

Educação:

DIÁLOGOS
CONVERGENTES
E ARTICULAÇÃO
INTERDISCIPLINAR

 **Atena**
Editora

Ano 2021

Adriana Regina Vettorazzi Schmitt
Jacinta Lúcia Rizzi Marcom
(Organizadoras)

Sou um aprendiz do tempo,
A vida me ensina,
Todo canto e momento,
Na chegada e partida,

1

Na dor do educador,
No verso e na rima,
Na canção do trovador,
Nos olhos da menina,

leio o mundo e o livro,
Um pensar, devaneio,
Ando preso? Estou livre?
liberdade ou maneio?



Educação:

DIÁLOGOS
CONVERGENTES
E ARTICULAÇÃO
INTERDISCIPLINAR


Atena
Editora
Ano 2021

Adriana Regina Vettorazzi Schmitt
Jacinta Lúcia Rizzi Marcom
(Organizadoras)

Sou um aprendiz do tempo,
A vida me ensina,
Todo canto e momento,
Na chegada e partida,

1

Na dor do educador,
No verso e na rima,
Na canção do trovador,
Nos olhos da menina,

Leio o mundo e o livro,
Um pensar, devaneio,
Ando preso? Estou livre?
liberdade ou maneió?



Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2021 Os autores

Copyright da edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Profª Drª Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Arnaldo Oliveira Souza Júnior – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Prof. Dr. Humberto Costa – Universidade Federal do Paraná
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. José Luis Montesillo-Cedillo – Universidad Autónoma del Estado de México
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Miguel Rodrigues Netto – Universidade do Estado de Mato Grosso
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Educação: diálogos convergentes e articulação interdisciplinar

Diagramação: Maria Alice Pinheiro
Correção: Maiara Ferreira
Indexação: Gabriel Motomu Teshima
Revisão: Os autores
Organizadoras: Adriana Regina Vettorazzi Schmitt
Jacinta Lúcia Rizzi Marcom

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

E24 Educação: diálogos convergentes e articulação interdisciplinar / Organizadoras Adriana Regina Vettorazzi Schmitt, Jacinta Lúcia Rizzi Marcom. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-5983-501-0
DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.010212209>

1. Educação. I. Schmitt, Adriana Regina Vettorazzi (Organizadora). II. Marcom, Jacinta Lúcia Rizzi (Organizadora). III. Título.

CDD 370

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO

O ensino e a aprendizagem são processos que se inter-relacionam e se complementam. Hoje, mais do que nunca, esses processos ocorrem nos espaços formais e não formais de educação. As descobertas e inquietações acompanham a nova geração de hiperconectados.

Como muito bem destaca Moran (2012, p. 15) “A educação olha para trás, buscando e transmitindo referências sólidas no passado. Olhas para hoje, ensinando os alunos a compreender a si mesmos e à sociedade em que vivem. Olha também para o amanhã, preparando os alunos para os desafios que virão”.

Nesse contexto, a escola deve impregnar de sentido cada momento da vida dos estudantes, para que eles se apaixonem pelo ato de aprender. Nessa instigante tarefa, o professor é peça chave para oferecer aos alunos uma visão plural das múltiplas dimensões sociais, políticas, culturais, religiosas e educacionais que os cercam. A fim de torná-los mais ativos e reflexivos para viver em sociedade.

Partindo dessas premissas, a presente obra objetiva dialogar sobre a interpelação de várias temáticas cujo resultado é um processo de produção coletiva composto por vinte e nove capítulos. Esses apresentam elementos provocativos que colaboram com o debate e a ressignificação dos discursos que permeiam cada leitura.

Essas aproximações propõe ao leitor trilhar caminhos interessantes. Permitem iniciar discussões e compreender as relações existentes entre o currículo e a didática. Em seguida, as abordagens seguem por narrativas que discutem experiências com o uso de Histórias em Quadrinhos, cinema, capoeira, literatura de cordel, poemas, extensão, objetos de aprendizagem, educação empreendedora, cultura da paz, ensino médio inovador, alternâncias pedagógicas, estratégias cognitivas, lógica fuzzy na avaliação diagnóstica, prática de vivência de minicooperativas, abordagens de probabilidade, educação do campo e gestão, como práticas didáticas.

Esta obra, permite delinear a importância de olhar as relações estabelecidas entre as múltiplas dimensões, dos temas transversais que permeiam e cercam a vida dos estudantes na escola. Convidamos o leitor a adentrar conosco nesse maravilhoso terreno de descobertas. A deleitar-se com cada pesquisa que de forma crítica leva cada um e cada uma a estabelecer conexões entre o currículo, a didática, e a transversalidade com que esses diversos temas abordados perspectivam o alcance de resultados significativos.

Boas e instigantes leituras!

Adriana Regina Vettorazzi Schmitt
Jacinta Lúcia Rizzi Marcom

REFERÊNCIAS

MORAN, José Manuel. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. Papyrus Editora, 2012.

SUMÁRIO

I. EDUCAÇÃO E TEMAS TRANSVERSAIS DIÁLOGOS CONVERGENTES E ARTICULAÇÃO INTERDISCIPLINAR

CAPÍTULO 1..... 1

INQUIETAÇÕES SOBRE PESQUISA EDUCACIONAL

Adriana Regina Vettorazzi Schmitt


Jacinta Lúcia Rizzi Marcom

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122091>

CAPÍTULO 2..... 9

CURRÍCULO E DIDÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DO CONTEXTO DA PRÁTICA

Rita de Cássia da Silva Castro


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122092>

CAPÍTULO 3..... 14

A MATEMÁTICA QUE SURPREENDE E DESAFIA - APRENDENDO COM HQS

Renato Apolo Prado


Evonir Albrecht

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122093>

CAPÍTULO 4..... 22

CINEMA CARTOGRÁFICO: REGIONALIZAÇÃO E TERRITORIALIZAÇÃO NO SERTÃO SERGIPANO

Jessica Gonçalves de Andrade

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122094>


CAPÍTULO 5..... 33

A PRESERVAÇÃO DA ÁGUA NOS OBJETOS DE APRENDIZAGEM: SABERES E POSSIBILIDADES DE ENSINO

Anderson Luiz Ellwanger

Elsbeth Léia Spode Becker

Jussane Rossato

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122095>

CAPÍTULO 6..... 47

EDUCAÇÃO EMPREENDEDORA E O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM: DESAFIOS E OPORTUNIDADES

Stephanie Vanessa Penafort Martins Cavalcante

Tatiana do Socorro dos Santos Calandrini


Camila Rodrigues Barbosa Nemer

Nely Dayse Santos da Mata

Rubens Alex de Oliveira Menezes

Marlucilena Pinheiro da Silva

Dilson Rodrigues Belfort

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122096>

CAPÍTULO 7.....56


EFICACIA DE UN PROGRAMA PARA DESARROLLAR ESTRATEGIAS COGNITIVAS Y APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DESDE LA FÍSICA

Iván Ramón Sánchez Soto

Roberto Esteban Aedo García

Pedro Arturo Flores Paredes

Javier Alejandro Pulgar Neira


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122097>

CAPÍTULO 8.....72

INTRODUÇÃO DA CAPOEIRA COMO UMA ATIVIDADE INTERDISCIPLINAR NA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA PROMOÇÃO DA SAÚDE

Rocijane Maria Venceslau

Mauricio Cesar Camargo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122098>

CAPÍTULO 9.....81


OFICINA DE ESPORTE DE ORIENTAÇÃO: UMA VIVÊNCIA DE EXTENSÃO MULTIDISCIPLINAR E INCLUSIVA EM CATALÃO (GO)

Cibele Tunussi

Carlos Henrique de Oliveira Severino Peters

Valteir Divino da Silva

Alvim José Pereira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.0102122099>

CAPÍTULO 10.....91

O MITO DA CAVERNA EM CORDEL: DIÁLOGOS ENTRE LITERATURA POÉTICA E ENSINO DE FILOSOFIA

Natan Severo de Sousa


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220910>

CAPÍTULO 11.....98

PRÁTICAS PEDAGÓGICAS NO EDUCAR PARA A PAZ

Cristiane de Souza Amaral Hax

Jefferson Marçal da Rocha

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220911>


CAPÍTULO 12.....108








CONFLITOS ENTRE IRMÃOS: CONTRIBUIÇÕES DA PSICOLOGIA NO CONTEXTO INTRAFAMILIAR








Flora Alves Giffoni








Sara Guerra Carvalho de Almeida

Cláudia Maria Pinto da Costa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220912>

CAPÍTULO 13.....	119
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO- APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE FUNÇÕES	
Norma Suely Gomes Allevato Alessandra Carvalho Teixeira Ricardo Gonçalves	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220913	
CAPÍTULO 14.....	132
O REDESENHO CURRICULAR ENTRE A EXPECTATIVA E A REALIDADE: O PROGRAMA ENSINO MÉDIO INOVADOR EM CAMPO GRANDE – MS	
Marlon Nantes Foss Ana Paula Camilo Pereira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220914	
CAPÍTULO 15.....	156
PERCEPÇÃO DOS EXTENSIONISTAS DO PROJETO DE EXTENSÃO SAÚDE COLETIVA DE UMA INSTITUIÇÃO DE ENSINO SUPERIOR DE BELO HORIZONTE ACERCA DA CONTRIBUIÇÃO DA EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA	
Adriana Rodrigues Tristão	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220915	
CAPÍTULO 16.....	167
AFLUÊNCIA DE SABERES	
Marcos Rogério Heck Dorneles	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220916	
CAPÍTULO 17.....	184
ALTERNÂNCIAS PEDAGÓGICAS E DESCOLONIZAÇÃO DO CONHECIMENTO: UMA ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA DA LICENA/UFV	
Emiliana Maria Diniz Marques Tommy Flávio Cardoso Wanick Loureiro de Sousa	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220917	
CAPÍTULO 18.....	196
MINICOOPERATIVA: DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA FORMAÇÃO PARA O MUNDO DO TRABALHO	
Evandro Carlos do Nascimento Luciana Neves Loponte	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220918	
CAPÍTULO 19.....	224
A PROBABILIDADE QUE A HISTÓRIA NOS CONTA	
Ana Lucia Nogueira Junqueira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220919	

