sua unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais segue uma abordagem similar a do modelo de ensino e de aprendizagem de alunos super-dotados *Schoolwide Enrichment Model*, que foi desenvolvido pelos pesquisadores Joseph Renzulli e Sally Reis e que propõe que os conteúdos sejam ensinados com os alunos sendo instigados a escolher, analisar e fazer uma apresentação pública do estudo de um tópico do seu interesse.

De acordo com Renzulli e Reis (2010), os alunos super-dotados são aqueles que têm habilidades superiores, criatividade, capacidade de comprometimento e que conseguem direcionar essas características para alguma área da performance humana, e eles podem ser melhor estimulados se incentivados a pesquisar tópicos do seu interesse como propõe o modelo *Schoolwide Enrichment Model* que também pode servir como modelo de ensino para alunos que não apresentam as características da superlotação.

Assim, como sugerem Bhamani et al. (2015), embora o *Schoolwide Enrichment Model* tenha sido desenvolvido como um modelo de ensino e de aprendizagem para estimular os alunos super-dotados a se engajarem nas atividades escolares, ele pode ser adotado para alunos que não apresentam as características da superlotação, particularmente na configuração na qual esses autores o utilizam para estruturar o uso do Origami pela unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET.

Como apontam esses pesquisadores e Ghahremani (2013), o *Schoolwide Enrichment Model* pode servir para que os alunos direcionem suas habilidades para a pesquisa ativa em alguma área da performance humana por meio de atividades que cultivem os seus interesses e é composto de três momentos que podem ser entendidos como momentos de enriquecimento pessoal (*Enrichment Types*) e que serviram de base para estruturar o uso do Origami pela unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET como é apresentado na Quadro 1.

<p>Momentos de enriquecimento pessoal para os alunos (<i>Enrichment Types</i>) do modelo <i>Schoolwide Enrichment</i></p>	<p>O uso do Origami pela unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET</p>
<p>Momento I: Atividades Gerais de Exploração (<i>Enrichment Type I: General Exploratory Activities</i>)</p> <p>Em um primeiro momento, os alunos são instigados a explorarem os seus interesses e a participarem de atividades a respeito de tópicos que podem despertar sua curiosidade e que podem envolver outras pessoas, como membros do corpo docente, os seus pais, ou membros da comunidade.⁷</p>	<p>Momento I: Exploração geral sobre Auto-Similaridade e Fractais (<i>topic introduction</i>)</p> <p>Em um primeiro momento, o professor apresenta aos alunos os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais por meio da exploração das diversas circunstâncias da natureza e da vida cotidiana a partir das quais eles foram desenvolvidos como um campo da linguagem matemática.</p>
<p>Momento II: Atividades de Treinamento em Grupo (<i>Enrichment Type II: Group Training Activities</i>):</p> <p>Em um segundo momento, com base nos seus interesses expostos e em suas curiosidades demonstradas no Momento I, os alunos são instigados a receberem algum tipo de orientação do professor a respeito de como esses interesses e curiosidades podem ser abordados de forma estruturada (científica) ou partir diretamente para a sua pesquisa geral.⁸</p>	<p>Momento II: Desafios de Origami a serem resolvidos por meio dos conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais (<i>assigned activities by the teacher</i>):</p> <p>Em um segundo momento, o professor propõem aos alunos desafios de Origami para serem solucionados por meio do uso dos conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais enquanto eles os discutem de forma mais aprofundada.⁹</p>
<p>Momento III: Investigação Individual e em Grupo de Problemas Reais (<i>Enrichment Type III: Individual & Small Group Investigation of Real Problems</i>)</p> <p>Em um terceiro momento, com base nas suas pesquisas feitas no Momento II, os alunos podem selecionar um tópico específico para se comprometerem a pesquisá-lo de forma avançada tendo em vista aplicações práticas e a resolução de problemas reais.¹⁰</p>	<p>Momento III: Desenvolvimento e apresentação de Projetos Pessoais com a ajuda do professor (<i>Larger creative project to pursue</i>):</p> <p>Em um terceiro momento, os alunos são auxiliados pelo professor a utilizar os desafios de Origami solucionados como base para desenvolverem e apresentarem publicamente um projeto de Origami do seu interesse cuja elaboração envolva os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais.¹¹</p>

Quadro 1: Momentos de enriquecimento pessoal para os alunos (*Enrichment Types*) do modelo *Schoolwide Enrichment Model* e como eles servem de base para estruturar o uso do Origami pela unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET.

