

Francisco Odécio Sales
(Organizador)

Pesquisa como Princípio Educativo:

O que podemos aprender com a
Pesquisa em Matemática?

Atena
Editora

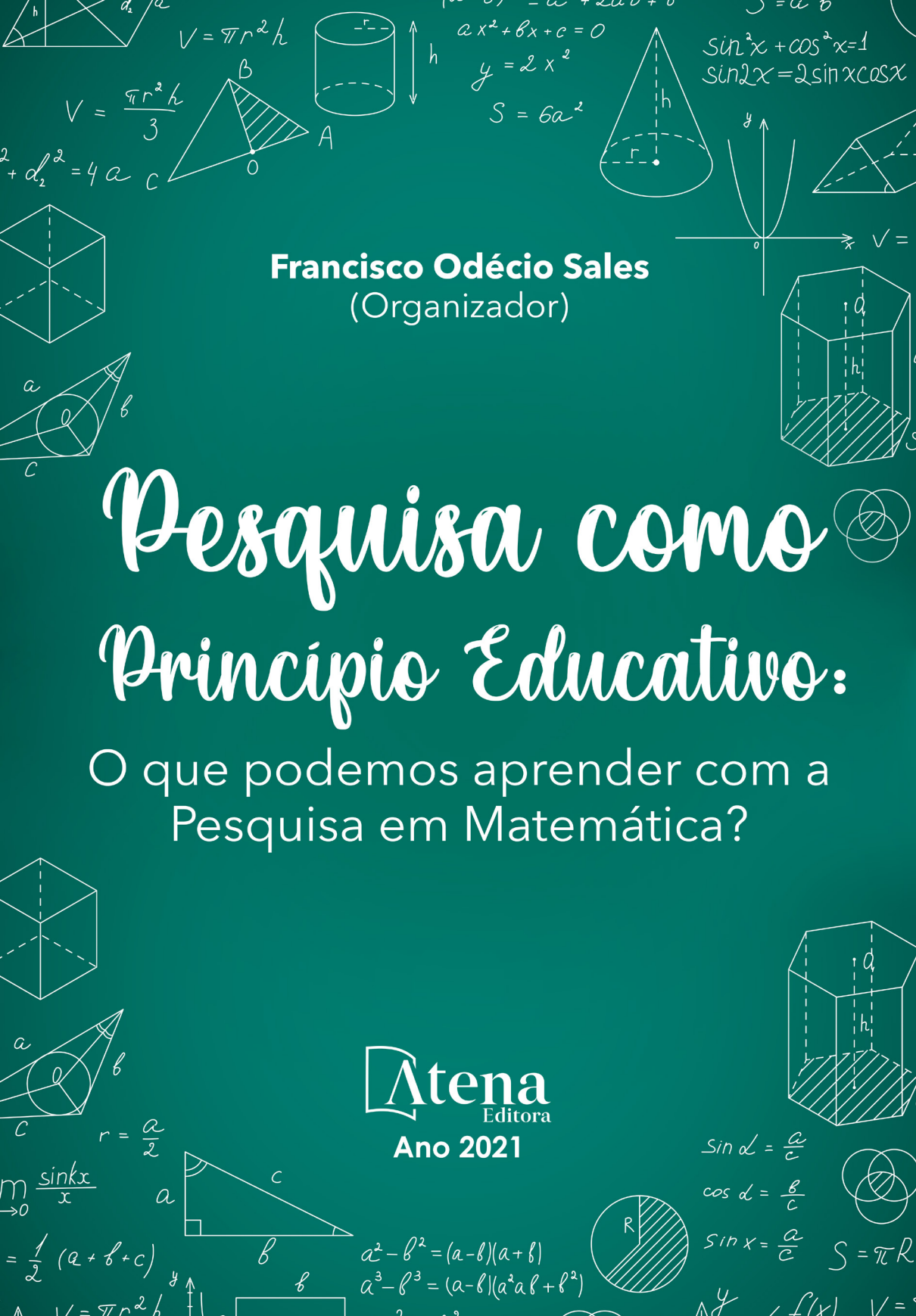
Ano 2021

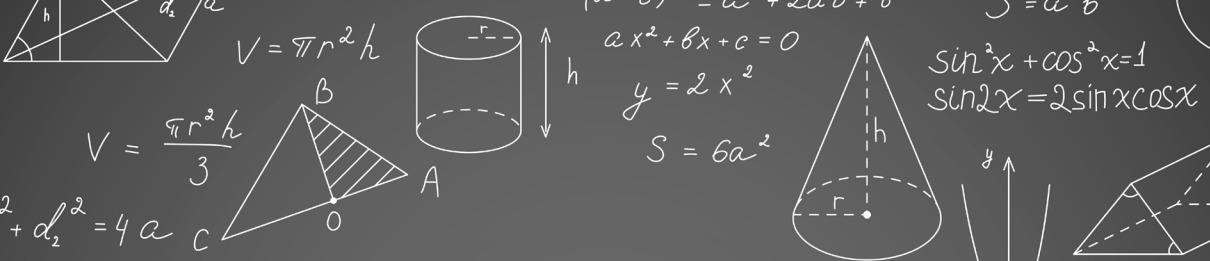
$$\sin d = \frac{a}{c}$$

$$\cos d = \frac{b}{c}$$

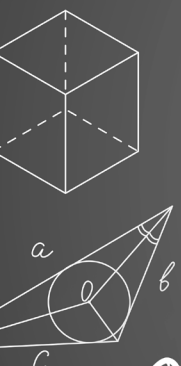
$$\sin x = \frac{a}{c}$$

$$S = \pi R^2$$



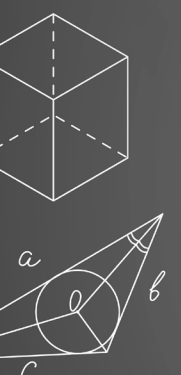


Francisco Odécio Sales
(Organizador)

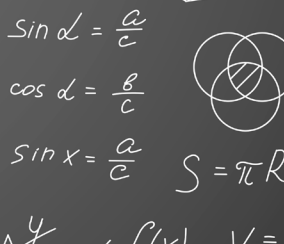
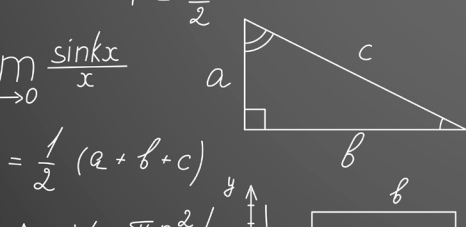
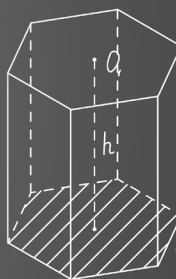


Pesquisa como Princípio Educativo:

O que podemos aprender com a
Pesquisa em Matemática?



Atena
Editora
Ano 2021



Editora Chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes Editoriais

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto Gráfico e Diagramação

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da Capa

Shutterstock

Edição de Arte

Luiza Alves Batista

Revisão

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Elói Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federacl do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalves de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná
Profª Drª Miraniide Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí
Profª Ma. Adriana Regina Vettorazzi Schmitt – Instituto Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional
Profª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Amanda Vasconcelos Guimarães – Universidade Federal de Lavras
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Profª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa
Profª Drª Andrezza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia
Profª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Me. Carlos Augusto Zilli – Instituto Federal de Santa Catarina
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná
Profª Drª Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa

Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia
Prof. Me. Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará
Prof. Me. Francisco Sérgio Lopes Vasconcelos Filho – Universidade Federal do Cariri
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFGA
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenología & Subjetividade/UFPR
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
Profª Ma. Lilian de Souza – Faculdade de Tecnologia de Itu
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
Profª Drª Lúvia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
Profª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz
Profª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof. Me. Luiz Renato da Silva Rocha – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Prof. Dr. Pedro Henrique Abreu Moura – Empresa de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Profª Drª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Rafael Cunha Ferro – Universidade Anhembi Morumbi
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
Profª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática?

Bibliotecária: Janaina Ramos
Diagramação: Luiza Alves Batista
Correção: Vanessa Mottin de Oliveira Batista
Edição de Arte: Luiza Alves Batista
Revisão: Os Autores
Organizador: Francisco Odécio Sales

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática? / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-007-7

DOI 10.22533/at.ed.077212804

1. Matemática. 2. Educação. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 372.7

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou a todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades. Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor. Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Pesquisa em Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior em tempos de Pandemia da COVID 19.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca da Pesquisa Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas. Ressaltamos a presença forte de artigos de Matemática Pura, em especial na área de Análise matemática e equações diferenciais.

Neste volume, concentra trabalhos que abordam sobre Análise Matemática, Matemática Aplicada, Matemática Computacional, formação inicial e continuada, currículo no ensino de matemática, estratégias de ensino para a educação básica, debates e reflexões essenciais para todo o processo educacional. Isto é, apresenta temas diversos e interessantes, de modo, a contribuir para o embasamento teórico e a prática pedagógica do professor que está em exercício ou não. Para os professores que estão em exercício, mais precisamente os professores que ensinam matemática, sem dúvida cada capítulo tem muito a contribuir para com sua prática de ensino, sendo possível conhecer numa dimensão geral ações curriculares acerca da educação básica e ensino superior, entre outros. Para os professores que não estão em exercício por está em processo formativo ou tentando uma vaga para adentrar no chão da sala de aula, os trabalhos apresentam discussões sobre temáticas contemporâneas que colaboram para ter uma compreensão panorâmica do cenário atual da educação, ou melhor, com produções sobre BNCC e as tecnologias

digitais, temáticas bastante mencionadas nos eventos nacionais e internacionais com pesquisadores de diferentes regiões e culturas. Por fim, que você possa se debruçar em cada capítulo e assim possa enriquecer seu aporte teórico e prática pedagógica. Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Francisco Odecio Sales