CAPÍTULO 20.....	242
A SUBJETIVIDADE DE UMA EXPERIÊNCIA EDUCATIVA: O SENTIDO DAS AÇÕES EDUCATIVAS NO ENSINO DE HISTÓRIA	
Maria de Fátima Magalhães Mariani	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220920	
CAPÍTULO 21.....	252
ANTROPOLOGIA E EDUCAÇÃO – CONCEITOS BASILARES	
Adelcio Machado dos Santos	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220921	
CAPÍTULO 22.....	262
MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DO CAMPO: UMA PRÁTICA EDUCATIVA DA ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL LUIZ JOSÉ GONÇALO EM SAPÉ – PB	
Tatiane Santos da Silva	
Maria Selma Santos de Santana	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220922	
CAPÍTULO 23.....	274
LÓGICA FUZZY NA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS	
Patrícia Takaki	
Márcio Matias	
Hamilton Gomes	
Matheus Honorato	
Iuri Galdino	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220923	
CAPÍTULO 24.....	294
CONSIDERAÇÕES PARA AS ARTES INTEGRADAS: UMA EDUCAÇÃO PELA ARTE CONTEXTUALIZADA	
Aline Folly Faria	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220924	
CAPÍTULO 25.....	304
EDUCAÇÃO NA CONTEMPORANEIDADE: UM ENFOQUE FOUCAULTIANO SOBRE ADMINISTRAÇÃO ESCOLAR E QUALIDADE DA EDUCAÇÃO NO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO	
Damião Amity Fagundes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220925	
CAPÍTULO 26.....	314
O ENSINO DA HISTÓRIA DA ARQUITETURA COMO FORMADOR DE AGENTES DIFUSORES DO PATRIMÔNIO	
Eder Donizeti da Silva	
Adriana Dantas Nogueira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220926	

CAPÍTULO 27	324
O ENSINO DESENVOLVIMENTAL COMO BASE DE ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA	
Dilliany Mouzinho Pedrosa Castro	
Valdirene Gomes de Sousa	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220927	
CAPÍTULO 28	338
PREDITORES DA AUTOPERCEÇÃO DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA DE ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO	
João Feliz Duarte de Moraes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220928	
CAPÍTULO 29	348
MODALIZADORES EPISTÊMICOS EM EDITORIAIS DE REVISTAS SOBRE HISTÓRIA: UMA ANÁLISE ENUNCIATIVA	
Jacqueline Wanderley Marques Dantas	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220929	
CAPÍTULO 30	362
ECOSISTEMAS PARA LA GESTIÓN DEL CONOCIMIENTO EN LAS ORGANIZACIONES: ALIANZAS MULTIDISCIPLINARES INTERINSTITUCIONALES	
Emilio Álvarez-Arregui	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220930	
CAPÍTULO 31	378
GESTÃO DOS PROCESSOS DE COMPRAS: UM COMPARATIVO ENTRE AS UNIVERSIDADES PÚBLICAS CATARINENSES	
Guilherme Krause Alves	
Rogério da Silva Nunes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220931	
CAPÍTULO 32	395
A INSEPARABILIDADE ENTRE EDUCAÇÃO E CIDADANIA NO PROCESSO EDUCATIVO	
Thiago Gadelha de Almeida	
Maria Aldeisa Gadelha	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220932	
CAPÍTULO 33	406
O INÍCIO DA INTERIORIZAÇÃO DEMOCRÁTICA DA EDUCAÇÃO TÉCNICA E TECNOLÓGICA: A CRIAÇÃO DO <i>CAMPUS</i> AVANÇADO FORMOSO DO ARAGUAIA, DO INSTITUTO FEDERAL DO TOCANTINS	
Marlon Santos de Oliveira Brito	
Francisco Welton Silva Rios	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.01021220933	

SOBRE AS ORGANIZADORAS.....	416
ÍNDICE REMISSIVO.....	417

A PROBABILIDADE QUE A HISTÓRIA NOS CONTA

Data de aceite: 02/09/2021

Data da submissão: 04/06/2021

Ana Lucia Nogueira Junqueira

Universidade Cidade de São Paulo
Grupo Cruzeiro do Sul Educacional
São Paulo – SP

<http://lattes.cnpq.br/8278534267230207>

Comunicação apresentada na XIV Conferência interamericana de Educación Matemática e consta dos Anais do XIV CIAEM-Tuxtla Gutiérrez, Chiapas-México, 3-7 mayo, 2015.

RESUMO: Encontramos na literatura diferentes abordagens da probabilidade. E cotidianamente nos deparamos com as noções de acaso, incerteza e aleatoriedade, como também com crenças e concepções a elas relacionadas. Para melhor compreender essas noções e conceitos envolvidos no estudo da probabilidade faz-se necessário voltar o olhar para a história para perscrutar a origem e o percurso dessas ideias, bem como as motivações dos pensadores em cada época, os principais empecilhos, resistências ou dificuldades epistêmicas, objetivando evidenciar se algumas dessas incompreensões ainda se refletem em determinados níveis de conhecimento. Nessa direção, trata-se de um extrato da revisão de literatura de minha tese de doutorado no que tange à gênese e evolução histórica do conceito de probabilidade e ideias relacionadas, que muito elucidaram a pesquisa

junto a um grupo de professores de matemática da educação básica, permitindo trabalhar as dificuldades que se evidenciaram, aqui apontadas aquelas da análise que se inserem nesse contexto.

PALAVRAS - CHAVE: Dificuldades. Epistemológicas. Evolução Conceitual. História. Probabilidade.

THE PROBABILITY THAT HISTORY TELL US

ABSTRACT: We find in the literature different approaches to probability. And we are daily faced with notions of chance, uncertainty and randomness, as well as beliefs and conceptions related to them. To better understand these notions and concepts involved in the study of probability, it is necessary to look back to history to scrutinize the origin and course of these ideas, as well as the motivations of thinkers in each era, the main obstacles, resistances or epistemic difficulties, aiming to show whether some of these misunderstandings are still reflected in certain levels of knowledge. In this sense, it is an extract from the literature review of my doctoral thesis regarding the genesis and historical evolution of the concept of probability and related ideas, which greatly elucidated the research with a group of elementary education mathematics teachers, allowing us to work on the difficulties that emerged, and those of the analysis that fall within this context are pointed out here.

KEYWORDS: Conceptual Evolution. Epistemological Difficulties. History. Probability.

1 | INTRODUÇÃO: PRIMEIRAS NOÇÕES SOBRE ALEATORIEDADE, ACASO E INCERTEZA

Olhando para a História da Matemática vemos que os gregos, além dos amplos conhecimentos de geometria, se destacam por terem inventado a maneira como a matemática moderna é trabalhada, por meio de axiomas, teoremas e provas, apesar de séculos depois, em 1930, Kurt Gödel, amigo de Einstein, com seu Teorema da Incompletude – qualquer sistema axiomático suficiente para incluir a aritmética dos números inteiros não pode ser simultaneamente completo e consistente – ter provado que esta abordagem tinha uma inconsistência. Mesmo assim, a matemática seguiu seu caminho ao estilo grego, o estilo de Euclides.

Por que os gregos não desenvolveram conhecimentos sobre probabilidades? Afinal eles costumavam apostar num jogo, semelhante a um jogo de dados, jogado com *astrágalos*, feito de ossos de calcanhar de carcaça de animais; o astrágalo tinha seis faces não uniformes, em virtude da anatomia dos animais, apenas quatro delas eram estáveis para permitir que o osso se apoiasse ao ser lançado (a probabilidade da peça cair em cada um desses lados era de 40% para as faces estáveis contra 10% para as outras).

De acordo com Mlodinow (2009, p. 36), o jogo comum era jogado com quatro astrágalos e o resultado mais raro, em que as quatro peças caíam em lados diferentes, era chamado jogada de Vênus, com probabilidade de, aproximadamente, 384/10.000 de acerto, mas os gregos não sabiam sobre esse cálculo. Na verdade, utilizavam o jogo mais para consultar seus oráculos, sem se preocuparem em entender as regularidades do mesmo. É plausível afirmar que não se preocuparam em perceber essas regularidades porque acreditavam que o futuro se desvelava conforme a vontade dos deuses. Com essa visão de mundo, um entendimento da aleatoriedade seria irrelevante, e mesmo contraditório em relação às suas crenças.