Fonte: adaptado de Renzulli e Reis (2010); Bahmani et al. (2015) e Gharemani (2013).

7 De acordo com Renzulli e Reis (2010 p. 4), o *Type I enrichment* é elaborado pelos alunos junto com diversas outras pessoas, como os seus pais e os seus professores, e é pensado para que eles sejam expostos a uma grande variedade de disciplinas, tópicos, ocupações, hobbies, pessoas, lugares e eventos que não seriam comumente abordados no currículo regular por meio de palestras, minicursos, etc.

8 De acordo com Renzulli e Reis (2010 p. 5), o *Type II enrichment* inclui o ensino de habilidades básicas para o aprendizado e para a pesquisa e pode envolver atividades em que os alunos estudam de forma mais aprofundada um tópico do seu interesse.

9 De acordo com Bhamani et al. (2015), um exemplo de desafio de Origami que o professor pode propor para que os alunos sejam desafiados a utilizar os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais é a "torre recursiva" (*recursive tower*) desenvolvida e apresentada por Shunzo Fujimoto no seguinte livro: Shunzo, F. (2010). *Origami Ajsaiori: Fijimoto Shunzo Warudo*. Tokyo: Seibundo Shinkosha.

10 De acordo com Renzulli e Reis (2010 p. 5), o *Type III enrichment* envolve os alunos que escolheram um tópico específico para se comprometerem a estudá-lo com profundidade.

11 De acordo com Bhamani et al. (2015 . 731), exemplos de projetos que foram desenvolvidos pelos alunos na etapa da unidade que corresponde ao "Momento III" do *Schoolwide Enrichment Model* foram estudos sobre a realização e a reprodução de modelos recursivos feitos com uma única folha de papel como a "torre de flores" de Chris Palmer (*Chris Palmer's Flower Tower*) e os espirais de Tomoko Fuse, e estudos sobre quais polígonos podem ser encontrados por meio de cortes transversais em diversos sólidos geométricos, como o quebra-cabeças de Francesco Mancini (*Piece Pyramid Puzzle*).

Com base no Quadro 1, é possível apontar que a metodologia da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET utiliza os momentos do *Schoolwide Enrichment Model* com algumas adaptações para que os alunos se envolvam em desafios de Origami por meio dos quais eles sejam instigados a entender os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais como um campo da linguagem Matemática a partir do qual eles podem desenvolver os seus próprios projetos.

Tendo isso em vista, no que diz respeito a como a metodologia da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos por meio de sua fundamentação teórica, é possível concluir que ela articula o uso do Origami com os momentos (*Enrichment Types*) do *Schoolwide Enrichment Model* de forma a torná-lo uma ferramenta para que os alunos entendam a Matemática como uma linguagem para a qual suas experiências podem ser traduzidas e seus projetos desenvolvidos, e os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais como uma possibilidade dessa tradução.

3 | ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Esta seção analisa a formação dos professores da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET com o objetivo de apontar como a sua metodologia busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos por meio da seleção e formação dos profissionais que irão ensiná-los.

Tendo em vista que não foram encontradas informações específicas sobre a formação de professores para essa unidade do Sistema NODET e que as publicações utilizadas para esse artigo indicam que Kiumars Sharif, Ali Bhamani e Andrew Hudson são os seus principais professores, é possível considerar que ela é a mesma formação que para os professores do Sistema como um todo e que é baseada nas etapas do Quadro 2, como sugeridas por Ghahremani (2013), acrescidas de alguma formação sobre Origami.

<p>Formar-se no Ensino Médio no Sistema NODET como um aluno de bom desempenho acadêmico</p>	<p>Formar-se no Ensino Superior em alguma área de Ciências ou Tecnologia e ter uma atuação acadêmica e profissional de destaque.</p>	<p>Estudar em profundidade os Origamis a partir dos quais os conceitos de Auto-Similaridade e Fractais podem ser trabalhados</p>
---	--	--

Quadro 2: Etapas que se sugere que um professor deve passar para poder se candidatar a dar aulas na unidade sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET.

Fonte: adaptado de Ghahremani (2013).

Com base no quadro 2, é possível apontar que a metodologia desta unidade do Sistema NOTET requer que os seus professores sejam aptos a relacionar as dinâmicas

dos origamis com a linguagem matemática para auxiliar os alunos a estudar os tópicos ensinado e a desenvolver os seus próprios projetos.

