

# Engenharias, Ciência e Tecnologia 4

Luís Fernando Paulista Cotian  
(Organizador)



**Atena**  
Editora  
Ano 2019

**Luís Fernando Paulista Cotian**

(Organizador)

# **Engenharias, Ciência e Tecnologia**

## **4**

Atena Editora

2019

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Diagramação e Edição de Arte:** Geraldo Alves e Natália Sandrini

**Revisão:** Os autores

#### Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E57 Engenharias, ciência e tecnologia 4 [recurso eletrônico] / Organizador  
Luís Fernando Paulista Cotian. – Ponta Grossa (PR): Atena  
Editora, 2019. – (Engenharias, Ciência e Tecnologia; v. 4)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia.

ISBN 978-85-7247-087-2

DOI 10.22533/at.ed.872193101

1. Ciência. 2. Engenharia. 3. Inovações tecnológicas.  
4. Tecnologia. I. Cotian, Luís Fernando Paulista. II. Série.

CDD 658.5

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de  
responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos  
autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

A obra “Engenharia, Ciência e Tecnologia” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora. O volume IV apresenta, em seus 29 capítulos, conhecimentos relacionados a Modelagem, Análise e Simulação relacionadas à engenharia de produção nas áreas de Programação Matemática, Decisão Multicriterial e Teoria da Decisão e Teoria dos Jogos.

A área temática de Modelagem, Análise e Simulação trata de temas relevantes para a mecanismos que auxiliam na tomada de decisão, desde a modelagem e simulação até a análise dos resultados envolvendo assuntos relacionados a engenharia. As análises e aplicações de novos estudos proporciona que estudantes utilizem conhecimentos tanto teóricos quanto tácitos na área acadêmica ou no desempenho da função em alguma empresa.

Para atender os requisitos do mercado as organizações precisam levar em consideração a área de sustentabilidade e desenvolvimento sustentável, sejam eles do mercado ou do próprio ambiente interno, tornando-a mais competitiva e seguindo a legislação vigente.

Aos autores dos capítulos, ficam registrados os agradecimentos do Organizador e da Atena Editora, pela dedicação e empenho sem limites que tornaram realidade esta obra, que retrata os recentes avanços científicos do tema.

Por fim, espero que esta obra venha a corroborar no desenvolvimento de novos conhecimentos de Modelagem, Análise e Simulação e auxilie os estudantes e pesquisadores na imersão em novas reflexões acerca dos tópicos relevantes na área de engenharia de produção.

Boa leitura!

Luís Fernando Paulista Cotian

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
A UTILIZAÇÃO DE UM SOFTWARE PARA O DIMENSIONAMENTO DE UMA ESTRUTURA METÁLICA	
<i>Douglas Freitas Augusto dos Santos</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8721931011</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>11</b>
ALGORITMOS EVOLUTIVOS APLICADOS A OTIMIZAÇÃO OFF-LINE DE UM MAPA COGNITIVO FUZZY DE UM MISTURADOR INDUSTRIAL	
<i>Márcio Mendonça</i>	
<i>Edson Hideki Koroishi</i>	
<i>Lillyane Rodrigues Cintra</i>	
<i>Lucas Botoni de Souza</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8721931012</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>19</b>
APLICAÇÕES MATEMÁTICAS EM MEDIDAS AGRÁRIAS: UM CONHECIMENTO ETNOMATEMÁTICO DO HOMEM DO CAMPO CONTEXTUALIZADO COM O CONTEÚDO ESCOLAR	
<i>Deonísio Hul</i>	
<i>Silton José Dziadzio</i>	
<i>Clodogil Fabiano Ribeiro dos Santos</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8721931013</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>34</b>
AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DA CONEXÃO DE UMA UNIDADE GERADORA DISTRIBUÍDA A UM ALIMENTADOR DE 13,8 KV UTILIZANDO O ATP	
<i>Jaqueline Oliveira Rezende</i>	
<i>Larissa Marques Peres</i>	
<i>Geraldo Caixeta Guimarães</i>	
<i>Marcelo Lynce Ribeiro Chaves</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8721931014</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>46</b>
CÁLCULO FRACIONÁRIO APLICADO À GENERALIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA DA SECAGEM DE BAGAÇO DE UVA	
<i>Amanda Peruzzo da Motta</i>	
<i>Bruna de Souza Nascimento</i>	
<i>Fernanda Batista de Souza</i>	
<i>Douglas Junior Nicolin</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8721931015</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>57</b>
CINÉTICA DE DEGRADAÇÃO TÉRMICA DO BAGAÇO DE CANA	
<i>Edvan Vinícius Gonçalves</i>	
<i>Wardleison Martins Moreira</i>	
<i>Emanuel Souza Barros</i>	
<i>Sérgio Inácio Gomes</i>	
<i>Marcos de Souza</i>	
<i>Luiz Mario de Matos Jorge</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8721931016</b>	

**CAPÍTULO 7 ..... 67**

CONTAGEM AUTOMÁTICA DE OVOS DO AEDES AEGYPTI EM PALHETAS DE OVITAMPAS: UM SISTEMA PARA AQUISIÇÃO E PROCESSAMENTO DE IMAGENS

*Carlos Diego Franco da Rocha*  
*Ayla Márcia Cordeiro Bizerra*  
*Demétrios Araújo Magalhães Coutinho*  
*Luiz Fernando Virginio da Silva*  
*Michel Santana de Deus*  
*Phablo Márcio de Paiva Souto*

