



Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática

**Atena**
Editora
Ano 2021



Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática

Atena
Editora
Ano 2021

Editora Chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes Editoriais

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto Gráfico e Diagramação

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremona

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da Capa

Shutterstock

Edição de Arte

Luiza Alves Batista

Revisão

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Elói Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federacl do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalves de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná
Profª Drª Miraniilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí
Profª Ma. Adriana Regina Vettorazzi Schmitt – Instituto Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional
Profª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Amanda Vasconcelos Guimarães – Universidade Federal de Lavras
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Profª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa
Profª Drª Andrezza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia
Profª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Me. Carlos Augusto Zilli – Instituto Federal de Santa Catarina
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná
Profª Drª Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa

Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia
Prof. Me. Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará
Prof. Me. Francisco Sérgio Lopes Vasconcelos Filho – Universidade Federal do Cariri
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFGA
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenología & Subjetividade/UFPR
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
Profª Ma. Lilian de Souza – Faculdade de Tecnologia de Itu
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
Profª Drª Lúvia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
Profª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz
Profª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof. Me. Luiz Renato da Silva Rocha – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Prof. Dr. Pedro Henrique Abreu Moura – Empresa de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Profª Drª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Rafael Cunha Ferro – Universidade Anhembi Morumbi
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
Profª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

O fortalecimento do ensino e da pesquisa científica da matemática

Bibliotecária: Janaina Ramos
Diagramação: Maria Alice Pinheiro
Correção: Maiara Ferreira
Edição de Arte: Luiza Alves Batista
Revisão: Os Autores
Organizador: Américo Junior Nunes da Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F736 O fortalecimento do ensino e da pesquisa científica da matemática / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-110-4

DOI 10.22533/at.ed.104212805

1. Matemática. 2. Ensino. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510.07

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, na que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, é que contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a Educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentado por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam desta obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor.

O contexto social, político e cultural, como evidenciaram Silva, Nery e Nogueira (2020), tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse cenário de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático (SILVA; OLIVEIRA, 2020).

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático, como assevera D’Ambrósio (1993), e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o livro “**O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática**” nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para educadores da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio. **Pro-Posições**. v. 4. n. 1 [10]. 1993.

SILVA, A. J. N. da. Professores de Matemática em início de carreira e os desafios (im)postos pelo contexto pandêmico: um estudo de caso com professores do semiárido baiano: doi. org/10.29327/217514.7.1-5. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 17, 2021. Disponível em: <http://periodicorease.pro.br/rease/article/view/430>. Acesso em: 10 fev. 2021.

SILVA, A. J. N. DA; NERY, ÉRICA S. S.; NOGUEIRA, C. A. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no “novo normal”. **Plurais Revista Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 97-118, 18 ago. 2020.

SILVA, A. J. N. da; OLIVEIRA, C. M. de. A pesquisa na formação do professor de matemática. **Revista Internacional de Formação de Professores**, [S. l.], v. 5, p. e020015, 2020. Disponível em: <https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/view/41>. Acesso em: 18 maio. 2021.

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| CAPÍTULO 1 | 1 |
| QUE LUGAR OCUPA A GEOMETRIA NA BNCC E NO CURRÍCULO DAS ESCOLAS PÚBLICAS DO DF? | |
| Ivaldino Dias dos Santos Júnior Cleyton Hércules Gontijo | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128051 | |
| CAPÍTULO 2 | 11 |
| QR CODE: A TECNOLOGIA ALIADA AO ENSINO DA MATEMÁTICA | |
| Letícia da Silva Vitor Model Renata Camacho Bezerra Regiane Cristina Mareze Sipioni Castione | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128052 | |
| CAPÍTULO 3 | 22 |
| O CONCEITO DE FUNÇÃO: DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO | |
| Pedro Pablo Durand Lazo | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128053 | |
| CAPÍTULO 4 | 39 |
| A MATEMÁTICA NAS ESCALAS MUSICAIS | |
| Fernanda Tomazi | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128054 | |
| CAPÍTULO 5 | 44 |
| O USO DE PROBLEMAS PARA ENSINAR ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL II | |
| Jhonata da Silva Barreto Jocitiel Dias da Silva | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128055 | |
| CAPÍTULO 6 | 57 |
| EDUCAÇÃO FINANCEIRA: FORMAÇÃO DOCENTE E ENSINO | |
| Adriana Stefanello Somavilla | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128056 | |
| CAPÍTULO 7 | 62 |
| A INSERÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: PERSPECTIVA E DESAFIOS | |
| Luana Martins de Araujo Luciana de Castro Sousa Gabrielly Coelho de Castro | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128057 | |

| | |
|--|------------|
| CAPÍTULO 8 | 75 |
| O JOGO AMARELINHA E O CONHECIMENTO MATEMÁTICO | |
| Denise Soares Oliveira | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128058 | |
| CAPÍTULO 9 | 84 |
| PIBID: ESPAÇO DE CRIAÇÃO DA IDENTIDADE DOCENTE | |
| Weberson Sousa dos Anjos | |
| Gleide Élis dos Cantos | |
| DOI 10.22533/at.ed.1042128059 | |
| CAPÍTULO 10 | 89 |
| CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA | |
| Ludimila dos Santos Costa Fricks | |
| Bethania Silva Bandeira | |
| Daniele dos Santos Cabral | |
| Vanderleia Viana dos Santos | |
| Valdete Leonidio Pereira | |
| Edmar Reis Thiengo | |
| DOI 10.22533/at.ed.10421280510 | |
| CAPÍTULO 11 | 101 |
| UTILIZAÇÃO DOS MULTIMEIOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA | |
| Rosinaldo Silva Campelo | |
| DOI 10.22533/at.ed.10421280511 | |
| CAPÍTULO 12 | 111 |
| SABÃO CASEIRO: DO REAPROVEITAMENTO DO ÓLEO DE COZINHA À GEOMETRIA ESPACIAL | |
| Marnei Dalires Zorzella Spohr | |
| Luciara Andréia Weller Haiske | |
| Nicoli Dalla Rosa | |
| DOI 10.22533/at.ed.10421280512 | |
| SOBRE O ORGANIZADOR | 117 |
| ÍNDICE REMISSIVO | 118 |