4 I ANÁLISE DA ELABORAÇÃO DAS AULAS

Esta seção analisa a elaboração das aulas da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET com o objetivo de apontar como a sua metodologia busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos nesta etapa de sua implementação.

Como será apresentado, a metodologia dessa unidade busca fazer com que o Origami contribua para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais nesta etapa de sua implementação elaborando a seqüência das suas aulas para que as atividades de Origami apresentem aos alunos a matemática desses conceitos como uma linguagem com a qual eles podem resolver problemas e desenvolver os seus projetos pessoais

Segundo Bhamani et al. (2015), a seqüência das aulas de Origami da unidade também é baseada nos momentos (*Types do Enrichmente*) do *Schoolwide Enrichment Model* e é seguida pelo professor de forma flexível para que os alunos compreendam os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais e possam usá-los da sua maneira nos seus projetos pessoais, como apresentado no Quadro 3¹².

<p>Exploração Geral dos conceitos de Auto-Similaridades e Fractais (Baseado no Momento I do <i>Schoolwide Enrichment Model: Enrichment Type I</i>)</p> <p>O professor apresenta aos alunos diversas circunstâncias da natureza e da vida cotidiana a partir das quais eles podem discutir os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais, como os padrões geométricos do interior da Mesquita Sheikh Lutfollah (<i>Mosque Sheikh Lutfollah</i>) que faz parte de sua cultura e da história do Ira</p>
<p>Apresentação de origamis relacionados aos conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais (Baseado no Momento II do <i>Schoolwide Enrichment Model: Enrichment Type II</i>)</p> <p>Depois da exploração geral e de uma discussão preliminar sobre os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais, o professor propõe aos alunos atividades de Origami nas quais eles podem ser identificados e desenvolvidos.</p>
<p>Desafios com Origamis relacionados aos conceitos de Auto-Similaridade e Fractais (Baseado no Momento II do <i>Schoolwide Enrichment Model: Enrichment Type II</i>)</p> <p>Conforme as discussões progredirem, o professor propõe aos alunos desafios de Origami e os auxilia na abstração de suas propriedades para que eles os resolvam utilizando o que aprenderam sobre Auto-Similaridades e Fractais.</p>

12 Cumpre observar que o Quadro 3 foi elaborada para apresentar uma seqüência genérica de aulas da unidade sobre Auto-similaridade e Fractais do Sistema NODET e que uma única das etapas por ela apresentadas podem compreender uma ou diversas aulas inteiras ao longo de toda a passagem dos alunos pela unidade, dependendo das circunstancias observadas pelo professor.

Aplicação dos conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais em projetos de interesse dos alunos com base no que foi desenvolvido no Momento II do *Schoolwide Enrichment Model: Enrichment Type III*)

Com o auxílio de perguntas e questionamentos, o professor conduz os alunos a graus superiores de abstração no uso dos conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais e os incentiva a mobilizá-los para preverem o comportamento das dobraduras e preencherem tabelas que servirão de base para desenvolverem os seu projetos pessoais que deverão apresentar publicamente quando concluírem os estudos na unidade.

Quadro 3: Sequência das aulas da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET.

Fonte: adaptado de Bhamani et al. (2015).

Tendo isso em vista, no que diz respeito a como a metodologia da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos por meio da estruturação de suas aulas, é possível concluir que ela as elabora para que o Origami seja um meio para que os alunos compreendam a matemática da Auto-Similaridade e dos Fractais como uma linguagem com a qual eles podem fazer previsões, resolver problemas e desenvolver os seus próprios projetos.

5 | ANÁLISE DA ESTRATÉGIA DIDÁTICA

Esta seção analisa a estratégia didática da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET com o objetivo de apontar como a sua metodologia busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos por meio da elaboração das relações entre os professores e os seus alunos.

Como será apresentado, a metodologia dessa unidade busca fazer com que o Origami contribua para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais por meio da elaboração das relações entre os professores e os seus alunos dando liberdade para que os professores conduzam as seqüências das aulas conforme o desenvolvimento dos alunos e adapte as atividades de Origami de acordo com os interesses por eles demonstrados.

Segundo Bhamani et al. (2015), a estratégia didática da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET segue as sugestões de como devem ser as relações entre os professores e os alunos do *Schoolwide Enrichment Model* e tem o objetivo de ajudar os alunos a compreenderem os fundamentos de um tópico, mas manterem sua própria forma de entendê-los e de utilizarem os seus conceitos.

