

Francisco Odécio Sales
(Organizador)

Pesquisa como Princípio Educativo:

O que podemos aprender com a
Pesquisa em Matemática?

Atena
Editora

Ano 2021

$$\sin d = \frac{a}{c}$$

$$\cos d = \frac{b}{c}$$

$$\sin x = \frac{a}{c}$$

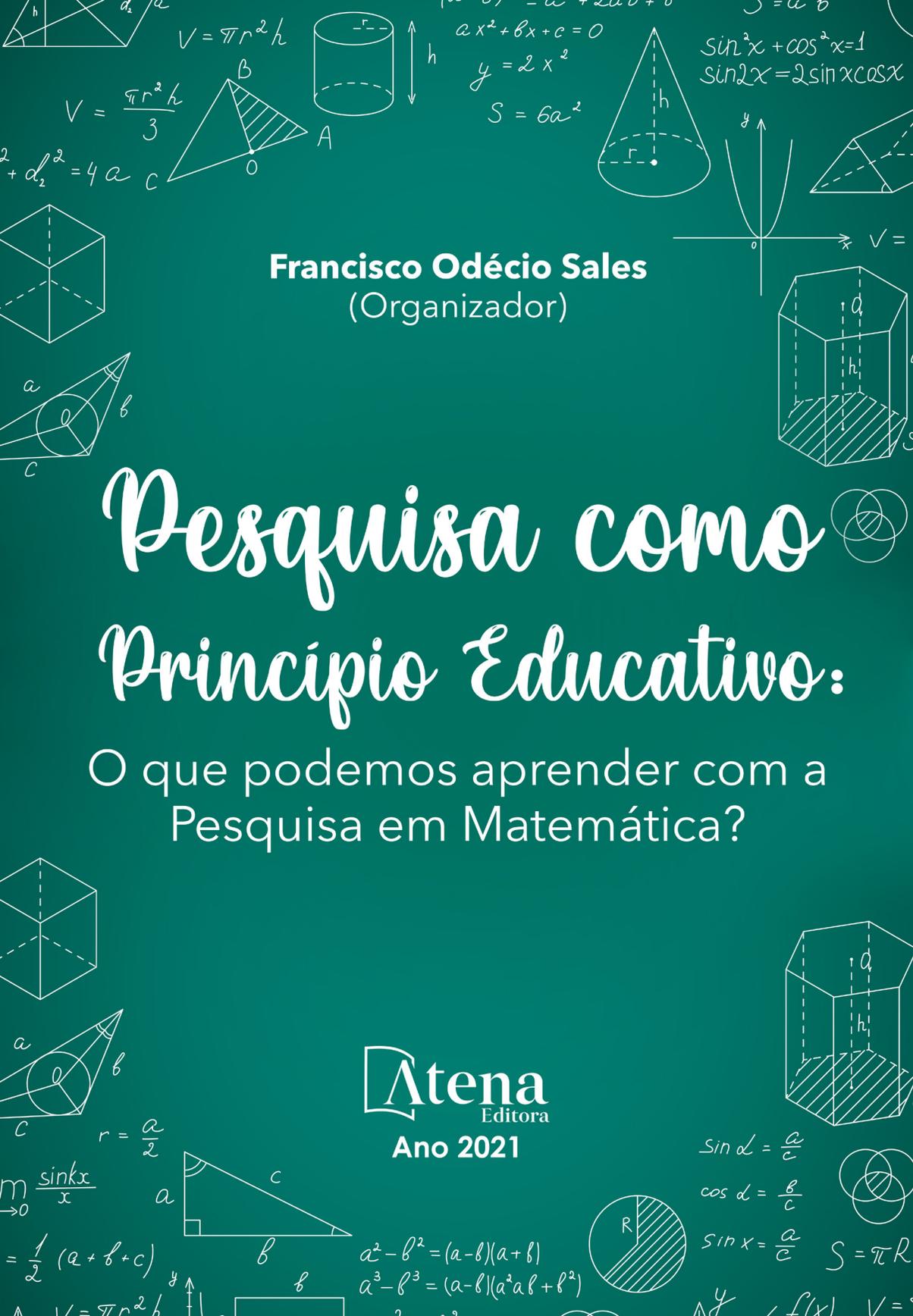
$$S = \pi R$$

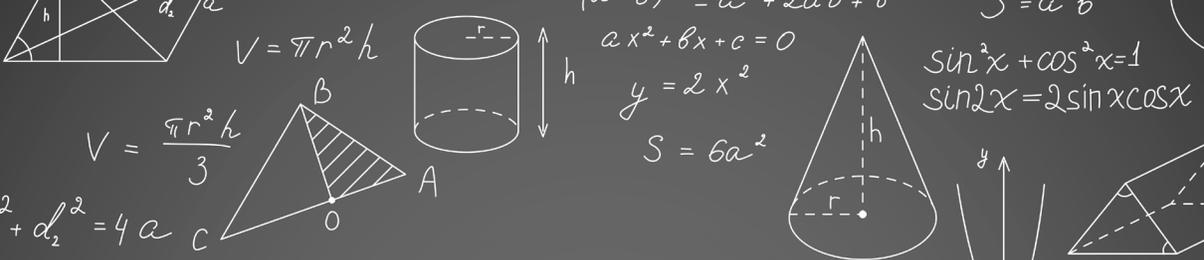
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

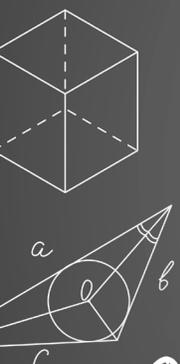


$$y = f(x) \quad V =$$



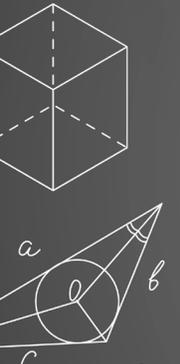


Francisco Odécio Sales
(Organizador)

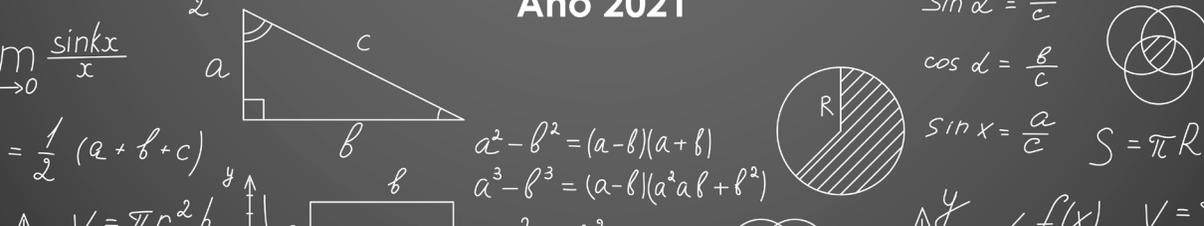
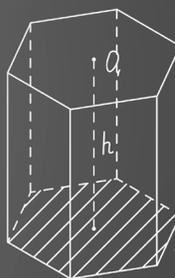


Pesquisa como Princípio Educativo:

O que podemos aprender com a
Pesquisa em Matemática?