O CONCEITO DE FUNÇÃO: DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Data de aceite: 21/05/2021

Pedro Pablo Durand Lazo

Universidade Estadual do Oeste do Paraná -
UNIOESTE
<http://lattes.cnpq.br/6562031070856171>

RESUMO: Se estuda o **conceito de função** em um de seus aspectos mais importantes desde a perspectiva do ensino, sua **definição**. Especificamente, trata das diversas versões que aparecem no contexto da Licenciatura. Através da análise de alguns textos universitários que poderiam-se considerar na bibliografia complementar de algumas disciplinas, o estudo leva à verificação da existência de três formas principais de definição que se descrevem e comentam: função como **conjunto de pares ordenados**, função como **grafo funcional** e função como **correspondência**.

PALAVRAS-CHAVE: Relação; Correspondência; Função

THE CONCEPT OF FUNCTION: DEFINITION OF FUNCTION.

ABSTRACT: One studies the **concept of function** in one of its most important aspects from the perspective of teaching, its definition. Specifically, it deals with the various versions that appear in the context of the Degree. Through the analysis of some university texts that could be considered in the complementary bibliography of some disciplines, the study leads to the verification of

the existence of three main forms of definition that are described and commented on: function as a **set of ordered pairs**, function as a **functional graph** and function as **correspondence**.

KEYWORDS: Relation; Correspondence; Function

1 | INTRODUÇÃO

Um estudo acerca do conceito de função compreenderia como questões conceituais a resolver: o **significado do termo**, as **formas de representar**}, as **propriedades** de uma função e **quais representações garantiriam quais propriedades**. Neste artigo estudamos o **conceito de função** em um de seus aspectos mais importantes desde a perspectiva do ensino, sua **definição**, é dizer intentamos resolver a primeira das questões conceituais, o significado do termo. Nosso estudo se refere especificamente, as diversas versões de definição que aparecem no contexto da Licenciatura e se realiza através da análise de textos universitários que poderíamos considerar na bibliografia complementar de algumas disciplinas. Este estudo leva à verificação da existência de três formas principais de definição que descrevemos e comentamos na seguinte distribuição temática: na secção 1, função como **conjunto de pares ordenados**, a secção 2 trata da função como **grafo funcional** e, finalmente, na secção 3 se trata da função como **correspondência**.

2.1 FUNÇÃO COMO CONJUNTO DE PARES ORDENADOS:

Mac Lane, (MAC LANE, 1998), descreve algumas das *ideias intuitivas* das funções e da dependência funcional: **fórmula, regra, gráfico (curva do plano), tabela de valores, dependência e sintaxe**. Logo de assinalar suas limitações, manifesta a necessidade de uma definição formalmente rigorosa do termo.

A seguinte é uma definição dada por Mac Lane:

Definição. Uma função f do conjunto X no conjunto Y é um conjunto $S \subset X \times Y$ de pares ordenados que para cada $x \in X$ contém exatamente um par ordenado $\langle x, y \rangle$ com o primeiro componente x . O segundo componente desse par é o valor da função f no argumento x , escrito $f(x)$. Chamamos X de domínio e Y o contradomínio da função f .

(MAC LANE, 1998, p.127-129)

Mac Lane diz que f é função do conjunto X no conjunto Y se

1. f é um subconjunto S de $X \times Y$.

2. para cada $x \in X$, S contém exatamente um par ordenado $\langle x, y \rangle$ com o primeiro componente x , equivalentemente, para cada $x \in X$ existe exatamente um $y \in Y$ tal que S contém o par ordenado $\langle x, y \rangle$. Assim,

(a) $f \subset X \times Y$ e

(b) $\forall x \in X: f$ contém exatamente um par ordenado com o primeiro componente x .

É fácil ver que a condição (b) é equivalente com:

(b') $(\forall x \in X)(\exists! y \in Y): \langle x, y \rangle \in f$.

Observe-se também que não há menção alguma ao termo **relação**. Claro está que isto não invalida a definição dada.

Finalmente, no parágrafo citado a seguir, o autor, declara que esta definição é formal e que de maneira plausível mantém as intenções das descrições pré-formais de uma função.

Isso fornece uma definição formal que, de maneiras plausíveis, corresponde à intenção das várias descrições pré-formais de uma função. Especificamente, ele fornece y , dependendo de x . Se alguém imaginar uma lista de todos os pares ordenados $\langle x_1, y_1 \rangle, \langle x_2, y_2 \rangle, \langle x_3, y_3 \rangle, \dots$ no conjunto S , essa lista será apenas a tabela (geralmente infinita) de valores da função. Se alguém visualizar os conjuntos X e Y como “espaços” de algum tipo, o produto cartesiano $X \times Y$ será um “espaço” (na Figura 1 um cilindro) e a função S será um subconjunto do produto que corta a cada subespaço “vertical” $\{x\} \times Y$ em exatamente um ponto. Portanto, S é uma curva nesse espaço do produto. Em vista desses exemplos, o conjunto S de pares ordenados é frequentemente chamado de grafo¹ da função - embora em nossa definição, a função seja seu grafo.