Na Antiguidade, chamava-se muitas vezes *probabilidade* aquilo que, segundo as aparências, podia ser considerado como verdadeiro ou certo. Ainda segundo Mlodinow (2009, p. 40), o principal legado de Cícero no campo da aleatoriedade foi ter usado o termo *probabilis*, que acabou originando o termo atual. Segundo Franklin (2001, p. 113, tradução nossa): “*Probable* e seus cognatos em outras línguas modernas derivam do aprendizado latim medieval *probabilis* e *verosimili*, decorrentes de Cícero e geralmente aplicado a uma opinião para significar *plausível* ou *geralmente aprovado*”. No entanto, é numa seção do *Digesto*, código de leis romanas compilado pelo imperador Justiniano, no século VI, que o termo *probabilidade* aparece pela primeira vez como figura jurídica. Por outro lado, na Roma antiga, onde as regras de testemunho eram tribais como na Idade das Pedras, a probabilidade de verdade num testemunho podia variar e apenas o reconhecimento da inconsistência da veracidade de testemunhos sob essa égide é que impulsionou a criação de novas regras para a combinação das possibilidades – isso foi um ponto de partida.

Vale destacar que a palavra probabilidade deriva do Latim *probare* (provar ou testar). O termo provável é muito utilizado em eventos incertos, sendo também substituído por outros como 'sorte', 'risco', 'azar', 'incerteza', 'duvidoso', dependendo do contexto. No entanto, a noção de probabilidade tem sua origem mais remota relacionada à prática dos jogos, ditos de azar. O jogo foi a mola propulsora e também o primeiro beneficiário da criação da teoria das probabilidades. Parece que tudo começou com o jogo de dados. Entretanto, as informações são um pouco desconstruídas, o que é natural uma vez que uma nova escavação pode alterar a data da descoberta, mas sabe-se que por volta de 1200 a. C. já existiam os dados feitos de ossos de animais.

Desde a pré-história os dados teriam sido utilizados no Oriente; escavações feitas em cemitérios mostram que, provavelmente, têm origem na Ásia. A expressão "jogar dados" aparece no jogo indiano *Rig-veda*, e há indícios que foram inventados na Índia, pois em escavações feitas em Kalibangan, Lothal e Ropar, foram encontrados dados que remontam a mais de 2000 a. C. Na forma primitiva do *Jogo do osso* (ou *knucklebone*, em árabe), crianças atiravam o osso na expectativa de deixar certo lado para cima ou para baixo. Em escavações em Shahr-i Sokhta (na antiga Pérsia, hoje o Irã), sítios arqueológicos levaram à descoberta de dados, dos mais antigos que se têm conhecimento, como parte de um jogo de Gamão, com mais de cinco mil anos de idade, que provavelmente foi importado da Índia. Encontrados em tumbas egípcias, os dados sugerem um período de cerca de 2000 a. C.

Posteriormente os dados de osso ganharam valores numéricos, tornando-se mais parecidos com os atuais. No entanto, o jogo atingiu grande popularidade com os gregos e os romanos. Os romanos eram exímios jogadores, principalmente na era de luxo do Império Romano (século II d. C.), onde jogar dados era um passatempo predileto, tanto que esse jogo por dinheiro foi motivo de leis especiais em Roma. Os romanos conheciam duas variedades de jogo: os autênticos dados, *tesserae*, e os *astrágalos* (*tali*). Cícero refere-se ao elemento de sorte (chance) em jogar tali em seu tratado *De Divinatione*, de 44 d. C., que discute as crenças estoicas concentradas no destino e na possibilidade da premonição. Jogadores profissionais de dados eram comuns e até hoje alguns desses dados estão preservados em museus.

Na Idade Média, a Igreja Católica era contra o jogo, nem tanto pelo jogo em si, mas pelo vício de beber e dizer palavrões, comum durante os torneios. Os jogadores inveterados do século XVI procuravam cientistas de renome para que estes lhes dessem fórmulas 'mágicas' que garantissem ganhos substanciais nas bancas de jogo. O fato é que desde sempre os jogos foram utilizados em apostas, como também serviram para prever futuro, decidir conflitos ou dividir heranças.

Entretanto, não foram apenas os jogos que contribuíram para a formação do conceito de probabilidade. Também a prática dos seguros teve forte influência e parece ter se iniciado com comerciantes mesopotâmicos e fenícios que o aplicavam à perda de cargas dos navios por conta de roubos ou naufrágios. Essa prática teve continuidade com

os romanos e gregos, estendendo-se até aos comerciantes marítimos italianos em tempos mais recentes. Não se sabe muito sobre a prática das seguradoras, especula-se que se baseiam em estimativas empíricas das probabilidades. O crescimento de conglomerados urbanos, após a idade média, popularizou o uso de seguros. Apesar do crescimento desse tipo de negócio, os prêmios dos carregamentos entre as Américas e as Índias continuavam sendo calculados pelas técnicas milenares.

É daí, então, que surgem os primeiros estudos matemáticos acerca desse tipo de negócio. Em 1693 foi publicado o primeiro trabalho sobre seguros, *An Estimate of Degrees of Mortality of Mankind*, de autoria de Edmond Halley (1656-1742), o mesmo cujo nome batizou o cometa. Antes dele, em 1570, na obra *De proportionibus Libre V*, Cardano fez uma tentativa de estudar matematicamente os seguros de vida, no entanto, não alcançou repercussão. Halley mostrou como determinar a anuidade de um seguro (prêmio) em termos da esperança de vida e da probabilidade de sobrevivência. O estudo de seguros atingiu a maturidade, em 1730, com Daniel Bernoulli (1700-1782), que utilizou a abordagem de calcular o número esperado de sobreviventes após “n” anos, dado certo número de nascimentos (conceito de probabilidade condicional). Nesse momento começavam a aparecer grandes empresas de seguros que tinham condições de trabalhar com embasamento científico.

Por outro lado, a abordagem matemática do **acaso** e do **risco** só teve início há cerca de 500 anos. Uma contribuição decisiva para a criação da Teoria das Probabilidades deu-se por meio da correspondência trocada entre os matemáticos franceses Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665), nas quais ambos chegaram à solução correta, por caminhos diferentes, de um problema célebre da divisão das apostas, em 1654. Estas cartas históricas são documentos fundadores da Teoria das Probabilidades, que mais tarde desenvolveu-se através dos trabalhos de Jacques Bernoulli (1654-1705), Moivre (1667-1759) e Thomas Bayes (1702-1761). Bernoulli publicou o livro *Ars Conjectandi*, em 1713, que foi o primeiro dedicado inteiramente às probabilidades. Nesse livro é que se encontra a lei dos grandes números, hoje chamado Teorema de Bernoulli, que pode assim ser enunciada: *A frequência relativa de um acontecimento tende a estabilizar-se nas vizinhanças de um valor quando o número de experimentos cresce indefinidamente*. Moivre introduziu e demonstrou a lei normal e a Bayes deve-se o cálculo da chamada probabilidade das causas, que consiste em determinar a probabilidade dos acontecimentos perante certas condições iniciais.

Na segunda metade do século XVIII e primeira metade do século XIX a probabilidade adquiriu uma forma concisa e sistemática. Laplace, em 1812, publicou importante obra *Teoria Analítica das Probabilidades*, sistematizando os conhecimentos da época e produzindo a Lei de Laplace. Destaca-se também a participação de Gauss (1777-1855) no aprofundamento da Lei Normal e a de Poisson na sua *Teoria da lei dos grandes números e da lei de repartição*. No século XIX e princípio do século XX a teoria das probabilidades

tornou-se um eficaz instrumento, exato e fiável do conhecimento. Surge daí a célebre escola de San Petersburgo, com grandes nomes como Tchébychev (1821-1894), Markov (1856-1922) e Liapounav (1857-1918). À escola de San Petersburgo sucedeu a escola soviética, cujo grande destaque foi Kolmogorov (1903-1987), que axiomatizou corretamente a Teoria das Probabilidades é um dos sucessos da sua abordagem foi dar uma definição rigorosa da expectância condicional.

A teoria das probabilidades começou com um **jogo**. Fermat e Pascal viabilizaram que o estudo do *acaso* tomasse uma expressão matemática, introduzindo o *Cálculo das Probabilidades*. Hoje a Teoria das Probabilidades transformou-se num dos ramos da matemática com mais aplicações nas outras ciências, exatas, naturais e sociais, inclusive em situações bem mais cotidianas. Por exemplo, deparamo-nos com uma grande quantidade de jogos, como loteria esportiva, sena, entre outras ofertas de variados prêmios ou sorteios, em que as pessoas querem saber quais são suas chances de ganhar antes de apostar ou concorrer, ou ainda, se resolvemos fazer um investimento, poupança, ações ou de outro tipo, desejamos saber a priori como estes se comportam no mercado investidor para decidir qual deles dará melhor retorno financeiro que possa atender às nossas expectativas. Ou ainda, um médico pode se deparar com a incerteza dos efeitos que poderão ser provocados num paciente ao administrar-lhe um novo remédio e terá que deter conhecimentos para uma tomada de decisão, enfim, em diversas ocasiões da vida cotidiana nos deparamos com situações em que temos de tomar uma decisão, sem a certeza do que poderá ocorrer exatamente.

Entretanto, como é de se esperar em todo processo de construção do conhecimento, muitas concepções equivocadas ocorreram e até hoje aparecem, motivando larga escala de pesquisas, tanto entre os cientistas das áreas afetas, como entre pesquisadores envolvidos com o ensino desse tipo de conhecimento. O fato é que alguns equívocos (*misconceptions*) e falácias se refletem até os dias de hoje no campo da probabilidade. A seguir apontamos alguns percalços na construção do conceito de probabilidade, reforçando a ideia de que o desenvolvimento do pensamento estocástico, que inclui o pensamento probabilístico, é mais complexo do que costuma ser apresentado.

