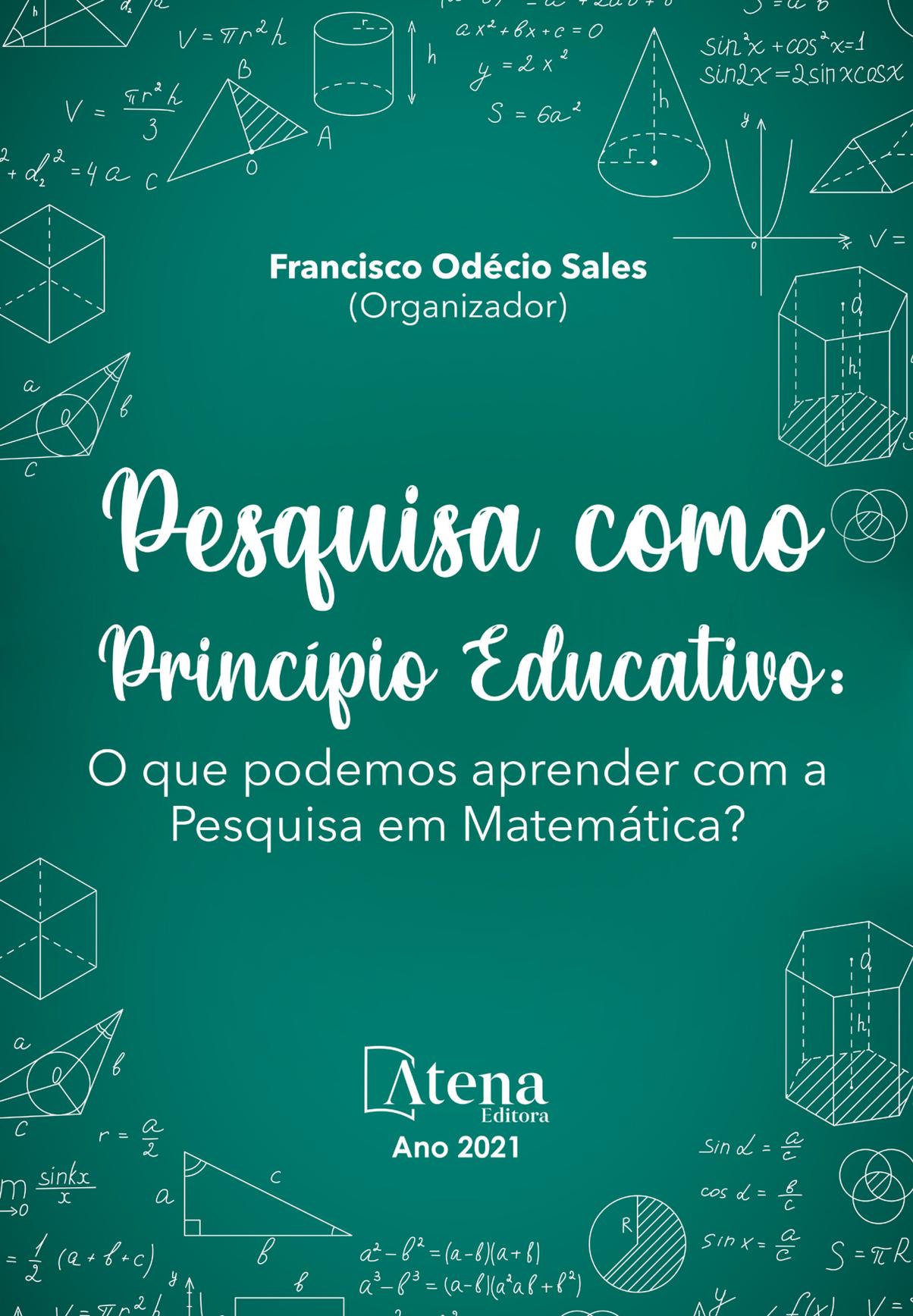


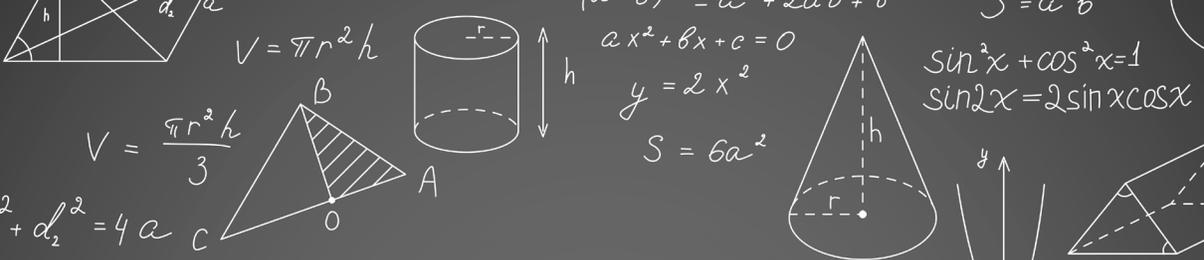
**Francisco Odécio Sales**  
(Organizador)

# Pesquisa como Princípio Educativo:

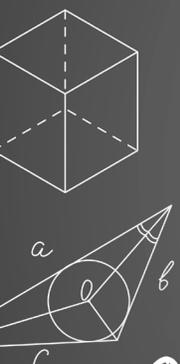
O que podemos aprender com a  
Pesquisa em Matemática?