(MAC LANE, 1998, p.127-129)

¹ No texto original: **graph**

Examinemos agora outra definição de função dentro desta linha de apresentação:

Se X e Y são conjuntos, o produto cartesiano $X \times Y$ é o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) de modo que $x \in X$ e $y \in Y$. Uma relação de X a Y é um subconjunto de $X \times Y$.

(Se $X = Y$, falamos de uma relação em X). Se R for uma relação de X a Y , iremos às vezes escrever xRy para significar que $(x, y) \in R$. (FOLLAND, 1999, p.3)

Os tipos mais importantes de relações são as seguintes: [...]

Mapeamentos. Um mapeamento $f: X \mapsto Y$ é uma relação R de X a Y com a propriedade que para cada $x \in X$ existe um único $y \in Y$ tal que xRy , neste caso escrevamos $y = f(x)$. Às vezes, os mapeamentos são chamados **mapas** ou **funções**; geralmente reservamos o último nome para o caso em que Y é \mathbb{C} ou algum subconjunto dele.

(FOLLAND, 1999, p.3)

A partir desta definição, podemos destacar que:

1. R é uma relação de X a $Y \Leftrightarrow R \subset X \times Y$ (definição)
2. $(x, y) \in R \Leftrightarrow xRy$ (notação)
3. $f \subset X \times Y$ é uma função, $\Leftrightarrow (\forall x \in X)(\exists! y \in Y): (x, y) \in f$. (definição)
4. $(x, y) \in f \Leftrightarrow y = f(x)$ (notação)

De aqui, concluímos que as *funções* de X em Y são *relações* de X em Y e que nem toda relação de X em Y é uma função de X em Y . A expressão $f: X \mapsto Y$ é simplesmente uma notação para indicar que a relação f é uma função. A alusão a R na definição de função dada pelo autor é dispensável.

A seguir uma apresentação do conceito que, dentro desta forma de definir função, como conjunto de pares ordenados, parece ser mais coerente.

1. Pares ordenados:

Par ordenado

Sejam x e y objetos quaisquer. O par ordenado (x, y) é definido como o conjunto $\{\{x\}, \{x, y\}\}$. É fácil verificar a propriedade fundamental dos pares ordenados $(x, y) = (u, v)$ se e somente se $x = u$ e $y = v$. De maneira mais geral, podemos definir de forma semelhante uma n -upla ordenada (x_1, \dots, x_n) com a propriedade $(x_1, \dots, x_n) = (y_1, \dots, y_n)$ se e somente se $x_1 = y_1, \dots, x_n = y_n$.

(MADDOX, 1970 p.5)

Conforme a definição, temos:

$$(x, y) = \{\{x\}, \{x, y\}\} \text{ e } (x, y) = (u, v) \Leftrightarrow x = u \text{ e } y = v.$$

Observe-se que um par ordenado é por definição um conjunto.

2. Relação:

De posse do conceito de par ordenado, procede a definir o conceito de relação.

Relação

Uma relação ρ é definida como um conjunto de pares ordenados. Por exemplo,

$$\rho = \{(1, 2), (a, b)\} \text{ é uma relação.}$$

Notação equivalente para $(x, y) \in \rho$ é $x\rho y$. Assim, em nosso exemplo, podemos escrever $1\rho 2$ em vez de $(1, 2) \in \rho$.

(MADDOX, 1970 p.5)

Pode-se observar que o conceito de **relação** é geral e não faz alusão a outro conjunto que não seja a relação mesma.

3. Produto cartesiano de conjuntos:

Um tipo importante de relação é o

Produto cartesiano

Sejam X e Y conjuntos. Então

$$X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X \text{ e } y \in Y\}$$

é chamado o produto cartesiano de X e Y.

(MADDOX, 1970 p.5)

Sendo o produto cartesiano um conjunto de pares ordenados, em virtude da definição dada, é uma relação. De fato, conforme a definição dada, *qualquer subconjunto do produto cartesiano é uma relação*.

4. Domínio e Imagem:²

O domínio de uma relação é o conjunto de todas as primeiras coordenadas de seus membros. A *imagem* é o conjunto de todas as segundas coordenadas. (MADDOX, 1970, p.6)

Se R é uma relação, isto é, um conjunto de pares ordenados, então

$$x \in \text{Domínio de } \mathcal{R} \Leftrightarrow \exists z \in \mathcal{R}: z = (x, y).$$

Também

$$y \in \text{Imagem de } \mathcal{R} \Leftrightarrow \exists z \in \mathcal{R}: z = (x, y).$$

5. Função:

De forma análoga ao de *relação*, a definição de função é geral. Ela não faz alusão a conjunto algum a não ser ele mesmo, pois, sendo uma relação, a *função é um conjunto de pares ordenados*.

Função

Uma função f é definida como uma relação, de modo que se $(x, y) \in f$ e $(x, z) \in f$ então $y = z$. Quatro outros termos para a função são mapa, mapeamento, operador e transformação.

Nosso conceito de função como um determinado conjunto de pares ordenados é o que alguns chamariam de grafo³ de uma função. pois eles definem uma função como uma 'regra' ou algo assim. Na ocasião, usaremos o termo 'grafo da função', quando isso parecer mais expressivo. No entanto, para nós, uma função e seu grafo são exatamente a mesma coisa.