2 | SOBRE AS NOÇÕES RELACIONADAS À PROBABILIDADE

Desde a antiguidade, filósofos, físicos e matemáticos dedicam-se à tarefa de compreender e dar um sentido ao que chamamos de “evento aleatório” e “probabilidade”. Nessa tarefa, entretanto, as divergências cuidaram de dividir os estudiosos em diferentes correntes de pensamento acerca do conceito de probabilidade, entre as quais três se destacam: o “frequentismo”, defendido por aqueles que entendem probabilidade como “intensidade de ocorrência”; o “subjetivismo”, defendido pelos que entendem probabilidade como “grau individual de convencimento em uma ocorrência”, expresso por sua disposição

em “agir” de alguma forma específica; e o “logicismo”, defendido pelos que entendem probabilidade como “noção lógica relacional” a ser valorada relativamente a um corpo de “evidência”.

Kasner e Newman (1976) ao falar sobre acaso e probabilidade, fazem referência a Sherlock Holmes, detetive de histórias de ficção, como uma caricatura do raciocínio por dedução provável. Esse método de raciocínio, embora se assemelhe ao procedimento formal do silogismo, é menos rígido sem se enquadrar em normas exatas, por isso mais apropriado para o raciocínio diário. Na Matemática, certas suposições fundamentais são feitas e delas são deduzidas as conclusões, segundo o raciocínio lógico formal, garantindo assim validade ao nosso pensamento. Entretanto, nem todos os pensamentos são matemáticos, grande parte das crenças não é certa, apenas provável. Mas dizer que um acontecimento é determinado pelo acaso é declarar que não se sabe como ele é determinado. Mesmo assim, no “reino do acaso”, percebe-se certa regularidade, certa “ordem dentro da desordem” e acerca de acontecimentos atribuídos ao acaso formamos uma gradação de crença racional.

Embora a maioria dos nossos julgamentos seja baseada na probabilidade e não na certeza, raramente dedicamos um pensamento cuidadoso à “mecânica” desse modo de raciocínio. Em geral, os julgamentos na tomada de decisão são feitos por dedução provável, nos negócios, na mesa de jogos, em um processo de júri, até mesmo em experimentos. Costumamos dizer em dias quentes e nebulosos que provavelmente choverá. Um meteorologista pode precisar de maiores evidências, mas não o cidadão comum. Costuma-se raciocinar assim, no senso comum, em assuntos que vão do mais trivial ao mais importante, com o uso frequente das palavras “provável” e “probabilidade”, sem precisar seu significado.

De fato, segundo Bennett (2003), se a incerteza em um processo aleatório é fruto da nossa ignorância a respeito das forças que determinam o seu desfecho ou da existência de mecanismos inacessíveis inerentes aos recursos e condições que o circunscrevem e que determinam o seu desfecho de maneira distributivamente peculiar e própria, estas são questões que estão no centro da discussão filosófica envolvendo as noções de aleatoriedade e chance e que continuam em debate até os dias de hoje.

Para Kasner e Newman (1976, p. 219), o ponto de vista subjetivo da probabilidade, não tão em moda nos dias de hoje, manteve por certo tempo, notadamente no século XIX, uma posição respeitável. Um dos primeiros adeptos foi Augustus De Morgan, conceituado lógico matemático, que se referia à probabilidade como um “estado de espírito e ao grau de certeza ou incerteza que caracteriza nossas crenças”. Não é um ponto de vista totalmente errôneo, mas traz dificuldades como fundamento para o cálculo de probabilidades. Na lógica matemática uma proposição ou é falsa ou é verdadeira, mas nossos conhecimentos são, na maioria das vezes, limitados, o que impede de estarmos racionalmente certos, quer seja da verdade ou da falsidade. Esses autores reforçam que não há como medir a

intensidade de uma crença, havendo ainda grande variação entre as crenças das pessoas acerca de um mesmo conjunto de fatos.

Uma das dificuldades do ponto de vista subjetivo da probabilidade resulta do *princípio da razão insuficiente* – tido como base lógica em que repousa o cálculo da probabilidade subjetiva – e estabelece que “se ignoramos completamente as diferentes maneiras pelas quais um acontecimento pode ocorrer e, por isso, não temos base razoável para preferência, consideramos como ocorrendo de um modo ou de outro”. Este princípio, de acordo com Kasner e Newman (1976, p. 221), foi apresentado primeiramente por Jacob Bernoulli e, à época, analisado exaustivamente pelos matemáticos. Entretanto, este princípio contém parte da verdade, notadamente o critério de negação – não se pode dizer que dois acontecimentos são igualmente prováveis se há razões de preferência por um ou outro – e, portanto, qualquer cálculo de probabilidades consistente depende dele de alguma forma.

Em relação à probabilidade subjetiva, Kahneman e Tversky (1972) afirmam que as pessoas julgam a probabilidade de eventos com base na heurística da representatividade ao invés da probabilidade real. Representatividade, embora um pouco difícil de definir, reflete dois aspectos – as características da população e do processo que a gerou. Por exemplo, no caso do nascimento de seis filhos, a sequência de nascimento, em ordem do sexo, ser dada por MFMmmm é julgada menos provável do que FMFMMF (porque a primeira não reflete a proporção de meninos na população), ou também MMMFFF contra FMMFMF (porque a primeira não reflete a aleatoriedade da determinação do sexo). As pessoas também costumam ignorar o efeito do tamanho da amostra sobre a probabilidade de um evento, resultando desse raciocínio por representatividade que o tamanho da amostra não afeta o resultado, o que nem sempre é verdade.

Já a *frequência relativa* ou *interpretação estatística* (esta se aproxima da visão Aristotélica) é uma teoria considerada bastante viável e aceita mais amplamente ao evitar muitas destas dificuldades. Em grande parte esse ponto de vista é o responsável pela ampliação do uso das probabilidades no campo da Física, Astronomia, Biologia, Ciências Sociais e no mundo dos negócios. Para Kasner e Newman (1976, p. 222): “Probabilidade é considerada como a frequência relativa em que um acontecimento ocorre em certa classe de acontecimentos”. Dessa forma, a frequência relativa da classe de acontecimentos na classe maior de tentativas representa a probabilidade de o evento ocorrer. Apesar do sucesso do método estatístico, ele sofre objeções. Algumas dificuldades podem ser facilmente sobrepujadas, outras não.

Vale lembrar que o conceito de probabilidade obteve uma interpretação em termos de frequência relativa porque foi originalmente desenvolvido para descrever certos jogos de azar onde as jogadas (gitar uma roleta ou lançar dados) são de fato repetidas um grande número de vezes e onde é razoável assumir que os eventos elementares de interesse são igualmente prováveis. Similarmente, existem inúmeras situações em que se obtêm muitas

observações sob as mesmas condições, o que permite dar uma interpretação frequentista à probabilidade. Por outro lado, existem muitos eventos que podem ser pensados em um sentido probabilístico, mas que não podem ter uma probabilidade em termos de uma interpretação frequentista. Nesse caso, tal afirmação de probabilidade descreve o grau de convicção do observador sobre uma situação que ocorrerá uma única vez, não sendo possível observar ensaios repetidos na situação de incerteza.

Entretanto, não é preciso que um experimento seja não-repetitivo para aplicar a interpretação subjetivista de probabilidade, a interpretação subjetivista de probabilidade faz sentido se o experimento for repetível ou não. A justificativa de frequências em séries de repetições está baseada em certas suposições: uma delas é que os ensaios desta série de repetições são independentes; outra é que os ensaios são realizados sob idênticas condições. Apesar disso, em última instância, a decisão de razoabilidade destas suposições é uma decisão subjetiva, portanto, existe uma parcela de subjetividade na interpretação frequentista de probabilidade.

Tudo o que se disse até agora conduz sem dúvida a um fato: nenhuma proposição contém qualquer verdade provável exceto em relação a outro conhecimento. Dizer que uma proposição é provável, quando o conhecimento em que se baseia é obscuro ou inexistente, é absurdo. É preciso esclarecer que, muitas vezes, fazemos declarações sobre probabilidade sem menção clara sobre qual ramo do conhecimento a que nos estamos referindo. Dificuldades filosóficas foram prevalentes na probabilidade desde a sua criação, a probabilidade não é uma propriedade inerente de um evento, mas baseada no modelo subjacente escolhido. Daí as discussões sobre a base filosófica de probabilidade nem sempre ficarem totalmente resolvidas, mas considerá-las são a chave para compreender e desenvolver a abordagem de ensino. Conceitos probabilísticos estão mais perto de uma forma (consistente) de pensar sobre o mundo ao invés de descrever o mundo de uma forma consistente, o que pode parecer paradoxal, e só é resolvido através de uma análise cuidadosa.

3 | SOBRE IDEIAS QUE DESAFIAM A RACIONALIDADE

Segundo Taleb (2011, p. 15), antes da descoberta da Austrália, as pessoas do Antigo Mundo estavam convencidas de que todos os cisnes eram brancos, pois ninguém nunca tinha visto um cisne negro. Esta era uma crença inquestionável por ser absolutamente confirmada por evidências empíricas, no entanto, não é porque não eram conhecidos, que os cisnes negros não existiam – o que remete ao clássico problema formulado pelo Popper: um único caso falsifica uma tese. Taleb usa a metáfora para se referir a eventos raros, improváveis ou de difícil previsão, mas que causam grande impacto (cita, por exemplo, o ataque às Torres Gêmeas do World Trade Center, de 11 de setembro de 2001). De acordo com o livro, não estamos preparados para lidar com esses eventos e diante da

complexidade e incerteza crescentes, sua opinião é de que serão cada vez mais frequentes (e influentes) do que o senso comum imagina.