De acordo com Renzulli e Reis (2010), no *Schoolwide Enrichment Model* os professores são orientados a ajudar os alunos a melhor entenderem suas habilidades, interesses e estilos de aprendizado e a desenvolver um conjunto de diretrizes (*Total Talent Portfolio*) para conduzirem as aulas de forma que eles tenham o melhor aproveitamento dos seus talentos, como sumarizado na Quadro 4.

<p>Diretriz I:</p> <p>O professor deve ter o foco de suas ações nos pontos fortes dos alunos, deve incentivá-los a demonstrar os seus talentos e interesses e coletar regularmente informações sobre eles para poder aprimorar as suas interações.</p>
<p>Diretriz II:</p> <p>O professor deve classificar as informações obtidas em categorias gerais de habilidades, interesses e estilos de aprendizado para que possa eventualmente formar grupos de estudos com os alunos que tenham pontos em comum ou que possam contribuir uns com os outros.</p>
<p>Diretriz III:</p> <p>Com base nessas informações, o professor deve ajustar as atividade propostas para que todos os alunos se sintam motivados e desafiados.</p>
<p>Diretriz IV:</p> <p>O professor deve estabelecer os objetivos educacionais de forma individualizada para cada aluno e estar atento para rever as estratégias conforme esses objetivos tenham sido atingidos</p>
<p>Diretriz V:</p> <p>O professor deve sempre revisar e analisar as informações obtidas para que possa tomar as melhores decisões sobre como proporcionar aos alunos as melhores oportunidades de enriquecimento pessoal durante as aulas</p>
<p>Diretriz VI:</p> <p>O professor deve mobilizar essas informações atualizadas para ajudar os alunos a fazerem decisões sobre o direcionamento de suas etapas futuras de ensino e sobre os seus estudos para suas carreiras profissionais</p>

Quadro 4: Estratégia Didática do Schoolwide Enrichment Model seguida pelas aulas da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET: Conjunto de diretrizes (Total Talent Portfolio) que os professores são orientados a desenvolver para conduzirem as suas relações com os seus alunos.

Fonte: adaptado de Bhamani et al. (2015), Gharemani (2013), Renzulli e Reis (2010) e Renzulli e Reis (1997).

Com base no Quadro 4, é possível apontar que a metodologia da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET utiliza a metodologia do *Schoolwide Enrichment Model* para que as atividades de Origami sejam constantemente adaptadas as habilidades dos alunos e para que eles se mantenham engajados no estudo desses conceitos conforme desenvolvem os seus próprios projetos.

Tendo isso em vista, no que diz respeito a como a metodologia da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET busca fazer com que o

Origami contribua para o ensino desses tópicos por meio da sua estratégia didática, é possível concluir que ela utiliza a estratégia do *Schoolwide Enrichment Model* e elabora as relações entre os professores e os seus alunos para que as atividades de Origami despertem os interesses dos alunos e eles se mantenham engajados no estudo desses conceitos como uma ferramenta matemática para desenvolverem os seu próprios projetos.

6 | ANÁLISE DE UMA ATIVIDADE

Esta seção analisa uma atividade utilizada pela unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET com o objetivo de apontar como a sua metodologia busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos na etapa final de sua implementação que são as atividades realizados com os alunos.

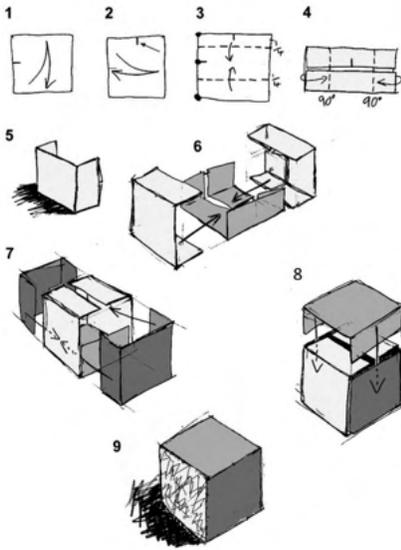
Como será apresentado, a metodologia dessa unidade busca fazer com que o Origami contribua para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais nesta última etapa de sua implementação com atividades estruturadas com base nos interesses dos alunos, nas quais o professor faz perguntas e sugestões aos alunos e os instiga a enfrentar desafios de Origami por meio dos quais eles estudem esses conceitos como um ferramenta matemática com a qual podem realizar os seus próprios projetos.

