



# Ciências Exatas e da Terra: Conhecimentos Estratégicos para o Desenvolvimento do País 2

Francisco Odécio Sales  
(Organizador)

  
Atena  
Editora  
Ano 2021



# Ciências Exatas e da Terra: Conhecimentos Estratégicos para o Desenvolvimento do País 2

Francisco Odécio Sales  
(Organizador)

**Atena**  
Editora  
Ano 2021

**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Elói Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federacl do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalves de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

#### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miraniide Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

#### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Profª Ma. Adriana Regina Vettorazzi Schmitt – Instituto Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais  
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Profª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Amanda Vasconcelos Guimarães – Universidade Federal de Lavras  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
Profª Drª Andrezza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Profª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Me. Carlos Augusto Zilli – Instituto Federal de Santa Catarina  
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná  
Profª Drª Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa

Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein  
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará  
Prof. Me. Francisco Sérgio Lopes Vasconcelos Filho – Universidade Federal do Cariri  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFGA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenología & Subjetividade/UFPR  
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Profª Ma. Lilian de Souza – Faculdade de Tecnologia de Itu  
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Profª Drª Lúvia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Profª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz  
Profª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Me. Luiz Renato da Silva Rocha – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Dr. Pedro Henrique Abreu Moura – Empresa de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais  
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Profª Drª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Rafael Cunha Ferro – Universidade Anhembi Morumbi  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília  
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa  
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Ciências exatas e da terra: conhecimentos estratégicos para o desenvolvimento do país 2

**Bibliotecária:** Janaina Ramos  
**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Flávia Roberta Barão  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizador:** Francisco Odécio Sales

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

C569 Ciências exatas e da terra: conhecimentos estratégicos para o desenvolvimento do país 2 / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-210-1

<https://doi.org/10.22533/at.ed.101212506>

1. Ciências Exatas e da Terra. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 551.1

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

## APRESENTAÇÃO

O desenvolvimento socioeconômico do País está assentado primordialmente na inovação baseada no seu desenvolvimento científico e tecnológico.

É notado, principalmente nos últimos anos, que há grande necessidade de fortalecimento e expansão da capacidade de pesquisa e de inovação, bem como o aprimoramento dos conhecimentos já adquiridos pela sociedade.

Neste contexto, o E-book “Ciências Exatas e da Terra: Conhecimentos Estratégicos para o Desenvolvimento do País 2” foi composto por uma coletânea de trabalhos relacionados às Ciências Exatas e da Terra que contemplam os mais variados temas ligados ao desenvolvimento.

Os 16 capítulos que constituem a presente obra, elaborados por pesquisadores de diversas instituições de pesquisa, permitem aos leitores analisar e discutir assuntos tais como: importância das ondas eletromagnéticas e transmissão na camada da ionosfera, produção de filmes de polímeros a partir de diferentes complexos para aplicação em células solares, estudo de diferentes metodologias na caracterização de material polimérico, utilização de modelagem numérica na investigação da dispersão de plumas poluentes, aplicação de malhas computacionais para a verificação do transporte de doenças de plantas pelo ar, dentre outros assuntos de relevância para as Ciências Exatas e da Terra.

O organizador e a Atena Editora agradecem aos autores e instituições envolvidas nos trabalhos que compõe a presente obra.

Por fim, esperamos que este E-book possa proporcionar reflexões significativas que contribuam para o aprimoramento do conhecimento e desenvolvimento de novas pesquisas.

Boa leitura!

Francisco Odécio Sales

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

A ATRIBUIÇÃO EMINENTE DA GEOGRAFIA NO CONHECIMENTO CIENTÍFICO A PARTIR DA VISÃO INTEGRADORA E HOLÍSTICA NAS ANÁLISES AMBIENTAIS

Matheus Seiji Bonfim Takiuchi

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125061>

### **CAPÍTULO 2..... 7**

A INFLUÊNCIA DA SOJA TRANSGÊNICA À SAÚDE E AO MEIO AMBIENTE

Leandro Moreira Maciel

Lilian Vanussa Madruga de Tunes

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125062>

### **CAPÍTULO 3..... 15**

ANÁLISE DA DISCIPLINA QUÍMICA INORGÂNICA NO CURSO DE LICENCIATURA EM QUÍMICA DAS IES PÚBLICAS NO ESTADO DO AMAZONAS

Pamela Pereira Nunes

Pedro Campelo de Assis Junior

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125063>

### **CAPÍTULO 4..... 20**

CARACTERIZAÇÃO GEMOLÓGICA DAS ESMERALDAS DE PINDOBAÇU/BAHIA-BRASIL

Sirlene Barboza Mendonça

Daniela Teixeira Carvalho de Newman

José Albino Newman Fernández

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125064>

### **CAPÍTULO 5..... 43**

CATALISADORES DE NÍOBIO E TERRAS RARAS PARA A PRODUÇÃO DE BODIESEL: UMA REVISÃO

Caio Barbosa e Souza

Anderson Felipe Sant'Anna Moreira

Vanessa Santos Antunes

Rosane Aguiar da Silva San Gil

Elizabeth Roditi Lachter

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125065>

### **CAPÍTULO 6..... 57**

COMBATE ÀS PERDAS DE ÁGUA – IMPLEMENTAÇÃO DE POLÍTICAS PÚBLICAS DE CONSERVAÇÃO DA BACIA DO RIO SÃO FRANCISCO

Ana Cândida de Paula Ribeiro e Arruda Campos

Liliane Bonadio Terra

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125066>

**CAPÍTULO 7..... 66**

**CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AS DISCIPLINAS DE CADASTRO NAS ENGENHARIAS DE AGRIMENSURA E CARTOGRÁFICA**

Cesar Rogério Cabral  
Everton da Silva  
Markus Hasenack

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125067>

**CAPÍTULO 8..... 79**

**DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTAS DE ANÁLISE DE DISPOSITIVOS MECÂNICOS E ELÉTRICOS QUE EXIBEM COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR**