Este autor, árduo defensor do impacto do altamente improvável, crítica com certa avidez os defensores do comportamento gaussiano para eventos probabilísticos em que predominam fenômenos aleatórios e de análise de incertezas, por exemplo, no comportamento do mercado financeiro e de bolsas de valores, em fenômenos de cataclismos que provocam grandes tragédias ambientais, entre outros. Para este autor, esses fenômenos são considerados *outliers* nas análises estatísticas, isto é, com grandes desvios da curva normal gaussiana, denominados em seu livro de Cisne Negro, por três atributos: estar fora do âmbito das expectativas comuns; exercer um impacto extremo; a natureza humana tender a dar explicações para sua ocorrência após o evento tornando-o explicável e plausível, apesar de *outlier*. Esclarece suas críticas ao que ele chama de modelos platônicos gaussianos que contribuíram para a chamada Moderna Teoria de Administração de Carteiras.

No livro *Outliers*, Gladwell (2008) elabora uma extensa pesquisa destinada a comprovar que são inúmeras as variáveis que levam uma pessoa ao topo. A princípio podemos pensar que pessoas de sucesso, como celebridades, cientistas ilustres, prodígios da matemática, músicos e atletas bem-sucedidos, não se enquadram na experiência dos comuns mortais. Mas isto não é verdade: eles são produto da história, da comunidade, das oportunidades e dos legados. Os indivíduos fora de série – como Mozart, Bill Gates ou os britânicos da banda The Beatles – além de terem praticado suas habilidades por uma quantidade de tempo extraordinária, se beneficiaram de oportunidades disponíveis, vantagens ocultas ou heranças culturais. Além de estudar as pessoas em si, é preciso focar a análise em questões como o meio e a época em que viveram, quem foram seus amigos, dentre outros fatores, pois tudo isso exerce influência nas realizações humanas. No fim das contas, os *outliers* não estão tão à margem assim.

Dan Ariely, americano de origem israelita e professor de psicologia, tornou-se uma das maiores referências no que hoje se chama Economia Comportamental. É autor do livro *Previsivelmente Irrracional: Aprenda a Tomar Melhores Decisões*, publicado em 2008, em que desmonta alguns preconceitos em relação à tomada de decisões baseadas em critérios puramente racionais. Ariely indica que seu objetivo é ajudar a pensar profundamente sobre o que move as pessoas em situações de tomada de decisão, trazendo um leque de experiências científicas, descobertas e até situações divertidas, visando levar as pessoas a reparar que certos erros que cometemos são sistemáticos, portanto, se percebidos podem ser evitados.

Na análise do papel do risco na sociedade, Bernstein (1997) argumenta que a concepção do controle do risco constitui uma das ideias centrais que distinguem os tempos modernos do passado mais remoto. Em seu livro *Desafio aos deuses* comenta que a vastidão do tema é imensa e o risco afeta aspectos profundos da psicologia, matemática,

estatística e história; relata a notável aventura intelectual que libertou a humanidade dos oráculos e adivinhos, mediante as ferramentas poderosas da administração do risco disponíveis nos dias de hoje.

Esse autor esclarece os conceitos de probabilidade, amostragem, teoria dos jogos e tomada de decisões racional versus irracional. As seções finais do livro levantam questões importantes sobre o papel do computador, a relação entre fatos e crenças subjetivas, o impacto da teoria do caos, o papel dos mercados de derivativos em franco desenvolvimento e a total predominância dos números. Entretanto, apesar da libertação de oráculos, quando a teoria do risco alcança o século atual, Bernstein ainda expõe a medida da nossa ignorância. Quando corremos um risco, apostamos em um resultado que será consequência de uma decisão que tomamos, embora não saibamos ao certo qual será o resultado. Bernstein ainda enfatiza que o problema está nas consequências de nossas decisões e não nas próprias decisões, a decisão é apenas o início.

41 ALGUNS EQUÍVOCOS RECORRENTES RELATIVOS AO RACIOCÍNIO PROBABILÍSTICO

Vamos pensar em uma questão aparentemente simples: qual resultado é mais provável no lançamento simultâneo de duas moedas: duas caras, duas coroas ou uma de cada? Para esta pergunta, algumas pessoas poderiam pensar (equivocadamente) que os três resultados são equiprováveis, cada um com probabilidade de $1/3$. É comum deixarem de considerar que sair faces distintas nesse tipo de lançamento de moedas tem probabilidade dobrada do que faces iguais, pois o espaço amostral nesse caso, se indicarmos C para cara e K para coroa, é dado por $\{(C,C), (C,K), (K,C), (K,K)\}$. O mesmo ocorre se os dois lançamentos da moeda forem consecutivos.

Pode-se fazer diversas variações desse tipo de questão, como, por exemplo, qual a probabilidade de sair apenas uma face cara em dois lançamentos consecutivos da moeda. Entretanto, mesmo o conceituado matemático do século XVIII, Jean Le Rond D'Alembert, à época um dos mais influentes cientistas franceses, sustentou que a probabilidade de se conseguir uma cara em dois lançamentos consecutivos era de $2/3$, por entender que haveria apenas três casos possíveis equiprováveis, ou seja, C, KC e KK. Na verdade, ao pensar num primeiro lançamento sendo cara, nem cogitou o segundo lançamento neste caso, por já ter obtido o resultado esperado. Vários autores comentam sobre este 'erro' de d'Alembert, em especial Todhunter (1865, p. 258-259, 263), comentando ainda que a questão consta do artigo *Croix ou Pile*, de autoria de D'Alembert, publicado pela primeira vez em 1754 na *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Science, des arts et des métiers*.

De acordo com Bennett (2003, p. 74-75) muitas pessoas por meio de um raciocínio errado ainda chegam à resposta correta, uma vez que na opinião delas um resultado com as

faces diferentes das moedas voltadas para cima reflete com mais precisão o comportamento das moedas em longo prazo. O erro de raciocínio neste caso pode ser detectado quando respondem à questão: o que é mais provável, faces iguais ou faces diferentes voltadas para cima, quando do lançamento de duas moedas? Mesmo acreditando que ‘cara’ e ‘coroa’ ocorrem com a mesma frequência em curto prazo, muitas pessoas respondem que, ao jogarem duas moedas é mais provável conseguir uma de cada face (faces diferentes) do que duas faces iguais. Tversky e Kahneman (1971) rotulam este equívoco de “crença na lei dos pequenos números” e afirmam que essa crença surge da confiança exagerada na estabilidade de resultados observados em pequenas amostragens.

Dentre as histórias relatadas por Bernstein em seu livro situa-se a que trata de Thomas Bayes, nascido em Londres, em 1791, pastor presbiteriano, inconformista, que deixou um legado importante para a matemática, em apenas dois trabalhos, só publicados postumamente. Um desses trabalhos, *Essay towards solving a problem in the doctrine of chances*, foi uma obra que o imortalizou entre os estatísticos, economistas e cientistas sociais. O artigo estabeleceu a base do moderno método de inferência estatística, questão anteriormente levantada por Jacob Bernoulli. Quando morreu em 1761, em testamento, Bayer legou o manuscrito desse ensaio para Richard Price, um simples pregador de uma aldeia de Kent, homem de elevados padrões morais e crença na liberdade humana, inclusive religiosa. Price, além de pastor e defensor da liberdade, foi também um matemático e apenas uma liberdade o incomodava: a de contrair empréstimos. Após estudar os trabalhos de Harley e Moivre, entre outros, publicou no *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* dois artigos sobre este assunto relacionando tabelas de mortalidade com prêmios de seguros de vida e anuidades. Atualmente esses dois clérigos são conhecidos pelo Teorema de Bayes e pela Tabela Price.

Dentre esses dois legados, o Teorema de Bayes é particularmente importante para o estudo de probabilidade. Após a publicação do artigo de Bayes, em 1764, no *Philosophical Transactions*, o trabalho caiu no esquecimento, sendo resgatado mais tarde pelo matemático francês Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), que o revelou ao mundo. Os fundamentos da teoria de probabilidade foram então colocados por Laplace em uma forma (hoje dita clássica) que se manteve praticamente inalterada até o início do século 20. Nesse tratado Laplace fez novas contribuições e reuniu, sistematizou e ampliou resultados desenvolvidos por seus predecessores. Uma das contribuições é quando define a probabilidade a priori (que originou grandes controvérsias) para o cálculo da chamada probabilidade inversa (ou probabilidade de causas ou a posteriori), conceito este sugerido pelo trabalho de Bayes em 1764. A solução de Bayes para um problema de “probabilidade inversa” foi apresentada naquele seu ensaio, que contém a declaração de um caso especial do teorema de Bayes.

Vale recordar que, nas primeiras décadas do século XVIII, foram resolvidos muitos problemas, relativos à probabilidade de certos eventos, dadas as condições especificadas, a chamada **probabilidade condicional**. Por exemplo, dado um determinado número de

bolas brancas e pretas em uma urna, quando se quer saber qual é a probabilidade de se tirar uma bola preta, é tipo de questão que se enquadra nos chamados problemas de probabilidade a posteriori. Mas a atenção logo se voltou para o inverso deste tipo de problema: uma vez que já se retirou uma ou mais bolas da urna, o que pode ser dito sobre o número de bolas brancas e pretas na urna? O Ensaio de Bayes contém sua solução para um problema similar, representada por Abraham de Moivre, autor da Doutrina das Chances, em 1718.

