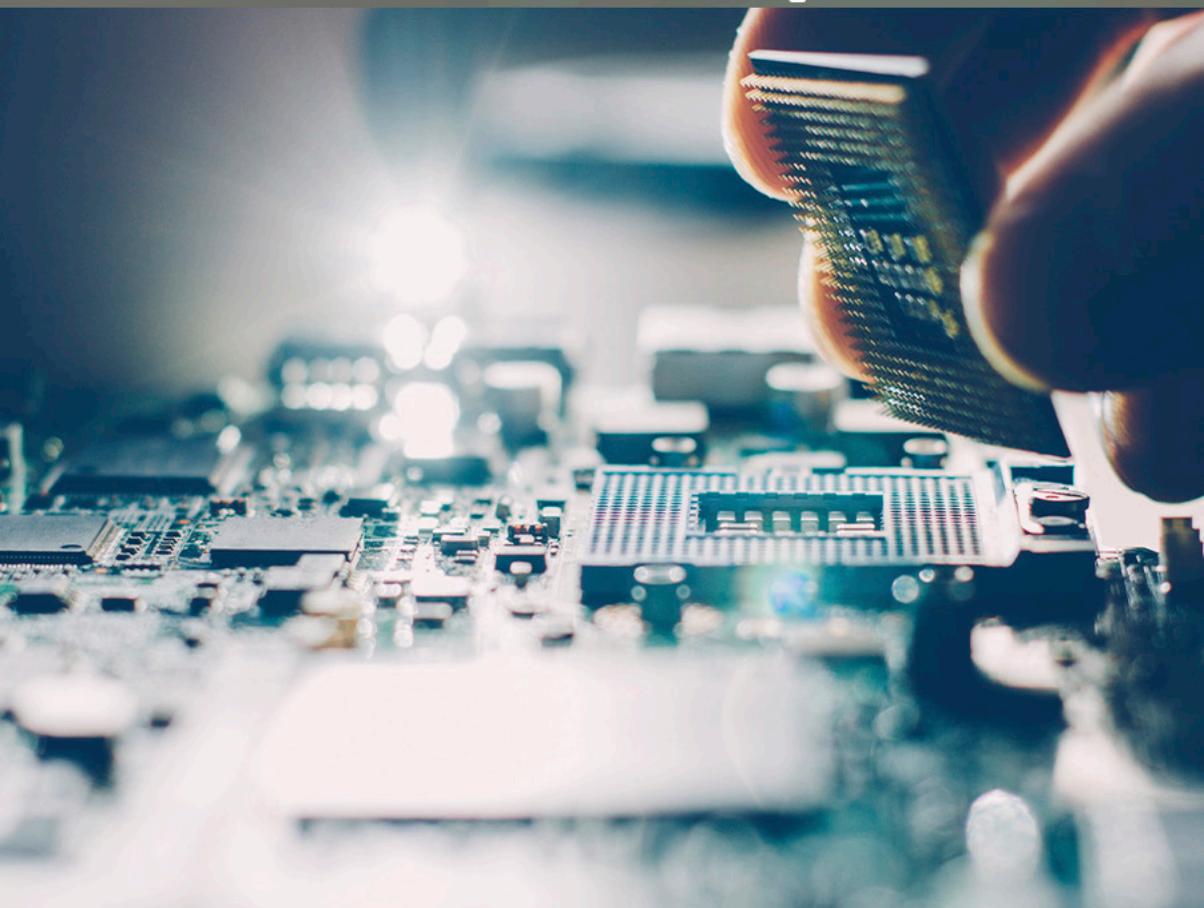


COLEÇÃO

# DESAFIOS DAS ENGENHARIAS:

ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO 2

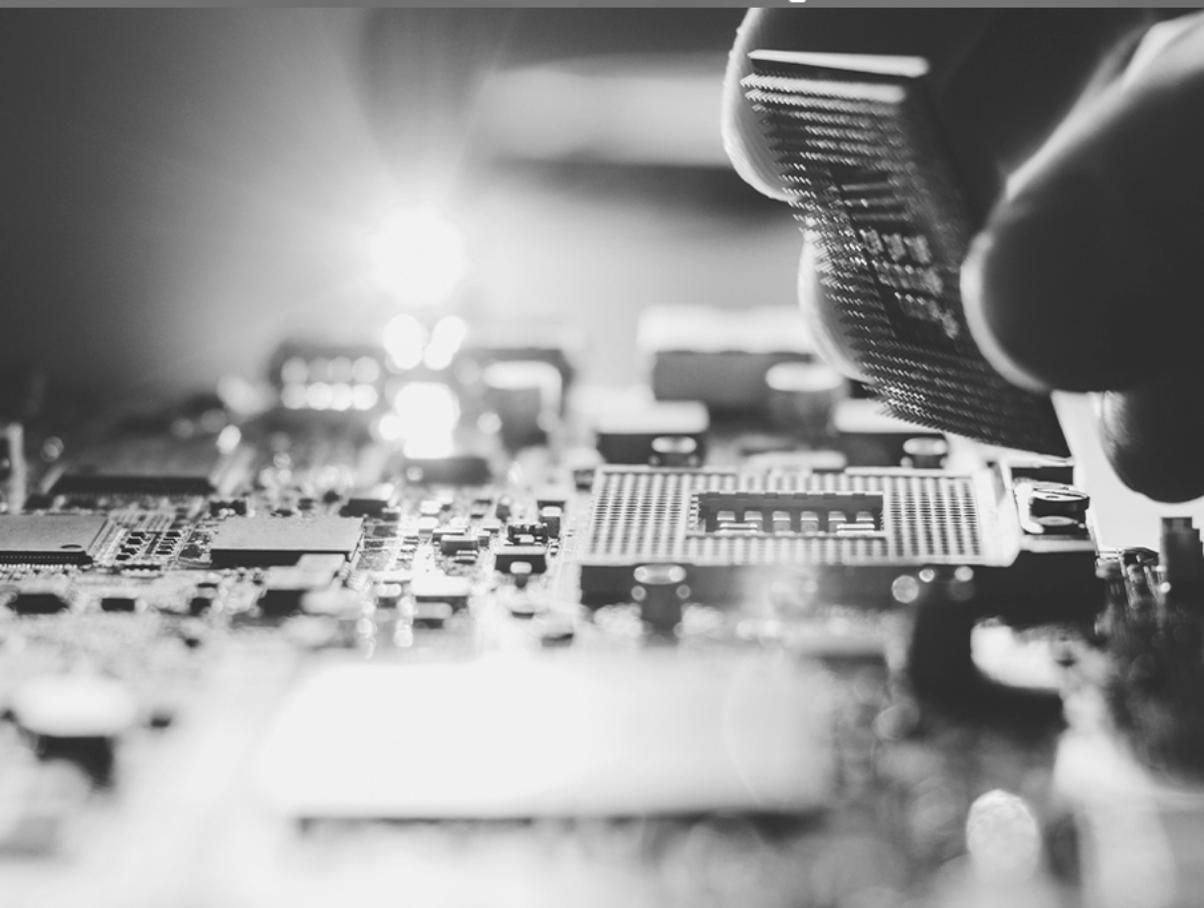


ERNANE ROSA MARTINS  
(ORGANIZADOR)

 **Atena**  
Editora  
Ano 2021

COLEÇÃO  
**DESAFIOS**  
DAS  
**ENGENHARIAS:**

**ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO 2**



**ERNANE ROSA MARTINS**  
(ORGANIZADOR)

**Atena**  
Editora  
Ano 2021

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes editoriais**

Natalia Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremona

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Profª Drª Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Arnaldo Oliveira Souza Júnior – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant'Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Prof. Dr. Humberto Costa – Universidade Federal do Paraná  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. José Luis Montesillo-Cedillo – Universidad Autónoma del Estado de México  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Miguel Rodrigues Netto – Universidade do Estado de Mato Grosso  
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa da Fontoura Custódio Monteiro – Universidade do Vale do Sapucaí  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

#### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

**Diagramação:** Maria Alice Pinheiro  
**Correção:** Giovanna Sandrini de Azevedo  
**Indexação:** Gabriel Motomu Teshima  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Ernane Rosa Martins

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

C691 Coleção desafios das engenharias: engenharia de computação 2 / Organizador Ernane Rosa Martins. - Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-384-9

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.849211808>

1. Engenharia da computação. I. Martins, Ernane Rosa (Organizador). II. Título.

CDD 621.39

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos - CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa - Paraná - Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

## APRESENTAÇÃO

A Engenharia de Computação é a área que estuda as técnicas, métodos e ferramentas matemáticas, físicas e computacionais para o desenvolvimento de circuitos, dispositivos e sistemas. Esta área tem a matemática e a computação como seus principais pilares. O foco está no desenvolvimento de soluções que envolvam tanto aspectos relacionados ao software, quanto à elétrica/eletrônica. Os profissionais desta área são capazes de atuar principalmente na integração entre software e hardware, tais como: automação industrial e residencial, sistemas embarcados, sistemas paralelos e distribuídos, arquitetura de computadores, robótica, comunicação de dados e processamento digital de sinais.