Vinícius Guilherme Esmeraldino Galvão

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125068>

**CAPÍTULO 9..... 93**

**ESTUDOS PEDOLÓGICOS E GEOLÓGICOS: UMA NOVA ABORDAGEM COM IMAGEADORES HIPERESPECTRAIS**

Guilherme Fernando Capristo Silva  
Marcos Rafael Nanni  
Renato Herrig Furlanetto  
Luis Guilherme Teixeira Crusiol  
Everson Cezar  
Cassiele Uliana Facco  
Carlos Antonio da Silva Junior  
José Alexandre Melo Demattê  
Jessica Saldanha Souza  
Taiana Loan de Lima Campos  
Glaucio Leboso Alemparte Abrantes dos Santos  
Marlon Rodrigues

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1012125069>

**CAPÍTULO 10..... 101**

**ENTREVISTA COMO FERRAMENTA: MAPEAMENTO DO PROCESSO PROJETUAL DE PRODUTOS FEITOS COM RESÍDUOS TÊXTEIS**

Dayane Cabral Ziegler  
Sydney Fernandes de Freitas  
Gisela Costa Pinheiro Monteiro

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250610>

**CAPÍTULO 11..... 112**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO PRÉ-TRATAMENTO HIDROTÉRMICO DA PALHA DE CANA-DE-AÇÚCAR CONSIDERANDO A FRAÇÃO RECALCITRANTE DA CELULOSE**

Gustavo Batista  
Martha Suzana Rodrigues dos Santos Rocha  
Cristiane Sanchez Farinas  
Antonio José Gonçalves da Cruz

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250611>

<b>CAPÍTULO 12.....</b>	<b>117</b>
<b>MODIFICAÇÃO DE AMIDO DE BATATA DOCE E MANDIOCA POR TRATAMENTO HIDROTÉRMICO</b>	
Carmen Cecília Gomes Borges Padula Ana Paula Cerino Coutinho	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250612">https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250612</a>	
<b>CAPÍTULO 13.....</b>	<b>128</b>
<b>NON-OMNIDIRECTIONAL ANTENNA EFFECTS ON INDOOR CELL PLANNING AT 700 MHZ</b>	
Maria do Carmo de Luna Malheiros Frazão Niedson Almeida Lemos Jefferson Costa e Silva Alfredo Gomes Neto Custódio José de Oliveira Peixeiro	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250613">https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250613</a>	
<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>143</b>
<b>SAÚDE UNIVERSITÁRIA: UM ESTUDO DE CASO EM UMA UNIVERSIDADE DA AMAZÔNIA</b>	
Iranira Geminiano de Melo Célio José Borges Berenice Perpétua Simão Aroní Matos de Oliveira Clarides Henrich de Barba	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250614">https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250614</a>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>152</b>
<b>UTILIZAÇÃO DE UM ALGORITMO GENÉTICO PARA OTIMIZAR TRANSFERÊNCIAS INTERPLANETÁRIAS</b>	
Guilherme Marcos Neves Denilson Paulo Souza dos Santos	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250615">https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250615</a>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>161</b>
<b>VALIDAÇÃO E PROJEÇÃO CLIMÁTICA DO MODELO ETA-HADGEM2-ES PARA O MUNICÍPIO DE CONCÓRDIA, SANTA CATARINA</b>	
Gerson Conceição Claudia Guimarães Camargo Campos Mario Francisco Leal de Quadro	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250616">https://doi.org/10.22533/at.ed.10121250616</a>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR.....</b>	<b>172</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>173</b>

## DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTAS DE ANÁLISE DE DISPOSITIVOS MECÂNICOS E ELÉTRICOS QUE EXIBEM COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR

*Data de aceite: 21/06/2021*

*Data de submissão: 01/05/2021*

**Vinicius Guilherme Esmeraldino Galvão**

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
São Paulo – SP  
<http://lattes.cnpq.br/5897182670814576>

**RESUMO:** Este estudo trabalhou com dois sistemas modelados por equações não-lineares: um mecânico, o pêndulo duplo, e outro elétrico, o Circuito de Chua. A natureza desse tipo de equacionamento torna o sistema, computacionalmente, mais difícil de ser resolvido em relação a um sistema linear como no conjunto massa-mola-amortecedor. Assim, a solução do sistema se torna mais complexa de ser analisada, pois surgem aspectos físicos e matemáticos que diferenciam sistemas lineares e não lineares, como a sensibilidade às condições iniciais, tornando-se assim os sistemas em caóticos; múltiplos pontos de equilíbrio estável e múltiplos modos de comportamento. Dessa forma, existem outros métodos para analisar sistemas como o pêndulo duplo e o Circuito de Chua como Diagrama de Bifurcação que mostra o valor de um estado de equilíbrio em função de um determinado parâmetro; o Expoente de Lyapunov que indica o nível de caoticidade do sistema por meio de um valor numérico; as Seções de Poincaré que permitem a análise de sistemas com mais de duas variáveis de estado;

Atratores Estranhos muito bem conhecidos pela literatura utilizados para comparar com os atratores obtidos; Constante de Feigenbaum valor universal referente a razão da diferença entre bifurcações consecutivas em sistemas caóticos de período dobrado a cada bifurcação; Rota para o Caos: Observação do espaço de fases e da série de tempo de uma variável de estado com valores do parâmetro referente aos pontos de bifurcação. O uso desses métodos foram aplicados de maneira diferente para cada sistema. O pêndulo duplo foi simulado no começo em condições próximas às lineares até em situações mais afastadas. O Circuito de Chua foi analisado pela evolução da rota para o caos observando simulações com os valores dos pontos de bifurcação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistemas não-lineares; pêndulo duplo; Circuito de Chua; Sistemas caóticos.