**DOI 10.22533/at.ed.8721931017**

**CAPÍTULO 8 ..... 75**

CONTROLADOR FUZZY MAMDANI APLICADO À NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA EM AMBIENTE DESCONHECIDO VARIANTE NO TEMPO

*Eduardo Vilela Pierangeli*  
*Jordann Alessander Rosa Almeida*  
*Marcelo Vilela Pierangeli*

**DOI 10.22533/at.ed.8721931018**

**CAPÍTULO 9 ..... 82**

CONTROLE ROBUSTO APLICADO EM UMA VIGA DE MATERIAL COMPÓSITO VISANDO ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES

*Camila Albertin Xavier da Silva*  
*Daniel Almeida Colombo*  
*Edson Hideki Koroishi*  
*Albert Willian Faria*

**DOI 10.22533/at.ed.8721931019**

**CAPÍTULO 10 ..... 96**

ESTRATÉGIAS HEURÍSTICAS PARA POSICIONAMENTO DE UNIDADES DE MEDIÇÃO FASORIAL

*Marcio André Ribeiro Guimaraens*  
*Julio Cesar Stacchini de Souza*  
*Milton Brown Do Coutto Filho*  
*Breno Crespo Zeba*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310110**

**CAPÍTULO 11 ..... 109**

ESTUDO DE CARACTERIZAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA URBANIZAÇÃO DO MUNICÍPIO DE SOUSA-PB NO PERÍODO DE 1984 A 2016

*Márcia de Lacerda Santos*  
*Thayse Bezerra da Silva*  
*Maria Raiana Almeida Silva*  
*Danielle Leal Barros Gomes*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310111**

**CAPÍTULO 12 ..... 116**

FLAMBAGEM LINEAR E NÃO-LINEAR UTILIZANDO UMA ANÁLISE NUMÉRICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

*Rodrigo Villaca Santos*  
*Leticia Barizon Col Debella*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310112**

**CAPÍTULO 13..... 121**

GEOLOGIA DA SERRA DO CARAÇA: PERFIS REAIS

*Carolina Cristiano Barbosa*  
*Ariadne Duarte Libutti Nuñez*  
*Adriane Abreu Cadar*  
*Alexandre Motta Tunes*  
*Bárbara Alves Oliveira*  
*Ulisses Cyrino Penha*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310113**

**CAPÍTULO 14..... 132**

GERENCIAMENTO DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO: PREVISÃO DE COMPORTAMENTO ATRAVÉS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

*Josué Domingos da Silva Neto*  
*Débora Cristina Almeida de Assis*  
*Nayra Vicente Sousa da Silva*  
*Zenilda Vieira Batista*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310114**

**CAPÍTULO 15..... 143**

INFLUÊNCIA DA INÉRCIA A TORÇÃO NO MOMENTO FLETOR DE PLACAS MACIÇAS DE CONCRETO

*Leticia Barizon Col Debella*  
*Rodrigo Villaca Santos*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310115**

**CAPÍTULO 16..... 149**

METODOLOGIA DE CONTROLE PREVENTIVO BASEADA EM ÁRVORE DE DECISÃO PARA A MELHORIA DA SEGURANÇA ESTÁTICA E DINÂMICA DO SISTEMA INTERLIGADO DA ELETRONORTE

*Ubiratan Holanda Bezerra*  
*João Paulo Abreu Vieira*  
*Werboston Douglas de Oliveira*  
*Daniel Augusto Martins*  
*Dione José Abreu Vieira*  
*Bernard Carvalho Bernardes*  
*Benedito das Graças Duarte Rodrigues*  
*Vilson Castro*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310116**

**CAPÍTULO 17 ..... 166**

O WATSON DA IBM

*Eduardo Bruno de Almeida Donato*  
*Amanda Moura Camilo*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310117**

**CAPÍTULO 18..... 173**

PROTÓTIPO DE UM PERMEÂMETRO DE CARGA CONSTANTE A PARTIR DA LEI DE DARCY

*Guilherme Medina Cameu*  
*Victor Araujo Figueredo Fischer*  
*Wataru Iwamoto*  
*Rômulo Henrique Batista de Farias*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310118**

**CAPÍTULO 19 ..... 178**

SIMULADOS ELETRÔNICOS DO PROCESSO SELETIVO DO IFPR: INSTRUMENTO DE DIVULGAÇÃO E DEMOCRATIZAÇÃO DO ENSINO

*João Henrique Berssanette*  
*Antonio Carlos de Francisco*  
*Fabiane Ferreira*  
*Maria Fernanda Müller Pereira da Silva*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310119**

**CAPÍTULO 20 ..... 188**

SOLARIZAÇÃO DO SOLO E BIOFUMIGAÇÃO NA VIABILIDADE DE SCLEROTIUM ROLFSSII

*João Luiz Lopes Monteiro Neto*  
*Roberto Tadashi Sakazaki*  
*Raphael Henrique da Silva Siqueira*  
*Carlos Abanto-Rodríguez*  
*Sonicley da Silva Maia*  
*Rannyonara Oliveira Rodrigues*  
*Lucas Aristeu Anghinoni dos Santos*  
*Beatriz Sayuri Campaner Sakazaki*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310120**

**CAPÍTULO 21 ..... 194**

SYNOPTERO: RECONSTRUINDO O MUNDO TRIDIMENSIONAL A PARTIR DO BIDIMENSIONAL

*Lucas Maquedano da Silva*  
*Marcos Cesar Danhoni Neves*  
*Fernanda Tiemi Karia*  
*Gabriel Francischini de Oliveira*  
*Leandro Moraes Azevedo*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310121**