**Atena**  
Editora  
Ano 2021



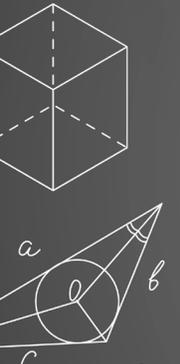


**Francisco Odécio Sales**  
(Organizador)

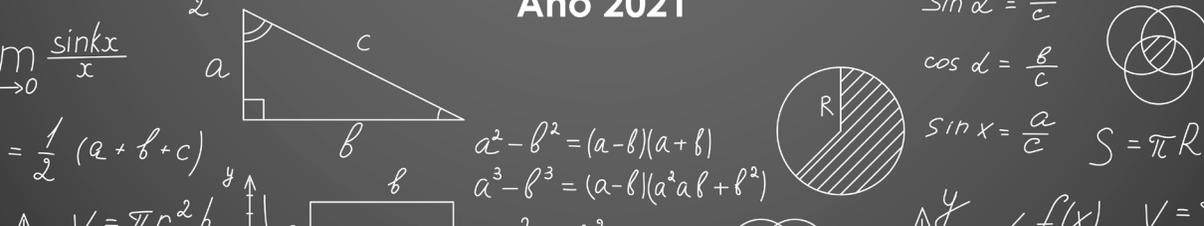
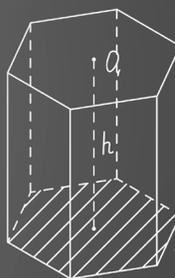


# Pesquisa como Princípio Educativo:

O que podemos aprender com a  
Pesquisa em Matemática?



**Atena**  
Editora  
Ano 2021



**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Elói Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federacl do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalves de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

#### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miraniide Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

#### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Profª Ma. Adriana Regina Vettorazzi Schmitt – Instituto Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais  
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Profª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Amanda Vasconcelos Guimarães – Universidade Federal de Lavras  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
Profª Drª Andrezza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Profª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Me. Carlos Augusto Zilli – Instituto Federal de Santa Catarina  
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná  
Profª Drª Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa

Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein  
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará  
Prof. Me. Francisco Sérgio Lopes Vasconcelos Filho – Universidade Federal do Cariri  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFGA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenología & Subjetividade/UFPR  
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Profª Ma. Lilian de Souza – Faculdade de Tecnologia de Itu  
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Profª Drª Lúvia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Profª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz  
Profª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Me. Luiz Renato da Silva Rocha – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Dr. Pedro Henrique Abreu Moura – Empresa de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais  
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Profª Drª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Rafael Cunha Ferro – Universidade Anhembi Morumbi  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília  
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa  
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

# Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática?

**Bibliotecária:** Janaina Ramos  
**Diagramação:** Luiza Alves Batista  
**Correção:** Vanessa Mottin de Oliveira Batista  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizador:** Francisco Odécio Sales

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática? / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-007-7

DOI 10.22533/at.ed.077212804

1. Matemática. 2. Educação. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 372.7

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

## APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou a todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades. Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor. Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Pesquisa em Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior em tempos de Pandemia da COVID 19.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca da Pesquisa Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas. Ressaltamos a presença forte de artigos de Matemática Pura, em especial na área de Análise matemática e equações diferenciais.

Neste volume, concentra trabalhos que abordam sobre Análise Matemática, Matemática Aplicada, Matemática Computacional, formação inicial e continuada, currículo no ensino de matemática, estratégias de ensino para a educação básica, debates e reflexões essenciais para todo o processo educacional. Isto é, apresenta temas diversos e interessantes, de modo, a contribuir para o embasamento teórico e a prática pedagógica do professor que está em exercício ou não. Para os professores que estão em exercício, mais precisamente os professores que ensinam matemática, sem dúvida cada capítulo tem muito a contribuir para com sua prática de ensino, sendo possível conhecer numa dimensão geral ações curriculares acerca da educação básica e ensino superior, entre outros. Para os professores que não estão em exercício por está em processo formativo ou tentando uma vaga para adentrar no chão da sala de aula, os trabalhos apresentam discussões sobre temáticas contemporâneas que colaboram para ter uma compreensão panorâmica do cenário atual da educação, ou melhor, com produções sobre BNCC e as tecnologias

digitais, temáticas bastante mencionadas nos eventos nacionais e internacionais com pesquisadores de diferentes regiões e culturas. Por fim, que você possa se debruçar em cada capítulo e assim possa enriquecer seu aporte teórico e prática pedagógica. Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Francisco Odecio Sales

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **COTAS DO TIPO NORDHAUS-GADDUM PARA O NÚMERO DE ANIQUILAÇÃO**

Guilherme Porto

Daniel Alejandro Jaume

Marco Puliti Lartigue

**DOI 10.22533/at.ed.0772128041**

### **CAPÍTULO 2..... 9**

#### **ESTUDO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS INTRÍNSECOS na LEGISLAÇÃO DO IMPOSTO SOBRE VEÍCULOS AUTOMOTORES**