### DEVELOPMENT OF TOOLS OF ANALYSIS OF MECHANICAL AND ELECTRICAL DEVICES WHOSE DISPLAY NONLINEAR DYNAMICAL BEHAVIOR

**ABSTRACT:** This work studied two systems modeled by nonlinear equations: a mechanical one, the double pendulum, and an electric one, Chua's Circuit. The nature of this type of equation makes the system, computationally, more difficult to solve in relation to a linear system as in the mass-spring-damper assembly. Thus, the system solution has become more complex to be analyzed, as there are physical and mathematical characteristics that differentiate nonlinear and linear systems, such as sensibility to the initial

conditions, which makes systems chaotic; multiple stable equilibrium points and multiple modes of behavior. Thus, there are a range of methods to analysis nonlinear systems such as the Bifurcation Diagram which shows the value of an equilibrium state in function of a chosen parameter; the Lyapunov Exponent which points out the chaoticity level of the system by a numerical value; the Poincaré Section which allows the analysis of the systems with more than two variable of state; Strange Attractor very well-known graphical structures used to compare with the obtained attractors; Feigenbaum Constant: universal value referring to the rate of the difference between consecutive bifurcations in chaotic systems that duplicate at each bifurcation; Path to the Chaos: Plotting of the spaces phases and the times series of a state variable with values of the parameter referring to the bifurcations points. The use of these methods was applied in a different way to each system. The double pendulum was simulated in the beginning with initial conditions near linear until to the more distant situations. The Chua's Circuit was analyzed by the evolution through the route to the chaos observing simulations with the values of the bifurcation points.

**KEYWORDS:** Nonlinear systems; double pendulum; Chua's Circuit; Chaotic System.

## 1 | INTRODUÇÃO

Sistemas dinâmicos podem ser descritos por equações diferenciais, tais como equipamentos e dispositivos mecânicos, circuitos elétricos e sistemas de produção. A descrição matemática desses sistemas é exemplificada, muitas vezes, nos cursos de engenharia, na forma de equações diferenciais lineares e integráveis, como por exemplo no sistema massa-mola-amortecedor. Entretanto, apesar da vasta aplicação de equações diferenciais lineares, muitos sistemas físicos são representados por equações ordinárias não lineares e não integráveis que não permitem simplificação da forma linearizada para uma análise completa.

Esses sistemas são designados na literatura por sistemas caóticos-determinísticos, pois possuem elevada sensibilidade as perturbações, isto é, apresentam drásticas mudanças na trajetória de espaço de estados com uma mudança infinitesimal das condições iniciais. Assim, pode ser impossível com o decorrer do tempo prever o comportamento desses sistemas. Uma situação dessa natureza pode ocorrer, por exemplo, em um corpo que viaja pelo sistema solar, em várias situações de dinâmica dos fluidos e em sistemas elétricos.

Devido a essa complexidade, a análise desses sistemas caóticos precisa ser feita a partir da modelagem com o uso recursos computacionais avançados e aprimorado conhecimento em linguagem de programação, a fim de evitar erros e de realizar uma análise completa e bem-sucedida do sistema dinâmico.

## 2 | OBJETIVO

O objetivo desse presente trabalho consiste na análise dispositivos físicos e elétricos, representados por equações diferenciais ordinárias não-lineares e não integráveis, ou seja,

sistemas caóticos determinísticos. Isso, sendo feito através da implementação de métodos computacionais adequados ao comportamento dos sistemas estudados.

Essa análise será feita sobre dois dispositivos, o pêndulo plano duplo e o circuito de Chua. No primeiro será possível estudar como o caos age e evolui à medida que se afasta das condições de quase integrabilidade em um sistema de espaço de estados quadrimensional. No segundo será possível estudar a bifurcação, o surgimento de atratores típicos de um sistema não linear dissipativo em um espaço de estados tridimensional e a evolução desse sistema em direção a um estado caótico.

Esses dois dispositivos são considerados autônomos, isto é, as equações diferenciais que os descrevem não dependem explicitamente do tempo. Os códigos que resolvem soluções desses sistemas utilizarão a função ode da linguagem Scilab® com um passo de tempo 0,01 s exceto no programa da Seção de Poincaré.

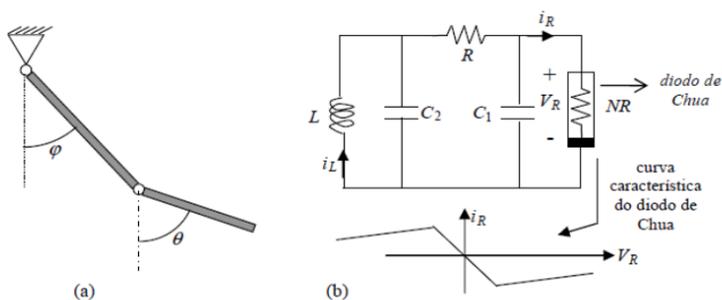


Figura 1 – Sistemas estudados: (a) Pêndulo Duplo plano; (b) Circuito de Chua

## 3 | MÉTODOS DE ANÁLISE DE SISTEMAS NÃO-LINEARES:

### 3.1 Diagrama de Bifurcação:

O diagrama de bifurcação consiste, basicamente, em uma representação gráfica de um determinado estado, no eixo y, em relação a algum parâmetro de bifurcação, no eixo x, que pode ser por exemplo a energia ou algum parâmetro do sistema. O objetivo desse tipo de representação é demonstrar a evolução da sensibilidade às condições iniciais ao longo de determinados valores do parâmetro escolhido. Nessa ferramenta de análise, os pontos de bifurcação tornam-se explicitamente conhecidos já que são pontos que mudam a quantidade de estados a partir de certo valor do parâmetro formando a bifurcação no gráfico.

Em sistemas caóticos determinísticos, essa ferramenta possui um papel essencial, pois consegue indicar, de certa forma, quão caótico é o sistema e em quais condições ele pode ser considerado como tal, apresentando elevados pontos de bifurcação dependendo da faixa de valores escolhida do parâmetro. Algo que não acontece em sistemas lineares,

dos quais acontecem poucos pontos de bifurcação e seu respectivo diagrama é bem mais simples.