**CAPÍTULO 22 ..... 202**

TENDÊNCIAS CLIMATOLÓGICAS DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO DE REFERÊNCIA NA REGIÃO SUL DE MINAS GERAIS, BRASIL

*Lucas Rosa de Almeida*  
*Marcelo Vieira-Filho*  
*Sílvia Yanagi*  
*Marcelo Ribeiro Viola*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310122**

**CAPÍTULO 23 ..... 217**

TEORIA NA PRÁTICA: SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DAS PRINCIPAIS PARTIDAS DA MÁQUINA DE INDUÇÃO

*Murilo Miceno Frigo*  
*Paulo Irineu Koltermann*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310123**

**CAPÍTULO 24 ..... 229**

UM ALGORITMO ITERATED LOCAL SEARCH PARA O STABLE MATCHING PROBLEM APLICADO AO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE ALUNOS NAS ESCOLAS DA REDE PÚBLICA DE ENSINO

*Robson Vieira de Oliveira*  
*Matheus Correia Teixeira*  
*Marco Antonio Bonelli Junior*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310124**

**CAPÍTULO 25 ..... 242**

USO DE IMAGENS SENTINEL - 2A E O ALGORITMO SVM PARA MONITORAR AS APP DE NASCENTES E CURSOS D'AGUA DO RIBEIRÃO MARANHÃO, LAVRAS, MG

*Ester Afonso*  
*Katyanne Conceição*  
*Beatriz Campos*  
*Franklin Inácio*  
*Margarete Volpato*  
*Helena Alves*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310125**

**CAPÍTULO 26 ..... 249**

UTILIZAÇÃO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL EM PROBLEMAS INVERSOS PARA A IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DE UMA VIGA EULER-BERNOULLI

*Rennan Otavio Kanashiro*  
*Edson Hideki Koroishi*  
*Fabian Andres Lara-Molina*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310126**

**CAPÍTULO 27 ..... 258**

UTILIZAÇÃO DA TÉCNICA DE VELOCIMETRIA POR IMAGENS DE PARTÍCULAS (PIV) PARA O ESTUDO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DE PAINÉIS DE MADEIRA COMPENSADA

*Eduardo Hélio de Novais Miranda*  
*Rodrigo Allan Pereira*  
*Francisco Carlos Gomes*  
*Roberto Alves Braga Junior*  
*Fernando Pujaico Rivera*  
*Lucas Henrique Pedrozo Abreu*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310127**

**CAPÍTULO 28 ..... 264**

UTILIZAÇÃO DO SENSOR PT100 NO ARDUINO PARA CAPTAÇÃO DA TMR

*Mariana Espíndola Vieira*  
*Helena Dufau*  
*Christian Muller*  
*Anderson Ferrugem*  
*Antonio Silva*  
*Rafael Soares*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310128**

**CAPÍTULO 29 ..... 269**

DINÂMICA DE ESCOAMENTOS PARTICULADOS EM DUTOS VERTICAIS

*Diego Nei Venturi*  
*Francisco José De Souza*

**DOI 10.22533/at.ed.87219310129**

**SOBRE O ORGANIZADOR ..... 280**

## CÁLCULO FRACIONÁRIO APLICADO À GENERALIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA DA SECAGEM DE BAGAÇO DE UVA

### **Amanda Peruzzo da Motta**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná -  
UTFPR

Francisco Beltrão – Paraná

### **Bruna de Souza Nascimento**

Universidade Federal de Lavras – UFLA,  
Departamento de Engenharia de Alimentos

Lavras – Minas Gerais

### **Fernanda Batista de Souza**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná –  
UTFPR, Departamento de Engenharia Química  
- DAENQ

### **Douglas Junior Nicolin**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná –  
UTFPR, Departamento de Engenharia Química  
- DAENQ

Francisco Beltrão

Paraná

**RESUMO:** A secagem constitui uma operação unitária capaz de concentrar substâncias antioxidantes no bagaço de uva. A cinética de secagem de bagaço de uva foi modelada matematicamente por um modelo de ordem fracionária que melhorou o desempenho do modelo exponencial tradicional. Os parâmetros dos modelos analisados foram ajustados e os modelos validados para dados de umidade em função do tempo para três diferentes temperaturas de secagem. A generalização

aumentou a capacidade descritiva do modelo significativamente. O cálculo fracionário permitiu estabelecer uma ligação formal entre o modelo de ordem fracionária e os modelos de Page e do tipo Weibull, tradicionalmente utilizados para a modelagem de processos de secagem.

**PALAVRAS-CHAVE:** Secagem. Modelagem. Uva. Cálculo Fracionário.

**ABSTRACT:** Drying is a unitary operation capable of concentrating antioxidant substances in grape marc. The drying kinetics of grape marc were mathematically modeled by a fractional order model that improved the performance of the traditional exponential model. The parameters of the analyzed models were adjusted and the models validated for moisture data as a function of time for three different drying temperatures. The generalization increased the descriptive capacity of the model significantly. The fractional calculation allowed to establish a formal link between the fractional order model and the Page and Weibull type models, traditionally used for the modeling of drying processes.

**KEYWORDS:** Drying. Modeling. Grape. Fractional Calculation.

## 1 | INTRODUÇÃO

Em todo o mundo, são gerados milhões de toneladas de resíduos provenientes de atividades agroindustriais. No entanto a sua maior parte ainda é descartada sem tratamento, causando danos ao meio ambiente.