Dentro deste contexto, esta obra aborda diversos aspectos tecnológicos computacionais, tais como: implementação e modificações numéricas a serem feitas no algoritmo de Anderson (2010) para simular o escoamento sobre uma asa finita submetida a ângulos de ataque próximos ao estol; modelo distribuído para analisar a influência da formação e do adensamento de geadas sobre o desempenho de evaporadores do tipo tubo-aletado, comumente usados em refrigeradores frost-free; um algoritmo de Redes Neurais Convolucionais (CNN) que identifica se a pessoa está ou não utilizando a máscara; potencialidades do M-Learning e Virtual Reality no curso técnico em Agropecuária; avaliação da qualidade da energia elétrica em um sistema de geração de energia fotovoltaica; uma abordagem para a segmentação de imagens cerebrais, utilizando o método baseado em algoritmos genéticos pelo método de múltiplos limiares; estudo numérico de uma âncora torpedo sem aletas cravada em solo isotrópico puramente coesivo, utilizando um modelo axissimétrico não-linear em elementos finitos; estudo acerca da análise numérica de placas retangulares por meio do método das diferenças finitas, obtendo soluções aproximadas para o campo de deslocamentos transversais bem como os correspondentes momentos fletores, para problemas envolvendo uma série de condições de contorno, utilizando-se o software Matlab® para simulação; desenvolvimento e aplicação da Realidade Virtual (RV) como Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) para auxiliar no processo de ensino-aprendizado de disciplinas do Ensino Médio; avaliação dos resultados obtidos em campanhas de medição de qualidade da energia elétrica (QEE) na rede básica em 500 kV; examinar o comportamento mecânico-estático de uma longarina compósita projetada para uma aeronave esportiva leve através de investigações numéricas, empreendidas em software (ANSYS Release 19.2) comercial de elementos finitos; construção de um sistema para monitoramento de ativos públicos; a relação da Sociedade 5.0 envolvida no contexto da Indústria 4.0 e a Transformação Digital; algoritmos de seleção e de classificação de atributos, identificando as vinte principais características que contribuem para o desempenho alto ou baixo dos estudantes; a Mask R-CNN, utilizada para a segmentação de produtos automotivos (parabrisas, faróis, lanternas, para-choques e retrovisores) em uma empresa do ramo de reposição automotiva; o nível de usabilidade do aplicativo protótipo

para dispositivo móvel na área da saúde voltado ao auxílio do monitoramento móvel no uso de medicamentos em seres humanos.

Sendo assim, esta obra é significativa por ser composta por uma gama de trabalhos pertinentes, que permitem aos seus leitores, analisar e discutir diversos assuntos importantes desta área. Por fim, desejamos aos autores, nossos mais sinceros agradecimentos pelas significativas contribuições, e aos nossos leitores, desejamos uma proveitosa leitura, repleta de boas reflexões.

Ernane Rosa Martins

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **NONLINEAR LIFTING LINE IMPLEMENTATION AND VALIDATION FOR AERODYNAMICS AND STABILITY ANALYSIS**

André Rezende Dessimoni Carvalho

Pedro Paulo de Carvalho Brito

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118081>

### **CAPÍTULO 2..... 11**

#### **INFLUÊNCIA DA FORMAÇÃO DE GEADA EM EVAPORADORES DE TUBO ALETADO USANDO UM MODELO DISTRIBUÍDO**

Caio Cezar Neves Pimenta

André Luiz Seixlack

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118082>

### **CAPÍTULO 3..... 24**

#### **INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE SEÇÕES DE CONECTORES NA EFICIÊNCIA DA RUPTURA POR SEÇÃO LÍQUIDA EM CANTONEIRA DE CHAPA DOBRADA**

Jéssica Ferreira Borges

Luciano Mendes Bezerra

Francisco Evangelista Jr

Valdeir Francisco de Paula

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118083>

### **CAPÍTULO 4..... 37**

#### **INFORMATION THEORY BASED STOCHASTIC HETEROGENEOS MULSTISCALE**

Ianyqui Falcão Costa

Liliane de Allan Fonseca

Ézio da Rocha Araújo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118084>

### **CAPÍTULO 5..... 59**

#### **INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PARA IDENTIFICAR O USO DE MÁSCARA NA PREVENÇÃO DA COVID-19**

Roberson Carlos das Graças

Edyene Cely Amaro Oliveira

Guilherme Ribeiro Brandao

Igor Siqueira da Silva

Samara de Jesus Duarte

Samara Lana da Rocha

Hermes Francisco da Cruz Oliveira

Guilherme Henrique Chaves Batista

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118085>

**CAPÍTULO 6..... 67**

**ANÁLISE DE DESEMPENHO MECÂNICO DE PLACAS A PARTIR DE MÉTODOS APROXIMADOS**

Gabriel de Bessa Spínola  
Edmilson Lira Madureira  
Eduardo Morais de Medeiros

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118086>

**CAPÍTULO 7..... 85**

**M-LEARNING E VIRTUAL REALITY NO ENSINO TÉCNICO DE AGROPECUÁRIA**

Gabriel Pinheiro Compto  
Jeconias Ferreira dos Santos

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118087>

**CAPÍTULO 8..... 95**

**MODELLING AND ANALYSIS OF AEROBOAT JAHU**

João B. de Aguiar  
Júlio C.S. Sousa  
José M. de Aguiar

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118088>

**CAPÍTULO 9..... 113**

**MONITORAMENTO DA QUALIDADE DE ENERGIA EM SISTEMA DE GERAÇÃO FOTOVOLTAICA - ANÁLISE DAS CAMPANHAS DE MEDIÇÃO DE TENSÃO E CORRENTE E CARACTERÍSTICAS DE INJEÇÃO DE HARMÔNICOS DOS SISTEMAS DE BAIXA, MÉDIA E ALTA TENSÃO**

Nelson Clodoaldo de Jesus  
João Roberto Cogo  
Luiz Marlus Duarte  
Jesus Daniel de Oliveira  
Luis Fernando Ribeiro Ferreira  
Éverson Júnior de Mendonça  
Leandro Martins Fernandes

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8492118089>

**CAPÍTULO 10..... 127**

**OTIMIZAÇÃO MULTI-LIMAR PARA SEGMENTAÇÃO DE MRI POR ALGORÍTIMO GENÉTICO**

Tiago Santos Ferreira  
Paulo Fernandes da Silva Júnior  
Ewaldo Eder Carvalho Santana  
Mauro Sérgio Silva Pinto  
Jayne Muniz Fernandes  
Ana Flávia Chaves Uchôa  
Jarbas Pinto Monteiro Guedes

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180810>

<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>138</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DA CAPACIDADE DE CARGA DE ÂNCORAS TORPEDO CONSIDERANDO EFEITOS DE SETUP	
Guilherme Kronemberger Lopes José Renato Mendes de Sousa Gilberto Bruno Ellwanger	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180811">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180811</a>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>156</b>
ANÁLISE NUMÉRICA DE PLACAS EM ESTRUTURAS AEROESPACIAIS POR DIFERENÇAS FINITAS	
Júlio César Fiorin Reyolando Manoel Lopes Rebello da Fonseca Brasil	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180812">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180812</a>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>172</b>
NUMERICAL SIMULATION OF LABYRINTH SEALS FOR PULSED COMPRESSION REACTORS (PCR)	
Hermann Enrique Alcázar Rojas Briam Rudy Velasquez Coila Arioston Araújo de Moraes Júnior Leopoldo Oswaldo Alcázar Rojas	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180813">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180813</a>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>183</b>
PRÁTICAS E CONTROLE DA CORRUPÇÃO NO MERCADO SEGURADOR: UMA PROPOSTA DE DADOS PARA SISTEMAS DE CONTROLE E COMPLIANCE	
Lucas Cristiano Ferreira Alves Melissa Mourão Amaral Liza Dantas Noguchi	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180814">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180814</a>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>198</b>
PREDICTING EFFECTIVE CONSTITUTIVE CONSTANTS FOR WOVEN-FIBRE COMPOSITE MATERIALS	
Jonas Tieppo da Rocha Tales de Vargas Lisbôa Rogério José Marczak	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180815">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180815</a>	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>210</b>
PREVENTING SPURIOUS ARTIFACTS WITH CONSISTENT INTERPOLATION OF PROPERTIES BETWEEN CELL CENTERS AND VERTICES IN TWO-DIMENSIONAL RECTILINEAR GRIDS	
Alexandre Antonio de Oliveira Lopes Flávio Pereira Nascimento	