Vamos nos concentrar na forma elementar de inferência bayesiana, que consiste em inferir um ponto único - uma estimativa de probabilidade (probabilidade a posteriori) ou uma frequência – de duas hipóteses mutuamente exclusivas e complementares, com base na observação de uma delas. Segundo Gigerenzer e Hoffrage (1995, p. 687) esta tarefa elementar tem sido alvo de quase todos os estudos experimentais sobre inferência bayesiana nos últimos 25 anos. O seguinte “problema da mamografia” no formato padrão de probabilidade é um exemplo adaptado do artigo em questão: “A probabilidade de câncer de mama é de 1% para uma mulher de quarenta anos de idade que participa de exames de rotina. Sabe-se que a mamografia apresenta resultado positivo em 80% das mulheres com câncer de mama, mas esse mesmo resultado ocorre também com 9,6% das mulheres sem o câncer. Uma paciente nessa faixa etária tinha uma mamografia positiva em um exame de rotina. Qual é a probabilidade dessa paciente realmente ter um câncer de mama?”

Montando o problema de maneira bayesiana temos como probabilidade *a priori* – ter câncer (CA) ou não câncer (NCA). Como, em média, 1% das mulheres por volta dos 40 anos têm tumor de mama, a probabilidade *a priori* desta paciente é de 0,01 e de não ter é de 0,99. Agora vamos incorporar o resultado da mamografia: se o câncer estiver presente, a probabilidade condicional de a mamografia dar resultado positivo é de 0,80 (80%) e, de não estar presente, é de 0,096 (9,6%). Multiplicando a probabilidade a priori pela condicional, obtemos as seguintes probabilidades conjuntas:

$$0,01 \times 0,8 = 0,008. P(CA \cap +) \text{ e } 0,99 \times 0,096 \cong 0,095. P(NCA \cap +)$$

Tabela 1
Probabilidade conjunta

	CA∩+	NCA∩+
Probabilidade a priori	0,01	0,99
Probabilidade condicional	0,8	0,096
Probabilidade conjunta	0,008	0,095

Fonte: elaborada pela pesquisadora

Observemos que a soma das probabilidades a priori é 1, mas o mesmo não ocorre com a probabilidade conjunta. Para fazer esta soma dar 1, precisamos normalizar, isto é, dividir cada probabilidade conjunta pela soma das duas probabilidade conjuntas. Assim, como $0,008 + 0,095=0,103$ teremos:

$$0,008/0,103 \cong 0,0776 \text{ (CA)} \quad e \quad 0,095/0,103 \cong 0,922 \text{ (NCA)}$$

Tabela 2

Probabilidade a posteriori

	CA	NCA
Probabilidade a priori	0,01	0,99
Probabilidade condicional	0,8	0,096
Probabilidade conjunta	0,008	0,095
Probabilidade a posteriori	0,0776	0,922

Fonte: elaborada pela pesquisadora

Vemos, portanto, que usando o raciocínio bayesiano podemos concluir que a chance de a paciente não ter câncer de mama é de 92,2%, contra 7,76 % de ter.

Podemos resolver o mesmo problema usando diretamente o Teorema de Bayes, sabendo que queremos encontrar a probabilidade a posteriori p (câncer lpositivo). Usando os símbolos H e $-H$ para as para as duas hipóteses complementares (ter e não ter câncer) e D para o diagnóstico positivo da mamografia, obtemos:

$$p(D) = \frac{p(H).p(D|H)}{p(H).p(H) + p(-H).p(D|-H)} \cong \frac{(0,01).(0,8)}{(0,1).(0,8) + (0,99).(0,96)} \cong 0,078$$

Vale ressaltar que situações semelhantes aplicadas a especialistas, de diversas áreas, da saúde às finanças, revelam equívocos de análises, com tendências em superestimar a probabilidade a posteriori ou mesmo ignorar a probabilidade a priori, fenômeno denominado por Kahneman de ‘falácia da probabilidade de base’ (*a priori*). É bom lembrar, como alerta Díaz e Fuentes (2005), bem como Batanero, Contrera e Díaz (2012), que a probabilidade condicional é fundamental em aplicações de estatísticas, porque permite incorporar mudanças em nosso grau de crença sobre eventos aleatórios à medida que adquirimos novas informações. Também é um conceito teórico básico necessário à construção de espaço amostral do produto. Portanto, a compreensão e raciocínio corretos sobre a probabilidade condicional são requisitos necessários para o estudo da inferência

estatística, tanto clássica como bayesiana, bem como no estudo da associação entre as variáveis e modelos de regressão linear.

No campo profissional e até mesmo na vida cotidiana, tomar boas decisões em situações de incerteza é em grande parte baseada no raciocínio condicional. As autoras ainda reforçam que a Psicologia do raciocínio (ramo da Psicologia do pensamento) e investigações recentes em ensino da probabilidade mostram a existência de intuições incorretas, equívocos de raciocínio e erros de compreensão e aplicação do conceito de probabilidade condicional, alguns deles já bastante difundidos e que o ensino formal de probabilidade é insuficiente para superá-los. É necessário tomar consciência destas dificuldades e aprender a lidar com os problemas condicionais com ferramentas adequadas.

Falk (1986) também comenta que muitos estudantes não discriminam adequadamente entre os dois sentidos da probabilidade condicional, $P(A|B)$ e $P(B|A)$ e esse erro é denominado de ‘falácia da condicional transposta’. Aparece com frequência em contextos médicos, onde se confunde a probabilidade de ter uma doença, quando o teste teve um diagnóstico positivo, com a probabilidade de um resultado positivo do teste diagnóstico, uma vez que se têm a doença. A prevalência desse erro pode ter consequências importantes, por exemplo, a confusão entre a probabilidade de uma criança afetada com a Síndrome de Down ter o resultado de amniocentese pré-natal positivo, que é alta probabilidade, e o fato de que, uma vez que o teste foi positivo, realmente a criança ter a síndrome de Down, que é muito menor.

No artigo Falk relata que um problema deste tipo foi apresentado aos alunos para avaliar a presença desse viés, sendo que pouco mais de 40% dos futuros professores e cerca de um terço dos alunos de Psicologia deram a resposta correta. Os resultados foram um pouco melhores no estudo de caso realizado por Pollatsek *et al.* (1987), entretanto afirmam suspeitar de que o grande erro é uma confusão entre $P(A|B)$ e $P(A \cap B)$. O erro mais comum foi calcular a probabilidade conjunta em vez da probabilidade condicional solicitada. Pollatsek comenta que, num certo sentido, estes resultados são complementares ao “efeito conjunção” discutido por Tversky e Kahneman. O mais freqüente em ambos os grupos é a de considerar a mesma confiança em ambas as previsões, que de acordo com Pollatsek *et al.* indica a falácia da condicional transposta.

Segundo Gigerenzer e Hoffrage (1995), a maioria das pesquisas sobre inferência bayesiana centrou-se na negligência das taxas de base, mas alguns estudos têm investigado o uso ou negligência de $P(D|H)$ em inferência bayesiana. Esse fenômeno foi denominado pseudo diagnóstico. O termo deriva de um conjunto de informações obtidas de tarefas nas quais os participantes foram apresentados a ambos $P(D|H)$ e $P(D|\bar{H})$, mas tendem a utilizar apenas um das duas probabilidades, geralmente a $P(D|H)$. Segundo os autores, a análise revelou que a taxa de alarme falso negligenciado ficou entre 31 e 33% e a taxa de probabilidade a priori negligenciada ficou entre 32% e 36%. Além disso, também identificaram algoritmos cognitivos subjacentes a este fenômeno, como ocorrência

conjunta, Fisheriana, ou só de taxa base. Bennett (2003, p. 4) também identifica equívocos similares de raciocínio, que podem ser bem compreendidos no caso do exemplo a seguir:

Se um exame para detectar uma doença, cuja incidência é de 1 em mil, tiver uma taxa de resultados falso-positivos de 5%, qual é a probabilidade de que uma pessoa com resultado positivo seja realmente portadora da doença, supondo que não se tenha nenhuma outra informação a respeito do caso.

Segundo Bennett, este caso (considerado com diagnóstico preciso, sem falsos-negativos) foi aplicado num estudo realizado em uma importante escola de medicina e quase a metade dos participantes do estudo respondeu 95% e somente 18% acertaram a resposta. Os que erraram estavam deixando de considerar a informação importante sobre a distribuição percentual de que apenas 1 pessoa entre 1000 que fizeram o exame apresentará a doença. Uma maneira sensata de se lidar matematicamente com a questão é: considerando que apenas 1 pessoa em 1000 que fizeram o exame apresentará a doença, em comparação com as cerca de 50 em 1000 que não apresentam, logo é muito mais provável que esta pessoa esteja no grupo dos falso-positivos. De fato, a probabilidade de apresentar a doença vai de 1 em 1000, quando se submete ao exame, para 1 em 51 se o resultado for positivo, o que corresponde a cerca de 2% de chance de ter a doença.

Considerando que mesmo profissionais experientes podem errar na interpretação de dados estatísticos e probabilísticos, não surpreende o fato da probabilidade estar em conflito com opiniões intuitivas de pacientes, pessoas leigas e até alunos. Psicólogos vêm demonstrando que pessoas estão sujeitas a enganos rotineiros em se tratando de avaliar as probabilidades, como exagerar na variabilidade da probabilidade ou prestar mais atenção ao curto prazo do que ao longo prazo – por exemplo, o caso de, ao se jogar uma moeda, uma coroa deve seguir uma série de caras, ideia amplamente aceitável, mas errônea.