Dentre estes diversos resíduos, destacam-se aqui os provenientes das vinícolas. Estes são fontes ricas de compostos fenólicos (RUBILAR et al., 2007) e apresentam quantidade expressiva resultante do processamento, já que a soma deles, bagaço (cascas e sementes), engaço e a borra do processo fermentativo representam, em média, cerca de 30% do volume de uvas utilizadas para a produção vinícola (MAKRIS et al., 2007). Com isso, o setor pode ser visto como uma fonte promissora de substâncias bioativas naturais.

Além de suas características sensoriais atrativas, a uva tem despertado o interesse pela riqueza em componentes antioxidantes como as antocianinas. Estas são incluídas no grupo de pigmentos de ocorrência natural, entre os flavonóides, e são responsáveis pela enorme diversidade de cores das flores e dos frutos.

As antocianinas, em particular, são consideradas substâncias bioativas que ocorrem em pequenas quantidades nos alimentos e possuem potencial antioxidante, atuando como redutores de oxigênio singlete, na inibição das reações de oxidação lipídica e na quelação de metais. Além disso, apresentam uma ampla gama de propriedades farmacológicas, como antialérgicas, anti-arteriogênicas, anti-inflamatórias, antimicrobianas, antitrombóticas e também efeitos cardioprotetores e vasodilatadores (PUUPPONEN-PIMIA et al., 2001).

As antocianinas estão presentes principalmente nas primeiras camadas de células da casca da uva, com exceção de poucas variedades cuja polpa também é pigmentada. Esses pigmentos possuem diferentes cores, em tons de azul, vermelho, rosa, violeta e púrpura, responsáveis pela cor do vinho tinto recém-elaborado, e de fácil extração por água (RANKINE, 1999). Esses componentes podem ser acentuados com a eliminação da água livre presente na uva, após a secagem do fruto no qual estava presente.

A secagem é uma operação unitária tradicionalmente conhecida em que o conteúdo de umidade do material é reduzido por meio do contato íntimo com ar aquecido. Com a redução do excesso de umidade aumenta-se a vida útil do produto, reduz-se o volume e, conseqüentemente, facilita-se o manuseio e transporte. Além de promover estabilidade dos componentes químicos e proteger o produto contra a degradação enzimática oxidativa (PARK et al., 2001). A escolha do tipo de secagem a ser utilizado depende de fatores que englobam desde as características do material a ser desidratado até as propriedades do ar de secagem, com limites de temperatura adequados, de modo a evitar a degradação ou perda de compostos (PARK et al., 2002). Caso contrário, o processo poderá reduzir a qualidade do composto ou até mesmo inviabilizar seu uso.

A modelagem da cinética de secagem cumpre papel importante na condução deste processo uma vez que estabelece, de forma precisa, a relação da variação da umidade em função do tempo. Isto permite que o processo possa ser representado por uma equação matemática e, também, que sejam ajustados parâmetros que caracterizem a cinética em função de suas principais variáveis. Isto evita, por exemplo, o levantamento de dados experimentais de secagem sempre que se deseja analisar a secagem (DEFENDI et al., 2016; PINTO; LAGE, 2001).

O cálculo fracionário tem ganhado espaço em aplicações de engenharia, pois permite que os modelos de ordem fracionária contemplem comportamentos que o cálculo convencional não é capaz de captar (MACHADO; GALHANO; TRUJILLO, 2014). Ele se torna uma ferramenta importante na modelagem da secagem de resíduos agrícolas, obtidos a partir do processamento de produtos alimentícios, uma vez que este processo pode se dar de forma anômala, ou seja, a transferência de massa pode não acontecer de acordo com abordagem tradicional da segunda lei de Fick da difusão (RAMÍREZ et al., 2017; SIMPSON et al., 2013). Em suma, as curvas de secagem de ou de resíduos provenientes de produtos alimentícios podem, muitas vezes, fugir do comportamento exponencial.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho foi modelar o processo de secagem de bagaço de uva por um modelo exponencial, obtido pelo balanço de massa transiente da água que deixa o bagaço ao longo da secagem. O modelo obtido possui solução analítica conhecida na forma exponencial. Por meio do cálculo fracionário, generalizou-se o modelo exponencial, fazendo com que sua capacidade descritiva aumentasse significativamente. Os parâmetros dos modelos foram obtidos para três diferentes temperaturas de secagem. A abordagem apresentada possibilitou concluir que os modelos de Page e do tipo Weibull se tratam de casos particulares do modelo fracionário proposto.

## 2 | MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Dados Experimentais

O bagaço de uva, proveniente do processo de vinificação, foi fornecido por agricultores da cidade de Francisco Beltrão, localizada na região Sudoeste do Paraná, sendo o bagaço da uva proveniente do processo de vinificação.

Após a coleta do resíduo, este foi caracterizado quanto ao teor de umidade inicial pelo método gravimétrico e, em seguida, armazenado sob refrigeração, em pequenas porções hermeticamente fechadas, no Laboratório de Águas da UTFPR – Câmpus Francisco Beltrão/PR.

Para a realização dos experimentos as amostras do bagaço da uva foram previamente retiradas da refrigeração e mantidas em temperatura ambiente até atingir

equilíbrio térmico. Logo após, as amostras foram devidamente homogeneizadas, ou seja, foi necessário um processo manual de separação das sementes e dos engaços (parte do caule do cacho de uva) presentes nas amostras. Em seguida, o bagaço foi cortado em partes iguais, com auxílio de uma tesoura. Após a homogeneização, massas das amostras foram inseridas em placas de Petri de diâmetro de 9 cm e altura de 1,5 cm e submetidas ao processo de secagem em estufa de convecção forçada com circulação de ar da Marca: Solab, modelo: SL 102, nas temperaturas de 60, 80 e 100°C.