Associado a esse Diagrama, quando há duplicação do período existe uma característica universal, a Constante de Feigenbaum. Ela é calculada pela razão entre a diferença entre valores do eixo x dos pontos de bifurcação seguidos como mostra a equação abaixo:

$$\delta_n = \frac{\Gamma_n - \Gamma_{n-1}}{\Gamma_{n+1} - \Gamma_n} \quad (3.1)$$

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = 4,6692016 \quad (3.2)$$

Segue abaixo uma imagem, que exemplifica um diagrama de bifurcação com os pontos utilizados para cálculo da constante:

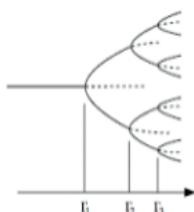


Figura 2 – Representação esquemática do Diagrama de Bifurcação, referência [5]

### 3.2 Expoente de Lyapunov:

Um método que trata mais de saber se o sistema é ou não caótico através de um valor numérico é o Expoente de Lyapunov. Introduzido pelo matemático russo Aleksandr Lyapunov no final do século XIX. Trata-se de um número calculado pela seguinte expressão:

$$\Lambda = \lim_{t_N \rightarrow \infty} \frac{1}{t_N} \sum_{i=0}^N \ln |d_i(t_k)| \quad (3.3)$$

Sendo  $d_i$  a separação de duas trajetórias próximas do sistema; geralmente utiliza-se o valor máximo caso ele for  $\max[\Lambda] > 0$  o sistema pode ser caótico; caso contrário ou igual a zero o sistema não será caótico. Essa condição é necessária, porém não suficiente. Obviamente, quanto maior o valor de  $\max[\Lambda]$  mais chance tem de o sistema ser mais caótico que no caso de menores valores  $\max[\Lambda]$ .

### 3.3 Seções de Poincaré:

Em sistemas físicos com duas coordenadas livres a representação da trajetória do espaço de fases torna-se bastante complicada, uma vez que esse tipo de sistema possui quatro dimensões, as coordenadas de posição e suas respectivas derivadas no tempo. A fim de minimizar esse problema, Henri Poincaré criou, no final do século XIX, as Seções

de Poincaré que, em sistemas conservativos, conseguem representar a trajetória de um espaço de fase dentre dois estados dos quatro existentes em um plano.

Esse método de representação funciona a partir de um valor escolhido de energia mecânica, que se mantém ao longo do tempo por se tratar de um modelo conservativo, assim o sistema se reduz a três dimensões. Com esse espaço tridimensional formado, escolhe-se uma superfície em que representa o valor de algum estado. Por fim, os valores são marcados no plano da seção a partir do encontro entre as trajetórias para diferentes condições iniciais de mesma energia mecânica escolhida. Assim, os pontos representados na seção serão aqueles que no mesmo instante o valor do estado escolhido é aquele fixado anteriormente e o outro estado não representado possuirá valor positivo ou negativo. Como mostra a figura abaixo:

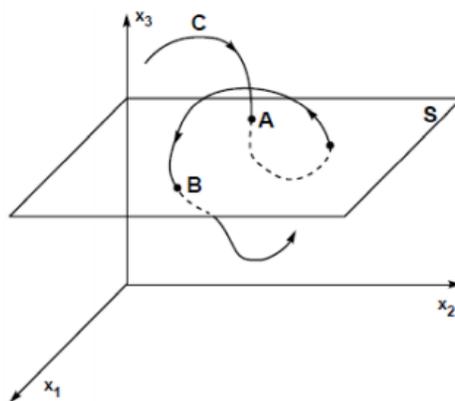


Figura 3 – Representação esquemática da confecção da Seção de Poincaré, referência [2]

### 3.4 Atratores:

Em um sistema dinâmico, um atrator é um conjunto de valores que o sistema tende a evoluir independente das condições iniciais, esses valores podem representar as coordenadas de um sistema físico. Um atrator pode ser um ponto fixo, um ciclo limite, orbita quasiperiódica, isto é, orbita que apresenta periodicidade irregular, ou atrator estranho.

Um atrator estranho ocorre quando diferenças infinitesimais nas condições iniciais geram perfis bastante distintos, esse tipo de atrator é típico de sistemas caóticos. Além disso, existem atratores estranhos bastante conhecidos pela literatura que podem ser comparados com atratores produzidos na simulação de algum sistema. Segue abaixo figuras de atratores estranhos conhecidos:

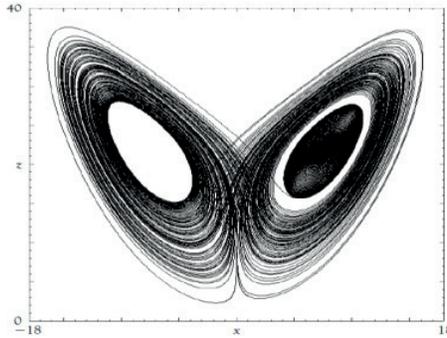


Figura 4 – Atrator de Lorenz, referência [2]

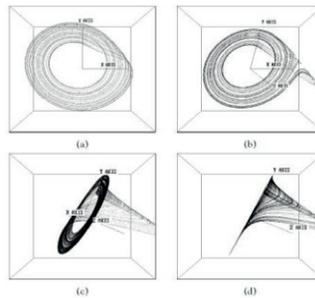


Figura 5 – Atrator de Rössler, referência [2]

## 4 | MODELAGEM DOS SISTEMAS

### 4.1 Pêndulo duplo:

Aplicação da mecânica de Lagrange para o equacionamento. Como o sistema possui duas dimensões, então o sistema será descrito por duas equações em  $\theta$  e  $\varphi$ . Assim, o sistema é descrito abaixo por:

Na coordenada  $\theta$ :

$$\frac{1}{3}l_2\ddot{\theta} + \frac{1}{2}\ddot{\varphi}l_1\cos(\varphi-\theta) - \frac{1}{2}l_1\sin(\varphi-\theta)\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}g\sin\theta = 0 \quad (4.1)$$

Na coordenada  $\varphi$ :

$$\ddot{\varphi}l_1(l_2 + \frac{l_1}{3}) + \frac{1}{2}l_2^2\ddot{\theta}\cos(\varphi-\theta) + \frac{1}{2}l_2^2\dot{\theta}^2\sin(\varphi-\theta) + (\frac{1}{2}l_1 + l_2)g\sin\varphi = 0 \quad (4.2)$$

Circuito de Chua:

Aplicação da 1ª e 2ª Leis de Kirchhoff, uso de três variáveis de estado e, portanto,

três equações não-lineares, além do uso das relações:  $C \frac{dV}{dt} = i$  e  $L \frac{di}{dt} = V$ . Após uma troca de variáveis o sistema fica equacionado da seguinte forma:

$$\frac{dx}{d\tau} = k\alpha(y - x - f(x)) \quad (4.3)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = k(x - y + z) \quad (4.4)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = -k\beta y \quad (4.5)$$

$$f(x) = bx + \frac{1}{2}(a - b)\{|x + 1| - |x - 1|\} \quad (4.6)$$

A função  $f(x)$  refere-se ao diodo de Chua e é o responsável pela não linearidade do modelo.