Atena
Editora
Ano 2021



Editora Chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes Editoriais

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto Gráfico e Diagramação

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da Capa

Shutterstock

Edição de Arte

Luiza Alves Batista

Revisão

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federacl do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalves de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná
Profª Drª Miraniide Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí
Profª Ma. Adriana Regina Vettorazzi Schmitt – Instituto Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional
Profª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Amanda Vasconcelos Guimarães – Universidade Federal de Lavras
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Profª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa
Profª Drª Andrezza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia
Profª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Me. Carlos Augusto Zilli – Instituto Federal de Santa Catarina
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná
Profª Drª Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa

Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia
Prof. Me. Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará
Prof. Me. Francisco Sérgio Lopes Vasconcelos Filho – Universidade Federal do Cariri
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFGA
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenología & Subjetividade/UFPR
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
Profª Ma. Lilian de Souza – Faculdade de Tecnologia de Itu
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
Profª Drª Lúvia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
Profª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz
Profª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof. Me. Luiz Renato da Silva Rocha – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Prof. Dr. Pedro Henrique Abreu Moura – Empresa de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Profª Drª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Rafael Cunha Ferro – Universidade Anhembi Morumbi
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
Profª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática?

Bibliotecária: Janaina Ramos
Diagramação: Luiza Alves Batista
Correção: Vanessa Mottin de Oliveira Batista
Edição de Arte: Luiza Alves Batista
Revisão: Os Autores
Organizador: Francisco Odécio Sales

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática? / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-007-7

DOI 10.22533/at.ed.077212804

1. Matemática. 2. Educação. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 372.7

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou a todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades. Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor. Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Pesquisa em Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior em tempos de Pandemia da COVID 19.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca da Pesquisa Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas. Ressaltamos a presença forte de artigos de Matemática Pura, em especial na área de Análise matemática e equações diferenciais.

Neste volume, concentra trabalhos que abordam sobre Análise Matemática, Matemática Aplicada, Matemática Computacional, formação inicial e continuada, currículo no ensino de matemática, estratégias de ensino para a educação básica, debates e reflexões essenciais para todo o processo educacional. Isto é, apresenta temas diversos e interessantes, de modo, a contribuir para o embasamento teórico e a prática pedagógica do professor que está em exercício ou não. Para os professores que estão em exercício, mais precisamente os professores que ensinam matemática, sem dúvida cada capítulo tem muito a contribuir para com sua prática de ensino, sendo possível conhecer numa dimensão geral ações curriculares acerca da educação básica e ensino superior, entre outros. Para os professores que não estão em exercício por está em processo formativo ou tentando uma vaga para adentrar no chão da sala de aula, os trabalhos apresentam discussões sobre temáticas contemporâneas que colaboram para ter uma compreensão panorâmica do cenário atual da educação, ou melhor, com produções sobre BNCC e as tecnologias

digitais, temáticas bastante mencionadas nos eventos nacionais e internacionais com pesquisadores de diferentes regiões e culturas. Por fim, que você possa se debruçar em cada capítulo e assim possa enriquecer seu aporte teórico e prática pedagógica. Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Francisco Odecio Sales

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

COTAS DO TIPO NORDHAUS-GADDUM PARA O NÚMERO DE ANIQUILAÇÃO

Guilherme Porto

Daniel Alejandro Jaume

Marco Puliti Lartigue

DOI 10.22533/at.ed.0772128041

CAPÍTULO 2..... 9

ESTUDO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS INTRÍNSECOS na LEGISLAÇÃO DO IMPOSTO SOBRE VEÍCULOS AUTOMOTORES

Delfim Dias Bonfim

Carolyne Victória Lopes Barbosa

Wilmar Borges Leal Júnior

Virgílio Lourenço da Silva Neto

DOI 10.22533/at.ed.0772128042

CAPÍTULO 3..... 19

INTEGRANDO A MATEMÁTICA COM AS ABELHAS

Géssica Gonçalves Martins

Cláudia da Cunha Monte Oliveira

Guilherme Almeida Honorato

João Pedro de Aguiar e Matos

DOI 10.22533/at.ed.0772128043

CAPÍTULO 4..... 30

DESENVOLVIMENTO DE PROBLEMAS DE APLICAÇÃO EM ALIMENTOS PARA TÓPICOS DO CÁLCULO IV

Daniela de Almeida Carrea

Érik Eiji Nibe Moriyama

Jorge Lizardo Díaz Calle

DOI 10.22533/at.ed.0772128044

CAPÍTULO 5..... 42

REPRESENTAÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL NUM PROCESSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA SOBRE CONTEÚDOS E METODOLOGIAS

Alice Venturini Oliveira

Lúcio Souza Fassarella

Géssica Gonçalves Martins

DOI 10.22533/at.ed.0772128045

CAPÍTULO 6..... 61

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE EM DOMÍNIO NÃO HOMOGÊNEO

Luana Lazzari

Esequia Sauter

Fábio Souto de Azevedo

DOI 10.22533/at.ed.0772128046

CAPÍTULO 7..... 72

PRESERVAÇÃO DA MEMÓRIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA: ANÁLISE DO ACERVO BIBLIOGRÁFICO DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO FLORES DA CUNHA

Diane Catia Tomasi

DOI 10.22533/at.ed.0772128047

CAPÍTULO 8..... 82

UM HISTÓRICO DE PROPOSTAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO

Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein

DOI 10.22533/at.ed.0772128048

CAPÍTULO 9..... 92

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS PELO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS USANDO PYTHON

Filipe Alexandre Moraes Eismann

Pedro Fellipe Martins Pires

Tiago Martinuzzi Buriol

DOI 10.22533/at.ed.0772128049

CAPÍTULO 10..... 101

UM TRATAMENTO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS MEDIADO PELO GEOGEBRA

Francisco Odecio Sales

DOI 10.22533/at.ed.07721280410

CAPÍTULO 11..... 117

OBJETO EDUCATIVO ADAPTADO POTENCIALIZANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE UMA ESTUDANTE CEGA EM MATEMÁTICA NO INSTITUTO FEDERAL DO ACRE – IFAC, CAMPUS XAPURI

Cristhiane de Souza Ferreira

Sérgio Luiz Pereira Nunes

Salette Maria Chalub Bandeira

DOI 10.22533/at.ed.07721280411

SOBRE O ORGANIZADOR..... 141

ÍNDICE REMISSIVO..... 142

UM TRATAMENTO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS MEDIADO PELO GEOGEBRA

Data de aceite: 20/04/2021

Data de submissão: 14/04/2021

Francisco Odecio Sales

<http://lattes.cnpq.br/5358752623192820>

RESUMO: O estudo a seguir busca investigar os procedimentos de ensino e aprendizagem da disciplina de Geometria Analítica utilizando o *Software* GeoGebra no estudo de Cônicas e Quádricas, focando o desafio e a possibilidade da implantação do ensino utilizando o *software* livre GeoGebra. As observações visam analisar as diferenças entre o ensino utilizando instrumentos convencionais e o processo de construção do conhecimento desenvolvido por meio do computador. Ao final, pretende-se avaliar se o ensino de desenho por meio dos recursos do *software* GeoGebra, possibilita otimizar a compreensão dos conteúdos de desenho construídos de um modo ativo, favorecendo a interação e colaboração entre alunos, observando como se adaptam a essa modalidade de ensino, fazendo dela um meio de aprendizado de maneira participante, colaborativa e com autonomia.