Visto que a estrutura das aulas da unidade sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET é baseada nos “Momentos” (*Enrichment Types*) do *Schoolwide Enrichment Model* e que os “Momentos” I e III correspondem a uma apresentação geral sobre os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais e a projetos individuais dos alunos, a atividade que será analisada corresponde a um desafio de Origami do “Momento” II, e será a atividade “pirâmide fractal com SierpinskiQube” (*fractal pyramid with Sierpinski Qube*), que Bhamani et al. (2015) apresentaram como exemplo na publicação de sua apresentação no sexto “Encontro Internacional de Ciência do Origami, Matemática e Educação”, que ocorreu 2014, em Kyoto, no Japão.

A atividade “pirâmide fractal com SierpinskiQube” foi desenvolvida por Kiumars Sharif e consiste no uso do Origami modular para a construção de cubos de diversos tamanhos de forma que se tornem blocos para a construção de uma pirâmide fractal.¹³

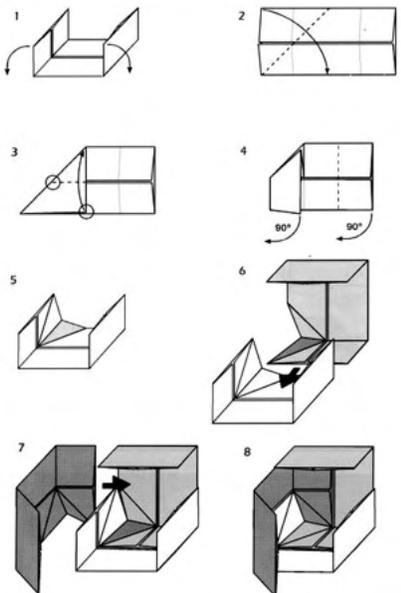
De acordo com Bhamani et al. (2015 p. 728), trata-se de uma atividade que requer somente o conhecimento do cálculo do volume de um cubo e é adequada para alunos iniciantes, mas que pode ser utilizada para uma discussão avançada sobre os conceitos de Auto-Similaridade e de Fractais ou de outros tópicos relacionados, como é apresentado no quadro 5.

13 Apresentações da atividade “pirâmide fractal ou SierpinskiQube” (*fractal pyramid: Sierpinski Qube*) desenvolvida por Kiumars Sharif podem ser encontradas no livro da 26ª Convenção Internacional de Origami (Sharif, K. & Bhamani, A. (2015). *SierpinskiQube. 26th International Origami Convention Book*. Berlin: Origami Deutschland, p 109 a 110) e no seguinte endereço eletrônico: <<http://www.origamiheaven.com/pdfs/Sierpinski.pdf>> Acesso em 22 jul. 2021.



Etapa 1:
O professor ensina aos alunos a realização do cubo de Origami modular desenvolvido por Paul Jackson como demonstra a figura ao lado.

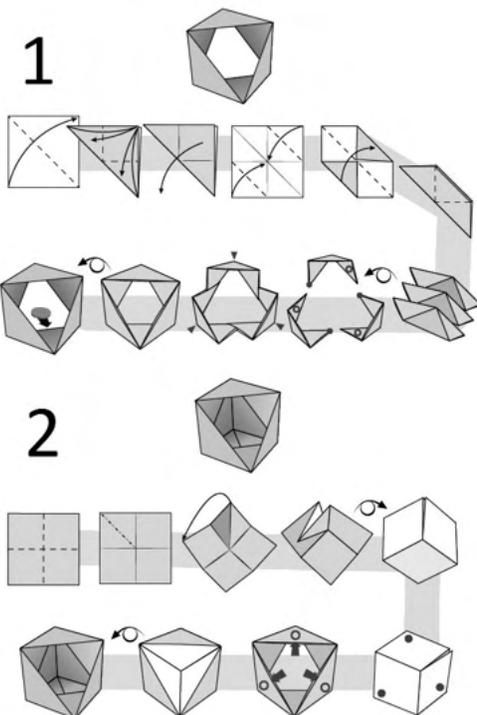
Etapa 2:
Depois da realização do cubo de Paul Jackson, o professor pede aos alunos que construam um novo cubo com papeis quadrados cujos lados tenham a metade do comprimento dos que foram utilizados e que comparem os comprimentos dos lados, as áreas das faces e os volumes dos dois cubos realizados.



Etapa 3:
Depois de os alunos terem realizado as comparações entre os dois cubos de Paul Jackson, o professor realiza com eles o cubo de Origami modular desenvolvido por David Mitchell (*Columbus Cube*), que apresenta uma pequena variação em relação ao cubo de Paul Jackson, que consiste em uma quina afundada para baixo que implica na bissecção de três ângulos do cubo original, como demonstra a figura ao lado.