Francisco Ismael Pinillos Nieto  
Túlio Ligneul Santos  
Alberto Barbosa Júnior  
Luca Pallozzi Lavorante

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180816>

**CAPÍTULO 17..... 230**

**REALIDADE VIRTUAL APLICADA COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO AO ENSINO**

Simone Silva Frutuoso de Souza  
Everton Welter Correia  
Gabrielly Chiquezi Falcão  
Leonardo Plaster Silva  
Érica Baleroni Pacheco  
Fábio Roberto Chavarette  
Fernando Parra dos Anjos Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180817>

**CAPÍTULO 18..... 245**

**RESULTADOS DE CAMPANHAS DE MEDIÇÃO DE QUALIDADE DA ENERGIA EM SISTEMAS COM COMPENSADORES ESTÁTICOS DE REATIVOS - ANÁLISE DO IMPACTO DE OUTROS AGENTES NA AMPLIFICAÇÃO DE HARMÔNICOS EM SISTEMA DE 500 kV**

Nelson Clodoaldo de Jesus  
João Roberto Cogo  
Luis Fernando Ribeiro Ferreira  
Luiz Marlus Duarte  
Éverson Júnior de Mendonça  
Leandro Martins Fernandes  
Jesus Daniel de Oliveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180818>

**CAPÍTULO 19..... 258**

**SIMPLIFIED NUMERICAL MODEL FOR ANALYSIS OF STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS WITH PARTIAL INTERACTION**

Samuel Louzada Simões  
Tawany Aparecida de Carvalho  
Ígor José Mendes Lemes  
Rafael Cesário Barros  
Ricardo Azoubel da Mota Silveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180819>

**CAPÍTULO 20..... 266**

**SIMULAÇÃO DE UMA LONGARINA COMPÓSITA DE UMA AERONAVE ESPORTIVA LEVE**

Felipe Silva Lima  
Álvaro Barbosa da Rocha  
Daniel Sarmento dos Santos

Wanderley Ferreira de Amorim Júnior

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180820>

**CAPÍTULO 21.....279**

**SISTEMA RFID PARA CONTROLE DE ATIVOS PÚBLICOS**

João Felipe Fonseca Nascimento

Jislane Silva Santos de Menezes

Jean Louis Silva Santos

Jennysson D. dos Santos Júnior

Luccas Ribeiro Cruz

Jean Carlos Menezes Oliveira

João Marcos Andrade Santos

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180821>

**CAPÍTULO 22.....292**

**SISTEMAS ESTRUTURAIS CONVENCIONAIS E SISTEMAS DE LAJES LISAS EM EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO**

Pablo Juan Lopes e Silva Santos

Carlos Henrique Leal Viana

Sávio Torres Melo

Rebeka Manuela Lobo Sousa

Tiago Monteiro de Carvalho

Thiago Rodrigues Piauilino Ribeiro

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180822>

**CAPÍTULO 23.....303**

**SOCIEDADE 5.0 CORRELACIONADA COM A INDÚSTRIA 4.0 E A TRANSFORMAÇÃO DIGITAL**

Pablo Fernando Lopes

Thiago Silva Souza

Fernando Hadad Zaidan

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180823>

**CAPÍTULO 24.....313**

**TÉCNICA DE DIAGNÓSTICO DE BARRAS QUEBRADAS EM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO SEM CARGA POR MEIO DA TRANSFORMADA WAVELET**

Carlos Eduardo Nascimento

Cesar da Costa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180824>

**CAPÍTULO 25.....332**

**UNCERTAINTY QUANTIFICATION OF FRACTURE POTENTIAL AT CONCRETE-ROCK INTERFACE**

Mariana de Alvarenga Silva

Francisco Evangelista Junior

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180825>

<b>CAPÍTULO 26.....</b>	<b>342</b>
<b>USANDO MINERAÇÃO DE DADOS PARA IDENTIFICAR FATORES MAIS IMPORTANTES DO ENEM DOS ÚLTIMOS 22 ANOS</b>	
Jacinto José Franco	
Fernanda Luzia de Almeida Miranda	
Davi Stiegler	
Felipe Rodrigues Dantas	
Jacques Duílio Brancher	
Tiago do Carmo Nogueira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180826">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180826</a>	
<b>CAPÍTULO 27.....</b>	<b>355</b>
<b>ARTIFICIAL INTELLIGENCE USAGE FOR IDENTIFYING AUTOMOTIVE PRODUCTS</b>	
Leandro Moreira Gonzaga	
Gustavo Maia de Almeida	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180827">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180827</a>	
<b>CAPÍTULO 28.....</b>	<b>366</b>
<b>UTILIZAÇÃO DE APLICATIVO PARA DISPOSITIVO MÓVEL PARA ADMINISTRAÇÃO DE MEDICAMENTOS</b>	
Luísa de Castro Guterres	
Allan Rafael da Silva Lima	
Wender Antônio da Silva	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180828">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180828</a>	
<b>CAPÍTULO 29.....</b>	<b>399</b>
<b>VIBRATIONS ANALYSIS UNCOUPLED AND COUPLED FLUID-STRUCTURE BETWEEN SHELL AND ACOUSTIC CAVITY CYLINDRICAL FOR VARIOUS BOUNDARY CONDITIONS</b>	
Davidson de Oliveira França Júnior	
Lineu José Pedroso	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180829">https://doi.org/10.22533/at.ed.84921180829</a>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR.....</b>	<b>410</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>411</b>

## ANÁLISE NUMÉRICA DE PLACAS EM ESTRUTURAS AEROESPACIAIS POR DIFERENÇAS FINITAS

*Data de aceite:* 02/08/2021

*Data de submissão:* 06/05/2021

**Júlio César Fiorin**

Federal University of ABC  
São Bernardo do Campo-SP  
<http://lattes.cnpq.br/1824952255013498>

**Reyolando Manoel Lopes Rebello da  
Fonseca Brasil**

Federal University of ABC  
São Bernardo do Campo-SP  
<http://lattes.cnpq.br/1886098993540794>

**RESUMO:** O presente trabalho apresenta um estudo acerca da análise numérica de placas retangulares por meio do método das diferenças finitas, obtendo soluções aproximadas para o campo de deslocamentos transversais bem como os correspondentes momentos fletores, para problemas envolvendo uma série de condições de contorno, utilizando-se o software Matlab® para simulação. Ainda nesse contexto, realizou-se uma análise comparativa das aproximações obtidas por meio do método das diferenças finitas, com relação às aproximações obtidas via método dos elementos finitos - para malhas de mesma dimensão - por meio do software comercial Abaqus™. Em ambos os casos, comparações são feitas com resultados encontrados na literatura por séries trigonométricas. Os resultados obtidos nos permitem inferir que, para determinados problemas, o método das diferenças finitas pode ser empregado com melhor eficácia, precisão e

simplicidade - do ponto de vista computacional - quando comparado com o método dos elementos finitos.

**PALAVRAS - CHAVE:** Diferenças Finitas, Lagrange, Placas, Deslocamentos Transversais, Momentos Fletores.

### NUMERICAL PLATES ANALYSIS BY FINITE DIFFERENCES IN AEROSPACE STRUCTURES

**ABSTRACT:** The solution of the most varied types of structural problems, in general, in the aerospace engineering field, requires the use of adequate numerical methods and the knowledge of their main characteristics and limitations. The present work presents a study on the numerical analysis of rectangular plates using the finite differences method, using Matlab® software for simulation. We obtain approximate solutions for the field of transversal displacements, as well as the corresponding bending moments. We consider problems involving a series of boundary conditions, especially aerospace engineering applications. Also, in this context, we perform a comparative analysis of the approximations obtained using the finite difference method with those with the finite element method, using commercial software Abaqus™, for the same meshes. In both cases, comparisons are made with results found in the literature derived from trigonometric series. The results allow us to infer that, for certain problems, the finite difference method can be used with better efficiency, precision, and simplicity - from the computational point of view - when compared with the finite

element method.