Experiências adquiridas ao longo da vida solidificam intuições a respeito de probabilidades, corretas ou equivocadas. Além disso, algumas ideias intuitivas a respeito da probabilidade parecem preceder as ideias formais e, se corretas são um auxílio à aprendizagem, mas se incorretas, podem prejudicar a compreensão dos conceitos probabilísticos. Kahneman e Tversky (2009) concluíram que os princípios estatísticos e probabilísticos não são aprendidos com experiência do cotidiano, porque os indivíduos não se concentram nos detalhes necessários para adquirir este tipo de conhecimento. Por isso, de acordo com Bennett:

Não é de surpreender que, ao longo da história da nossa espécie, a conquista de um entendimento de probabilidade tenha sido extremamente gradual, espelhando a forma como o entendimento da aleatoriedade e da probabilidade se desenvolve em um indivíduo (se é o caso que desenvolve). (BENNETT, 2003, p. 9).

Essa visão é o que se pretendeu dar neste extrato da tese, mesmo que parcial frente ao volume de ideias e informações, mas procurando transcender à descrição apenas histórica da evolução do pensamento estocástico para mostrar também sua influência em várias áreas do saber, bem como os percalços, equívocos, ou mesmo divergências, que ocorreram ao longo da construção desse conhecimento, notadamente aqueles que se referem mais especificamente ao teor da pesquisa. Dedicamos um olhar mais geral em relação às questões aqui levantadas, deixando observações mais pontuais na análise dos dados.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A história da evolução das ideias estocásticas evidenciam os percalços, dificuldades e equívocos por quais passaram as figuras chave e outros pensadores na construção da Teoria da Probabilidade. Como exemplo, podemos citar as interpretações místicas atribuídas ao acaso e à incerteza, o ‘erro de D’Alembert’, o ‘erro de Bernoulli’, os percalços no desenvolvimento do raciocínio bayesiano, entre outras. Com certeza, a pesquisa histórico-epistemológica das ideias estocásticas, em particular, do desenvolvimento do raciocínio e dos conceitos probabilísticos muito contribuiu para ampliar meu olhar para as dificuldades inerentes à aprendizagem destes mesmos conceitos por parte de alunos, em qualquer nível de escolaridade, e mesmo em cursos de formação de professores. Nesse sentido, considero essencial esse tipo de conhecimento por parte do professor para que possa se preparar e planejar sua prática em sala de aula de forma a minimizar erros conceituais ou raciocínios equivocados, favorecendo a aprendizagem e contribuindo com a melhoria da educação.

Meus pressupostos acerca tanto da construção do pensamento estocástico ser mais complexo do que costuma ser apresentado nos cursos de formação e nos livros didáticos, como da necessidade de uma ruptura com o pensamento determinístico e linear, que se perpetua em nossos currículos, ficaram confirmados nos estudos realizados na pesquisa. Nessa direção, podemos destacar, de uma maneira geral, que ficaram evidenciadas algumas crenças e concepções consolidadas nos processos de formação dos professores-cursistas, sujeitos da pesquisa.

Outro aspecto a ser considerado é que alguns cursistas demonstraram trabalhar as noções de probabilidade em suas aulas veiculadas quase que exclusivamente à análise combinatória, revelando uma tendência procedimental na resolução de atividades envolvendo probabilidade e certa dificuldade em pensar outras formas de trabalhar essas noções – por exemplo, de forma experimental como na interpretação frequentista de probabilidade – e caracterizando dificuldade em articular as diferentes abordagens e interpretações da probabilidade: clássica, frequentista e axiomática. Evidenciou-se também a concepção subjetiva de probabilidade em boa parte dos cursistas, revelando falta de

maior conhecimento ou de criticidade sobre o tema.

A análise dos dados levantados na pesquisa (Junqueira, 2014), relativa aos conteúdos específicos, evidenciaram, em menor ou maior grau, dificuldades na compreensão de processos aleatórios, notadamente em experimentos frequentistas, na distinção entre os conceitos de eventos mutuamente exclusivos e de eventos independentes, na compreensão do conceito de probabilidade condicional. Evidenciaram também a presença de falácias (do jogador e da representatividade), que representam equívocos no modo de pensar em situações de acaso, incerteza e aleatoriedade. Essas evidências demonstram concepções dos cursistas em relação ao conteúdo de probabilidade, no que tange aos conceitos básicos, e revelam, sobretudo, a dificuldade no desenvolvimento do raciocínio probabilístico. Entretanto, esses resultados só confirmam o que vêm apontando muitas pesquisas similares na área de Educação Estatística, referenciadas na análise e na revisão de literatura, como por exemplo, Falk (1986), Lopes (1998), Díaz e La Fuente (2005), Ben-Zvi e Garfield (2005), Batanero, Contreras e Díaz (2012), Azcarate e Cardenoso (2011), Santana (2011), entre outros.

Sobre ideias que desafiam a racionalidade, dificultando o desenvolvimento do pensamento e raciocínio probabilísticos, foi possível confirmar na pesquisa a presença de falácias e equívocos, que encontramos registradas nas obras de Kahneman e Tversky (1982, 2012), Stigler (1986), Bernstein (1997), Taleb (2011), entre outros. Dentre as dificuldades de ordem histórico-epistemológicas, constatou-se também na pesquisa a presença de duas falácias (do jogador e da representatividade) e a dificuldade em perceber o pensamento equivocado de D'Alembert na atividade que reproduzia a situação sobre o 'erro de D'Alembert'.

REFERÊNCIAS

BATANERO, C; CONTRERAS, J. M.; DÍAZ, C. (2012) Sesgos en el Razonamiento Sobre Probabilidad Condicional e Implicaciones Para la Enseñanza. **Revista Digital: Matemática, Educación e Internet**, v 12, n. 2, Marzo/Agosto 2012, p. 1-13. Disponível em: <https://doi.org/10.18845/rdmei.v12i2.1673>. Acesso em: 01 jun. 2021.

BENNETT, D. J. **Aleatoriedade**. São Paulo: Martins Fontes, 2002, 239 p.

BERNSTEIN, P. L. **O Desafio dos deuses: a fascinante história do risco**. 23 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 1997, 373 p.

DÍAZ, C.; LA FUENTE, E. I. Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. **Epsilon**, Cádiz, 2005, 59, 245-260.

FALK, R. Conditional probabilities: insights and difficulties. In: DAVIDSON, R & SWIFT, J (org.). **Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics**. Victoria, Canada: International Statistical Institute, 1986, pp. 292-297.

FRANKLIN, J. **The science of conjecture: evidence and probability before Pascal**. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 2001, 497 p.

GIGERENZER, G.; HOFFRAGE, U. How to improve bayesian reasoning without instruction: frequency formats. **Psychological Review**, 102 (4), 1995, pp. 684-704.

GLADWELL, M. **Fora de série: outliers**. Rio de Janeiro: Sextante, 2008, 283 p.

JUNQUEIRA, A. L. N. 2014. 421 p. **Probabilidade na educação básica: um estudo sobre concepções de professores de matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN, São Paulo, SP, 2014.

KAHNEMAN, D; TVERSKY, A. Subjective probability: a judgment of representativeness. **Cognitive Psychology**, v. 3, July 1972, 430-454. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(72\)90016-3](https://doi.org/10.1016/0010-0285(72)90016-3). Acesso em: 01 jul. 2021.

KASNER, E.; NEWMAN, J. **Matemática e imaginação: o mundo fabuloso da matemática ao alcance de todos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1976, 348 p.

MLODINOW, L. **O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2009, 261 p.

POLLATSEK, A. *et. al.* Understanding conditional probabilities. **Organization, Behavior and Human Decision Processes**, v. 40, 1987, 255-269. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0749-5978\(87\)90015-X](https://doi.org/10.1016/0749-5978(87)90015-X). Acesso em: 01 jul. 2021.

TALEB, N. N. **A lógica do Cisne Negro: o impacto do altamente improvável**. 5. ed. Rio de Janeiro: Best Seller, 2011, 458 p.

TVERSKY, A; KAHNEMAN, D. The belief in the law of small numbers. **Psychological Bulletin**, v. 2, 1971, 105-110 p.

TODHUNTER, I. **A history of the mathematical theory of probability: from the time of Pascal to that of Laplace**. Cambridge: Macmillan, 1985, 646 p.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Agroecologia 184, 187, 188, 190, 192, 193, 194, 412

Alternâncias Educativas 184, 187, 188, 190, 193

Antropologia 176, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 260, 261

Aprendizagem 9, 11, 13, 2, 11, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 33, 34, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 49, 52, 53, 54, 55, 71, 72, 75, 76, 77, 78, 79, 95, 96, 99, 100, 105, 106, 112, 113, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 135, 136, 145, 151, 152, 154, 156, 158, 160, 162, 164, 166, 188, 189, 191, 196, 198, 199, 200, 202, 207, 210, 211, 213, 217, 218, 220, 222, 238, 239, 250, 262, 263, 264, 266, 268, 271, 276, 280, 281, 282, 290, 291, 292, 294, 309, 310, 324, 325, 326, 328, 329, 331, 333, 336, 339, 340, 341, 347, 382, 399, 410, 413

Arte 14, 16, 20, 22, 23, 24, 29, 30, 31, 32, 76, 96, 111, 173, 176, 182, 221, 222, 294, 295, 298, 300, 301, 302, 353

C

Campo didático 9, 10, 11, 12

Capoeira 9, 12, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80

Cinema 9, 11, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32

Comunidade 5, 6, 22, 24, 25, 28, 29, 30, 53, 54, 82, 83, 85, 89, 101, 102, 103, 106, 110, 116, 143, 157, 158, 159, 161, 163, 188, 189, 191, 192, 196, 198, 200, 211, 217, 218, 232, 259, 260, 263, 281, 290, 304, 309, 310, 319, 320, 322, 397, 398, 407, 409, 410, 412