## 5 | RESULTADOS

### 5.1 Pêndulo duplo:

Os métodos utilizados para analisar o movimento do pêndulo foram além de simulações, as Seções de Poincaré e estimativas para o expoente de Lyapunov. A metodologia de análise do pêndulo duplo consistiu em fazer simulações de condições próximas a linearidade quando  $\ell_1 = 0$  até  $\ell_1 = \ell_2$ .

Simulações do modelo e Seções de Poincaré:

Situação I -  $\ell_1 = \ell_2/100$ :

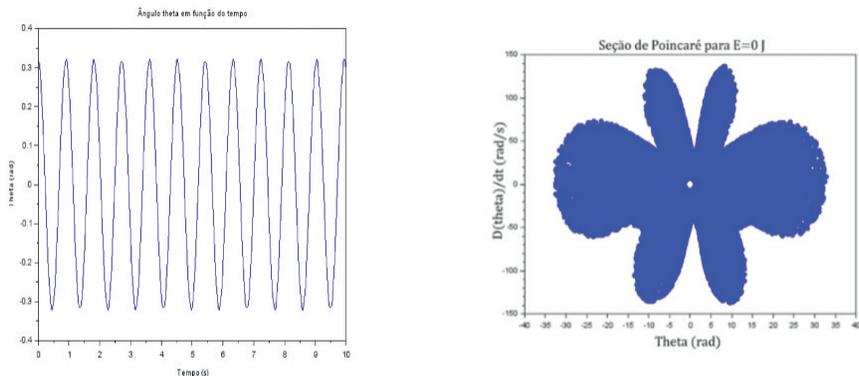


Figura 6 – À esquerda simulação do modelo e à direita a Seção de Poincaré com condição próxima à linear.

Situação II-  $\ell_1 = \ell_2/10$ :

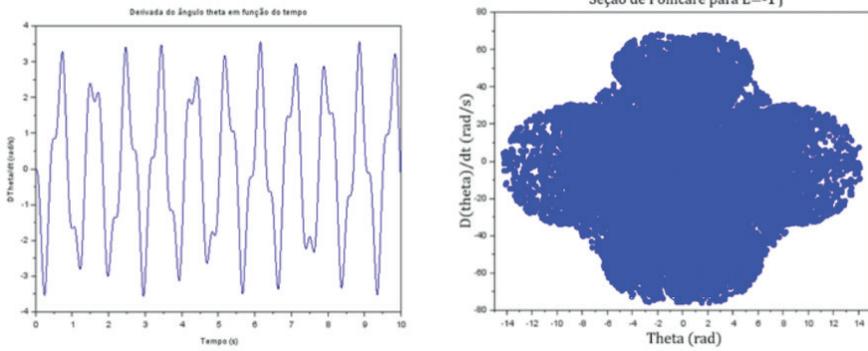


Figura 7 – À esquerda simulação do modelo e à direita a Seção de Poincaré com condição mais distante da linear.

Situação III-  $\ell_1 = \ell_2$ :

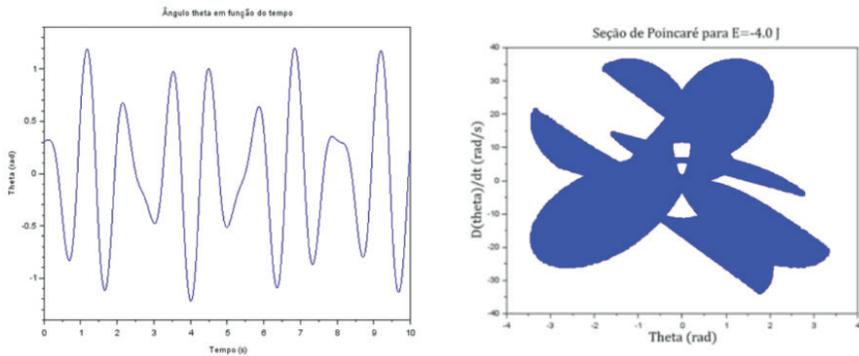


Figura 8 – À esquerda simulação do modelo e à direita a Seção de Poincaré com condição mais distante da linear.

Estimativas do Expoente de Lyapunov:

Como mencionado na referência [10]:

$$\Delta x(t) \sim \Delta x(t_0) e^{\alpha t} \quad (5.1)$$

Sendo  $\Delta x(t)$  a diferença entre dois valores de uma determinada variável de estado de trajetórias distintas.

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{\Delta x(t)}{\Delta x(t_0)}\right)}{t} \quad (5.2)$$

Dessa forma, a sensibilidade às condições iniciais pode ser estimada em determinado sistema, uma vez que quanto mais afastado for o valor  $\alpha$  de zero mais sensível é o sistema.

De forma análoga ao Expoente de Lyapunov, faz-se um somatório desses valores, o que é interessante, uma vez que valores de  $\Delta x$  se alteram em relação ao tempo.

Assim, pode-se criar um código que analisa o valor de alfa para diferentes condições do pêndulo duplo cada uma com diferentes comprimentos,  $\ell_1$ . A finalidade disso será de analisar condição próxima de uma situação linear não caótica até as mais afastadas.

O cálculo é feito da seguinte forma: executa-se duas vezes a função do pêndulo duplo com valores iniciais diferentes, porém muito próximos; após isso, define-se:

$$\Delta x = \sqrt{(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + (\theta_1 - \theta_2)^2} \quad (5.3)$$

Sendo  $\varphi_1$  e  $\theta_1$  posições de uma condição inicial e  $\varphi_2$  e  $\theta_2$  de outra condição inicial em determinado instante; define-se um vetor tempo que selecionará os valores de alfa que farão parte do somatório.