**KEYWORDS:** Finite Differences, Lagrange, Plates, Transversal displacements, Bending moments.

## 1 | INTRODUCTION

In structural analysis in general, most of the problems require an appropriate numerical method. In this context, the present work approaches the plates behavior by the Finite Differences Method. As a first step, we present the Sophie-Germain and Lagrange differential equation for plates and corresponding boundary conditions that we must consider in each type of problems. As a second step, we present a methodology for the Finite Differences Method application, looking for an approximated solution to the problems here discussed. That way, it was possible to obtain the displacement fields and the corresponding bending moments in the  $x$  and  $y$  directions as well. For this, the Matlab® software was utilized for the Finite Differences modeling and numerical simulation and, in parallel, the Abaqus™ software was employed on the Finite Elements Method simulations for the same kind of problems.

Plates have large application in the industries in general, whether automotive, naval or aerospace areas. At the aerospace sector, particularly in aeronautics, plates are very usual, because it's a fundamental element in aircraft structures. Depending on the type of aircraft, it is possible to find different structural component arrangements, as well as the wings that usually consists of a *spars*, *ribs*, *stringers* and *skins* arrangement, which are – basically – mounted from a combination of several thin plates. All these components cited before, together, have as their main function resist and transmit the loads applied due the operation, providing aerodynamic shapes, security for the passengers, for the payload and for all the integrated systems as well.

The primary function of a wing *skin* is to form an impermeable surface to support the aerodynamic pressure distribution due to the lift forces at the wings. These aerodynamic forces are transmitted to the *ribs* and *stringers* by the *skin*, via the forces action on the plates. The resistance to the shear and the torsion loads is provided by shear forces due the interaction of skin and spar webs, while the axial and torsion loads are resisted by the combination of the *skin* and *stringers* action. Although the *skin* is efficient to resist shear and torsion, it can be easily bent, even under no significant compressible loads. A possible solution could be increase the plate thickness, which can lead to overweight problems.

## 2 | SOPHIE-GERMAIN LAGRANGE EQUATION

The purpose of the discretization methods is reducing a continue problem in a system with a finite degrees of freedom number. In general, there is a physic phenomenon governed by a differential equation or a system of them, involving one or more functions. The solution

of these equations, for general boundary conditions, by finding a closed form function is usually not possible. But a good approximation can be obtained by a limited number of parameters, if the analyst has a good sensitivity. These approximations, basically, involve exchanging a continue domain by a mash, with discrete points inside the domain. Instead of taking the continue function to these domain, we provide approximations to the value which this function assumes in each isolated point. In plates, the differential equation that govern the phenomenon is the Sophie-Germain and Lagrange equation:

$$\nabla^4 w = \frac{P}{D} \quad (1)$$

where

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

The sought for function,  $w=w(x,y)$ , is the transversal displacement of the surface points, and the *fourth order degree nabla operator* can be written as:

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (2)$$

In addition, the boundary conditions should be imposed at the plate faces. For example, if there is a simple support, the bending moments are equal zero and, therefore, the second derivative is also zero on this extremity. But, when there is a totally clamped face, rotation there does not exist, that is, the first derivative is zero.

### 3 | FINITE DIFFERENCES METHOD

In the Finite Differences Method, all the derivates present in the differential equations inside the domain and the boundary conditions, are approximated by difference expressions, obtained by Taylor series, in general. The procedure was applied, for the first time, in two-dimensional domains, as in this case, by C. Runge, in 1908. The necessary expressions, for the purpose of this work are shown in what follows, for a point pertaining to a  $j$  line and a  $k$  column, from a rectangular mash with  $h_x$  spacing at the  $x$  direction and  $h_y$  at the  $y$  direction.

$$\left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{j,k} = \frac{w_{j,k+1} - w_{j,k-1}}{2h_x} \quad (3)$$

$$\left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{j,k} = \frac{w_{j+1,k} - w_{j-1,k}}{2h_y} \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{j,k} = \frac{w_{j,k+1} - 2w_{j,k} + w_{j,k-1}}{h_x^2} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{j,k} = \frac{w_{j+1,k} - 2w_{j,k} + w_{j-1,k}}{h_y^2} \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_{j,k} = \frac{w_{j,k+2} - 4w_{j,k+1} + 6w_{j,k} - 4w_{j,k-1} + w_{j,k-2}}{h_x^4} \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_{j,k} = \frac{w_{j+2,k} - 4w_{j+1,k} + 6w_{j,k} - 4w_{j-1,k} + w_{j-2,k}}{h_y^4} \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right)_{j,k} = \frac{w_{j+1,k-1} - 2w_{j+1,k} + w_{j+1,k+1} - 2w_{j,k-1} + 4w_{j,k} - 2w_{j,k+1} + w_{j-1,k-1} - 2w_{j-1,k} + w_{j-1,k+1}}{h_x^2 h_y^2} \quad (9)$$

### 3.1 Square Plate Example

Consider a square plate simply supported in its four borders, with  $2 \times 2 \text{ m}$  sides,  $t = 2 \text{ cm}$  thickness, transversally loaded - from top to bottom - by uniformly distributed load  $p = 2 \text{ KPa}$ , modulus of elasticity  $E = 200 \text{ GPa}$  and Poisson ratio  $\nu = 0.3$ , so that it is possible to obtain the flexural stiffness  $D = 146.52$ . For comparison, the transversal displacement will be calculated for two meshes, one with  $h_x = h_y = 1 \text{ m}$  and another one with  $h_x = h_y = 0.5 \text{ m}$ . For the coarser mesh, Fig. 1, there is just one point at the interior domain and is necessary to consider external points, outside the domain, for applying the differential equation in terms of finite differences.

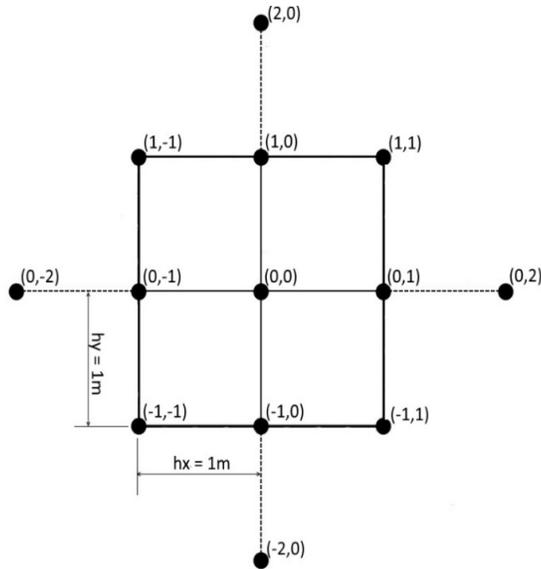


Figure 1: Simple supported square plate with two subdivisions mesh

At the simple supported border lines, the transversal displacements are zero and, the bending moment (second derivative), is also zero. It means that the external point displacements are equal to minus the internal point displacement. That way is obtained:

$$16w_{0,0} = 2/146.52 = 0.01365 \qquad w_{0,0} = 0.8531 \text{ mm}$$

For the refined mesh, Fig. 2, there's nine points at the interior domain. Considering symmetry, is sufficient applying the differential equation based on the finite differences in just three internal points.

Point 0,0

$$w_{0,2} - 8w_{0,1} + 20w_{0,0} - 8w_{0,-1} + w_{0,-2} + w_{2,0} - 8w_{1,0} - 8w_{-1,0} + w_{-2,0} + 2(w_{1,1} + w_{-1,1} + w_{-1,-1}) = 0.5^4 \frac{P}{D}$$

Point 0,1

$$w_{0,3} - 8w_{0,2} + 20w_{0,1} - 8w_{0,0} + w_{0,-1} + w_{2,1} - 8w_{1,1} - 8w_{-1,1} + w_{-2,1} + 2(w_{1,2} + w_{1,0} + w_{-1,2} + w_{-1,0}) = 0.5^4 \frac{P}{D}$$

Point 1,1

$$w_{1,3} - 8w_{1,2} + 20w_{1,1} - 8w_{1,0} + w_{1,-1} + w_{3,1} - 8w_{2,1} - 8w_{0,1} + w_{-1,1} + 2(w_{2,2} + w_{2,0} + w_{0,2} + w_{0,0}) = 0.5^4 \frac{P}{D}$$

Considering the boundary conditions and symmetry, is possible to obtain the linear algebraic system with 3 equations and 3 unknowns.

$$\begin{bmatrix} 20 & -32 & 8 \\ -8 & 24 & -16 \\ 2 & -16 & 20 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{0,0} \\ w_{0,1} \\ w_{1,1} \end{Bmatrix} = 0.5^4 \times 0.01365 \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$w_{0,0} = 0.8798 \text{ mm}$$

For comparison, the result obtained by Timoshenko (1956) using trigonometric series was  $w_{0,0} = 0.8867 \text{ mm}$ .