(MADDOX, 1970 p.6)

² Traduzimos o termo *range* como *imagem* de uma relação.

³ No texto original **graph**.

Segundo a definição, *uma relação f é uma função se, e somente se, cumpre:*

$$(x, y) \in f \text{ e } (x, z) \in f \Rightarrow y = z.$$

6. Função de X em Y:

Se f é uma função e $(x, y) \in f$, escrevemos $y = f(x)$, que é a notação convencional para y como função de x . Dizemos que y é o valor de f em x ou que y é a imagem de x pela função f .

A notação $f: X \mapsto Y$ atualmente é amplamente utilizada em matemática. É interpretado como 'f é uma função do conjunto X no conjunto Y'. O significado de $f: X \mapsto Y$ é que X é o domínio de f e que a imagem de f é um subconjunto de Y, não necessariamente todo Y.

(MADDOX, 1970 p.7)

Assim, uma “função de X em Y” é uma “função” com Domínio X e Imagem contida em Y.

3 I FUNÇÃO COMO GRAFO DE UMA RELAÇÃO FUNCIONAL

Antes de iniciar a exposição desta forma de definir função, deve-se fazer algumas observações relativas ao significado dos termos usados.

Relação: Define-se *relação* R entre elementos x de um conjunto X e elementos y de um conjunto Y uma *propriedade definida no conjunto* $X \times Y$ característica de um subconjunto G de $X \times Y$. Isto enquadra-se na definição mais geral seguinte:

Propriedade definida em um conjunto: Seja E um conjunto e A uma parte de E. Chama-se *propriedade característica* de A todo **critério** que permite decidir, para todo x de E, entre as duas proposições “ $x \in A, x \notin A$ ”. Assim, se p é uma propriedade característica do conjunto $A \subset E$ e $x \in A$, então a proposição “ x cumpre a propriedade p ” é verdadeira e escreve-se $p(x)$. Logo

$$x \in A \Leftrightarrow p(x) \text{ e } A = \{x \in E \mid p(x)\}.$$

Isto permite estabelecer o significado do termo **grafo** como sendo o conjunto $G \subset X \times Y$ para o qual R é uma propriedade característica. Assim, para $(x, y) \in X \times Y$, a proposição $R(x, y)$ é equivalente a $(x, y) \in G$ e $G = \{(x, y) \in X \times Y \mid R(x, y)\}$. Como pode se ver, neste contexto, o termo grafo não tem o sentido intuitivo de **gráfico** como **curva representativa** de uma relação.

Segue a definição dada por Dieudonne:

Grafo de uma relação funcional:

4. Mapeamentos⁴

Sejam X, Y dois conjuntos, $R(x, y)$ uma relação entre $x \in X$ e $y \in Y$; diz-se que R é **funcional em y** , se, para cada $x \in X$, houver um e apenas um, $y \in Y$, de modo que $R(x, y)$ é verdadeiro. O grafo dessa relação é chamado de **grafo funcional** em $X \times Y$; esse subconjunto F de $X \times Y$ é, portanto, caracterizado pelo fato de que, para cada $x \in X$, há um e apenas um $y \in Y$ de modo que $(x, y) \in F$; esse elemento y é chamado de **valor** de F em x e é denotado por $F(x)$.

(DIEUDONNE, 1960, p.5)

Função é um grafo funcional:

Um grafo funcional em $X \times Y$; também é chamado de **mapeamento** de X em Y ou uma função **definida em X , assumindo seus valores em Y** . É habitual, na linguagem, falar de um mapeamento e de um grafo funcional como se fossem dois tipos diferentes de objetos em correspondência um a um, e falar, portanto, do “grafo do mapeamento”, mas isso é uma mera distinção psicológica (que corresponde a se olhar para F “geometricamente” ou “analiticamente”).

(DIEUDONNE, 1960, p.5)

Distinção entre a função e um de seus valores:

$$F \neq F(x), F \in \mathcal{P}(X \times Y), F(x) \in Y.$$

Em qualquer caso, é fundamental, na matemática moderna, acostumar-se a considerar um mapeamento como um objeto simples, apenas como um ponto ou número, e fazer uma distinção clara entre o mapeamento F e qualquer um de seus valores $F(x)$; o primeiro é um elemento de $\mathcal{P}(X \times Y)$, o segundo elemento de Y , tem-se $F = \{(x, y) \in X \times Y \mid y = F(x)\}$. Os subconjuntos de $X \times Y$, que possuem a propriedade de serem grafos funcionais, formam um subconjunto de $\mathcal{P}(X \times Y)$, é chamado de **conjunto de mapeamentos de X em Y** e escrito Y^X ou $F(X, Y)$.

(DIEUDONNE, 1960, p.5)

Nesta definição podemos destacar os seguintes aspectos:

1. Dada uma **relação** R entre $x \in X$ e $y \in Y$.

$$R \text{ é funcional em } y \Leftrightarrow (\forall x \in X): (\exists! y \in Y): R(x, y).$$

⁴ Na versão traduzida ao espanhol: *Aplicaciones*. (DIEUDONNE, 1966, p.15).

2. Seja $F = \{(x, y) \in X \times Y : R(x, y)\} \subset X \times Y$. F se diz *grafo funcional em $X \times Y$* , é chamado também *aplicação de X em Y* ou *função definida em X tomando valores em Y* .