Durante o processo de secagem as massas das amostras foram medidas em balança analítica da Marca: Marte, modelo AW220, em intervalos de tempo preestabelecidos, até atingirem massa constante. Todo o procedimento foi realizado em duplicata.

Considerou-se como umidade de equilíbrio ( $M_{eq}$ ) o valor de umidade constante, na região estacionária do processo de secagem (quando as taxas de secagem são muito baixas ou praticamente zero). Neste ponto, determinou-se a umidade de equilíbrio das amostras em estufa, com temperatura de  $(105 \pm 3)^\circ\text{C}$  por 24h, assim como feito para umidade inicial.

## 2.2 Modelagem Matemática

O primeiro modelo foi elaborado propondo-se um balanço de massa para umidade que deixa o bagaço de uva durante a secagem. A Equação 1 apresenta o balanço.

$$m_s \frac{dM(t)}{dt} = k_c A (M_{eq} - M(t)) \quad (1)$$

Rearranjando a Equação 1, obtém-se o modelo resultante, juntamente com sua condição inicial, necessária para a solução da equação diferencial que define a cinética de secagem

$$\frac{dM(t)}{dt} = k (M_{eq} - M(t)) \quad (2)$$

$$M(0) = M_0 \quad (3)$$

Sendo  $k = k_c A / m_s$ .

O modelo apresentado pelas Equações 2 e 3 possui solução analítica conhecida na forma:

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \exp(-k_E t) \quad (4)$$

A generalização do modelo apresentado pelas Equações 2 e 3 pode ser feita por meio do cálculo fracionário. Isto é possível admitindo-se que a taxa de variação da umidade possui ordem arbitrária. Portanto:

$$\frac{d^\alpha M(t)}{dt^\alpha} = k(M_{eq} - M(t)) \quad (5)$$

$$M(0) = M_0 \quad (6)$$

O modelo generalizado, apresentado pelas Equações 5 e 6 têm solução analítica conhecida, em função da função de Mittag-Leffler (MITTAG-LEFFLER, 1903; PODLUBNY, 1999):

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0)E_\alpha(-k_F t^\alpha) \quad (7)$$

Sendo  $E_\alpha$  a função de Mittag-Leffler de ordem fracionária ou arbitrária  $\alpha$ , definida da seguinte forma:

$$E_\alpha(-kt^\alpha) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-kt^\alpha)^j}{\Gamma(\alpha j + 1)} \quad (8)$$

Esta função tem a seguinte propriedade:

$$\alpha = 1, E_\alpha(-kt^\alpha) = \exp(-kt) \quad (9)$$

Então, esta abordagem pode ser considerada uma generalização do modelo original, afinal, a função exponencial presente na Equação 4 é um caso particular da função mais geral definida pela função de Mittag-Leffler.

## 2.2 Ajuste dos Parâmetros

Os parâmetros presentes nos modelos analisados neste trabalho foram ajustados pela minimização da função objetivo apresentada pela Equação 10. O método de Levenberg-Marquardt (LEVENBERG, 1944; MARQUARDT, 1963) foi utilizado para minimizar a função objetivo por meio do comando “nlinfit”, do programa MATLAB®. O comando “nlparci”, também do programa MATLAB®, usa dados de saída do “nlinfit” para o cálculo de intervalos de confiança dos parâmetros ajustados.

$$\phi = \sum_{i=1}^N (M_{\text{calc}}^i - M_{\text{exp}}^i)^2 \quad (10)$$

## 3 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 1 apresenta os valores ajustados da constante cinética do modelo exponencial ( $K_E$ ) em função da temperatura. A Figura 2 apresenta os valores da constante cinética do modelo fracionário ( $K_F$ ) e da ordem fracionária do modelo  $\alpha$ , também em função da temperatura. É possível observar que para ambos os modelos a constante cinética aumentou com a temperatura, sendo que para o modelo exponencial, a influência da temperatura foi mais significativa, uma vez que os intervalos de

confiança a 95% não apresentaram sobreposição. Foram obtidas ordens fracionárias estatisticamente equivalentes (devido à sobreposição dos intervalos de confiança), com valores pouco acima de 1. Com isto, observou-se que a temperatura não alterou significativamente a ordem fracionária do modelo representado pela Equação 7. Este comportamento era esperado, uma vez que se considerar o modelo definido pelo cálculo convencional (Equações 2 e 3), a ordem unitária da derivada não varia em função da temperatura. Optou-se, portanto, por se fazer o ajuste dos parâmetros para cada uma das temperaturas consideradas experimentalmente de forma independente, com intuito de confirmar a equivalência estatística dos valores de  $\alpha$ .