### 3.2 Rectangular Example

Consider the rectangular plate, displayed in Fig. 2, simply supported at the  $x$  parallel borders and clamped on the other 2 sides, with  $8 \times 4 \text{ m}$  dimensions,  $t = 5 \text{ cm}$  thickness, transversally loaded - from top to bottom - by uniformly distributed load  $p = 0.1 \text{ kPa}$ , modulus of elasticity  $E = 3 \text{ GPa}$  and Poisson ratio  $\nu = 0.25$ .

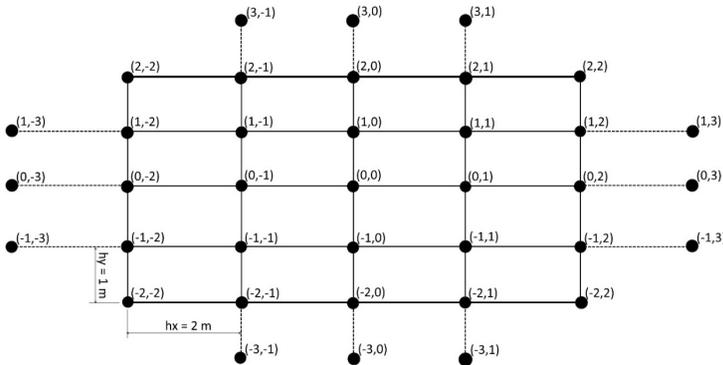


Figure 2: Rectangular plate with four subdivisions mesh

Through the symmetries in Fig. 2, it is enough to apply the differential equation in four points, named  $(0,0)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,0)$  and  $(1,1)$ .

Point 0,0

$$\begin{aligned} & \frac{1}{16}(w_{0,2} - 4w_{0,1} + 6w_{0,0} - 4w_{0,-1} + w_{0,-2}) + \frac{1}{1}(w_{2,0} - 4w_{1,0} + 6w_{0,0} - 4w_{-1,0} + w_{-2,0}) + \\ & + \frac{2}{4}(w_{1,1} - 2w_{1,0} + w_{1,-1} - 2w_{0,1} + 4w_{0,0} - 2w_{0,-1} + w_{-1,1} - 2w_{-1,0} + w_{-1,-1}) = \frac{p}{D} = 0.003 \end{aligned}$$

Point 0,1

$$\begin{aligned} & \frac{1}{16}(w_{0,3} - 4w_{0,2} + 6w_{0,1} - 4w_{0,0} + w_{0,-1}) + \frac{1}{1}(w_{2,1} - 4w_{1,1} + 6w_{0,1} - 4w_{-1,1} + w_{-2,1}) + \\ & + \frac{2}{4}(w_{1,2} - 2w_{1,1} + w_{1,0} - 2w_{0,2} + 4w_{0,1} - 2w_{0,0} + w_{-1,2} - 2w_{-1,1} + w_{-1,0}) = \frac{p}{D} = 0.003 \end{aligned}$$

Point 1,0

$$\frac{1}{16}(w_{1,2} - 4w_{1,1} + 6w_{1,0} - 4w_{1,-1} + w_{1,-2}) + \frac{1}{1}(w_{3,0} - 4w_{2,0} + 6w_{1,0} - 4w_{0,0} + w_{-1,0}) + \frac{2}{4}(w_{2,1} - 2w_{2,0} + w_{2,-1} - 2w_{1,1} + 4w_{1,0} - 2w_{1,-1} + w_{0,1} - 2w_{0,0} + w_{0,-1}) = \frac{P}{D} = 0.003$$

Point 1,1

$$\frac{1}{16}(w_{1,3} - 4w_{1,2} + 6w_{1,1} - 4w_{1,0} + w_{1,-1}) + \frac{1}{1}(w_{3,1} - 4w_{2,1} + 6w_{1,1} - 4w_{0,1} + w_{-1,1}) + \frac{2}{4}(w_{2,2} - 2w_{2,1} + w_{2,0} - 2w_{1,2} + 4w_{1,1} - 2w_{1,0} + w_{0,2} - 2w_{0,1} + w_{0,0}) = \frac{P}{D} = 0.003$$

Considering the boundary conditions and symmetry, is possible to obtain a linear algebraic system with 4 equations and four unknowns.

$$\begin{bmatrix} 8.375 & -2.5 & -10 & 2 \\ -1.25 & 8.5 & 1 & -10 \\ -5 & 1 & 8.375 & -2.5 \\ 0.5 & -5 & -1.25 & 8.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{0,0} \\ w_{0,1} \\ w_{1,0} \\ w_{1,1} \end{Bmatrix} = 0.003 \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

The solution is

$$\begin{Bmatrix} w_{0,0} \\ w_{0,1} \\ w_{1,0} \\ w_{1,1} \end{Bmatrix} = 0.001 \begin{Bmatrix} 7.09 \\ 5.20 \\ 5.09 \\ 3.74 \end{Bmatrix} m$$

It means that, for the central node, the transversal displacement is  $w_{0,0} = 0.00709m$ . Now, from the displacement field, it is possible to obtain the bending moments field in the  $x$  and  $y$  directions – respectively – in terms of finite differences.

$$M_x = -D \left( \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (10)$$

$$M_y = -D \left( \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

Equations 10 and 11 can be applied for any points at the interior plate domain to get the bending moments field. Applying these equations, in terms of finite differences, is possible to obtain:

$$M_{x_{0,0}} = 0.0649752 \frac{kNm}{m}$$

$$M_{y_{0,0}} = 0.1415714 \frac{kNm}{m}$$

## 4 | NUMERICAL RESULTS

As proposed for the present work, after presentation of the theoretical foundation, the analyses become a quantitative object of study, in the computational point of view. That way, is possible to compare the results obtained by finite differences method and the finite elements method, and with the exact solutions obtained by Timoshenko (1956) using trigonometric series. Thus, an algorithm has been developed based on the finite differences method, using the Matlab® software. The inputs are the plate dimensions, material properties and the boundary conditions. The outputs are the displacement and the bending moments fields, as well as 3D deformed surface plot.

For the same problems and boundary conditions, the *Abaqus*<sup>TM</sup> software has been used to obtain the finite elements method approximations, enabling a quantitative and qualitative analyses between the results, and comparing these with the values found in the literature, obtained by Timoshenko.

### 4.1 Geometry Adopted For Simulations

For the simulations, a plate with the same dimensions of the plate shown in Fig. 3 has been adopted, with  $8 \times 4$  m sides,  $t = 5$  cm thickness, transversally loaded - from top to bottom - by uniformly distributed load  $p = 0,1$  kPa, modulus of elasticity  $E = 3$  GPa and Poisson ratio  $\nu = 0.3$ .

### 4.2 Boundary Conditions Adopted

The models, as well as the boundary conditions adopted for simulations were the same examples used and tabulated by Timoshenko, for thin plates under uniform load. We used rectangular plate models with the edges simply supported, all edges clamped, one edge clamped with the rest of them simply supported and, finally, a rectangular plate with two edges clamped with another two simply supported edges. The results for each boundary conditions, tabulated by Timoshenko, and used in this work, can be found in the table presented on the Table 1.

## 5 | RESULTS

After the reference values were calculated, for the boundary conditions used by Timoshenko, we carried out the computational simulations for the same models and

performed a comparative analysis between the outputs in each case. For the analysis, four decimal places and up to six significant digits were adopted, with truncation rules for the last digit.