Delfim Dias Bonfim

Carolyne Victória Lopes Barbosa

Wilmar Borges Leal Júnior

Virgílio Lourenço da Silva Neto

**DOI 10.22533/at.ed.0772128042**

### **CAPÍTULO 3..... 19**

#### **INTEGRANDO A MATEMÁTICA COM AS ABELHAS**

Géssica Gonçalves Martins

Cláudia da Cunha Monte Oliveira

Guilherme Almeida Honorato

João Pedro de Aguiar e Matos

**DOI 10.22533/at.ed.0772128043**

### **CAPÍTULO 4..... 30**

#### **DESENVOLVIMENTO DE PROBLEMAS DE APLICAÇÃO EM ALIMENTOS PARA TÓPICOS DO CÁLCULO IV**

Daniela de Almeida Carrea

Érik Eiji Nibe Moriyama

Jorge Lizardo Díaz Calle

**DOI 10.22533/at.ed.0772128044**

### **CAPÍTULO 5..... 42**

#### **REPRESENTAÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL NUM PROCESSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA SOBRE CONTEÚDOS E METODOLOGIAS**

Alice Venturini Oliveira

Lúcio Souza Fassarella

Géssica Gonçalves Martins

**DOI 10.22533/at.ed.0772128045**

### **CAPÍTULO 6..... 61**

#### **SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE EM DOMÍNIO NÃO HOMOGÊNEO**

Luana Lazzari

Esequia Sauter

Fábio Souto de Azevedo

**DOI 10.22533/at.ed.0772128046**

**CAPÍTULO 7..... 72**

**PRESERVAÇÃO DA MEMÓRIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA: ANÁLISE DO ACERVO BIBLIOGRÁFICO DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO FLORES DA CUNHA**

Diane Catia Tomasi

**DOI 10.22533/at.ed.0772128047**

**CAPÍTULO 8..... 82**

**UM HISTÓRICO DE PROPOSTAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO**

Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein

**DOI 10.22533/at.ed.0772128048**

**CAPÍTULO 9..... 92**

**SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS PELO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS USANDO PYTHON**

Filipe Alexandre Moraes Eismann

Pedro Fellipe Martins Pires

Tiago Martinuzzi Buriol

**DOI 10.22533/at.ed.0772128049**

**CAPÍTULO 10..... 101**

**UM TRATAMENTO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS MEDIADO PELO GEOGEBRA**

Francisco Odecio Sales

**DOI 10.22533/at.ed.07721280410**

**CAPÍTULO 11..... 117**

**OBJETO EDUCATIVO ADAPTADO POTENCIALIZANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE UMA ESTUDANTE CEGA EM MATEMÁTICA NO INSTITUTO FEDERAL DO ACRE – IFAC, CAMPUS XAPURI**

Cristhiane de Souza Ferreira

Sérgio Luiz Pereira Nunes

Salete Maria Chalub Bandeira

**DOI 10.22533/at.ed.07721280411**

**SOBRE O ORGANIZADOR..... 141**

**ÍNDICE REMISSIVO..... 142**

Data de aceite: 20/04/2021

Data de submissão: 05/02/2021

### **Géssica Gonçalves Martins**

IFES/Campus Montanha  
Montanha/ Espírito Santo  
<http://lattes.cnpq.br/4140712061046310>

### **Cláudia da Cunha Monte Oliveira**

IFES/Campus Montanha  
Montanha/ Espírito Santo  
<http://lattes.cnpq.br/4539972558458990>

### **Guilherme Almeida Honorato**

IFES/Campus Montanha  
Montanha/ Espírito Santo  
<http://lattes.cnpq.br/0579669264689687>

### **João Pedro de Aguiar e Matos**

IFES/Campus Montanha  
Montanha/ Espírito Santo  
<http://lattes.cnpq.br/9487214450765381>

**RESUMO:** Relacionar teoria e prática nos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio têm-se tornado cada dia mais essencial. Nesse sentido, temos o relato de um Projeto de Iniciação Científica (Pbic-Jr) que possibilitou a associação entre as disciplinas de Matemática e Produção Animal do curso Técnico em Agropecuária do Ifes – campus Montanha. Consistiu em estudar o comportamento das abelhas *Apis mellifera* modelado pela matemática, sobretudo em sua relação com os conteúdos de funções e sequências. A pesquisa classificou-se como

exploratório-descritiva (GIL, 2018, p. 26-27). Os dados foram coletados em fontes documentais, e a partir da observação sistemática. Para análise dos dados coletados, entendemos que alguns passos foram essenciais: a codificação dos dados; o estabelecimento de categorias de análise; a exibição dos dados que significou a elaboração e escrita do relatório com as informações coletadas; e a busca de significados, finalizando o relatório (GIL, 2018, p. 110). Com a aplicação desta metodologia, analisando os modelos matemáticos presentes na situação problema, foi possível enxergar uma matemática aplicável e interessante na pesquisa do comportamento das abelhas.