3. F é um subconjunto de $X \times Y$ caracterizado por

$$(\forall x \in X): (\exists! y \in Y): (x, y) \in F$$

$R(x, y) \Leftrightarrow (x, y) \in F \Leftrightarrow y = F(x)$, y é chamado o valor de F em x .

Assim, segundo Dieudonne:

uma função F é o grafo de uma relação R entre $x \in X$ e $y \in Y$ funcional em y .

Pode-se determinar uma função pela construção dos valores funcionais:

Se, para cada $x \in X$, construímos um objeto $T(x)$ que é um elemento de Y , a relação $y = T(x)$ é funcional em y ; o mapeamento correspondente é escrito $x \mapsto T(x)$. Esta é, obviamente, a definição usual de um mapeamento; ele coincide essencialmente com o dado acima, pois se F é um gráfico funcional, é o mapeamento $x \mapsto F(x)$.

(DIEUDONNE, 1960, p.6)

Sendo a função um conjunto, pode-se enunciar a igualdade de funções pela igualdade dos valores que assumem para cada valor do argumento.

Da definição de igualdade de conjuntos (1.1) segue que a relação $F = G$ entre dois mapeamentos de X em Y é equivalente à relação " $F(x) = G(x)$, para todo $x \in X$ ".

(DIEUDONNE, 1960, p.6)

Observe-se que, segundo a definição dada por Dieudonne, uma função é também um conjunto de pares ordenados. Porém o enfoque é diferente.

4 I FUNÇÃO COMO CORRESPONDÊNCIA

Um dos livros de uso frequente nos cursos de graduação é o da coleção Schaum {it Teoria de conjuntos e Temas Afins}. Nele encontramos a seguinte definição de função:

Se a cada elemento de um conjunto A , de alguma forma, se faz corresponder um elemento único de um conjunto B , diz-se que essa correspondência é uma *função*. Denotando essa correspondência por f , escrevemos

$$f: A \mapsto B$$

que se lê “f é uma função de A em B”. O conjunto A é chamado *domínio de definição* da função f, e B é chamado *codomínio* de f. Por outro lado, se $a \in A$, o elemento de B que corresponde à a é chamado de imagem de a e é indicado por

$$f(a)$$

que lê “f de a”.

(LIPSCHUTZ, 1972)

Pode-se observar nesta definição a presença do termo *correspondência*. O autor afirma que **essa correspondência é uma função**. Assim, *uma função é uma correspondência*. O termo **correspondência** que define o objeto não é previamente definido. Isto, deixa a definição dada na informalidade.

A seguinte é uma definição de correspondência que faz uso do termo “comparação”. Estabelece a formação do conceito a partir de um processo de comparação dos elementos de um conjunto com os elementos de outro conjunto.

1-4 CORRESPONDÊNCIAS

a) Definição de correspondência.

Vamos examinar dois conjuntos X e Y. Os elementos desses conjuntos podem ser comparados entre si de alguma maneira, formando pares (x,y). Se o método dessa comparação for determinado, para cada elemento $x \in X$ o elemento $y \in Y$ com o qual o elemento x é comparado é indicado, diz-se que entre os conjuntos X e Y a correspondência foi estabelecida, portanto, não é absolutamente necessário que todos os elementos dos conjuntos X e Y participem da comparação.

(KORSHUNOV, 1976, p.44)

Aqui se descreve o processo de como se estabelece uma correspondência, mas ainda não diz o que é uma correspondência.

Para representar uma correspondência, é necessário destacar:

1. o conjunto X cujos elementos são comparados com os elementos do outro conjunto;
2. o conjunto Y cujos elementos são comparados com os do primeiro conjunto;

3. o conjunto $Q \subset X \times Y$ que define a lei de acordo com a qual a correspondência é aplicada, ou seja, que lista todos os pares (x, y) que participam da comparação. Assim, o mapeamento designado por q representa a tríade de conjuntos

$$q = (X, Y, Q) \quad (1-49)$$

em que $Q \subset X \times Y$. Nesta expressão, o primeiro componente X é chamado de domínio de partida da correspondência, o segundo componente Y , o domínio de chegada da correspondência e o terceiro componente Q é o grafo⁵ da correspondência.

(KORSHUNOV, 1976, p.45)

Segue sem definir correspondência e assinala que *para representar uma correspondência* é necessário destacar três conjuntos. Assim, se procede a representar um objeto ainda não definido. Diz-se, que *a correspondência q representa-se pela tríade (X, Y, Q)* . Talvez deveria se dizer que *a correspondência q é a tríade (X, Y, Q)* definindo assim o termo correspondência.

Anuncia que o termo grafo será explicado ao estudar um tipo particular de correspondência, a função.

O termo "grafo" será explicado em mais detalhes ao estudar o tipo específico de correspondência chamado função

Assim, uma *função* é uma *correspondência*. Assinala que existem outros dois conjuntos indissolúvelmente ligados com a correspondência. Define logo o *domínio de definição*, Pr_1Q , e o *domínio de valores*, Pr_2Q , da correspondência.

Além dos três conjuntos examinados X, Y, Q , os dois conjuntos a seguir também estão inseparavelmente relacionados a cada correspondência: o conjunto Pr_1Q denominado domínio de definição de correspondência, formado pelos elementos do conjunto X que entram em comparação e o conjunto Pr_2Q chamado o domínio de valores da correspondência, composto pelos elementos do conjunto Y que são comparados.