## 5.1 Plates With Edges Simply Supported

For the plate with the edges simply supported and mesh with four subdivisions, it was possible to obtain with our algorithm approximations as shown by the Fig. 3. Obviously, that is a “coarse” approximation, and has been obtained the following displacement and bending moments values:

$$w_{max} = 0.007512 \text{ m}$$

$$M_{x_{max}} = 0.073271 \frac{kNm}{m}$$

$$M_{y_{max}} = 0.155022 \frac{kNm}{m}$$

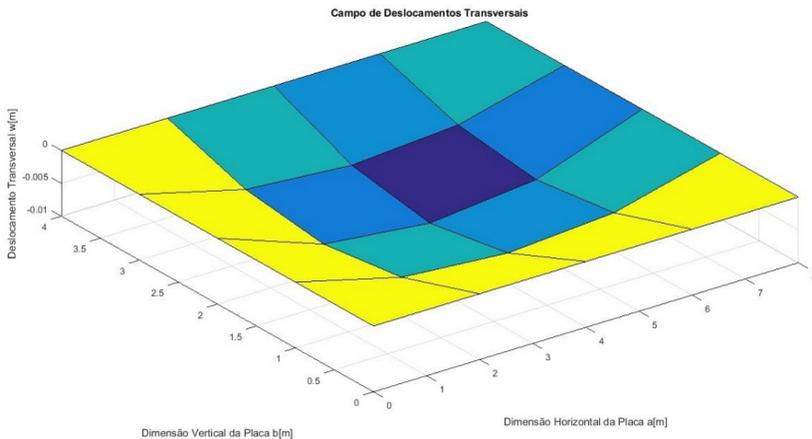


Figure 3: The transversal displacement field and mesh with four subdivisions

Using a mesh with more subdivisions, is possible to obtain a better approximation for the displacement fields and the bending moments, as shown in Fig. 4.

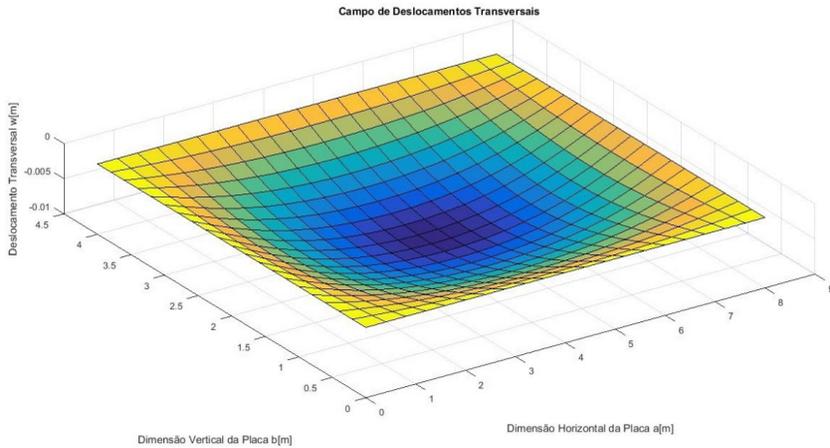


Figure 4: The transversal displacement field and mesh with twenty subdivisions

For the mesh with the twenty subdivisions, we obtained the following approximations by finite differences:

$$w_{max} = 0.007549 \text{ m}$$

$$M_{x_{max}} = 0.07412 \frac{kNm}{m}$$

$$M_{y_{max}} = 0.162359 \frac{kNm}{m}$$

For the simulations executed by finite elements and mesh with four subdivisions, we obtained the following approximations:

$$w_{max} = 0.007760 \text{ m}$$

$$M_{x_{max}} = 0.070770 \frac{kNm}{m}$$

$$M_{y_{max}} = 0.143400 \frac{kNm}{m}$$

The graphical representations for the displacement fields and the bending moments can be seen in the Figs. 5, 6 and 7 – respectively.

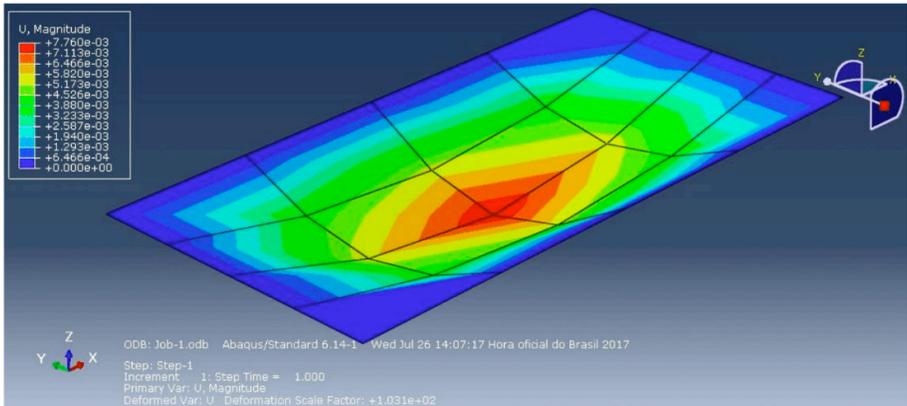


Figure 5: The transversal displacement field and mesh with four subdivisions

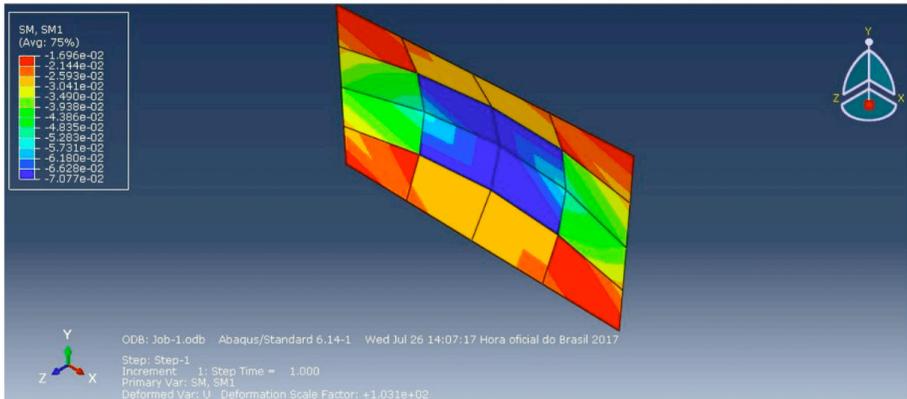


Figure 6: The bending moment field at the x direction and mesh with four subdivisions

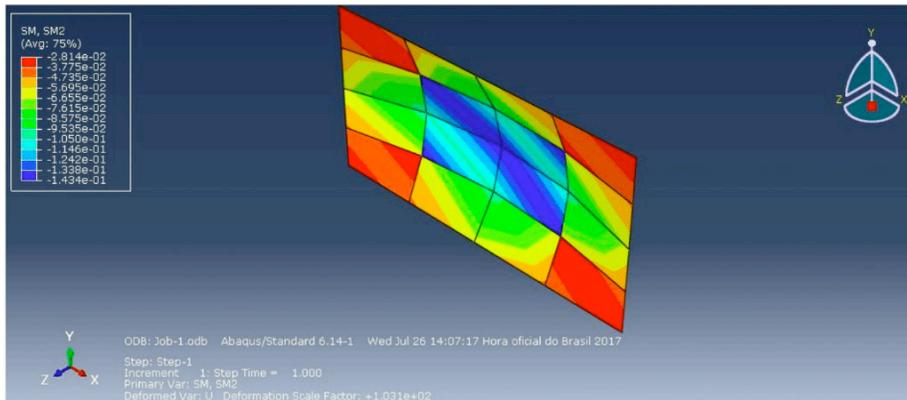


Figure 7: The bending moment field at the y direction and mesh with four subdivisions

For the simulations executed by finite elements and mesh with twenty subdivisions, we obtained de following approximations:

$$w_{max} = 0.007570 \text{ m}$$

$$M_{x_{max}} = 0.074320 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$M_{y_{max}} = 0.162200 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

The graphical representations for the displacement fields and the bending moments can be seen in the Figs. 8, 9 and 10 – respectively.

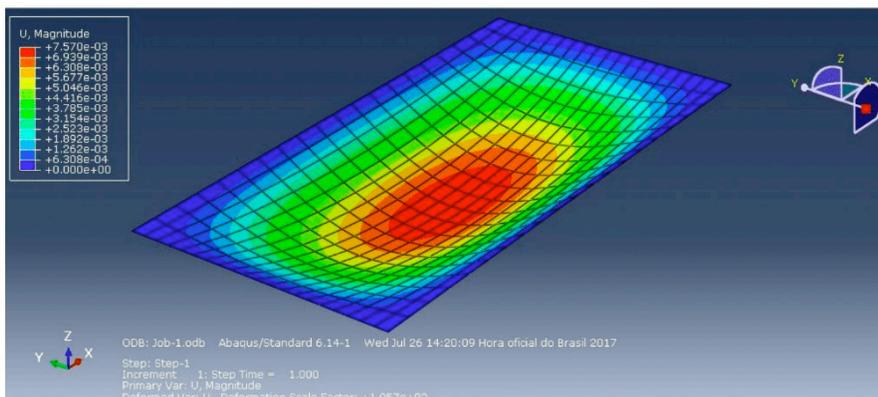


Figure 8: The transversal displacement field and mesh with twenty subdivisions

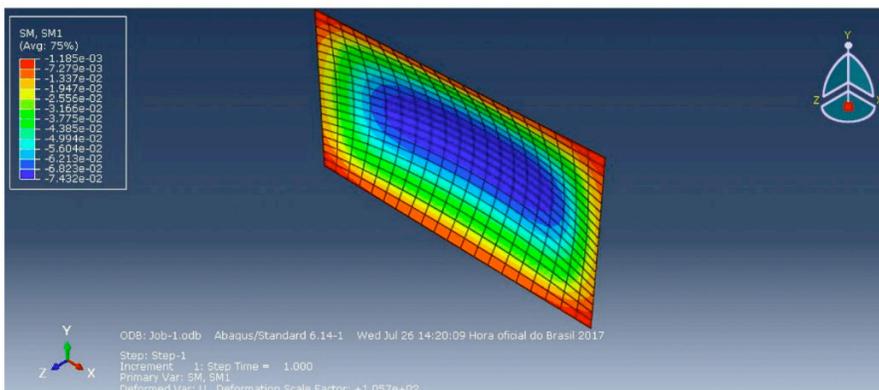


Figure 9: The bending moment field at the x direction and mesh with twenty subdivisions