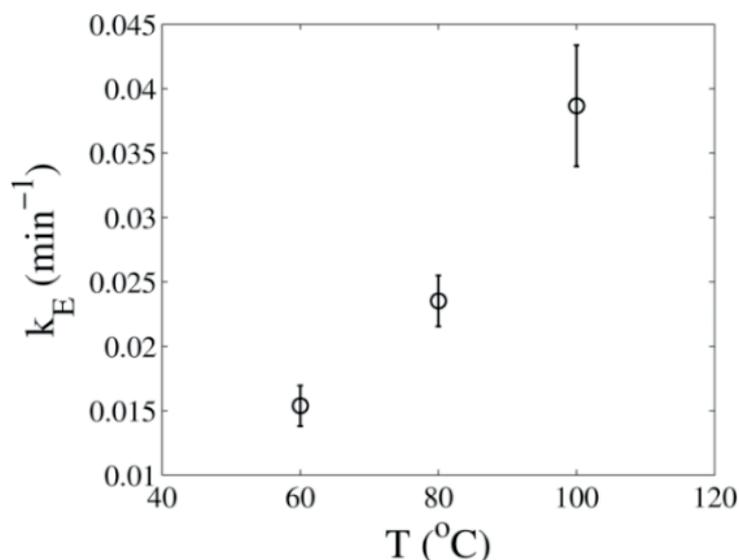


Figura 1 - Constante cinética do modelo exponencial em função da temperatura.

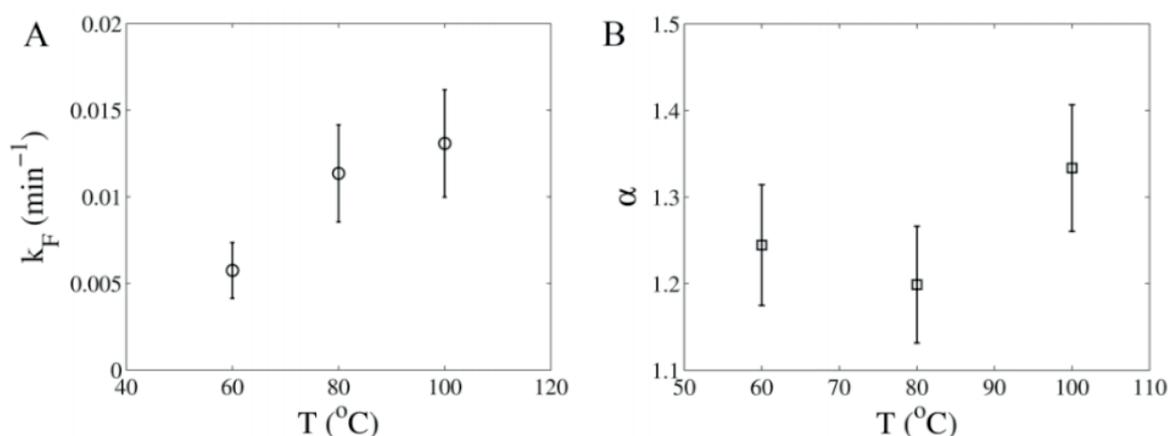


Figura 2 - Constante cinética do modelo fracionário (A) e ordem fracionária (B) em função da temperatura.

A Figura 3 apresenta a comparação dos dois modelos apresentado neste trabalho com dados experimentais de umidade do bagaço de uva em função da temperatura. É nítida a menor capacidade descritiva do modelo exponencial, principalmente na região passagem do estado transiente da secagem (altas taxas de transferência de massa) para o estado estacionário (taxas de transferência de massa praticamente nulas). O

modelo exponencial também apresentou um pior desempenho na previsão dos valores de umidade na região estacionária do processo, principalmente para a temperatura de 60°C.

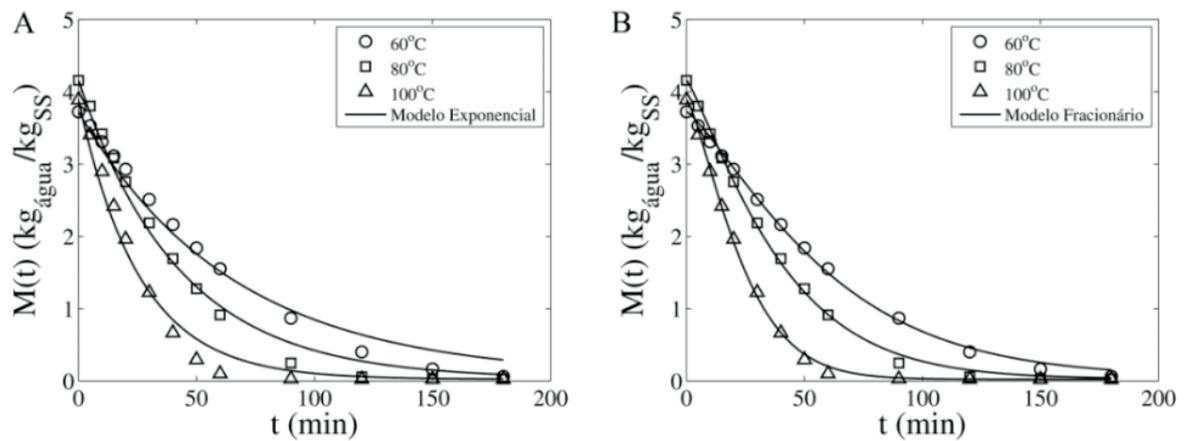


Figura 3 - Comparação do modelo exponencial (A) e modelo fracionária (B) com dados experimentais.

A Tabela 1 apresenta os valores-p calculados pelo teste de Shapiro-Wilk a 95% de confiança. Para que o teste seja bem sucedido, o valor-p calculado deve ser maior ou igual a 0,05. Com isto, é possível concluir que os resíduos se distribuem normalmente em torno da média igual a zero.

	Modelo Exponencial	Modelo Fracionário
T (°C)	valor-p	valor-p
60	<b>(0,0224)</b>	0,596
80	0,257	0,818
100	0,359	0,283

Tabela 1 - Valores-p do teste de normalidade de Shapiro-Wilk.