**PALAVRAS-CHAVE:** abelhas, Produção Animal, Matemática, sequências e funções.

### INTEGRATING MATHEMATICS WITH BEES

**ABSTRACT:** Relating theory and practice in technical courses integrated to high school has become increasingly essential. In this sense, we have the report of a Scientific Initiation Project (Pbic-Jr) that made possible the association between the subjects of Mathematics and Animal Production of the Ifes Technical Course in Agriculture and Livestock - Ifes campus - Montanha. It consisted of studying the behavior of *Apis mellifera* bees modeled by mathematics, especially in relation to the content of functions and sequences. The research was classified as exploratory-descriptive (GIL, 2018, p. 26-27). The data were collected from documentary sources, and from systematic observation. For the analysis

of the collected data, we understand that some steps were essential: the coding of the data; the establishment of analysis categories; the display of the data that meant the elaboration and writing of the report with the collected information; and the search for meanings, finalizing the report (GIL, 2018, p. 110). With the application of this methodology, analyzing the mathematical models present in the problem situation, it was possible to see an applicable and interesting mathematics in the research of the behavior of bees.

**KEYWORDS:** Bees, Animal Production, Mathematics, sequences and functions.

## INTEGRANDO A MATEMÁTICA COM AS ABELHAS

Segundo a lei 11892/2008, temos o *trabalho* como princípio educativo nos fundamentos do Ensino Médio Integrado dos Institutos Federais, o que nos indica uma formação integrada à pesquisa como princípio pedagógico, na qual perguntar é tão importante quanto responder, onde a interdisciplinaridade é um método e a teoria deve caminhar junto à prática. Nesse sentido, entende-se Ensino Médio Integrado como uma etapa da educação que compõe o nível básico da educação escolar e que tem como principal característica articular de forma integrada o ensino médio com o ensino profissional.

Durante nossa rotina de trabalho e estudo, dentro do próprio processo de ensino e aprendizagem, percebemos um distanciamento entre os conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula e os conhecimentos práticos trabalhados nas aulas de Produção Animal do curso Técnico em Agropecuária integrado ao Ensino Médio. Além disso, os alunos ingressantes no primeiro ano chegam ao Instituto com muitas dificuldades relacionadas à Matemática e tais dificuldades se agravam quando associadas ao ritmo de estudo exigido em um ensino Integral e Integrado.

Posto isto, este trabalho teve como objetivo relacionar teoria e prática, associando conteúdos aprendidos nas disciplinas de Matemática e Produção Animal do curso Técnico em Agropecuária integrado ao Ensino Médio, no qual lançamos mão de uma ferramenta matemática - a modelagem - para tratar um recorte da apicultura.

Configurado como projeto de Iniciação Científica (Pibic-Jr), do qual fizeram parte dois estudantes bolsistas e duas professoras de Matemática do Instituto, os pesquisadores, tiveram como objetivo geral de pesquisa: estudar o comportamento e a comunicação nas colmeias de abelhas *Apis Melífera*, por meio da modelagem matemática, associando temas estudados nas disciplinas de Matemática e Produção Animal do curso Técnico de Agropecuária.

Para isso, foram traçados como objetivos específicos:

- Viabilizar o processo de ensino e aprendizagem, por meio da pesquisa, utilizando como metodologia a modelagem matemática, possibilitando a interdisciplinaridade entre os tópicos de Matemática e Produção Animal do curso Técnico de Agropecuária;
- Relacionar a matemática escolar presente nos conteúdos de sequências e funções, com o estudo do comportamento das abelhas abordado pela disciplina técnica do curso Técnico de Agropecuária integrado ao Ensino Médio.

A pesquisa durou de 12 meses, sendo executada entre agosto de 2019 e julho de 2020, e buscou, sobretudo, relacionar com a matemática alguns comportamentos das abelhas: como se comunicam quando encontram uma boa fonte de alimento; como avisam às demais a posição das flores, tomando como referência a posição do sol; como e por que elas fazem a chamada “dança do requebrado”; qual a relação com o número de vezes que a abelha faz o circuito dançando, indicando a distância das flores; etc.

## A PESQUISA NORTEADA PELA MODELAGEM MATEMÁTICA

Desde o nascimento estamos rodeados de modelos que norteiam a vida familiar, escolar e social, assim, intuitivamente, construímos representações mentais que ao longo do tempo e a partir de novas aprendizagens expandem nossa capacidade de perceber e explicar os elementos que nos cercam.

Nesse sentido, segundo Bassanezi (2013), a modelagem matemática é a arte de transformar situações reais em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. E pode ser descrita como “uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final” (ALMEIDA, ARAÚJO, BISOGNIN, 2012).

Biembengut (2011) define a modelagem como área de pesquisa voltada para a criação ou elaboração de um modelo, tal que, modelar não é apenas conseguir uma solução particular, mas, utilizar os resultados do processo para ser suporte em outras aplicações e teorias.

Na perspectiva da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, Biembengut (2011) apresenta o termo “Modelação” como a aplicação da Modelagem na Educação e justifica que “o objetivo de quem faz Modelagem (Matemática) é estabelecer um modelo (matemático) de uma situação problema para então resolvê-la, entendê-la, modificá-la se necessário [...]”, enquanto que o termo Modelação tende a “promover conhecimento ao estudante em qualquer período de escolaridade, e ensiná-lo a fazer pesquisa nessa estrutura escolar” (BIEMBENGUT, 2011).

A presença da modelagem na escola representa um passo importante para a dinamização dos conteúdos de Matemática, e dos alunos como sujeitos do processo de aprendizagem, protagonistas nesta busca por soluções de problemas reais.