Etapa 4:
 Depois da realização do cubo de David Mitchell, o professor pede aos alunos que construam um novo cubo com papeis quadrados cujos lados tenham a metade do comprimento dos que foram utilizados e que comparem os comprimentos dos lados, as áreas das faces e os volumes dos dois cubos obtidos.

Etapa 5:
 Depois dos alunos terem realizado as comparações entre os dois cubos de Paul Jackson e de David Mitchell, o professor deve frisar com eles os seguintes tópicos para que possam dar início a realização do *Sierpinski's Cube*: que a redução pela metade dos lados dos papeis quadrados com os quais os cubos foram feitos implica numa redução dos seus volumes para 1:8; que essa redução pela metade dos lados dos papeis quadrados implica em uma redução pela metade dos lados das faces do cubo; e que seja lá qual for a figura geométrica tridimensional que tenha os lados de suas faces reduzidos pela metade terá também o seu volume reduzido para 1:8.



Etapa 6:
 Com base nos conceitos trabalhados nas etapas anteriores, o professor ensina aos alunos a realização do *Sierpinski's Cube*, como demonstra a figura ao lado, e os desafia a calcular qual vai ser a quantidade e quais vão ser os tamanhos em que ele terá de ser feito para que construam com ele uma *pirâmide fractal*.

	<p>Etapa 7:</p> <p>Depois da realização dos <i>Sierpinski Qube</i>, os alunos constroem a pirâmide fractal, como demonstra a figura ao lado, e calculam os tamanhos e a quantidade de <i>Sierpinski Qube</i> que terá que ser realizada para que ela tenha a altura que eles desejam.</p>
	<p>Etapa 8:</p> <p>Com base nessa e em outras atividades relacionadas ao Momento II do <i>Schoolwide Enrichment Model</i>, os alunos escolhem um tópico do seu interesse e serão auxiliados pelo professor a desenvolvê-lo e apresentá-lo publicamente utilizando os conceitos de Auto-similaridade e de Fractais a partir de um Origami.</p>

Nota: As etapas para a realização do cubo de Origami de Paul Jackson podem ser encontradas em <http://www.origami-artist.com/artwork/origami-diagrams/jackson-cube/> acesso em 04/06/2021. Outra fonte de informações sobre sua construção é o vídeo disponível em https://www.youtube.com/watch?v=2m_m2ZKEBLI acesso em 04/06/2021.

Nota: A figura com as etapas para a realização da *pirâmide fractal* com o *Sierpinski Qube* que utilizamos é uma versão editada da apresentada no seguinte endereço eletrônico: <http://www.origamiheaven.com/pdfs/Sierpinski.pdf> acesso em 04/06/2021.

Nota: A figura com as etapas para a realização do *Sierpinski Qube* que utilizamos é uma versão editada da apresentada no seguinte endereço eletrônico: <http://www.origamiheaven.com/pdfs/Sierpinski.pdf> acesso em 04/06/2021.

Nota: A figura com as etapas para a realização da *pirâmide fractal* com o *Sierpinski Qube* que utilizamos é uma versão editada da apresentada no seguinte endereço eletrônico: <http://www.origamiheaven.com/pdfs/Sierpinski.pdf> acesso em 04/06/2021.

Quadro 5: Sequência da realização do desafio de Origami *pirâmide fractal* com o *Sierpinski Qube*.

Fonte: adaptado de Bhamani et al. (2015).

Com base no quadro 5, no que diz respeito a como a metodologia da unidade de Estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses conceitos por meio das atividades realizadas, é possível concluir que ela as estrutura para que o professor proporcione aos alunos

oportunidades de eles entenderem a matemática da Auto-Similaridade e dos Fractais como uma ferramenta que podem utilizar para realizar os seus próprios projetos.

7 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste artigo foi analisar como a metodologia da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET busca fazer com que o Origami contribua para o ensino desses tópicos e averiguar quais são as possibilidades de pesquisa que ela apresenta a respeito do uso do Origami na Educação Matemática em tempos de uso de novas tecnologias na Educação.

Com base em tudo o que foi analisado, a título de considerações finais, é possível concluir que a metodologia dessa unidade de estudos busca fazer com que o Origami contribua para o ensino de Auto-Similaridade e de Fractais utilizando-o para que os alunos enfrentem problemas que os façam entender a Matemática como uma linguagem com a qual eles podem resolver problemas e desenvolver os seus próprios projetos e que esse uso do Origami na Educação Matemática apresenta amplas possibilidades de pesquisa em tempos de uso de novas tecnologias na Educação.