PALAVRAS-CHAVE: Desenho, GeoGebra, Autonomia, Cônicas, Quádricas.

ABSTRACT: The following study seeks to investigate the teaching and learning procedures of the Analytical Geometry discipline using the GeoGebra Software in the study of Conics and Quadrics, focusing on the challenge and the

possibility of implementing teaching using the free GeoGebra software. The observations aim to analyze the differences between teaching using conventional instruments and the knowledge construction process developed through the computer. At the end, it is intended to evaluate whether the teaching of drawing through the resources of the GeoGebra software, makes it possible to optimize the understanding of drawing contents constructed in an active way, favoring the interaction and collaboration between students, observing how they adapt to this modality of education. teaching, making it a means of learning in a participatory, collaborative and autonomous way.

KEYWORDS: Drawing, GeoGebra, Autonomy, Conics, Quadrics.

1 | INTRODUÇÃO

Observando jovens alunos nas diversas situações em que se encontram lidando com equipamentos de tecnologia digital, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), a exemplo, dos telefones celulares, videogames dentre outros, percebe-se que, além de manifestarem grande interesse, demonstram facilidade em compreender as possibilidades oferecidas por tais equipamentos. Os alunos têm grande habilidade em manusear e compreender o funcionamento de tais aparelhos, superando as expectativas de seus professores. Em pouco tempo, começam a explorar as interfaces dos aparelhos e tornam-se capazes de utilizar ampla

gama de recursos que oferecem com autonomia e passam a ensinar a outros colegas, pais e pessoas de gerações anteriores.

Tal afinidade se explicita por meio de exemplo convincente que encontra-se na experiência de inclusão digital, denominada “Buraco no muro”, realizada em 1999 por Sugata Mitra(2006), realizada com crianças em um bairro pobre de Nova Deli, na Índia, utilizando computador ligado à Internet para possibilitar que crianças analfabetas pudessem navegar na rede, interagindo com um monitor “*Touch screen*”. Verificou-se que eles aprenderam a lidar com vários dos recursos disponíveis de maneira autônoma, sem instrução de terceiros, e, em aproximadamente oito horas de uso, estavam ensinando e aprendendo uns com os outros sobre o que já haviam descoberto durante o manuseio e a interação com o equipamento.

Segundo Piaget (1982), a aprendizagem passa por uma interação entre o sujeito da aprendizagem e o objeto, aqui representado como objeto o todo envolvido no processo, o computador com o *software*, os colegas e o assunto.

Numa pesquisa realizada com estudantes de 7^a e 8^a séries, Vaz (2004), utilizou um *software* de geometria dinâmica, o Cabri-Géomètre, para investigar o ensino e a aprendizagem da prova e demonstração em geometria, onde os alunos eram envolvidos em atividades que favoreciam os movimentos espontâneos. Por meio das interações dos estudantes, a autora observou a importância do dinamismo do *software* para que sejam incorporadas descobertas aprendidas por meio de atividades anteriores nas provas e demonstrações geométricas construídas pelos alunos.

Outro estudo similar, utilizando o software, o Tabulæ, Mattos (2007), apresenta a viabilidade de estratégias didáticas utilizadas em modelos de interação professor - estudante e estudante - estudante, por meio das quais descreve as funcionalidades desenvolvidas no projeto com o software Tabulæ Colaborativo. Tais estratégias, que tornaram possível a interação no ensino presencial de matemática, foram aplicadas em atividades do ensino à distância. Mattos (2007) estudou estratégias didáticas para aprendizagem colaborativa, baseadas em roteiros e apoiadas por computador, projetadas para facilitar a colaboração entre estudantes.

Pode-se perceber que os alunos participantes de tais processos tendem a desenvolver autonomia quando estão concentrados em alguma atividade que os estimulem no processo de aprendizagem.

Tais fatos reforçaram a percepção de que a tecnologia digital utilizada nesse processo oferece oportunidades convidativas, que chamam a atenção e provocam para que os usuários possam envolver-se com atividades intelectuais por meio de uma relação de uso e da exploração dos equipamentos podendo desenvolver autonomia para a aprendizagem, progredindo de acordo com os resultados obtidos a partir da própria experiência de criação.

Na visão de Castoriadis (1987), a criação é algo que só aparece no ser humano e que, a partir dela desenvolve autonomia, construindo as suas próprias significações. Por

outro lado Piaget (1982) conceitua autonomia como sendo a capacidade de coordenação de diferentes perspectivas sociais com o pressuposto do respeito recíproco.

Em seu estudo, ao utilizar o GeoGebra, Freitas (2009) apresenta resultados de uma pesquisa realizada com professores de Matemática, onde se investigou a utilização do *software* educativo no ensino e aprendizagem, com enfoque nas possibilidades de representação e na interação do estudante no processo de construção do conhecimento. Ao final, a autora pode constatar que o GeoGebra possibilitou nova dimensão de contato com objetos e conceitos matemáticos não acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente, além de possibilitar o acesso e mobilização de pelo menos duas representações de registro de um mesmo objeto matemático.

A partir das observações desse estudo pretende-se investigar o que se tornou possível para o aluno fazer a partir das novas possibilidades oferecidas por um *software* de geometria dinâmica.

Para esse estudo foi escolhido o *software* GeoGebra por ser gratuito e possuir as ferramentas tradicionais de geometria dinâmica e permitir manipular as construções mais comuns e os elementos básicos da geometria: pontos, segmentos, retas e seções cônicas, permitindo aos alunos experimentar, interpretar, visualizar, e demonstrar conteúdos de geometria, bem como para o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

2 | A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Atualmente estamos cercados de novas tecnologias as quais em muitas vezes vem a facilitar e agilizar as diferentes situações a que nos deparamos no cotidiano. Neste sentido, pensamos porque não nos utilizarmos desta tecnologia no ambiente escolar visando desta forma promover uma aprendizagem em Matemática? Principalmente no ensino de Geometria nos quais avaliações nacionais como o SAEBE e o ENEM apontam dificuldades encontradas pelos alunos em relação aos conteúdos Geométricos.

É de grande relevância para classe docente repensar suas propostas de trabalho visando contribuir para que aconteça uma aprendizagem significativa recorrendo ao uso de tecnologias para o ensino, dado que a maioria das escolas estaduais possui hoje laboratório de informática equipado com computadores.

Segundo Ferreira et al (2009 p. 03) os ambientes informatizados quando direcionados à aprendizagem da Geometria possibilitam recursos capazes de fazer com que os alunos possam superar dificuldades.