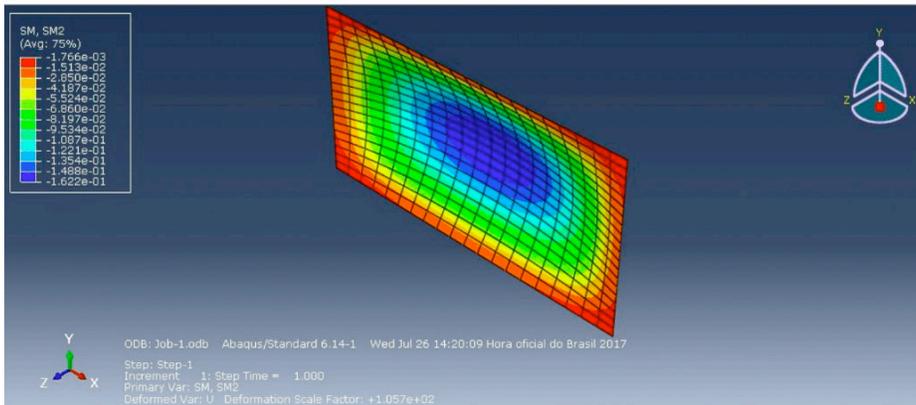


Figure 10: The bending moment field at the y direction and mesh with twenty subdivisions

## 5.2 Other Boundary Conditions

In addition to the case where the plate was in four simply supported edges, simulations for the cases where the plate was with all edges clamped, one edge clamped with the rest of them simply supported and, finally, a rectangular plate with two edges clamped with another two simply supported edges, were also made. The results for these simulations can be seen in Table 1.

SIMPLY SUPPORTED EDGES					
	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFFERENCES		TIMOSHENKO
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20	
W [m]	0.007760	0.007570	0.007512	0.007549	0.007516
Mx [kNm/m]	0.070770	0.074320	0.073271	0.074124	0.074240
My [kNm/m]	0.143400	0.162200	0.155022	0.162359	0.162472
ALL EDGES CLAMPED					
	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFFERENCES		TIMOSHENKO
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20	
W [m]	0.002000	0.001880	0.002704	0.001924	0.001893
Mx [kNm/m]	0.028280	0.028580	0.029729	0.025360	0.025280
My [kNm/m]	0.055240	0.065350	0.071153	0.066080	0.065920
ONE EDGE CLAMPED WITH THE REST OF THEM SIMPLY SUPPORTED					
	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFFERENCES		TIMOSHENKO
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20	
W [m]	0.003533	0.003757	0.004315	0.003667	0.003653
Mx [kNm/m]	0.035270	0.037950	0.043214	0.037823	0.036800

My [kNm/m]	0.081660	0.082950	0.099547	0.096381	0.09600
TWO EDGES CLAMPED WITH ANOTHER TWO SIMPLY SUPPORTED					
	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFERENCES		TIMOSHENKO
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20	
W [m]	0.001741	0.001939	0.002775	0.001982	0.001938
Mx [kNm/m]	0.020300	0.026110	0.029134	0.022934	0.022720
My [kNm/m]	0.055450	0.066790	0.072816	0.067548	0.067200

Table 1. Results

SIMPLY SUPPORTED EDGES				
%	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFERENCES	
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20
W [m]	3.25	0.72	0.05	0.44
Mx [kNm/m]	4.67	0.11	1.31	0.16
My [kNm/m]	11.74	0.17	4.59	0.07
ALL EDGES CLAMPED				
%	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFERENCES	
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20
W [m]	5.65	0.69	42.84	1.64
Mx [kNm/m]	11.87	13.05	17.60	0.32
My [kNm/m]	16.20	0.86	7.94	0.24
ONE EDGE CLAMPED WITH THE REST OF THEM SIMPLY SUPPORTED				
%	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFERENCES	
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20
W [m]	3.28	2.85	18.12	0.38
Mx [kNm/m]	4.16	3.13	17.43	2.78
My [kNm/m]	14.94	13.59	3.69	0.40
TWO EDGES CLAMPED WITH ANOTHER TWO SIMPLY SUPPORTED				
%	FINITE ELEMENTS		FINITE DIFERENCES	
MESH SUBDIVISIONS	4	20	4	20
W [m]	10.17	0.05	43.19	2.27
Mx [kNm/m]	10.65	14.92	28.23	0.94
My [kNm/m]	17.49	0.61	8.36	0.52

Table 2. Percentage Errors

## 6 | DISCUSSION

According to the present work, it is possible to conclude that the finite differences method presented better approximations for the displacement fields  $w$  and bending moments  $M_x$  and  $M_y$ , when compared with the approximations obtained by finite elements method, for

the same mesh and boundary for *simply supported edges*. These results are shown in Table 2, where it can be seen the percentage errors obtained in the simulations. In Table 2, it is also possible to observe that for the mesh with the lower resolution – four subdivisions, the finite differences method shows better convergence when compared to the finite elements method with 0.05%, 1.31% e 4.59% in percentage errors for the approximations to the displacement fields and bending moments – respectively. At the same time, the finite elements method – for the same mesh – presented 3.25%, 4.67% e 11.74% in percentage errors for the displacement fields and bending moments – respectively.

For the same problem, the subdivisions number were increased, resulting in a mesh with twenty subdivisions which provided a better convergence for the approximations in both methods. However, the finite difference method presented lower percentage errors (0.44%, 0.16%, 0.07%), when compared to the finite elements method (0.72%, 0.11%, 0.17%). Is also possible to observe that when the subdivisions mesh increases, the maximum displacement field approximation obtained by finite differences increased slightly, compared to the mash with just four subdivisions, also by finite differences.

The situation also changes as the boundary conditions is changed, especially when some edge is clamped or even all of them. An example of this case is when the plate is with all of the edges clamped and, as it is possible to observe in the Table 2, the approximations by finite differences are considerably worse, with 42.84%, 17.60% e 7.94% percentage errors compared to the finite elements method, with 5.65%, 11.87% e 16.20% percentage errors. Is also possible to observe that the percentage errors for both methods were reduced as the subdivisions mesh number were increased. In this case, it can be noticed that the  $M_y$  approximation presented highest percentage error to the twenty subdivisions mesh compared to the four subdivisions mesh. As the same way, the  $M_x$  approximation presented lower percentage error by finite differences to the twenty subdivisions mesh while the  $M_y$  approximation for the both mashes have presented lower percentage errors by finite differences.

In the case where just the lower edges were clamped, all the approximations were better in terms of the convergence as the subdivisions mesh number were increased. For the four subdivisions mesh, the  $w_{center}$ , and  $M_{xcenter}$  approximations for the central mesh node were better in terms of convergence to the finite elements method, however, the  $M_y$  approximation presented lower percentage error by finite differences. In this context, when the subdivisions mesh number were increased, the finite differences method presented better approximations (0.38%, 2.78% e 0.40%) compared to the finite elements method (2.85% 3.13% e 13.59%), to the  $w_{center}$ ,  $M_{xcenter}$  e  $M_{ycenter}$  – respectively.