Por exemplo, em tempos de uso de novas tecnologias na Educação seriam importantes pesquisas a respeito de como essa metodologia de uso do Origami na Educação Matemática poderia ser aplicada com os alunos de forma remota e quais teriam de ser as adaptações que ela teria de sofrer para que pudesse alcançar os mesmos resultados de que quando é aplicada de forma presencial.

Dessa forma, da análise da unidade de estudos sobre Auto-Similaridade e Fractais do Sistema NODET é possível concluir que a sua metodologia apresenta importantes desafios de pesquisa sobre o uso do Origami na Educação Matemática em tempos de uso de novas tecnologias na Educação os quais o autor deste texto pretende abordar em futuros trabalhos.

REFERÊNCIAS

BAMANI, A.; SHARIF, K.; HUDSON, A. Using Origami to Enrich Mathematical Understanding of Self Similarity and Fractals. In: MIURA, K.; KASAWAKI, T.; IVERSON-WANG, P. (Eds.). **Origami6. Proceedings of the Sixth International Meeting on Origami Science, Mathematics, and Education**. American Mathematical Society. 2015. p. 723-733.

GHAREMANI, M. **Considering Science Teacher's Conceptions of Critical Thinking Pedagogy in Several of Iran's Special Gifted Schools: A multi-Phased Study**. 2013. 217 f.. Dissertação de Mestrado em Artes - College of Graduate Studies da University of British Columbia, Okanagan, 2013. Disponível em: <<https://news.ok.ubc.ca/education/2012/03/14/the-iranian-gifted-schools/>> Acesso em 22 jul. 2021

RENZULLI, S. J.; REIS, S. The Schoolwide Enrichment Model: A Focus on Student Strengths and Interests. **Gifted Education International Journal**. 26(2-3) Cap. 13. 2010. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/254095331_The_Schoolwide_Enrichment_Model_A_Focus_on_Student_Strengths_and_Interests> Acesso em: 22 jul. 2021

RENZULLI, S. J.; REIS, S. **The Schoolwide Enrichment Model: a How-To Guide for Educational Excellence**. (2a ed.). 1997. Waco, Texas: Prufrock Press.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Alunos cegos 71, 74, 75, 76, 80, 82, 119, 120

Análise combinatória 154, 156, 157, 159

Aprendizagem 1, 2, 5, 10, 13, 16, 17, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 38, 40, 42, 43, 44, 45, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 71, 72, 73, 74, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 116, 117, 118, 120, 122, 123, 124, 125, 160, 161, 162, 163, 164, 171, 192, 208, 210, 211, 213, 216, 217, 218, 220, 221, 223, 228

Arduíno 1, 3, 4, 6

Arquimedes 154, 155, 156, 157, 159

Atividade remota 18

Atividades exploratórias 85, 86, 87, 91, 92, 95, 97, 98, 108, 109, 112, 116

Auto-similaridade 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 54, 55

B

BNCC 1, 2, 10, 155, 157, 159, 163, 191, 192, 193, 207

C

Curso superior 57, 58

D

Desenvolvimento 5, 12, 13, 16, 19, 22, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 37, 42, 43, 46, 49, 58, 60, 61, 73, 75, 85, 86, 88, 91, 92, 95, 101, 102, 106, 110, 115, 118, 120, 121, 126, 139, 142, 143, 151, 152, 153, 154, 159, 163, 164, 165, 192, 208, 209, 213, 217, 218, 221, 222, 228, 230

Desigualdade de Caffarelli-Kohn-Nirenberg (CKN) 63, 65, 66, 67

Desigualdade de Sobolev 63, 64, 67

Desigualdade do tipo Hardy 63

Dificuldade de aprendizagem 24

E

Educação 4, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 40, 41, 42, 43, 44, 51, 55, 58, 62, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 81, 83, 84, 86, 88, 89, 91, 92, 93, 98, 99, 100, 102, 107, 109, 111, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 125, 127, 139, 140, 141, 142, 143, 152, 154, 159, 160, 163, 171, 207, 210, 217, 218, 221, 228, 229, 230

Educação matemática 10, 12, 13, 14, 24, 25, 28, 29, 31, 32, 33, 42, 43, 55, 58, 62, 81, 86, 88, 91, 92, 93, 98, 99, 100, 102, 107, 111, 117, 118, 119, 122, 127, 139, 140, 141, 142, 143, 152, 154, 159, 160, 171, 210, 218, 221, 229, 230