$\Delta x(t_0) = 0.05$  rad; Condições iniciais:  $y_{01} = [\pi/30; 0; \pi/30; 0]$  e  $y_{02} = [\pi/30; 0; \pi/30+0.05; 0]$

$\ell_1$	$\alpha$
0	0,2135744
0,001 $\ell_2$	0,3182738
0,01 $\ell_2$	2,3571222
0,1 $\ell_2$	2,3912903
$\ell_2$	3,3943712

Os resultados deram de acordo com o esperado. Valores mais altos de  $\alpha$  para situações mais afastadas das condições lineares indicando maior probabilidade da presença de movimento caótico.

## 5.2 Circuito de Chua

Segundo a literatura a respeito sobre o Circuito de Chua, o período do Ciclo limite dobra-se a cada ponto de bifurcação, o que permite o cálculo da Constante de Feigenbaum e uma observação da rota para Caos desde do Ciclo limite de período-1 até o surgimento de atratores estranhos.

Assim, iniciando de um Ciclo Limite de período-1, como nos valores dos parâmetros dados pelo gráfico I, torna-se interessante fazer um Diagrama de Bifurcação em que se varia o valor de  $\alpha$  com valor inicial de 7,9 até 9, com passo de 0,005, e observa-se quais são os valores de máximo local de  $x$ , com as mesmas condições iniciais das do gráfico I do Circuito de Chua adimensional.

Segue abaixo o Diagrama de Bifurcação:

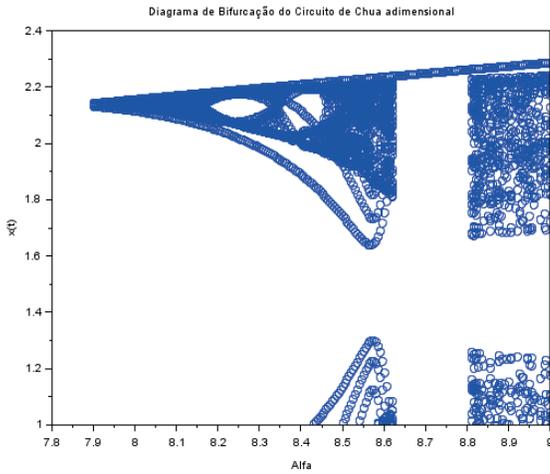


Figura 9 - Diagrama de Bifurcação do Circuito de Chua adimensional.

O programa foi executado na resolução da função *ode* com um intervalo de tempo de 0 a 100 segundos com passo de 0.01 s.

Observando os pontos de bifurcação nas seguintes imagens:

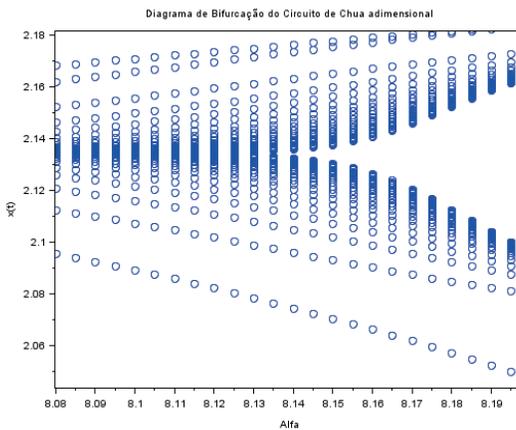


Figura 10 - Imagem ampliada do Diagrama de Bifurcação mostrando a primeira bifurcação

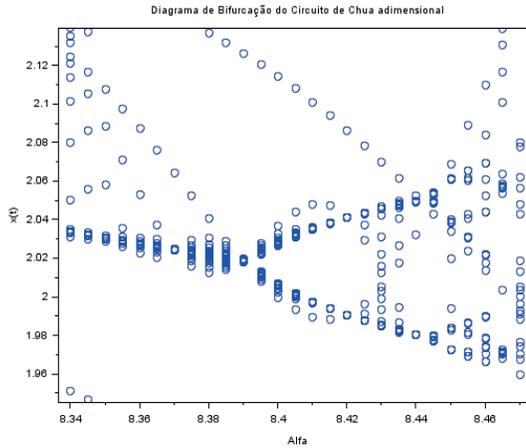


Figura 11 - Imagem ampliada do Diagrama de Bifurcação mostrando a segunda e terceira bifurcação.

Assim, depreende-se três pontos de Bifurcação,  $B_1 = 8,135$ ,  $B_2 = 8,39$  e  $B_3 = 8,445$ . Dessa forma, estima-se o valor de  $\delta_2$  com a equação (3.1) e compara-se com o valor da equação (3.2):

$$\delta n = \frac{B_n - B_{n-1}}{B_{n+1} - B_n}; \text{ para } n = 2 \text{ tem-se } \delta_2 = \frac{B_2 - B_1}{B_3 - B_2} = 4,6363636$$

$\delta_2$	$\delta$	Desvio
4,6363636	4,6692016	0,7 %

Realizando testes com valores de  $\alpha$  iguais aos pontos de bifurcação não alterando outros valores chega-se aos seguintes gráficos do Circuito de Chua adimensional e da série de tempo:

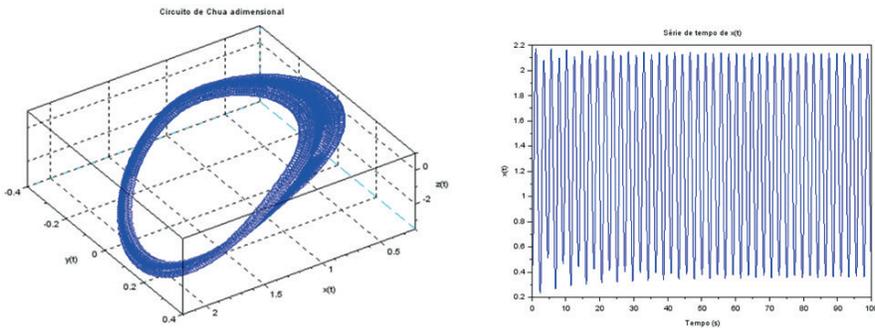


Figura 12 - Rota para o Caos para  $\alpha = 8,135$ : à esquerda o espaço de fases e à direita a série de tempo de  $x$ .