Dessa forma, essa metodologia embasa teoricamente esta proposta de pesquisa, já que, compreendemos que proporcionar ao estudante a oportunidade de tornar-se um pesquisador, pode contribuir para facilitar a aprendizagem e estreitar seu relacionamento com a disciplina. Isso não significa dizer que os alunos devem ser desafiados apenas com problemas sofisticados e com alto grau de dificuldade, mas sim com questões que despertem a curiosidade e façam parte de suas experiências.

## PERCURSOS DA PESQUISA

A partir da proposta geral deste projeto de pesquisa, no qual buscamos analisar a forma como as abelhas se comunicam e seu comportamento quando as mesmas encontram uma boa fonte de alimento, por meio da modelagem matemática, esclarecendo conceitos e ideias que determinam a ocorrência desse fenômeno, a fim de descrever características de determinada população e/ou fenômeno, classificamos esta pesquisa como exploratório-descritiva (GIL, 2018, p. 26-27).

Em suas modalidades, por explorar um fenômeno real, com base em material já publicado, descrevendo-o, propomos uma análise assumindo alguns pressupostos de um estudo de caso único (GIL, 2018, p. 106), no qual os estudantes estudaram com maior profundidade o comportamento das abelhas a relação existente com a matemática.

Sendo assim, como mecanismos para coleta de dados, lançaremos mão da consulta a fontes documentais, ou seja, uma revisão de literatura, e da observação sistemática, nos quais o pesquisador já tem definidos quais aspectos do fenômeno são relevantes para alcançar os objetivos pretendidos, estabelecendo um plano para o levantamento de fontes e para observação do fenômeno no campo. A consulta a documentos torna-se indispensável, de modo que possibilita reunir informações de materiais já publicados com conteúdos referentes à estrutura e organização do fenômeno estudado. Enquanto a observação sistemática completa este estudo, já que, os discentes/pesquisadores, ao realizarem as visitas técnicas, sabiam quais aspectos da comunidade estudada - a saber abelhas *Apis Melífera* - eram significativos para alcançar os objetivos desta pesquisa (GIL, 2018, p. 109 e 110). Além disso, a visita técnica para observação, proporcionou aos pesquisadores um contato inicial com outras comunidades de abelhas, abelhas nativas brasileiras (uruçu amarela, mandaçaia, jataí, boca de sapo, irai, dentre outras), que também apresentam padrões. No entanto, não foi possível aprofundamento devido às condições atípicas deste ano de 2020, em que vivenciamos uma pandemia mundial.

Para análise dos dados coletados, entendemos que alguns passos foram essenciais: 1) a codificação dos dados, que consistiu na escolha dos conceitos relevantes encontrados nos textos dos documentos e nos registros da observação; 2) o estabelecimento de categorias de análise, que basicamente foi a etapa de agrupamento dos conceitos em ordens que emergem dos dados encontrados, escolhidas pelos pesquisadores de acordo com a codificação; 3) a exibição dos dados que significou a elaboração e escrita do relatório com as informações coletadas e devidamente organizadas; e 4) a busca de significados, que representa, finalizando este relatório, a análise resultante do confronto entre os dados sistematizados e a bibliografia que embasa teoricamente este estudo (GIL, 2018, p. 110).

Com foco geral na intervenção proposta nesta pesquisa, relacionada ao conteúdo matemático de sequências, essa será uma investigação de cunho qualitativo, que também lançará mão da análise quantitativa de alguns dados que segundo Bardin (2011, p. 146),

quando aplicadas numa pesquisa não são excludentes, mas se complementam: “[...] Por último, precisemos que a análise qualitativa não rejeita toda e qualquer forma de quantificação. Somente os índices é que são retidos de maneira não sequencial, podendo o analista recorrer a testes quantitativos [...]”.

Para mais, pesquisar o comportamento das abelhas, analisando os modelos matemáticos presentes numa situação problema específica, revelando uma matemática aplicável e interessante, que explica um fenômeno natural, foi a principal intenção da aplicação desta metodologia.

## DESENVOLVIMENTO E DISCUSSÃO

A pesquisa, como já mencionado, envolveu dois alunos bolsistas do Instituto, bem como um plano de trabalho para cada um. Na maior parte do tempo os dois trabalharam juntos, mas precisaram analisar os comportamentos das abelhas separadamente em certa etapa do estudo para relacionar devidamente aos conteúdos de função e sequências da disciplina de matemática. Trazemos aqui as análises dos alunos:

### **Entendendo sequência com as abelhas: análise aluno Guilherme Almeida Honorato**

As abelhas, apesar de serem pequenas, são de grande importância ao mundo e realizam tarefas nas quais não prestamos muita atenção, mas que deveriam ser levadas em consideração.

É interessante dizer que as abelhas possuem sua rotina e costumes muito rígidos, seguem um grande padrão em seu trabalho e estão sempre buscando o aperfeiçoamento de suas técnicas para melhor aproveitamento de recursos.

A colmeia necessita de se suprir com o mel que possui. Sabendo que uma abelha se locomove com a velocidade de 24 km por hora e consome 0,5mg de mel por km, temos que em uma hora uma abelha consumiria 12mg de mel, isso se ficasse durante esse tempo na mesma velocidade e sem parar, representado da seguinte maneira:

$$0,5\text{mg} \text{ ----- } 1\text{km} \quad x = 12\text{mg}$$

$$x \text{ ----- } 24\text{km}$$

Uma abelha durante seu voo pode encontrar uma boa florada ( local onde possui muitas flores que a abelha pode aproveitar) , achando uma florada, é mas do que necessário avisar ao resto da colmeia, porém as abelhas não falam, então o que fazem?