Ensino 1, 2, 3, 4, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 54, 55, 57, 58, 59, 60, 62, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 80, 83, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 117, 118, 120, 121, 122, 126, 141, 142, 143, 148, 151, 154, 155, 157, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 170, 171, 192, 193, 208, 209, 210, 211, 212, 217, 218, 219, 220, 221, 223, 228, 229, 230

Ensino básico 142, 151, 154, 155, 157, 159

Ensino de matemática 13, 30, 33, 57, 143, 229, 230

Ensino fundamental 10, 17, 24, 29, 79, 83, 100, 101, 103, 111, 118, 120, 160, 163, 164, 171, 192, 208, 209, 211, 212, 217, 218, 219, 220, 228, 229

Ensino superior 18, 19, 20, 22, 47, 58, 62, 91, 97, 171, 230

Estatística 5, 10, 108, 109, 111, 112, 113, 114, 116, 117, 118, 143, 230

Estudo orientado 18, 22

Excel 60, 108, 109, 111, 112, 113, 114, 116, 196, 198, 206

Experiência 18, 20, 22, 23, 27, 34, 35, 36, 38, 40, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 74, 79, 80, 101, 120, 127, 140, 167, 192, 202, 218, 219, 228

F

Física 1, 4, 10, 64, 121, 170, 171, 192, 229

Fração 208, 210, 212, 213, 214, 215, 216, 218

Fractais 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 54, 55

Função do 1º grau 71, 72, 73, 74, 76

Funções polinomiais 85, 86, 90, 92

G

Geometria 23, 36, 38, 62, 66, 67, 154, 156, 157, 160, 161, 165, 193, 220, 222

Grounded theory 139, 140, 141, 143, 151, 152, 153

H

Hermite 191, 192, 194, 195, 197, 198, 199, 200, 202, 205, 206, 207

História da matemática 154, 155, 159

I

Imunidade coletiva 128, 129, 132, 133, 137

Inclusão 20, 21, 22, 71, 74, 75, 76, 78, 80, 81, 83, 84, 120, 121, 122, 127

Instrumento educativo 100

Instrumentos de pesquisa 139

Interdisciplinaridade 12, 13, 16, 17, 24, 25, 33

Interpolação 67, 68, 191, 192, 193, 194, 199, 206, 207

Itinerário formativo 191, 192, 193

J

Jogos 12, 13, 14, 16, 17, 30, 157, 193

M

Matemática 1, 2, 3, 4, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 124, 126, 127, 129, 132, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 148, 150, 151, 152, 154, 155, 156, 157, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 167, 170, 171, 172, 191, 192, 193, 207, 210, 218, 219, 221, 222, 228, 229, 230

Material concreto 27, 74, 100, 101, 103, 124

MATLAB 191, 192, 199, 206, 207

Metodologia de pesquisa 91, 111, 139, 153

Metodologias ativas 57, 58, 59, 61, 62

Modelos matemáticos 128, 129

N

Narrativas 119, 120, 122, 123, 124, 125, 127, 230

O

Operações 16, 27, 29, 36, 38, 85, 88, 100, 104, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 208, 209, 210, 212, 214, 217

Origami 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55

P

Papel do professor 24, 30, 32, 57, 109, 148, 217

Pesquisa educacional 139

Pesquisa qualitativa 5, 10, 41, 80, 85, 98, 109, 127, 139, 152, 171

Projeto investigativo 57, 58, 60, 61

R

Resolução de problemas 29, 46, 58, 59, 76, 103, 160, 161, 162, 163, 164, 167, 170, 171, 192, 193, 211, 217, 224

Rigidez 63, 67, 68

Robótica educacional 1, 2, 5, 10

S

Saberes experienciais 85, 87

SEIR 128, 129, 134, 135, 136, 137

Semelhança de triângulos 160, 161, 165, 167, 170, 219, 221, 224, 225, 227, 228

SIR 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138

Sistema NODET 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 54, 55

Software GeoGebra 85

Stomachion 154, 155, 156, 157, 158, 159

T

Técnicas 33, 36, 60, 76, 77, 84, 121, 139, 140, 143, 152, 156, 162, 163, 167, 207, 208, 217

Teoria das situações didáticas 111, 118, 208, 209, 210, 211

Transposição didática 71, 75, 76, 77, 78, 80, 81

V

Variedades Riemannianas 63, 64, 66, 67, 68