(KORSHUNOV, 1976, p.45)

As definições dadas podem-se exprimir da forma seguinte:

$$x \in Pr_1 \Leftrightarrow (\exists z \in Q): z = (x, y)$$

$$y \in Pr_2 \Leftrightarrow (\exists z \in Q): z = (x, y)$$

⁵ No texto traduzido ao espanhol: **gráfica**.

A seguir se define *reflexo* como uma *correspondência* e, a sua vez, *função*, como um *reflexo*.

1-5 REFLEXOS E FUNÇÕES

a) Reflexos e suas propriedades

Seja X e Y conjunto, sendo $\Gamma \subset X \times Y$ e $Pr_1 \Gamma = X$. A tríade dos conjuntos (X, Y, Γ) define uma certa correspondência que possui a propriedade de que seu domínio de definição $Pr_1 \Gamma$ coincide com o conjunto de partida, ou seja, com X e, portanto, essa correspondência é definida em todas as partes em X . Em outras palavras, para cada $x \in X$ existe um $y \in Y$ tal que $(x, y) \in \Gamma$. Essa correspondência definida em todo lugar é chamada *reflexo* de X em Y e é expressa por

$$\Gamma: X \mapsto Y$$

(KORSHUNOV, 1976, p.47)

Segundo a definição um *reflexo* é uma *correspondência* cujo domínio de definição é todo o conjunto de partida. A seguir a definição de *função*:

c) Função, funcional e operador

Vamos examinar um certo reflexo

$$f: X \mapsto Y \quad (1-72)$$

Esse reflexo é chamado *função* se for unívoco, ou seja, para qualquer par $(x_1, y_1) \in f$ e $(x_2, y_2) \in f$ de $x_1 = x_2$ de , segue-se que $y_1 = y_2$.

(KORSHUNOV, 1976, p.51)

Conforme isto, uma *função* é um *reflexo unívoco*. Assim, uma ***função*** é uma ***correspondência unívoca cujo conjunto de definição é o conjunto de partida***.

$$(X, Y, f) \text{ é uma função} \Leftrightarrow (i) Pr_1 f = X \text{ e } (ii) [(x, y_1) \in f \text{ e } (x, y_2) \in f \Rightarrow y_1 = y_2]$$

Esta ausência de uma definição previa de *correspondência*, que achamos ao início, também é preenchida por Queysanne:

10. Correspondência entre elementos de um conjunto A e elementos de um conjunto B.

a) Seja R uma relação entre x elemento de A e y elemento de B , seja G seu grafo; chama-se *correspondência* entre A e B o *tripleto* (A, B, G) . A é o *conjunto de saída*, B o *conjunto de chegada*, G é o *grafo da correspondência*.

(QUEYSANNE, 1964, p.29)

De posse da definição de *correspondência*, Queysanne, passa a caracterizar uma função como sendo uma correspondência enunciando a seguinte definição de *correspondência funcional*:

c) Uma correspondência (A, B, G) é *funcional* em y se, qualquer que seja x de A lhe corresponde um elemento y de B e somente um pela correspondência.

(QUEYSANNE, 1968, p.30)

Finalmente, a definição de função:

Noção de aplicação (ou função)

Dados dois conjuntos A e B , uma **aplicação** f de A em B é uma correspondência entre um elemento de A e um elemento de B , funcional para este elemento de B .

(QUEYSANNE, 1964, p.31)

Desta maneira, **função é uma correspondência funcional**. A seguir se dá uma explicação mais extensa da definição dada:

Em outras palavras:

Qualquer que seja x elemento de A , a aplicação f faz corresponder a x *um único elemento* y de B . Dizemos que f *aplica* A em B ou f é uma *aplicação* de A em B .

(QUEYSANNE, 1964, p.31)

Agora um pouco de notação e nomenclatura:

A palavra **função** é sinônimo da palavra aplicação; dizemos que a função f é definida em A e toma seus valores em B .

A é o conjunto de saída ou o conjunto de definição de f , B o conjunto de chegada de f .

Queysanne comenta o costume do uso do termo função para referir-se a aquelas que possuem valores numéricos.

1, É habitual usar a palavra “função” especialmente quando o conjunto de chegada é um conjunto de “números”, ou seja, uma parte de \mathbb{R} ou \mathbb{C} , mas esta regra não é absoluta.

(QUEYSANNE, 1964, p.31)

Define logo o *argumento* e o *valor* da função:

O elemento arbitrário x de A é a **variável** ou **argumento** da função. O elemento único y de B que corresponde a x é denotado como $f(x)$; é o **valor** da função em x ou a **imagem** de x por f se lê “ f de x ”.

(QUEYSANNE, 1964, p.31)

Deve-se lembrar o que é o *grafo* da função:

O grafo da aplicação ou função f é a parte de $A \times B$ definida por:

$$G = \{(x, y) \in A \times B \mid y = f(x)\}.$$

Notações. Escrevemos:

$$f: A \mapsto B \text{ ou } A \overset{f}{\mapsto} B$$

que lemos: “ f aplica A em B ”. Também escrevemos:

$$(\forall x \in A): [x \mapsto f(x) \in B]$$

ou mais simplesmente:

$$x \mapsto f(x)$$

quando nenhuma confusão deve ser temida; lemos “ x dá $f(x)$ por f ” ou “ x tem imagem $f(x)$ por f ” ou “ f envia x a $f(x)$ ”.

Em vez de $f(x)$, escrevemos em alguns casos fx que lemos “ f subíndice x ”; $[\dots]$.