Chamado também de "dança do requebrado", serve de meio de comunicação para uma colmeia. Nessa comunicação existe a "dança em círculo", "dança do requebrado" e "dança foice". Dependerá de alguns fatores para qual tipo de "dança" será, como, à distância e direção.

O que irá determinar a distância da florada será a duração do circuito da "dança" que a abelha realizará, sendo assim, verifica-se o número de vezes em que faz o circuito por segundo. Após o descobrimento de alguns dados, chegaram a uma função,  $y = ax + b$  sendo  $y$  a distância da florada em metros,  $x$  como a variável (quantidade de circuitos em segundos) e  $a$  e  $b$  seriam os coeficientes angular e linear com os seguintes valores:

$a = 967,74$  e  $b = -1919,35$ , sendo  $x > 2,1$  e supondo que a quantidade de circuitos por segundo fosse 5, teríamos:

$$f(x) = 967,74x - 1919,35$$

$$f(5) = 967,74 \cdot 5 - 1919,35$$

$$f(5) = 4.838,7 - 1919,35$$

$$f(5) = 2.919,35$$

Porém esse número não seria possível, pois a colmeia não ultrapassa o raio de 1,5km de distância, sendo 2.919,35 apenas uma suposição.

Para saber mais sobre a dinâmica populacional devemos levar em consideração:

-O número de abelhas numa família nova - 10.000 abelhas.

-Postura média de uma rainha - 2.000 ovos/dia.

-Longevidade das operárias - 40 dias.

-Período entre postura e nascimento - 21 dias.

Além disso, as abelhas possuem idades equidistribuídas.

Supõe-se que serão colocadas 10.000 abelhas para a nova família, devemos colocar em tese que a cada dia morrem 250 abelhas, pois possuem idade de até 40 dias:  $10.000:4 = 250$

Durante os primeiros 20 dias terá uma diminuição de população, pois o nascimento apenas ocorre depois de 21 dias:

Ex: População inicial -  $P(0) = 10.000$

$$\text{Após 1 dia} - P(1) = 10.000 - 1 \cdot 250 = 9.750$$

$$\text{Após 20 dias} - P(20) = 10.000 - 20 \cdot 250 = 5.000$$

O aumento da população seria o seguinte. O número da população presente no 20º dia mais as novas nascidas subtraídas pela mortalidade diária, assim temos:

$$P(20) = 5.000 - 250 + 2000$$

Dessa forma, se quisermos saber a população dos dias seguintes (acima de 21 dias) sempre faremos a conta citada acima, porém, com a população do dia anterior do que você quer encontrar.

Nas colmeias de abelhas existem, rainha, operárias, e zangões. A rainha produz ovos, os zangões são os machos não fertilizados quando eram ovos e as operárias são as fêmeas que foram fertilizadas enquanto eram ovos. A partir dessas informações podemos analisar a sequência de Fibonacci com a árvore genealógica de um zangão, que consiste em números inteiros onde cada termo da sequência é resultado da soma dos dois anteriores, com isso podemos determinar o número de abelhas em gerações de um zangão. Sendo representado pela sequência da seguinte maneira: {1;1;2;3;5;8;13;21...}.

### **Entendendo funções com as abelhas: análise do aluno João Pedro de Aguilar Matos**

As abelhas são insetos muito importantes na natureza e têm uma organização comunitária excelente, além da engenharia e comunicação. O texto mostra o dispêndio de energia, comunicação, e a dinâmica populacional das abelhas usando regra de três, coordenadas polares, progressão aritmética e funções do 1º grau.

Uma abelha voa a 24 km/h e gasta 5mg de mel por km. Ela precisa voar aproximadamente 40.000 km em um raio de 1,5 km para produzir um litro de mel, colocando em regra de três temos que:

$$0,5\text{mg} \text{-----} 1 \text{ km (Para produzir um litro de mel, uma abelha consome)}$$

$$X\text{mg} \text{-----} 40.000\text{km}$$

Calculando: 20.000 mg, ou seja, 20 g

Assim,  $40.000/1,5 = 26.670$  idas e voltas da colmeia à florada para fazer um litro de mel

Um pesquisador chamado Von Frisch descobriu que as abelhas possuem uma forma de comunicação entre elas para indicar a distância da colmeia para uma fonte de néctar que elas tenham encontrado. Nesta comunicação, apelidada de “dança do requebrado”, Crane mostra a distância em que está a florada de acordo com o tempo do circuito:

<b>DISTÂNCIA(m)</b>	200	500	1.000	2.000	3.500	4.500
<b>TEMPO(s)</b>	2,1	2,5	3,3	3,8	5,6	6,3

Colocando os dados de Crane em sistema cartesiano, conseguimos aproximá-los a uma função de 1º grau. Por exemplo, pegando dois pontos desse sistema e colocando-os na lei da função de primeiro grau  $y = ax + b$ , sendo  $y$  a distância e  $x$  o tempo:

$$P1(2,5; 500) \text{-----} 500 = a(2,5) + b(-1) \text{-----} -2,5a - b = -500$$

$$P2(5,6; 3.500) \text{-----} 3500 = a(5,6) + b \text{-----} 5,6a + b = 3500$$

Resolvendo esse sistema de equações, encontramos que a função  $y = 1919,35 - 967,74x$ . Essa função nos permite calcular o tempo que leva a dança para determinada distância ou a distância para um determinado tempo de dança.