Observa-se que para a temperatura de 60°C o teste falha para o modelo exponencial, indicando que não é possível afirmar que os resíduos se distribuem normalmente em torno da média igual a zero. Este resultado é desfavorável à qualidade de ajuste do modelo aos dados experimentais. O teste não falha para os resíduos do modelo exponencial nas temperaturas de 80°C e 100°C, embora visualmente o modelo exponencial desvie dos dados em comparação ao modelo estacionário. O teste afirma que os resíduos se distribuem normalmente em torno de zero para todas as temperaturas em relação ao modelo fracionário.

Com o objetivo de avaliar o afastamento de previsões entre ambos os modelos apresentados, calculou-se o desvio percentual entre eles em comparação com o modelo que apresentou o melhor desempenho (modelo fracionário), pela Equação 10.

$$\text{Desvio \%} = \frac{|M_F(t) - M_E(t)|}{M_F(t)} \times 100 \quad (11)$$

A Figura 4 apresenta o resultado obtido pela Equação 10. Observa-se que o desvio entre a previsão de ambos os modelos foi da ordem de grandeza de aproximadamente 250% para a temperatura de secagem de 100°C. O intervalo  $50 \leq t \leq 100$  é quando ocorre a transição entre o estado transiente e o estado estacionário do processo de secagem e foi nesta região em que ocorreram os maiores afastamentos entre as previsões dos modelos. Outra região onde o afastamento é significativo entre os modelos é na previsão dos valores finais de umidade para os tempos experimentais considerados. Para os instantes iniciais os modelos apresentam desempenho similar, portanto, baixo desvio entre eles (Desvio  $\leq 10\%$ ).

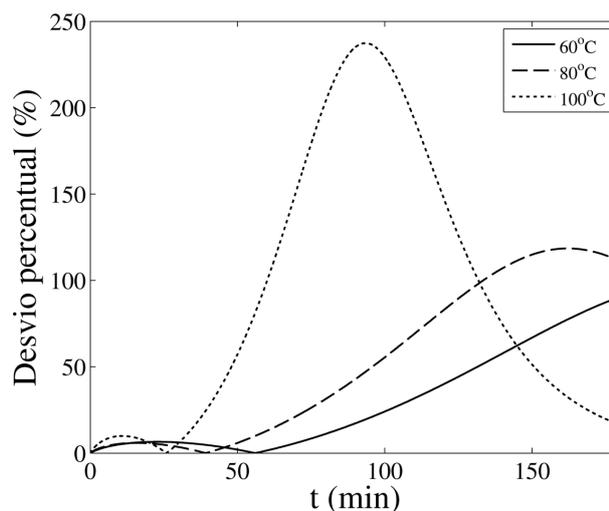


Figura 4 - Desvio percentual entre o modelo fracionário e o modelo exponencial.

O modelo fracionário (Equação 7) pode ser analisado com base na propriedade apresentada pela Equação 9. Propõe-se que esta propriedade seja analisada não para  $\alpha$  exatamente igual a 1, como apresentado pela Equação 9, mas para  $\alpha \approx 1$ . Desta forma, a função de Mittag-Leffler resulta em  $E_\alpha(-kt^\alpha) \approx \exp(-kt^\alpha)$ . Portanto, o modelo fracionário (Equação 7) pode ser reescrito como:

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \exp(-k_F t^\alpha) \quad (12)$$

Mediante esta análise, é possível concluir que o modelo fracionário nada mais é do que o modelo clássico de Page (PAGE, 1949), apresentado pela Equação 13.

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \exp(-k_P t^n) \quad (13)$$

Portanto, o modelo de Page pode ser entendido como um caso particular do modelo fracionário. O modelo de Page é largamente utilizado, pois ele tem a capacidade de se ajustar a curvas de secagem que não necessariamente se comportam de forma exponencial devido, principalmente, à presença da potência no tempo. Assim, a abordagem fracionária auxilia na explicação da origem da variável tempo ser elevada a uma potência e apresenta explicitamente que o modelo de Page é originado, segundo a abordagem apresentada neste trabalho, de um balanço de massa. Este

fato permite estabelecer a natureza fenomenológica de um modelo que originalmente foi concebido de forma puramente empírica. Este resultado permite concluir, também, que as constantes cinéticas do modelo de Page e do modelo fracionário são iguais ( $K_F = K_P$ ).

Outro modelo que pode ser discutido nesta ótica é o modelo do tipo Weibull (CUNHA et al., 2001). Este modelo é apresentado pela Equação 14 e é largamente utilizado por fornecer bons ajustes para descrição de sistemas complexos de alta variabilidade.

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \exp \left[ - \left( \frac{t}{\gamma} \right)^\beta \right] \quad (14)$$

Sendo  $\beta$  um parâmetro de forma que representa um índice de comportamento e  $\gamma$  um parâmetro escala, relacionado à taxa com a qual o processo ocorre. O parâmetro  $\gamma$  representa, também, o tempo para que 63,2% do processo de secagem se complete.

Analisando-se as Equações 12, 13 e 14, é possível estabelecer relações entre as constantes dos modelos da seguinte forma:

$$\alpha = n = \beta \quad (15)$$

$$k_F = k_P = \left( \frac{1}{\gamma} \right)^\beta \quad (16)$$

Este resultado permite relacionar as constantes cinéticas do modelo com o parâmetro  $\gamma$ , que possui ligação com o grau de terminação do processo em termos de tempo.