Um dos recursos a que o professor pode recorrer para suas aulas de Geometria é o *software* Geogebra, *software* livre gratuito encontrado na internet e sem dificuldade de uso que possibilita aos alunos fazer construções com pontos, vetores, segmentos e retas e no nosso caso específicos cônicas e quádras, desenvolvendo nos mesmos um raciocínio geométrico e analítico.

Albuquerque (2004) destaca que a proposta de trabalho bem como planos de aula do professor ao utilizar o software Geogebra para desenvolver os conteúdos abordados na Geometria Plana deve contemplar:

O conteúdo a ser abordado; os objetivos a serem atingidos; os pré-requisitos matemáticos e tecnológicos; o encaminhamento metodológico que mostra de maneira detalhada como construir os objetos e como utilizar os recursos do programa e o número de aulas necessárias para desenvolver a atividade (ALBUQUERQUE : 2004; p.21).

Desta maneira o professor fará uso consciente do software como facilitador da aprendizagem, cabe destacar que nesse processo de ensino através da utilização de tecnologia como o computador segundo Albuquerque (2004, p. 14) o professor não necessita dominar todas as ferramentas do programa, entretanto é fundamental que o mesmo tenha a “humildade de aprender com o aluno”, uma vez que o aluno domina e tem mais facilidade quando se trata de tecnologia. Portanto é fundamental que a classe docente saiba lidar com essa troca de conhecimentos.

Outro fator relevante que pode decorrer da exploração do software é o aluno perder o foco devido aos recursos disponíveis no programa. Cabe ao professor fazer mediação estimulando o aluno a continuar dentro dos objetivos previstos nesta aula.

Segundo Ferreira (2009, p. 03) as ações de exploração de conteúdos geométricos com a utilização do software Geogebra possibilitam criar condições para que o aluno aprenda fazendo investigações que podem oportunizar ao mesmo de fazer conjecturas, testes e análises para então, estar apto a realizar uma conclusão do conteúdo e conceito que está sendo explorado com o programa. Por fim, pode causar no mesmo um estímulo para que aconteça uma evolução no seu pensamento geométrico.

Sendo assim, acreditamos que o professor poderá promover no aluno uma superação em relação à visualização de conceitos e propriedades geométricas na medida em que o mesmo realize as construções bem como a visualização que permite compreender com facilidade as propriedades geométricas podendo ainda fazer o uso de animações, mover e observar de vários ângulos das figuras construídas no qual podem ser vistos como materiais concretos porém virtuais.

Segundo Gravina (1998 apud Grippa et al, p. 03) O aluno não deve adquirir um caráter passivo diante das atividades propostas pelo professor e sim o mesmo deve ser capaz de realizar construções no qual darão sentido e significados ao seu conhecimento matemático, sendo assim o professor deve desta maneira oportunizar ao aluno construir, experimentar, testar, visualizar, conjecturar e generalizar com o intuito de fazer demonstração.

Segundo Duval (1995, apud Ferreira 2009, p. 05) considera que não há o conhecimento que o aluno possa mobilizar sem que haja uma atividade de representação e “compreende diferentes formas de apreensão cognitiva da figura geométrica”

- a) apreensão seqüencial, a solicitada nas tarefas de construção ou nas tarefas de descrição na reprodução de uma figura;
- b) apreensão perceptiva, a que corresponde à interpretação da figura em uma situação geométrica;
- c) apreensão discursiva, a relacionada à interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados;
- d) apreensão operatória, que consiste numa apreensão central sobre possíveis modificações de uma figura de partida, ou seja, manipulações no desenho visando desprender e recompor novos subcomponentes do mesmo (FERREIRA, 2009, p. 05).

Acreditamos que tais apreensões destacadas pelo autor possam proporcionar um avanço para ocorrer o processo de demonstração, que por sua vez é de suma importância na medida em que o professor pretende fazer com que o aluno seja capaz de realizar conjecturas, possibilitando desta maneira a oportunidade de evoluir os seus conhecimentos geométricos com o intuito de promover um aprendizado mais significativo ao aluno. Além disso Amorim (2003 apud Albuquerque et al, 2004, p. 03) ressalta que através do uso do software para se fazer demonstrações pode possibilitar ao aluno a ter uma visão de que “a Matemática não como uma coleção de regras formais e acabadas em si mesmas, mas como uma ciência dinâmica e possível de manipulação”. Sendo assim através da compreensão da Matemática o aluno pode enxergar a disciplina com outro olhar mais dinâmico e positivo perante a matéria, não tendo mais aquela percepção de que a Matemática é um bicho de sete cabeças.

3 | METODOLOGIA

O planejamento a partir do uso do Geogebra foi organizado considerando que os alunos deveriam possuir dois tipos de pré-requisitos:

- a) os matemáticos, ou seja o aluno para desenvolver as atividades propostas, deveria ter uma ideia em relação a que é uma cônica e diferenciá-la de uma quádriga, bem como as suas classificações de acordo com sua equação geral, reduzida e comportamento no plano cartesiano. Deve reconhecer e conceituar cada curva, assim como saber como nomeá-la e por fim, esboçar seu gráfico utilizando para tanto o GeoGebra.
- b) os tecnológicos, ou seja, deveriam conhecer um computador bem como saber utilizar o Geogebra.

A metodologia consiste em que a aula acontece de maneira expositiva e dialogada, no qual o aluno será questionado em relação a cada conteúdo que está sendo trabalhado, ou seja, Cônicas e quádrigas. Após isso serão encaminhados para a construção da figura geométrica, para então através da construção realizada no Geogebra, os mesmos poderem realizar as observações pertinentes da figura construída bem como conceituar.

Na sequência apresentamos o desenvolvimento do planejamento, ou seja, a sequência didática desenvolvida com os alunos usando as ferramentas do Geogebra. Optamos por organizar a sequência em forma de itens conforme apresentado abaixo.

ATIVIDADES

Em geometria, cônicas são as curvas geradas ou encontradas, na intersecção de um plano que atravessa um cone.

Numa superfície afunilada, existem três tipos de cortes que podem ser obtidos por esse processo e que resultam na:

- Elipse, que é a cônica definida na intersecção de um plano que atravessa a superfície de um cone; Dados dois pontos distintos F_1 e F_2 , pertencentes a um plano α , seja $2c$ a distância entre eles. Elipse é o conjunto dos pontos P de α cuja soma das distâncias a F_1 e F_2 é a constante $2a$ ($2a > 2c$). Sua equação analítica é $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- Parábola, que é a cônica também definida na intersecção de um plano que penetra a superfície de um cone. Dados um ponto F e uma reta d , pertencentes a um plano α , com $F \notin d$, seja p a distância entre F e d . Parábola é o conjunto dos pontos P de α que estão a mesma distância de F e de " d ". Sua equação analítica é $y^2 = 2px$
- Hipérbole, que é a cônica definida na intersecção de um plano que penetra num cone em paralelo ao seu eixo. Dados dois pontos distintos F_1 e F_2 , pertencentes a um plano α , seja $2c$ a distância entre eles. Hipérbole é o conjunto dos pontos P de α cuja diferença (em valor absoluto) das distâncias a F_1 e F_2 é a constante $2a$ ($0 < 2a < 2c$). Sua equação analítica é $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

O interesse pelo estudo das cônicas remonta a épocas muito recuadas. De fato, estas curvas desempenham um papel importante em vários domínios da física, incluindo a astronomia, na economia, na engenharia e em muitas outras situações, pelo que não é de estranhar que o interesse pelo seu estudo seja tão antigo. Na astronomia, Kepler mostrou que os planetas do sistema solar descrevem órbitas elípticas, as quais têm o sol num dos focos. Também os satélites artificiais enviados para o espaço percorre trajetórias elípticas. Mas nem todos os objetos que circulam no espaço têm órbitas elípticas. Existem cometas que percorrem trajetórias hiperbólicas, os quais ao passarem perto de algum planeta com grande densidade, alteram a sua trajetória para outra hipérbole com um foco situado nesse planeta. Como a parábola é um caso de equilíbrio entre a elipse e a hipérbole (lembre-se que a excentricidade da parábola é igual a um), a probabilidade de existir algum satélite com órbita parabólica é quase nula. Mas isso não impede a existência de satélites com esta trajetória.