(QUEYSANNE, 1964, p.31-32)

O seguinte parágrafo ressalta o fato de que uma função f de A em B , sendo uma correspondência, é um tripleto (A, B, G) , isto é, $f = (A, B, G)$. Isto permite estabelecer a igualdade de funções e, conseqüentemente, determinar quando duas funções são

diferentes:

Uma aplicação é, portanto, uma terna ordenada! $f = (A, B, G)$, duas aplicações $f = (A, B, G)$ e $g = (A', B', G')$ são, portanto, iguais se e somente se:

$$A = A', B = B', G = G'$$

isto é, se eles tiverem o mesmo conjunto de partida, o mesmo conjunto de chegada e se:

$$(\forall x \in A) : f(x) = g(x)$$

então escrevemos: $f = g$.

(QUEYSANNE, 1964, p.32)

Assim, por exemplo, as funções

$$f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}; f(x) = \text{sen } x \text{ e } g: \mathbb{R} \mapsto [-1, 1]; g(x) = \text{sen } x,$$

são funções diferentes.

Elas não serão iguais ($f \neq g$) se pelo menos uma dessas condições não for atendida.

Em particular, se $A = A'$ e $B = B'$, $f \neq g$ é equivalente a:

$$(\exists x \in A) : f(x) \neq g(x).$$

O conjunto de todas as aplicações de A em B é um novo conjunto denotado $\mathcal{F}(A, B)$,

(QUEYSANNE, 1964, p.32)

A seguinte observação adverte acerca de um frequente abuso de linguagem que é fonte de múltiplos erros.

OBSERVAÇÃO. Se nenhuma confusão deve ser temida, podemos dizer “a aplicação (ou função) $f: x \mapsto f(x)$ ”; por outro lado, a expressão “seja a função $f(x)$ ” é um **grave abuso de linguagem**, de fato:

$$f(x) \in B \text{ e } f \in \mathcal{F}(A, B).$$

Esta confusão entre o valor de uma função em x e a função f infelizmente é muito frequente, é a fonte de muitos erros.

Portanto, não devemos dizer a “função $\cos x$ ”, mas:

- a função $x \mapsto \cos x$

- ou a função cosseno.

(QUEYSANNE, 1964, p.32)

Finalmente, todo o anterior se resume na seguinte definição:

4. Funções

Definição 9.- Dizemos que um grafo F é um grafo funcional, se, para todos os x , houver no máximo um objeto correspondente a x por F (I, p. 40). Dizemos que uma correspondência $f = (F, A, B)$ é uma função se o grafo F for um grafo funcional e, se o conjunto de partida A for igual ao conjunto de definição .

(BOURBAKI, 1970, E II 13, § 3 no 5.)

Assim,

$f = (F, A, B)$ é uma função \Leftrightarrow (i) F é um grafo funcional e (ii) $Pr_1 F = A$

Em outras palavras, uma correspondência $f = (F, A, B)$ é uma função se, para todos os x pertencentes ao conjunto de partida A de f , a relação $(x, y) \in F$ é funcional em y (I, p. 41);

(BOURBAKI, 1970, E II 13, § 3 no 5.)

Assim, se $f = (F, A, B)$ é uma correspondência,

$f = (F, A, B)$ é uma função $\Leftrightarrow (\forall x \in A): (x, y) \in F$ é funcional em y

equivalentemente,

$f = (F, A, B)$ é uma função $\Leftrightarrow (\forall x \in A)(\exists! y \in B) : (x, y) \in F$

o objeto único correspondente a x por f é chamado de valor de f para o elemento x de A e é designado por $f(x)$ ou f_x (ou $F(x)$ ou F_x).

(BOURBAKI, 1970, E II 13, §3 no 5.)

Um dos autores mais prestigiosos e recomendados no ensino superior de matemática, é sem duvida alguma, o Professor Elon Lages Lima, registremos a definição de função dada em um de seus livros:

§ 3 Funções

Uma função $f: A \mapsto B$ consta de três partes: um conjunto A , chamado o *domínio* da função (ou conjunto onde a função é definida), um conjunto B , chamado o *contradomínio* da função, ou o conjunto onde a função toma valores, e uma regra que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento $x \in A$, um único elemento $f(x) \in B$, chamado o valor que a função assume em x (ou no ponto x).

Usa-se a notação $x \mapsto f(x)$ para indicar que f faz corresponder a x o valor $f(x)$. [...]

O gráfico de uma função $f: A \mapsto B$ é [...]:

$$G(f) = \{(x, y) \in A \times B : y = f(x)\}$$

(LIMA, 2004, pp.13-14).

A definição dada acima, não diz o que é uma função, mas fala que tem três partes, podemos supor que se trata de uma terna ordenada. Agora, se a regra faz *corresponder* de modo bem determinado a cada elemento de A o elemento de B , ela determina o subconjunto $G(f)$ de $A \times B$ que menciona pouco depois. Assim, podemos inferir que de forma implícita trata-se da correspondência $(A, B, G(f))$. Isto coloca a definição na corrente “bourbakiana” do conceito.

Nesta linha, temos também a definição dada pelo prestigioso Professor Luiz Aduino Medeiros,

Define-se (conforme Dirichlet (1887)) como função $f: X \mapsto Y$, um objeto constituído por dois conjuntos - X o domínio da função, Y o conjunto contradomínio da função - e uma regra geral que a cada $x \in X$ associa um único $y \in Y$. Denota-se uma função f por

$$f: X \mapsto Y; y = f(x) \text{ ou } x \mapsto f(x)$$

(MEDEIROS, 2005, p.18)

REFERÊNCIAS

BOURBAKI, N. **Eléments de Mathématique Livre I Théorie des Ensembles Fascicule de Résultats**. Hermann : Paris, 1958.