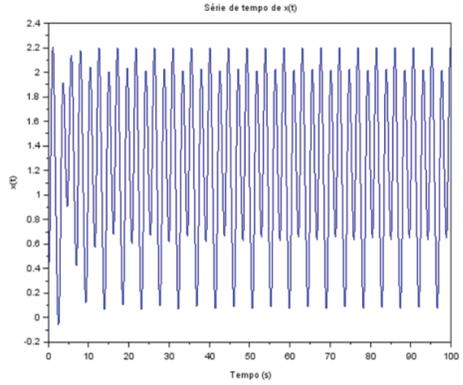
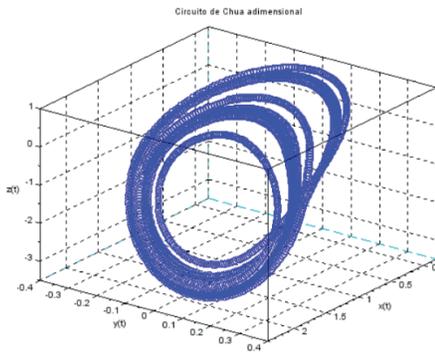


Figura 13 - Rota para o Caos para  $\alpha = 8,39$ : à esquerda o espaço de fases e à direita a série de tempo de  $x$ .

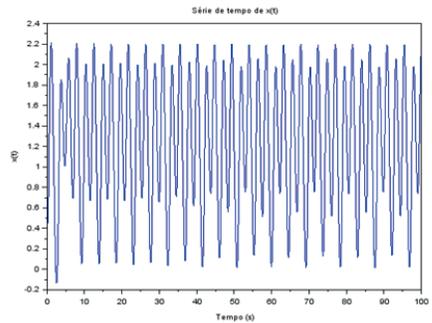
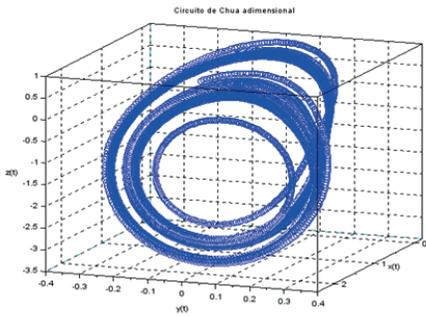


Figura 14 - Rota para o Caos para  $\alpha = 8,445$ : à esquerda o espaço de fases e à direita a série de tempo de  $x$ .

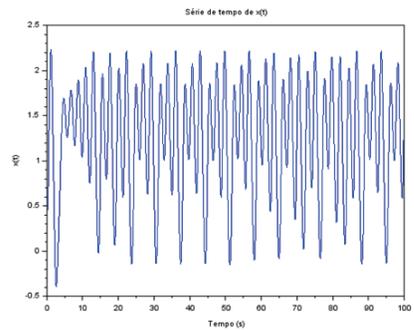
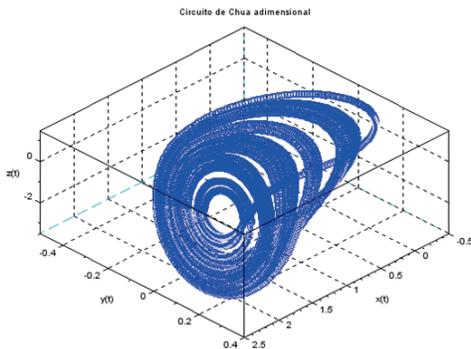


Figura 15 - Rota para o Caos para  $\alpha = 8,6$ : à esquerda o espaço de fases e à direita a série de tempo de  $x$ .

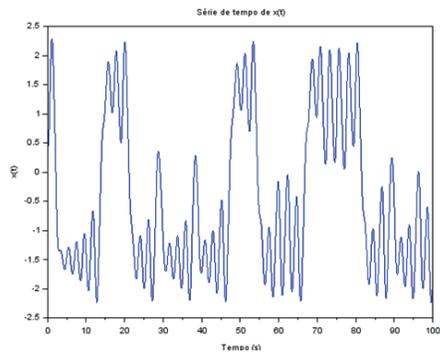
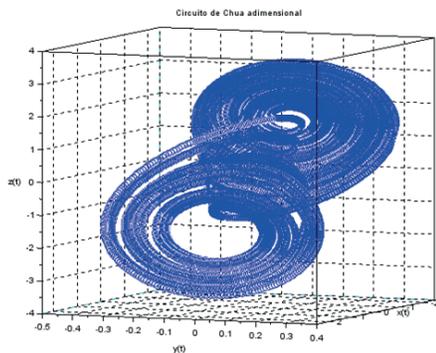


Figura 16 - Rota para o Caos para  $\alpha = 9$ : à esquerda o espaço de fases e à direita a série de tempo de  $x$ .

Na figura 16, nota-se a presença do Atrator Estranho do tipo 'Double-Scroll'.  
Referência [9]

## 6 | CONCLUSÃO

Com a confecção deste presente trabalho e dos resultados obtidos é possível concluir que os códigos realizados foram suficientes para observar o que foi visto na revisão bibliográfica.

No caso do pêndulo duplo, é evidente a presença de três comportamentos mostrados nas Seções de Poincaré, algo mais regular para valores de baixo comprimento  $\ell_1$  avançando para certa irregularidade para valores de comprimento  $\ell_1$  mais altos até chegar em casos caóticos. Isso é evidenciado também nas estimativas para a sensibilidade às condições iniciais que de certa forma é análoga ao expoente de Lyapunov. O estudo mostrou valores mais acima de zero à medida que se aumenta  $\ell_1$  e se afasta das condições de integrabilidade indicando possível movimento caótico, mas não provando-o.

No caso do Circuito de Chua, assim como na literatura sobre o tema, foi percebido uma rota em direção ao caos de duplicação do período pela realização do Diagrama de Bifurcação na variação do parâmetro  $\alpha$ . Isso foi evidenciado após a confecção dos gráficos com o valor  $\alpha$  igual aos pontos de Bifurcação, o que mostrou o aumento do número do período do ciclo limite, e com o cálculo da razão (3.1) e posterior comparação com a Constante de Feigenbaum (3.2), tendo o desvio de apenas 0,7%. Além disso, foi observado também uma grande diversidade de atratores sendo aquelas estruturas mais complexas como o Atrator Estranho com 'Double-Scroll' aparecendo, geralmente, em situações mais caóticas com valores mais altos de  $\alpha$ .