Quádrica ou superfície quádrlica é, em matemática, o conjunto dos pontos do espaço tridimensional cujas coordenadas formam um polinômio de segundo grau de no máximo

três variáveis denominada de equação cartesiana da superfície. Numa visão informal, as superfícies quadráticas são as regiões formadas quando as cônicas se movimentam no espaço. A partir da equação geral do segundo grau nas três variáveis x , y , z é possível representar uma superfície quadrática. Observemos que se a superfície quadrática formada pela equação geral for cortada por um plano, a curva de interseção será uma cônica.

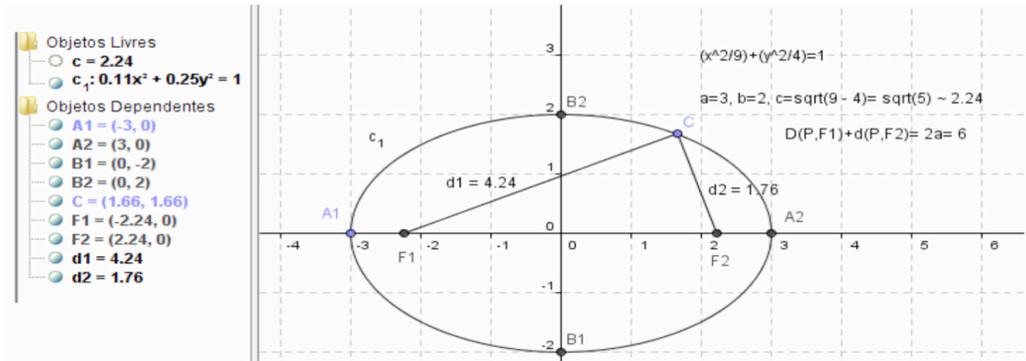
- Elipsóide: O traço nos planos coordenados são elipses, como também são elipses os traços em planos paralelos aos planos coordenados, que interceptam a superfície em mais de um ponto.
- Hiperbolóide de uma folha: O traço no plano xy é uma elipse, como são os traços nos planos paralelos ao plano xy . Os traços nos planos yz e xz são hipérbolés, bem como os traços nos planos paralelos a eles que não passam pelos interceptos x e y . Nestes interceptos, os traços são pares de retas concorrentes.
- Hiperbolóide de duas folhas: Não há traço no plano xy . Em planos paralelos ao plano xy que interceptam a superfície em mais que um ponto os traços são elipses. Nos planos yz , xz e nos planos paralelos a eles que interceptam a superfície em mais de um ponto, os traços são hipérbolés.
- Cone Elíptico: O traço no plano xy é um ponto (a origem) e os traços em planos paralelos ao plano xy são elipses. Os traços nos planos xz e yz são pares de retas que se interceptam na origem. Os traços em planos paralelos a estes são hipérbolés.
- Parabolóide elíptico: O traço no plano xy é um ponto (a origem) e os traços em planos paralelos e acima dele são elipses. Os traços nos planos xz e yz , bem como em planos paralelos a eles são parábolas.
- Parabolóide Hiperbólico: O traço no plano xy é um par de retas que se cruzam na origem. Os traços em planos paralelos ao plano xy são hipérbolés. As hipérbolés acima do plano xy abrem-se na direção de x e as abaixo na direção de y . Os traços nos planos yz e xz são parábolas, assim como os traços nos planos paralelos a estes.

Atividade 1: Representar geometricamente as cônicas dadas pelas equações:

$$(a) \text{ reduzida: } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, \quad (b) \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

Solução:

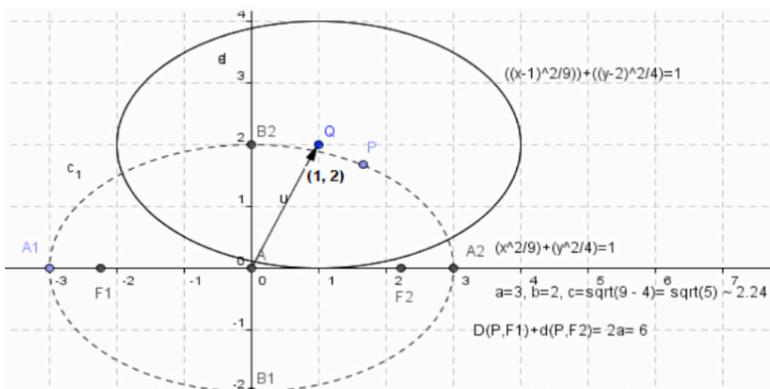
(a)



Conhecendo os *focos* e *um ponto* da elipse, podemos usar o ícone/ferramenta *Elipse* para obter a sua representação geométrica. No caso os focos são $F1=(-2.24, 0)$ e $F2=(2.24, 0)$, e tomaremos como ponto da elipse o vértice $B2=(0,2)$. **Para representar os focos** entre na *Janela Algébrica* com os pontos $(-\sqrt{5},0)$ e depois $(\sqrt{5},0)$.

Para **renomear os pontos** (ou **objetos**) clique com o botão do mouse direito na letra/nomenclatura existente, selecione **Renomear** na caixa que irá abrir e em seguida **digite o novo nome/ letra** desejada. Os **focos (vértices)** podem ser ainda obtidos digitando no campo *Entrada Foco*[c] (Vértice [c]), onde c é a letra que indica/nomea a elipse na tela de trabalho.