Finally, for the case in which the plate is with higher and lower edges clamped and the other two edges simple supported, for the mesh with four subdivisions, the finite element method presented better approximations to the transversal displacement  $w_{max}$  and the  $M_{xcenter}$  bending moment, presenting percentage errors around 10.17% e 10.65%,

respectively. However, the finite differences method presented a better approximation to the  $M_{y_{max}}$  bending moment, with percent error around 8.36%, compared to the 17.49% by the finite elements method. For the mesh with twenty subdivisions, the  $M_{x_{center}}$  e  $M_{y_{max}}$  approximations were better by the finite differences method, with percentage errors around 0.94% e 0.52%, however, the  $w_{max}$  approximation were better by the finite element method, with 0.05% percentage error.

## REFERENCES

Crandall, Stephen H., 1956. **Engineering Analysis**, McGraw-Hill Book Co.

Cholfe, Luiz, 1988. **Resolução de lajes pelo método das diferenças finitas com a aplicação de técnicas de transformação**, Dissertação de mestrado, PEFF/EPUSP, São Paulo.

Federal Aviation Administration, **Aviation Maintenance Technician Handbook**, Volume 1.

Megson, T.H.G., 2007. **Aircraft Structures for engineering students**, Fourth Edition.

Timoshenko, S. 1956, **Theory of Plates and Shells**, Second Edition.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Algoritmo 9, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 127, 172, 211, 320, 323, 324, 343, 350, 355, 370

Algoritmos de seleção 9, 342, 343, 347, 348, 353

ANSYS 9, 172, 173, 176, 177, 178, 180, 181, 204, 208, 266, 267, 272, 273, 399, 401

Aplicativo 9, 16, 65, 88, 89, 90, 92, 93, 273, 366, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 381, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395

Aprendizado 9, 59, 60, 63, 64, 65, 66, 87, 230, 232, 233, 235, 240, 242, 244, 281, 290

Artificial Intelligence 16, 60, 354, 355

### B

Blender 231, 236, 237

### C

Classificação 9, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 384

Computational Vision 355, 356

Comunicação 9, 85, 94, 95, 194, 230, 231, 232, 242, 243, 281, 283, 286, 304, 306, 307, 367, 384, 395

Coronavírus 59, 60, 65

Covid-19 11, 59, 60, 62, 65

### D

Desempenho 9, 12, 11, 12, 13, 14, 19, 23, 62, 67, 113, 114, 173, 186, 257, 267, 310, 342, 343, 345, 346, 350, 352, 353, 354, 367, 370, 373, 374, 389

Diagnóstico 15, 127, 313, 314, 316, 317, 318, 328, 329, 371

Diagramas 115, 283, 284, 371, 372

Dispositivo Móvel 10, 16, 366, 368, 370, 371

### E

Educação 24, 85, 86, 87, 88, 93, 94, 230, 232, 233, 235, 240, 241, 242, 243, 244, 279, 292, 303, 313, 342, 351, 353, 354, 369, 410

Enem 16, 342, 343, 344, 345, 347, 348, 350, 351, 353, 354

Energia Elétrica 9, 113, 114, 116, 126, 245, 257, 314

Ensino 9, 12, 14, 85, 86, 87, 89, 90, 92, 93, 95, 230, 231, 232, 233, 235, 236, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 281, 292, 342, 343, 351, 352, 353, 354

Equações 11, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 33, 34, 37, 95, 399

Estruturação de dados 194

## **F**

Finite Differences 38, 156, 157, 158, 159, 160, 162, 163, 165, 169, 170, 171

Fracture Mechanics 332, 334, 341

## **G**

Genetic Algorithm 128, 129, 130, 132, 133, 136, 137, 172, 180

Geração Fotovoltaica 12, 113, 115, 124, 125

## **I**

Image Processing 128, 130, 136, 356, 364

Indústria 4.0 9, 15, 303, 304, 305, 306, 308, 309, 310, 312

Informação 9, 37, 85, 86, 92, 94, 188, 195, 196, 230, 231, 232, 233, 242, 243, 280, 281, 282, 283, 304, 308, 319, 351, 366, 367, 368, 371, 395, 396, 410

Inteligência Artificial 11, 59, 304, 307, 308, 355, 356

Interface 51, 144, 146, 150, 152, 232, 235, 236, 239, 283, 284, 286, 332, 333, 334, 341, 369, 372, 376, 384, 385, 386, 397

Interpolation 13, 1, 4, 101, 102, 103, 178, 210, 215, 216, 217, 218, 221, 227

## **L**

Labyrinth Seals 13, 172, 174, 176, 179, 181, 182

## **M**

Máscara 9, 11, 59, 61, 62, 63, 64, 65, 66

MASK R-CNN 9, 355, 356, 359, 360, 361, 362, 364, 365

Method 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 38, 44, 55, 57, 67, 68, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 82, 83, 107, 112, 128, 129, 130, 131, 136, 141, 145, 156, 157, 158, 163, 169, 170, 171, 174, 175, 177, 178, 180, 181, 198, 199, 208, 210, 211, 215, 216, 217, 226, 227, 228, 229, 258, 259, 260, 264, 313, 336, 357, 399, 401, 409

Metodologias Ativas 231, 232, 244

Mineração de dados 343, 344, 345, 354

M-Learning 9, 12, 85, 86, 87, 88, 89, 92, 93, 94

Modelagem 17, 18, 211, 236, 237, 271, 284, 312, 371, 372, 374, 375

Modelo distribuído 9, 11, 11, 14, 22

Modelo Numérico 259, 271

Monitoramento 9, 10, 12, 60, 66, 113, 114, 115, 116, 118, 120, 122, 124, 125, 246, 248, 253, 279, 280, 283, 285, 290, 313, 314, 328, 366, 367, 368, 395

Motor de Indução 15, 313, 314, 316, 318, 319, 321

## **P**

Probabilidade 24, 31, 32, 34, 185, 332, 375

Protótipo 9, 234, 240, 241, 242, 283, 285, 286, 289, 366, 368, 371, 372, 374, 394

Pulsed compression reactor 172, 173, 175, 181, 182

## **R**

Realidade Virtual 9, 14, 94, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 239, 240, 241, 242, 243, 244

Rectilinear grids 13, 210, 212, 218, 227

Redes Neurais Artificiais 60, 62, 355, 364

RFID 15, 279, 280, 282, 283, 285, 286, 287, 288, 290, 291

## **S**

Setup 13, 138, 139, 140, 146, 147, 148, 149, 150, 152, 153, 154, 155

Sistema 9, 12, 14, 15, 11, 15, 18, 64, 88, 90, 91, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 120, 123, 124, 125, 126, 172, 184, 185, 186, 194, 195, 196, 231, 233, 234, 245, 246, 247, 248, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 272, 279, 280, 283, 284, 285, 286, 287, 289, 290, 291, 292, 293, 297, 299, 300, 306, 307, 312, 356, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 374, 375, 376, 381, 382, 384, 385, 386

Sistema de controle 194, 290

Sistema Estrutural 272, 292, 293, 297, 299, 300

Smartphone 90, 91, 94, 376

Sociedade 5.0 9, 15, 303, 304, 305, 306, 308, 309, 310

Sociedade Criativa 303, 304, 306, 308, 309

Software 9, 28, 67, 74, 137, 138, 139, 156, 157, 163, 176, 177, 200, 209, 231, 236, 266, 267, 282, 284, 287, 291, 292, 293, 298, 321, 323, 324, 325, 328, 344, 347, 371, 372, 375, 376, 386, 396, 397, 398, 399, 401

## **T**

Tecnologia 9, 24, 85, 86, 87, 91, 93, 94, 114, 230, 231, 232, 239, 240, 241, 242, 244, 267, 279, 280, 281, 282, 283, 290, 292, 301, 302, 304, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 313, 332, 342, 366, 367, 368, 396, 410

TICs na Educação 85, 93

Torpedo anchors 138, 139, 140, 148, 150, 152, 155

Transformação Digital 9, 15, 303, 304, 305, 307, 308, 309, 310, 311

## **U**

Uncertainty Quantification 15, 332, 336, 341

Usabilidade 9, 234, 366, 368, 372, 374, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393,

394, 395, 396, 397, 398

## **V**

Virtual 9, 12, 14, 85, 86, 87, 88, 89, 93, 94, 100, 101, 209, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 309, 402

Virtual Reality 9, 12, 85, 86, 87, 88, 231, 243, 244

## **W**

Web 10, 35, 279, 280, 283, 286, 287, 290, 304, 344, 386, 396

COLEÇÃO  
**DESAFIOS**  
DAS  
**ENGENHARIAS:**

**ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO 2**

-  [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)
-  [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)
-  [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
-  [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

COLEÇÃO

# DESAFIOS DAS ENGENHARIAS:

## ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO 2

-  [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)
-  [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)
-  [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
-  [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)