Uma colmeia de tamanho médio chega a ter de 60 a 80 mil operárias, 400 zangões e uma rainha. Onde a operária vive de 38 a 42 dias, o zangão até 80 dias e a rainha até 5 anos. As operárias realizam a maioria das funções na colmeia, desde limpeza dos favos até coleta de ingredientes para o mel. Os zangões só vivem para se reproduzir. A rainha mantém as abelhas unidas e gera outras novas, colocando até 3 mil ovos por dia. Quando ela envelhece, sua produção de ovos decai então as operárias começam a preparar outra rainha. A rainha velha sai da colmeia com 8 a 12 mil abelhas operárias, e elas formam uma nova colônia. A respeito disso, é proposta uma questão: em quanto tempo a colmeia se estabelece?

Para isso se considera que esse enxame tenha 10000 abelhas, que a rainha coloque 2000 ovos por dia, que as operárias tenham idades igualmente distribuídas, que vivam 40 dias e que o tempo de eclosão dos ovos seja de 21 dias.

Essa colmeia passará 20 dias sem nenhum indivíduo novo nascendo, e como as operárias têm idades igualmente distribuídas, se dividirmos o número total (10000) pelo tempo que vivem se obtém uma mortalidade de 250 abelhas por dia. Então, para os primeiros 20 dias temos uma fórmula representada por  **$P(t) = 10000 - 250t$** , onde  $t$  é igual ao número de dias, 10000 o número inicial de abelhas e 250 a mortalidade diária

Vão sendo subtraídas 250 abelhas por dia das 10000 iniciais até chegar em 5000 no 20º dia, pois a partir do 21º dia começam a nascer 2000 abelhas diariamente enquanto continuam morrendo 250, então a função passa a ser descrita por  $P(t) = 5000 + 1750(t - 20)$  até o 40º dia.

A partir do dia 21, é subtraído 20 de t, pois a expressão mudou e começaram a nascer abelhas apenas depois do vigésimo primeiro dia. Ao chegar no 40º dia, todas as abelhas do primeiro enxame terão morrido, portanto, não haverá taxa de mortalidade durante 20 dias, tendo então 40000 abelhas e mais 2000 a cada dia, por conseguinte, a lei da função passa a ser representada por  $P(t) = 40000 + 2000(t - 40)$ .

Ao chegar o 61º dia, começam a morrer as abelhas que nasceram na primeira ninhada do 21º dia, assim sendo, nascem 2000 e morrem 2000 por dia na colmeia, e a função passa a ser descrita por  $P(t) = 80000$ , o número de abelhas na colmeia passa a ser constante.

Podemos dizer então, que essa função possui quatro sentenças,

$$P(t) = 10000 - 250t \text{ para } 0 \leq t < 21$$

$$P(t) = 5000 + 1750(t - 20) \text{ para } 21 \leq t < 40$$

$$P(t) = 40000 + 2000(t - 40) \text{ para } 41 \leq t < 60$$

$$P(t) = 80000 \text{ para } t \geq 61$$

Conclui-se que para uma colmeia jovem nessas condições chegar ao seu auge, ela demora 60 dias.

## CONCLUSÃO

A observação e o estudo sobre o comportamento e a comunicação das abelhas *Apis mellifera*, nos proporcionaram aprofundar os conteúdos matemáticos de sequências e funções, num processo de ensino e aprendizagem que buscou a modelagem de situações reais e envolveu um trabalho conjunto de duas disciplinas do curso Técnico em Agropecuária, Matemática e Produção Animal.

Especificamente para o plano de trabalho relativo a sequências matemáticas, o aluno Guilherme expõe:

É confiável dizer que diante essa pesquisa, nota-se uma extrema relação matemática com as abelhas, sendo até necessária em algumas ocasiões do ramo, o que auxilia bastante os apicultores e zootecnistas. Tendo como princípio as observações que fizemos no trabalho, poderíamos auxiliar um

produtor a fazer a contagem da população de abelhas em uma de suas colmeias em sua propriedade a partir de simples cálculos, e é claro, sem precisar contar de uma em uma.

Outro fator contribuinte neste trabalho é que, sabendo a distância que uma abelha percorre de sua colmeia, é possível saber onde se tem uma melhor localização para se colocar uma caixa de abelhas e saber se será suficiente a florada em que está no seu alcance, fazendo o cálculo de quanto mel consome pela tamanho do percurso realizado. E para avisar o restante das campeiras, as abelhas que localizaram uma florada realizam a “dança do requebrado” (uma forma de comunicação) na qual também pode ser encontrada a partir de um cálculo matemático usando as informações (quantidade de circuitos e segundos) captadas na observação da dança.