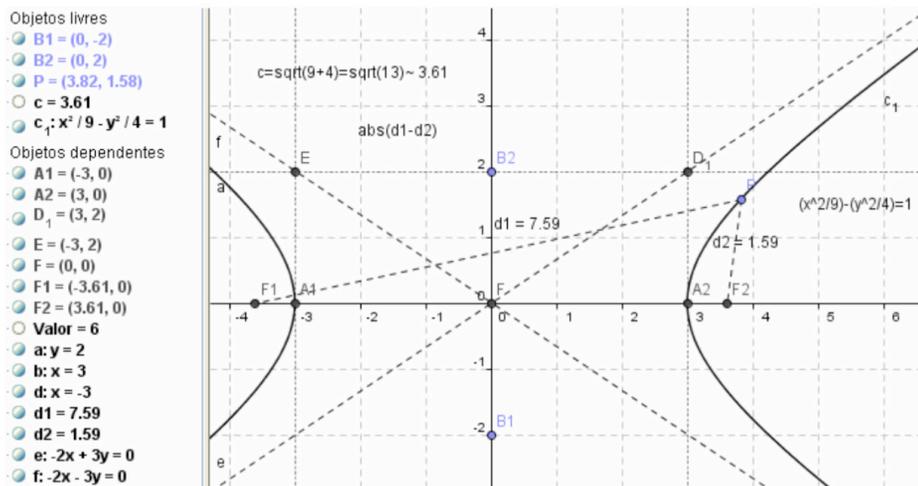
(b)



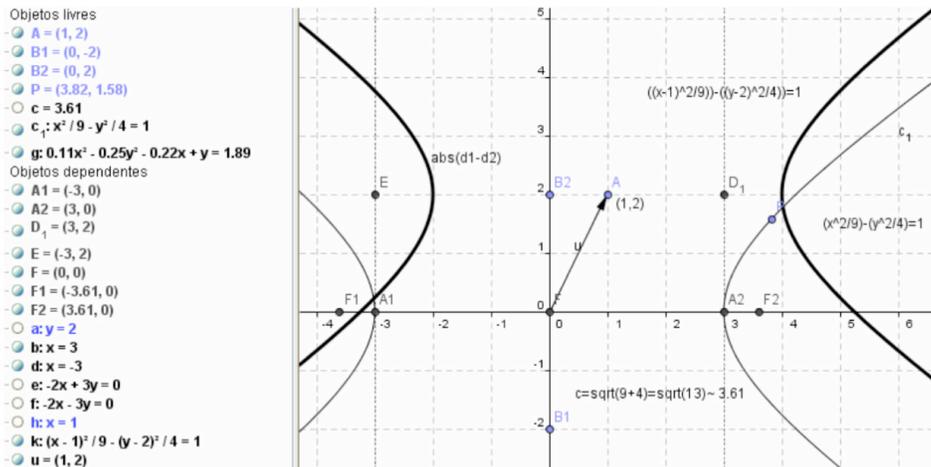
Atividade 2: Representar geometricamente as cônicas dadas pelas equações:

(a) reduzida: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2 - a^2}\right) = 1$, (b) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$.

(a): $4 = b^2 = c^2 - a^2 = c^2 - 9 \Rightarrow c^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow c \sim 3.61$



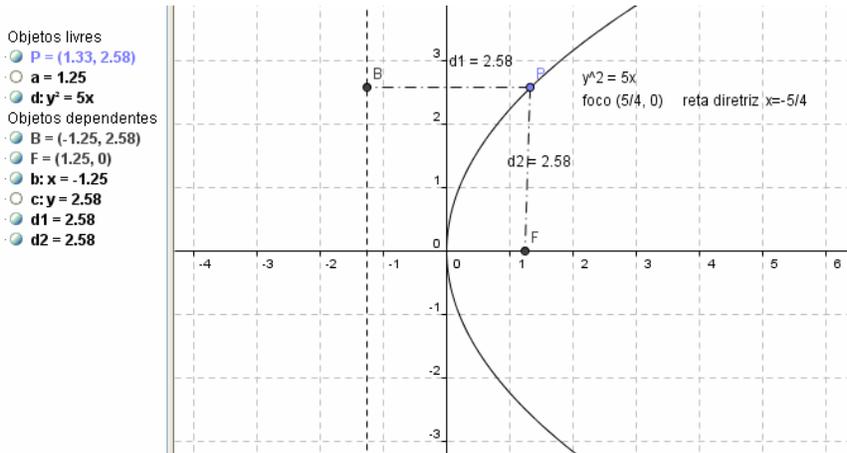
(b)



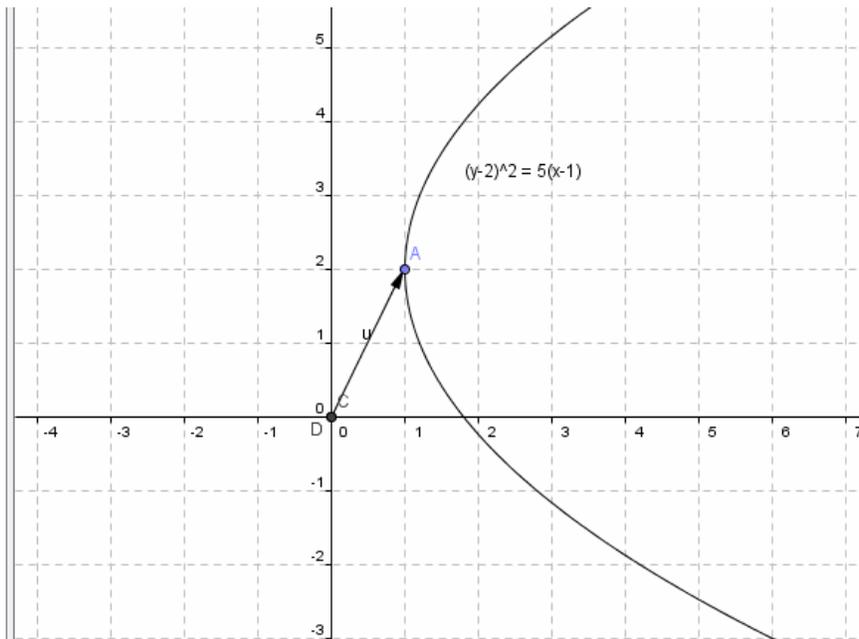
Atividade 3: Representar as cônicas dadas pelas equações:

(a) reduzida: $y^2 - 5x = 0$,

(b) $(y-2)^2 - 5(x-1) = 0$.



Note que a equação é do tipo $y^2 = 4px$, e diretriz $x = -p$. Assim o foco é $F = (5/4, 0)$ e a reta diretriz é $x = -5/4$. Tendo o foco e vértice, a parábola pode ser então obtida usando a ferramenta Parábola na caixa de nº 7



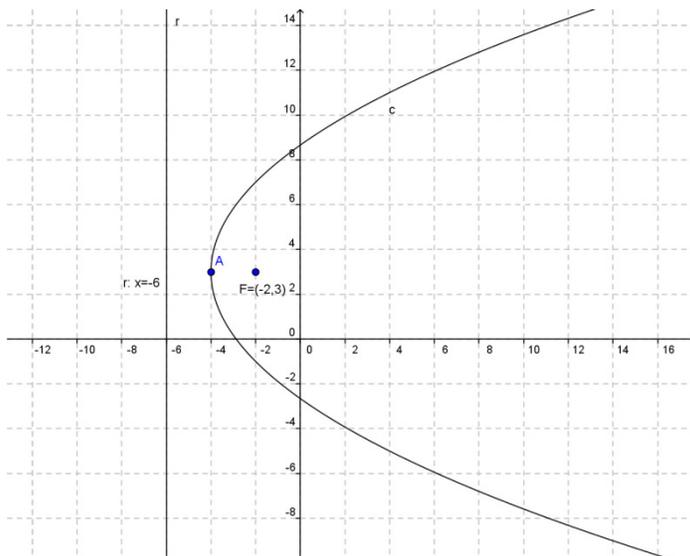
Atividade 4. Dada a parábola de equação $y^2 - 8x - 6y - 23 = 0$. Represente geometricamente:

(1) usando a equação algébrica, (2) usando o ícone/ferramenta *Parábola*, e o *foco* e a *diretriz* (para isso complete quadrados

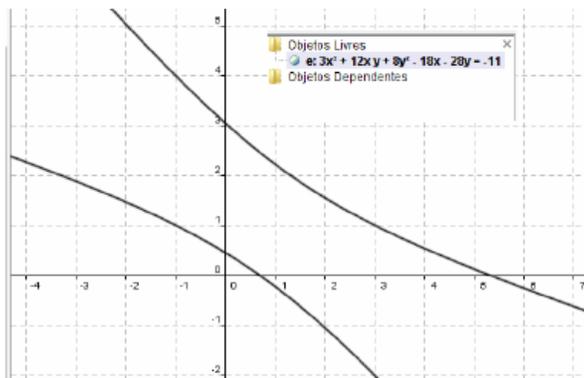
Solução:

$$y^2 - 8x - 6y - 23 = 0 \Rightarrow y^2 - 6y = 8x + 23 \Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 8x + 23 + 9 \Rightarrow (y-3)^2 = 8(x+4)$$

$$\Rightarrow V = (-4, 3), \text{ foco } F = (-2, 3) = (2, 0) + (-4, 3) \text{ e diretriz } r: x = -6 = -2 + (-4).$$



Atividade 5. Representar e classificar a cônica de equação: $3x^2 + 12xy + 8y^2 - 18x - 28y + 11 = 0$.



Verificamos que tal cônica é uma hipérbole.

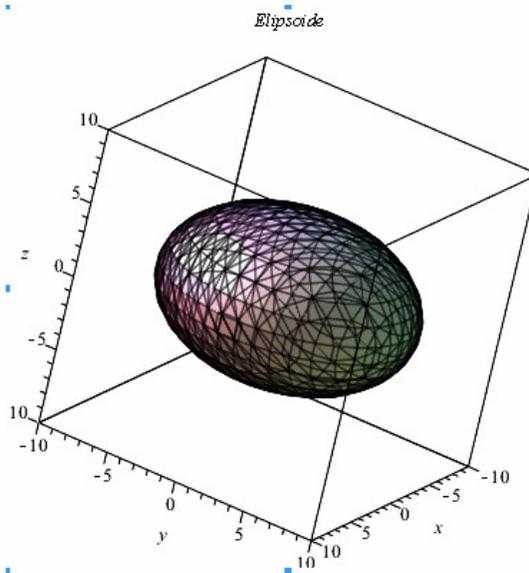
Atividade 6: Representar o *elipsóide* dado pela equação $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} + \frac{z^2}{2} = 15$

Comandos:

```
>restart; with(plots): implicitplot3d(x^2/4 + y^2/5 + z^2/2 = 15, x= -10..10, y = -10..10, z = -10..10, title = 'Elipsoide', thickness = 1, numpoints = 4000);
```

ou simplesmente:

```
> implicitplot3d(x^2/4 + y^2/5 + z^2/2 = 15, x= -10..10, y = -10..10, z = -10..10, title = 'Elipsoide', thickness = 1, numpoints = 4000);
```

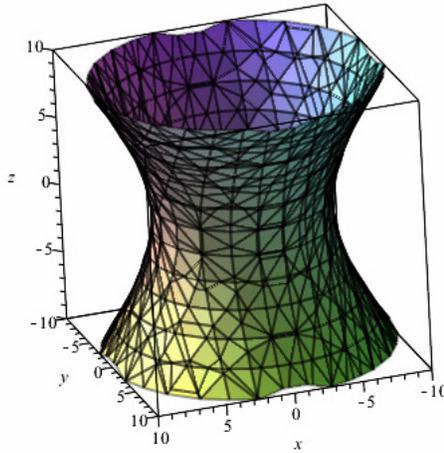


Atividade 7: Representar o hiperboloide *de uma folha* dado pela equação $x^2/4 + y^2/5 + (z - 4)^2/2 = 15$.

Comandos:

```
> implicitplot3d(x^2/2+y^2/2-z^2/3 = 20, x = -15..15, y = -15..15, z = -15..15, title = 'Hiperboloide1folha', thickness = 2, numpoints = 1000);
```

Hiperbolóide de Folha

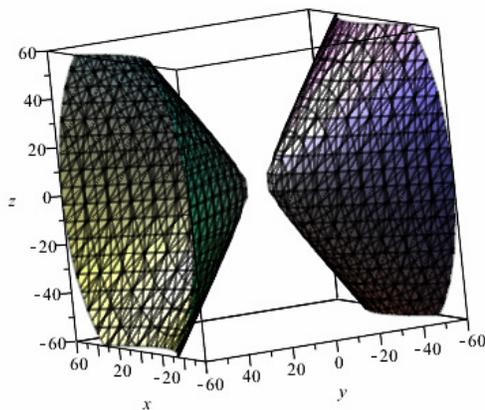


Atividade 8: Representar o hiperbolóide de duas folhas dado pela equação $-x^2/2 + y^2/2 - z^2/3 = 20$.

Comandos:

```
> restart; with(plots):implicitplot3d(-x^2/2 + y^2/2 - z^2/3 = 20, x = -60..60, y =  
- 60..60, z = -100..100, title = 'Hiperbolóide2folhas', thickness = 2, numpoints = 4000);
```

Hiperbolóide de 2 Folhas

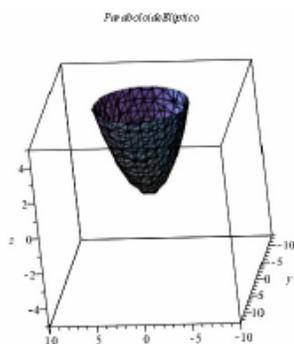


$$x^2/5 + y^2/6 = z$$

Atividade 9: Representar o *parabolóide elíptico* dado pela equação

Comandos:

```
> restart; with(plots):implicitplot3d(x^2/5 + y^2/6 = z, x=-10..10, y=-13..13, z=-5..5, title = 'ParaboloideElptico', thickness = 2, numpoints = 4000);
```

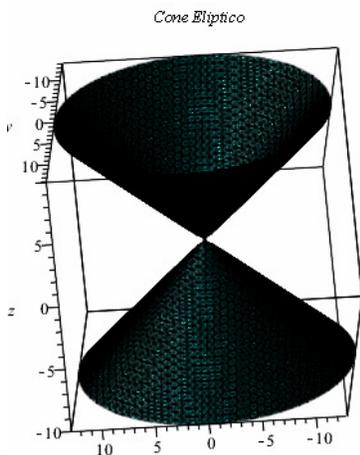


$$x^2/5 + y^2/6 - z^2/3 = 0$$

Atividade 10: Representar o *cone elíptico* dado pela equação

Comandos:

```
> restart; with(plots):implicitplot3d(x^2/5 + y^2/6 - z^2/3 = 0, x=-50..50, y=-30..30, z=-20..20, title = 'Cone', thickness = 2, numpoints = 4000);
```