## 4 | CONCLUSÃO

O modelo generalizado proposto no presente trabalho permitiu o aumento da capacidade descritiva do modelo exponencial convencional. A utilização do cálculo fracionário fez com que o modelo se ajustasse melhor aos dados experimentais e possibilitou estabelecer a definição de modelos clássicos utilizados na modelagem da secagem, como os modelos de Page e do tipo Weibull, como casos particulares do modelo de ordem fracionária. Além de demonstrar que o modelo de Page pode ser obtido a partir de argumentos fenomenológicos, por meio de balanço de massa da umidade que deixa o bagaço de uva no processo de secagem. O maior desvio identificado ocorreu para a secagem na temperatura de 100°C ( $\approx 250\%$ ). O modelo exponencial se afastou dos dados experimentais de maneira acentuada na faixa de transição entre estado transiente e estacionário.

## REFERÊNCIAS

- CUNHA, L.M., OLIVEIRA, F. A. R., ABOIM, A.P., FRIAS, J.M., PINHEIRO-TORRES, A., (2001). **Stochastic approach to the modelling of water losses during osmotic dehydration and improved parameter estimation.** *Int. J. Food Sci. Technol.*, vol. 36, p. 253–262. doi:10.1046/j.1365-2621.2001.t01-1-00447.x.
- DEFENDI, R.O., NICOLIN, D.J., PARAÍSO, P.R., JORGE, L.M.M. (2016). **Assessment of the initial moisture content on soybean drying kinetics and transport properties.** *Dry. Technol.* vol. 34, p. 360–371. doi:10.1080/07373937.2015.1055496.
- LEVENBERG, K. (1944). **A method for the solution of certain problems in least squares.** *Quart. Appl. Math.* vol. 2, p. 164–168.
- MACHADO, J.A.T., GALHANO, A.M.S.F., TRUJILLO, J.J. (2014). **On development of fractional calculus during the last fifty years.** *Scientometrics*, vol. 98, p. 577–582. doi:10.1007/s11192-013-1032-6.
- MAKRIS, D.P., BOSKOU, G., ANDRIKOPOULOS, N.K. (2007). **Polyphenolic content and in vitro antioxidant characteristics of wine industry and other agri-food solid waste extracts.** *J. Food Compos. Anal.* vol. 20, p. 125–132. doi:10.1016/j.jfca.2006.04.010.
- MARQUARDT, D.W. (1963). **An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters.** *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, vol. 11, p. 431–441. doi:10.1137/0111030.
- MITTAG-LEFFLER, G.M. (1903). Sur la nouvelle fonction E(x). *Comptes Rendus l'Académie des Sci.* vol. 137, p. 554–558.
- PAGE, G. (1949). **Factors influencing the maximum rates of air-drying shelled corn in thin layers.** Purdze University (Unpublished M.S. Thesis).
- PARK, K.J., VOHNIKOVA, Z., PEDRO REIS BROD, F. (2002). **Evaluation of drying parameters and desorption isotherms of garden mint leaves (*Mentha crispa* L.).** *J. Food Eng.* vol. 51, p. 193–199. doi:10.1016/S0260-8774(01)00055-3.
- PARK, K.J., YADO, M.K.M., BROD, F.P.R., (2001). **Estudo de secagem de pêra bartlett (*pyrus sp.*) em fatias.** *Ciência e Tecnol. Aliment.* vol. 21, p. 288–292. doi:10.1590/S0101-20612001000300007.
- PINTO, J.C., LAGE, P.L. DA C. (2001). **Métodos numéricos em problemas de engenharia química.** 1st ed. E-papers Serviços Editoriais Ltda, Rio de Janeiro.
- PODLUBNY, I. (1999). **Fractional Differential Equations.** 1st ed. Academic Press, San Diego.
- PUUPPONEN-PIMIA, R., NOHYNEK, L., MEIER, C., KAHKONEN, M., HEINONEN, M., HOPIA, A., OKSMAN-CALDENTY, K.-M. (2001). **Antimicrobial properties of phenolic compounds from berries.** *J. Appl. Microbiol.* vol. 90, p. 494–507. doi:10.1046/j.1365-2672.2001.01271.x.
- RAMÍREZ, C., ASTORGA, V., NUÑEZ, H., JAQUES, A., SIMPSON, R. (2017). **Anomalous diffusion based on fractional calculus approach applied to drying analysis of apple slices: The effects of relative humidity and temperature.** *J. Food Process Eng.* p. 1–10. doi:10.1111/jfpe.12549.
- RANKINE, B. (1999). **Manual Prático de Enologia.** Editorial Acribia, Zaragoza.
- RUBILAR, M., PINELO, M., SHENE, C., SINEIRO, J., NUÑEZ, M.J. (2007). **Separation and HPLC-MS Identification of Phenolic Antioxidants from Agricultural Residues: Almond Hulls and Grape Pomace.** *J. Agric. Food Chem.* vol. 55, p. 10101–10109. doi:10.1021/jf0721996.
- SHAPIRO, S.S., WILK, M.B. (1965). **An Analysis of Variance Test for Normality (Complete**

**Samples).** Biometrika, vol. 52, p. 591–611. doi:10.1093/biomet/52.3-4.591.

SIMPSON, R., JAQUES, A., NUÑEZ, H., RAMIREZ, C., ALMONACID, A. (2013). **Fractional Calculus as a Mathematical Tool to Improve the Modeling of Mass Transfer Phenomena in Food Processing.** Food Eng. Rev. vol. 5, p. 45–55. doi:10.1007/s12393-012-9059-7.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-087-2