Conceitos 14, 5, 18, 20, 48, 49, 53, 76, 82, 91, 104, 119, 123, 124, 125, 129, 131, 161, 168, 176, 200, 217, 218, 221, 224, 231, 233, 238, 239, 240, 252, 257, 267, 271, 278, 294, 297, 298, 315, 316, 328, 329, 331, 342, 348, 349, 384, 398, 412

Contexto da prática 11, 1, 5, 9, 10, 11, 12

Corrida de Orientação 81, 87, 89

Criatividade 54, 76, 202, 203, 210, 217, 219, 222, 242, 243, 244, 245, 247, 248, 249, 250, 251, 257, 259, 269, 296, 300, 301

D

Descolonização do Conhecimento 13, 184, 185, 187, 189, 193

Desporto Orientação 81, 90

Dificuldades 18, 85, 89, 93, 110, 112, 123, 128, 139, 141, 143, 144, 145, 162, 176, 214, 216, 217, 224, 229, 230, 231, 237, 239, 240, 257, 273, 318, 322, 383, 402

E

Educação 2, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 20, 21, 22,

23, 31, 34, 37, 38, 39, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 87, 89, 90, 97, 98, 99, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 114, 116, 119, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 147, 149, 153, 154, 155, 158, 159, 161, 163, 164, 165, 166, 184, 186, 187, 188, 189, 190, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 202, 203, 204, 205, 206, 213, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 239, 240, 241, 242, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 280, 281, 282, 283, 287, 290, 291, 292, 294, 295, 299, 300, 301, 302, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 322, 326, 328, 329, 333, 336, 337, 339, 347, 362, 383, 384, 392, 395, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416

Educação Básica 12, 34, 38, 39, 47, 50, 55, 72, 73, 74, 75, 79, 133, 137, 194, 224, 241, 266, 305, 309, 312, 336, 339, 407, 409, 412

Educação Empreendedora 9, 11, 47, 48, 49, 50, 53, 54, 55, 202

Educação Matemática 119, 131, 241, 274, 276, 277, 282, 283, 287, 290, 339

Emancipação 143, 196, 197, 204, 205, 206, 207, 210, 215, 219, 221, 222, 265, 395, 416

Ensino 9, 11, 12, 13, 14, 15, 2, 3, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 29, 33, 38, 39, 40, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 72, 73, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 87, 91, 92, 93, 96, 97, 98, 99, 100, 102, 105, 106, 116, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 145, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 161, 162, 165, 166, 184, 187, 188, 191, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 205, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 217, 218, 220, 222, 223, 228, 231, 237, 242, 244, 245, 250, 253, 259, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 270, 271, 272, 274, 276, 279, 280, 281, 291, 292, 296, 301, 307, 309, 310, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 343, 347, 360, 382, 388, 398, 399, 400, 401, 403, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 414, 415, 416

Ensino-aprendizagem 11, 13, 47, 49, 119, 120, 122, 125, 127, 130, 131, 166, 188, 198, 262, 263, 264, 276, 291, 399

Ensino de história 14, 242, 244, 250

Ensino Médio 9, 13, 15, 15, 16, 19, 29, 39, 40, 45, 55, 72, 73, 119, 121, 130, 132, 133, 134, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 145, 147, 148, 149, 150, 151, 153, 154, 155, 195, 196, 197, 199, 205, 220, 222, 223, 276, 279, 310, 338, 340, 341, 343, 414

Ensino Superior 13, 156, 159, 193, 194, 274, 276, 281, 312, 322, 401, 415

Epistemologia 1, 5, 7, 176, 198, 242, 245

Epistemológicas 6, 138, 224, 240, 277

Evolução Conceitual 224

Extensão Universitária 13, 81, 82, 90, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 164, 165, 166

F

Filosofia 12, 91, 92, 93, 94, 96, 97, 115, 155, 167, 168, 169, 170, 172, 174, 175, 176, 181, 182, 254, 304, 305, 307, 336, 337

Formação Docente 55, 98, 99, 104, 242, 307

Funções 13, 119, 120, 121, 122, 128, 130, 131, 152, 157, 159, 213, 277, 278, 280, 282, 284, 288, 289, 320, 382, 391, 403

Fundamentos 103, 107, 119, 167, 181, 195, 222, 234, 252, 262, 265, 272, 277, 325, 326, 329, 336, 397

H

História 13, 14, 15, 1, 11, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 26, 27, 31, 49, 75, 77, 82, 84, 85, 87, 110, 113, 118, 162, 168, 171, 173, 174, 176, 190, 200, 204, 224, 225, 226, 232, 233, 238, 239, 240, 242, 243, 244, 245, 249, 250, 251, 255, 259, 264, 267, 268, 269, 271, 273, 295, 296, 298, 304, 307, 310, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 348, 352, 353, 354, 355, 357, 359, 361, 404, 405, 406, 407, 412, 413, 414, 415

História da Matemática 14, 15, 225, 269, 271, 273

História em Quadrinhos 14, 15, 18, 20, 21

HQs 14, 15, 16, 17, 18, 21

I

Impacto Ambiental 33, 34, 39, 45

Interdisciplinaridade 72, 87, 138, 158, 162, 166, 167, 202, 210, 217, 218, 219, 223, 297, 298, 299, 300, 301, 303, 416

L

Literatura 9, 12, 12, 29, 52, 55, 57, 58, 75, 76, 91, 92, 95, 97, 108, 111, 113, 116, 167, 168, 169, 170, 172, 173, 174, 175, 176, 181, 182, 198, 199, 200, 207, 209, 224, 240, 289, 290, 338, 340

M

Metodologia 13, 1, 7, 14, 19, 24, 25, 26, 31, 33, 39, 51, 53, 72, 73, 83, 92, 93, 111, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 126, 127, 130, 131, 149, 152, 159, 164, 184, 187, 191, 198, 207, 216, 217, 220, 222, 223, 265, 266, 270, 277, 279, 280, 281, 282, 283, 296, 297, 300, 322, 339, 383

Métodos 14, 18, 24, 26, 47, 49, 52, 53, 54, 55, 61, 92, 96, 100, 115, 119, 123, 152, 204, 257, 262, 263, 298, 346, 347, 396

Minicooperativa 13, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 204, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 222, 223

Miniempresa 196, 197, 201, 220

P

Paz 9, 12, 74, 98, 99, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 110, 115, 116, 117, 165, 221, 261, 313, 337, 375, 413

Poesia 91, 92, 93, 95, 96, 97, 169, 179, 182, 189, 190

Política educacional 1, 2, 3, 4, 7, 8, 308, 411

Política pública educacional 132, 133, 136, 149, 150, 151

Políticas de currículo 9

Práticas 9, 12, 4, 6, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 19, 20, 24, 26, 47, 49, 51, 52, 53, 55, 92, 96, 98, 99, 100, 101, 105, 106, 110, 115, 116, 117, 122, 123, 124, 130, 134, 137, 143, 154, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 187, 190, 197, 203, 207, 208, 209, 221, 222, 245, 247, 258, 263, 265, 267, 291, 296, 301, 303, 306, 308, 316, 319, 327, 330, 339, 380, 383, 386, 395, 398, 400, 402, 404, 406

Prevenção 72, 73, 79, 102, 108, 114, 159, 163

Probabilidade 9, 13, 23, 141, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 274, 276, 279, 283, 286, 289, 316, 340, 346, 351, 354

ProEMI 132, 133, 134, 135, 136, 137, 140, 141, 142, 145, 146, 147, 149, 150, 151, 152, 155

R

Redesenho Curricular 13, 132, 133, 134, 136, 137, 138, 139, 142, 151, 152, 153

Resolução de Problemas 13, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 129, 130, 131, 262, 263, 338

Reutilização da água 33, 42, 43, 44, 45

S

Saúde 12, 13, 3, 47, 72, 73, 79, 114, 116, 156, 158, 159, 160, 161, 163, 164, 165, 166, 236, 257, 391, 404, 405, 411

Saúde Coletiva 13, 47, 156, 159, 160, 161, 164

Sentido subjetivo 242, 244, 245, 246, 247, 248

Sertão 11, 22, 23, 24, 30, 355


U

Usina hidrelétrica 33

Educação:

DIÁLOGOS
CONVERGENTES
E ARTICULAÇÃO
INTERDISCIPLINAR

Atena
Editora
Ano 2021

www.atenaeditora.com.br 
contato@atenaeditora.com.br 
[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 
www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

Sou um aprendiz do tempo,
A vida me ensina,
Todo canto e momento,
Na chegada e partida,

1

Na dor do educador,
No verso e na rima,
Na canção do trovador,
Nos olhos da menina,


leio o mundo e o livro,
Um pensar, devaneio,
Ando preso? Estou livre?
liberdade ou maneió?



Educação:

DIÁLOGOS
CONVERGENTES
E ARTICULAÇÃO
INTERDISCIPLINAR


Atena
Editora
Ano 2021

www.atenaeditora.com.br 
contato@atenaeditora.com.br 
@atenaeditora 
www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

Sou um aprendiz do tempo,
A vida me ensina,
Todo canto e momento,
Na chegada e partida,

1

Na dor do educador,
No verso e na rima,
Na canção do trovador,
Nos olhos da menina,

leio o mundo e o livro,
Um pensar, devaneio,
Ando preso? Estou livre?
liberdade ou maneió?