CONCLUSÃO

Acredito que com a utilização do software matemático Geogebra como uma ferramenta de ensino pudemos promover um ensino e aprendizagem mais significativos, pois na medida em que o professor faz uso de tal ferramenta para o ensino possibilita ao mesmo fazer demonstrações que com o uso do quadro e o giz seria tanto difícil. O uso do software permite aos alunos realizarem construções, manipulação, visualização de diversas formas e ângulos, conjecturas a partir da experimentação e observado facilitando desta forma a compreensão dos conceitos geométricos em relação aos elementos da aprendizagem envolvidos.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Luciane, **O uso do programa Geogebra no ensino de Geometria Plana de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental das Escolas Públicas Estaduais do Paraná.**

Curitiba, 2008 disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.br.gov.br/portals/pde/arquivos/1735-6.pdf?PHPSESSID=201006241052393> acessado em 07 mai.2015.

ALBUQUERQUE, Luciane, SANTOS, Carlos Henrique dos, **O programa Geogebra: relato de experiência no ensino de geometria plana de 5ª a 8ª série e na socialização com professores da rede de ensino estadual.**

Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/17358.pdf?PHPSESSID=201006241052393> acessado em: 07 mai. 2015.

ARAÚJO, Luis Claudio Lopes. **Explorando tópicos de Matemática do ensino fundamental e médio através do geogebra.** Disponível em: <http://www.limc.ufrj.br/hitem4/papers/60.pdf> acessado em: 07 mai. 2015

GRIPA, Andrielle et al, **Contribuições do Geogebra no ensino-aprendizagem da geometria analítica.** Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscemmand/RE/RE_11.pdf acessado em: 07 mai. 2015.

FERREIRA, Emilia Barra et al. **As Demonstrações no Ensino da Geometria: discussões sobre a formação de professores através do uso de novas tecnologias.** Bolema, Rio Claro SP, Ano 22 nº 34, 2009, pg 185 a 2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/igece/matematica/bolema/site34/9%20%As%20Demonstra%C3%A7%C3%B> acessado em 27 abr. 2015.

BELLO, José Luiz de Paiva. **A teoria básica de Jean Piaget.** Pedagogia em Foco, Vitória, 1995. Disponível em: <http://www.pedagogiaemfoco.pro.br/per09.htm>. Acesso em: 28 abr. 2015.

BRASIL, **Lei de diretrizes e bases da educação nacional.** Brasília, DF: Gráfica do Senado, 1971.

COZZOLINO, Adriana Maria. **O ensino da perspectiva usando o Cabri 3D: uma experiência com alunos do ensino médio.** 2008. 185 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

FERREIRA, Luis de França *et al.* **A evolução dos ambientes de aprendizagem construtivistas.** Disponível em: <http://penta.ufrgs.br/~luis/Ativ1/Construt.html> Acesso em: 28 abr. 2015.

PAPERT, S. **Mindstorms**: Children, computers and powerful ideas. Brighton: Harvester Press, 1980.

PIAGET, Jean *et al.* **Educar para o futuro**. Trad. Rui B. Dias. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1974.

PIAGET, Jean. **Fazer e Compreender**. Edições Melhoramentos. Editora da Universidade de São Paulo, Brasil, 1978.

PIAGET, Jean. **O desenvolvimento do pensamento**: equilibração das estruturas cognitivas. Lisboa: Dom Quixote, 1977.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e história das ciências**. Lisboa: Dom Quixote, 1987.

POSSANI, Rosemary Aparecida Romagnoli. **Apreensões de representações planas de objetos espaciais em um ambiente de Geometria Dinâmica**. 2002. 160 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

VIANNA, Andréa Novelino. **A utilização do computador na prática docente**: sentidos construídos por um grupo de professores de matemática de uma Instituição de Ensino Federal. 2009. 121 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2009.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Construções geométricas, um saber escolar novamente para todos?** In: SEMANA DA PÓS-GRADUAÇÃO DA UFMG, Belo Horizonte, 2002. *Anais...* Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Abelhas 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28

Acervo Bibliográfico 72, 73, 77, 79

Análise Combinatória 9, 15, 18

Análise de Documentos 72

C

Cálculo Diferencial e Integral 82, 83, 84, 85, 86, 90, 91, 141

D

Domínio não Homogêneo 61, 62, 63, 65, 70

E

Educação Matemática 29, 42, 52, 73, 83, 84, 90, 91, 115, 116, 117, 120, 122, 136, 141

Ensino 9, 10, 11, 17, 19, 20, 21, 27, 29, 30, 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 72, 73, 75, 79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 101, 102, 103, 104, 115, 116, 117, 118, 119, 121, 122, 126, 135, 136, 137, 138, 139, 141

Ensino de Matemática 42, 50, 72, 73, 80, 117, 119, 141

Ensino Fundamental 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 59, 60, 115, 141

Equação do Transporte 61

Equações Diferenciais 30, 31, 32, 35, 36, 39, 40, 41, 92, 93, 94, 99, 141

Equações Diferenciais Parciais 30, 31, 35, 92, 93, 94

Estudo de Caso Etnográfico 42, 45, 48, 49

F

Foco na Atenção 117, 119, 122

Função Afim 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17

G

Geogebra 88, 90, 101, 103, 104, 105, 106, 115

I

Índices de Reprovação 82, 83, 84

IPVA 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18

M

Matemática 9, 10, 11, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 40, 42, 43, 44, 45,

47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 72, 73, 75, 79, 80, 83, 84, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 102, 103, 105, 106, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 126, 134, 135, 136, 138, 139, 141

Matemática Avançada 30, 31

Materiais Didáticos Adaptados 117, 118, 119, 120, 121, 133, 136, 138

Memória Institucional 72, 73, 77, 78, 79

Método das Diferenças Finitas 92, 93, 94

Método de Nyström 61, 62, 63, 64, 70

Métodos Numéricos 41, 92, 93, 100

Mudança de Variável 61, 63

N

Número de Aniquilação 1, 2, 3, 4, 5, 6

P

Problema de Nordhaus-Gaddum 1, 2, 3, 4, 5

Problemas Extremais 1

Produção Animal 19, 20, 27

Propriedade do Intervalo 1, 3, 4, 5

Python 92, 93, 97, 100

R

Reforma Curricular 82, 86

S

Sequências e Funções 19, 20

Series de Fourier 30, 32

T

Taxa de Crescimento 9, 10, 11, 16, 17

Transformada de Laplace 30, 31, 33, 34, 35, 36, 38, 39

U

Uso de Tecnologias 82, 89, 103



 www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br
 @atenaeditora
 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Pesquisa como Princípio Educativo

O que podemos aprender com a
Pesquisa em Matemática?


 Editora
Ano 2021