Diante da sequência de Fibonacci, podemos numerar a quantidade de abelhas em cada geração da árvore genealógica de um zangão, o que é muito interessante tendo em vista que podemos saber essas informações apenas usando a matemática. Um fato curioso, mas que não foi citado na pesquisa, é sobre o número de Ouro que também possui uma relação com as abelhas e sua população, fazendo relação com a sequência de Fibonacci.

**E para o estudo direto com funções, o aluno João Pedro indica:**

Com a distribuição populacional e a troca de informações que ocorrem na sociedade desses insetos. É possível deduzir qual a distância da florada observando a dança das abelhas e descobrir o ritmo do crescimento de uma população recém-formada utilizando conteúdos matemáticos como o plano cartesiano e as funções.

Dentro do trabalho do técnico em agropecuária, esses dados podem auxiliar o produtor a escolher uma localização com uma boa florada para a colmeia, pois as abelhas percorrem um raio de até 2 km, e sobrevoam 40000 km dentro desta área para produzir um litro de mel. É possível também deduzir em quanto tempo uma nova colônia vai demorar para se estabelecer ao ser dividida ou pega da natureza.

Isto posto, os estudantes tiveram oportunidade de aprofundar os conhecimentos em determinada área do seu curso, além de, conhecer metodologias e técnicas estabelecendo novas análises e descobertas com raciocínio crítico mais expandido. Consideramos indispensável que pesquisas constituem a fazer parte da rotina escolar dos estudantes, tanto as voltadas para as disciplinas curriculares propedêuticas como para as específicas. Ao fazerem parte desse projeto os bolsistas puderam ampliar suas habilidades e competências nos domínios científico, econômico, tecnológico, social e ambiental.

Para continuidade da pesquisa, podem-se realizar estudos relativos ao comportamento das abelhas nativas brasileiras, a saber - Uruçu Amarela, Jataí, Mandaçaia, Boca de Sapo, Iraí, dentre outras - assim como foi feito com as *Apis mellifera*, visto que estas espécies também apresentam padrões, mas são pouco estudadas. Bem como o

aprofundamento de questões geométricas, por exemplo: a distribuição espacial na colmeia, sua construção, o uso dos hexágonos nos favos e o espaço abelha.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; Silva, Karina Pessôa da; Vertuan, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 1ª edição. São Paulo: Edições 70, 2011. Título original: L'analyse de Contenu, tradução Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. 2011.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. Ed. 4ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5 ed. 2ª reimpressão. São Paulo : Contexto, 2011.

CAMARGO, João Maria Franco de. **Manual de apicultura**. São Paulo: editora Agronômica Ceres, 1972.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6ª edição. São Paulo: Atlas, 2018.

LINS, Rômulo. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs.), **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Abelhas 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28

Acervo Bibliográfico 72, 73, 77, 79

Análise Combinatória 9, 15, 18

Análise de Documentos 72

### C

Cálculo Diferencial e Integral 82, 83, 84, 85, 86, 90, 91, 141

### D

Domínio não Homogêneo 61, 62, 63, 65, 70

### E

Educação Matemática 29, 42, 52, 73, 83, 84, 90, 91, 115, 116, 117, 120, 122, 136, 141

Ensino 9, 10, 11, 17, 19, 20, 21, 27, 29, 30, 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 72, 73, 75, 79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 101, 102, 103, 104, 115, 116, 117, 118, 119, 121, 122, 126, 135, 136, 137, 138, 139, 141

Ensino de Matemática 42, 50, 72, 73, 80, 117, 119, 141

Ensino Fundamental 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 59, 60, 115, 141

Equação do Transporte 61

Equações Diferenciais 30, 31, 32, 35, 36, 39, 40, 41, 92, 93, 94, 99, 141

Equações Diferenciais Parciais 30, 31, 35, 92, 93, 94

Estudo de Caso Etnográfico 42, 45, 48, 49

### F

Foco na Atenção 117, 119, 122

Função Afim 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17

### G

Geogebra 88, 90, 101, 103, 104, 105, 106, 115

### I

Índices de Reprovação 82, 83, 84

IPVA 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18

### M

Matemática 9, 10, 11, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 40, 42, 43, 44, 45,

47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 72, 73, 75, 79, 80, 83, 84, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 102, 103, 105, 106, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 126, 134, 135, 136, 138, 139, 141

Matemática Avançada 30, 31

Materiais Didáticos Adaptados 117, 118, 119, 120, 121, 133, 136, 138

Memória Institucional 72, 73, 77, 78, 79

Método das Diferenças Finitas 92, 93, 94

Método de Nyström 61, 62, 63, 64, 70

Métodos Numéricos 41, 92, 93, 100

Mudança de Variável 61, 63

## **N**

Número de Aniquilação 1, 2, 3, 4, 5, 6

## **P**

Problema de Nordhaus-Gaddum 1, 2, 3, 4, 5

Problemas Extremais 1

Produção Animal 19, 20, 27

Propriedade do Intervalo 1, 3, 4, 5

Python 92, 93, 97, 100

## **R**

Reforma Curricular 82, 86

## **S**

Sequências e Funções 19, 20

Series de Fourier 30, 32

## **T**

Taxa de Crescimento 9, 10, 11, 16, 17

Transformada de Laplace 30, 31, 33, 34, 35, 36, 38, 39

## **U**

Uso de Tecnologias 82, 89, 103