BOURBAKI, N. **Eléments de Mathématique Livre I Théorie des Ensembles**. DIFUSSION C.C.L.S: Paris, 1970.

DIEUDONNE, J. **Fundamentos de Análisis Moderno**. Reverté : España, 1966.

DIEUDONNE, J. **Foundation of Modern Analysis**. Academic Press: New York and London, 1960.

FOLLAND, G. **Real Analysis**. 2ª edição. John Wiley & Sons, Inc.: USA, 1999.

KORSHUNOV, M. **Fundamentos Matemáticos de la Cibernética**. Editorial MIR: Moscú, 1976.

LIMA, E. L. **Curso de análise** v.1. 11 ed. Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Projeto Euclides): Rio de Janeiro, 2004.

LIPSCHUTZ, Seymour, **Teoria dos Conjuntos**, Coleção Schawn, Editora McGraw-Hill: São Paulo, 1972.

MAC LANE, S. **Mathematics Form and Function**. Springer-Verlag New York Inc: USA, 1986.

MADDOX, I. J. **Elements of functional analysis**. Cambridge University Press: New York, 1970.

MEDEIROS, L. A. et all, **Lições de Análise Matemática**. Universidade Federal de Rio de Janeiro, Instituto de Matemática: Rio de Janeiro, 2005.

QUEYSANNE, M. **Algèbre**. Collection U, Série Mathématiques dirigée par André Revuz. Armand Colin: Paris, 1964.

QUEYSANNE, M. **Álgebra Básica**. Primera Edición. Vicens Vives: Barcelona, 1971.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Álgebra 7, 1, 2, 21, 38, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 85

Aprendizagem 5, 8, 1, 2, 3, 4, 7, 11, 13, 15, 16, 19, 21, 44, 45, 46, 47, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 60, 62, 64, 65, 66, 69, 70, 71, 73, 74, 77, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 93, 95, 96, 97, 99, 101, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 115

B

BNCC 7, 1, 3, 5, 6, 9, 48, 57, 58, 60, 63, 69, 73

Brincadeira 75, 76, 77, 78, 81, 82, 106, 109

C

Construção de Conhecimentos 44, 104, 106

Correspondência 22, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 36, 37

Currículo em Movimento 1, 3, 4, 5, 6, 9, 10

D

Desafios 5, 6, 7, 15, 50, 51, 55, 62, 67, 68, 69, 70, 72, 74, 82, 86, 89, 90, 91, 95, 98, 100, 106, 110

E

Educação 5, 6, 7, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 21, 45, 46, 47, 48, 50, 52, 54, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 79, 82, 83, 86, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 102, 103, 104, 105, 106, 109, 110, 111, 112, 117

Educação Básica 5, 6, 7, 3, 4, 6, 10, 16, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 89, 91, 98, 117

Educação Financeira 7, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74

Educação Infantil 46, 55, 72, 75, 77, 79, 82, 83

Educação Matemática 10, 11, 46, 47, 48, 55, 61, 71, 73, 74, 82, 89, 90, 91, 93, 96, 98, 99, 100, 109, 117

Ensino Aprendizagem 16, 64, 65, 89, 115

Ensino de Matemática 43, 46, 47, 55, 57, 58, 60, 63, 72, 94, 100, 101

Escalas Musicais 7, 39

Escala Temperada 39, 41, 42

F

Formação Docente 7, 57, 71, 74

Formação Financeira 57, 59, 60, 61

Formação inicial 47, 58, 59, 60, 84

Função 7, 4, 5, 7, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 51, 102, 103, 104

G

Geometria 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 46, 49, 85, 86, 111, 112, 116

Geometria Espacial 8, 111, 112

I

Intervenção 15, 78, 84, 85, 102

Investigação matemática 92, 93, 111, 112, 113, 115

J

Jogos 12, 15, 50, 76, 81, 82, 83, 99, 101, 103, 105, 106, 108, 109, 110

M

Matemática 2, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 21, 27, 28, 36, 38, 39, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 115, 116, 117

Mediação pedagógica 75, 76, 91, 100

Multimeios 8, 101, 102, 103, 104, 106, 107, 110

P

PIBID 8, 84, 85, 86, 87, 88, 117

Pitágoras 4, 5, 39, 40, 41, 112, 115

Prática pedagógica 11, 13, 51, 52, 54, 64, 65, 85, 101, 103, 107, 110

Q

QR Code 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20

R

Relação 3, 4, 5, 6, 9, 12, 15, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 36, 39, 40, 46, 48, 51, 54, 57, 58, 59, 64, 68, 69, 70, 72, 81, 85, 92, 93, 95, 100, 101, 102, 104, 108, 110, 114

S

Sabão Caseiro 8, 111

Sustentabilidade 111

T

Tecnologia 5, 6, 7, 11, 12, 13, 16, 20, 50, 58, 61, 96, 103, 104, 106

U

Uso de Problemas 7, 44, 45, 46, 51, 54, 55

www.atenaeditora.com.br 
contato@atenaeditora.com.br 
@atenaeditora 
www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática


Ano 2021

www.atenaeditora.com.br 
contato@atenaeditora.com.br 
[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 
www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

O Fortalecimento do Ensino e da Pesquisa Científica da Matemática


Ano 2021