Apesar da congruência dos resultados, é preciso afirmar o forte gasto computacional para encontrar soluções na dinâmica não-linear. Especialmente no caso do pêndulo duplo em que um valor de energia pode ser gerado por diversas condições iniciais, o que tornou

o código que faz a Seção de Poincaré bastante demorado e incompleto não testando todas as condições iniciais possíveis.

No caso do Circuito de Chua, foi percebido uma diferença do número de pontos plotados ao se fazer o diagrama de bifurcação com tempo máximo de 10 segundos com o tempo de 100 segundos evidenciando a qualidade que deve ser feita o código para uma efetiva análise do sistema. Logo, é possível perceber que o programador deve buscar algum equilíbrio muitas vezes entre a qualidade da programação e o gasto computacional gerado para análise de sistemas não-lineares.

## REFERÊNCIAS

- [1] ABDALSMD, L.; ELBORI A. Simulation of Double Pendulum. **Journal of Software Engineering and Simulation**, v.3, April, 2017, p 1-13.
- [2] ALLIGOOD, K. T.; SAUER, T. D.; YORKE, J. A. **Chaos: An Introduction to Dynamical Systems**, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [3] CHEN, C. **Linear System Theory and Design**, 3rd. ed. Oxford University Press, New York, 1999
- [4] CHUA, L. O. The Genesis of Chua's Circuit. **Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik**, 46: 250-257.
- [5] JORDAN, D.W., SMITH, P., **Nonlinear ordinary differential equations: An Introduction to Scientists and Engineers**. 4th ed. Oxford University Press, New York, 2007.
- [6] KENNEDY, M. P."Three steps to chaos – Part 1: Evolution" **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, v.40, no.10, October, 1993.
- [7] KHALIL, H.K., **Nonlinear Systems** 3rd ed. Prentice Hall, 2002.
- [8] MADAN, R.N., WU, C.W., Introduction to experimental chaos using Chua's circuit. *In: Chua's Circuit: A Paradigm to Chaos*. Edited by Madan, R.N. Singapore River Edge, N.J.: World Scientific, 1993.
- [9] MATSUMOTO, T., A chaotic attractor from Chua's circuit. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, v. CAS-31, no. 12, Dec, 1984, p. 1055-1059.
- [10] SHINBROT, T.; GREGOGI, C.; WISDON, J.; YORKE, J.A. Chaos in double pendulum. **American Journal of Physics**, 60, 6, Jun 1992, p.491-499.
- [11] STACHOWIAK, T., OKADA, T., A numerical analysis of chaos in the double pendulum. **Chaos, Solitons and Fractals**, v.29, 2006, p. 417-422.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Algoritmo genético 152, 155, 156

Amido 117, 118, 119, 120, 121, 123, 124, 125, 126, 127

Análise de incerteza 161

Anelamento 117, 119, 120, 125

Assinatura espectral 94

Avaliação de modelo 161

### B

Bacia do Rio São Francisco 57, 58, 61, 63

Biodiesel 43, 44, 45, 46, 47, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56

### C

Cell planning 128

Celulose recalcitrante 112, 113, 114, 115

Circuito de Chua 79, 81, 84, 87, 88, 89, 91, 92

Classificação dos solos 94

### D

Design e sustentabilidade 101, 107

### E

Economia circular 101, 102, 103, 104, 107

Engenharia de agrimensura e cartográfica 66, 68, 69, 77, 78

Esmeraldas 20, 21, 42

Esterificação 43, 45, 46, 47, 48, 49, 52, 119

### G

Geossistema 1, 2, 3, 5, 6

### I

IMC 143, 145, 146, 147, 148, 149, 150

Inclusões 20, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42

Indoor environments 128, 142

Influências 7, 8, 10, 12, 13

## **L**

Licenciatura em química 15, 16, 17, 19

## **M**

Manobras orbitais 152

Mapeamento digital 94

Matriz curricular 15, 16, 17

Modelagem matemática 112

Mudança climática 161, 162

Multidisciplinariedade 1

## **N**

Nióbio 43, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54, 55

## **O**

Otimização 152, 159

## **P**

Paisagem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 100

Palha de cana-de-açúcar 112, 113, 114, 116

Pêndulo duplo 79, 81, 84, 85, 87, 91

Perdas de água 57, 58, 60, 61, 63, 64

Pesquisa e metodologia do design 101

Pindobaçu 20, 21, 22, 23, 28, 41

Políticas públicas 57, 58, 63, 64, 143, 144, 150

Preservação 11, 57, 62, 63, 103

Pré-tratamento hidrotérmico 112, 113, 114, 116

Projeção climática 161

Propagation measurements 128

Propagation models 128, 129, 141

Propriedades físicas 27, 117

## **Q**

Qualidade de vida 143, 144, 146, 150, 151

Química inorgânica 15, 16, 17, 18

## **R**

Ray tracing method 128, 133, 141

Reaproveitamento de resíduos 101

## **S**

Saúde 7, 8, 10, 11, 13, 143, 144, 145, 146, 148, 149, 150, 151

Saúde e meio ambiente 7, 8, 10, 13

Sensor Aisafenix 94

Sistemas caóticos 79, 80, 81, 83

Sistemas não-lineares 79, 81, 92

Soja transgênica 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

Swing by 152, 153, 154, 155, 156, 159

## **T**

Terras raras 43, 47, 51, 52, 53, 54

Têxteis 101, 102, 104, 105, 106, 107, 108, 110

Transesterificação 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 54



 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [facebook.com/atenaeditora.com.br](https://facebook.com/atenaeditora.com.br)

# Ciências Exatas e da Terra: Conhecimentos Estratégicos para o Desenvolvimento do País 2



 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [facebook.com/atenaeditora.com.br](https://facebook.com/atenaeditora.com.br)

# Ciências Exatas e da Terra: Conhecimentos Estratégicos para o Desenvolvimento do País 2