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

COTAS DO TIPO NORDHAUS-GADDUM PARA O NÚMERO DE ANIQUILAÇÃO

Guilherme Porto

Daniel Alejandro Jaume

Marco Puliti Lartigue

DOI 10.22533/at.ed.0772128041

CAPÍTULO 2..... 9

ESTUDO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS INTRÍNSECOS na LEGISLAÇÃO DO IMPOSTO SOBRE VEÍCULOS AUTOMOTORES

Delfim Dias Bonfim

Carolyne Victória Lopes Barbosa

Wilmar Borges Leal Júnior

Virgílio Lourenço da Silva Neto

DOI 10.22533/at.ed.0772128042

CAPÍTULO 3..... 19

INTEGRANDO A MATEMÁTICA COM AS ABELHAS

Géssica Gonçalves Martins

Cláudia da Cunha Monte Oliveira

Guilherme Almeida Honorato

João Pedro de Aguiar e Matos

DOI 10.22533/at.ed.0772128043

CAPÍTULO 4..... 30

DESENVOLVIMENTO DE PROBLEMAS DE APLICAÇÃO EM ALIMENTOS PARA TÓPICOS DO CÁLCULO IV

Daniela de Almeida Carrea

Érik Eiji Nibe Moriyama

Jorge Lizardo Díaz Calle

DOI 10.22533/at.ed.0772128044

CAPÍTULO 5..... 42

REPRESENTAÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL NUM PROCESSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA SOBRE CONTEÚDOS E METODOLOGIAS

Alice Venturini Oliveira

Lúcio Souza Fassarella

Géssica Gonçalves Martins

DOI 10.22533/at.ed.0772128045

CAPÍTULO 6..... 61

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE EM DOMÍNIO NÃO HOMOGÊNEO

Luana Lazzari

Esequia Sauter

Fábio Souto de Azevedo

DOI 10.22533/at.ed.0772128046

CAPÍTULO 7..... 72

PRESERVAÇÃO DA MEMÓRIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA: ANÁLISE DO ACERVO BIBLIOGRÁFICO DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO FLORES DA CUNHA

Diane Catia Tomasi

DOI 10.22533/at.ed.0772128047

CAPÍTULO 8..... 82

UM HISTÓRICO DE PROPOSTAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO

Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein

DOI 10.22533/at.ed.0772128048

CAPÍTULO 9..... 92

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS PELO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS USANDO PYTHON

Filipe Alexandre Moraes Eismann

Pedro Fellipe Martins Pires

Tiago Martinuzzi Buriol

DOI 10.22533/at.ed.0772128049

CAPÍTULO 10..... 101

UM TRATAMENTO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS MEDIADO PELO GEOGEBRA

Francisco Odecio Sales

DOI 10.22533/at.ed.07721280410

CAPÍTULO 11..... 117

OBJETO EDUCATIVO ADAPTADO POTENCIALIZANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE UMA ESTUDANTE CEGA EM MATEMÁTICA NO INSTITUTO FEDERAL DO ACRE – IFAC, CAMPUS XAPURI

Cristhiane de Souza Ferreira

Sérgio Luiz Pereira Nunes

Salette Maria Chalub Bandeira

DOI 10.22533/at.ed.07721280411

SOBRE O ORGANIZADOR..... 141

ÍNDICE REMISSIVO..... 142

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE EM DOMÍNIO NÃO HOMOGÊNEO

Data de aceite: 20/04/2021

Data de submissão: 05/02/2021

Luana Lazzari

Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Instituto de matemática e estatística
Porto Alegre – Rio Grande do Sul
<http://lattes.cnpq.br/2934453058729362>

Esequia Sauter

Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Instituto de matemática e estatística
Porto Alegre – Rio Grande do Sul
<http://lattes.cnpq.br/6198679141403191>

Fábio Souto de Azevedo

Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Instituto de matemática e estatística
Porto Alegre – Rio Grande do Sul
<http://lattes.cnpq.br/3597389741100371>

RESUMO: Neste trabalho resolvemos numericamente a equação de transporte em domínio não homogêneo com condições de contorno semi-refletivas. A solução deste problema é obtida a partir de um problema equivalente em domínio homogêneo determinado através de uma mudança de variável aplicada ao problema original. A partir desse novo problema derivamos sua formulação integral, removemos as singularidades do operador e por fim discretizamos ele aplicando o método de Nyström. A fim de validar nossa metodologia nós simulamos um problema de transferência

radiativa com albedo variando exponencialmente. Nossos resultados numéricos apresentaram a mesma precisão que os dados encontrados na literatura.

PALAVRAS-CHAVE: Equação do transporte, Domínio não homogêneo, Mudança de variável, Método de Nyström.

SOLUTION OF THE TRANSPORT EQUATION IN A NON-HOMOGENEOUS DOMAIN

ABSTRACT: In this work, we solve numerically the transport equation for a non-homogeneous domain and semi-reflective boundary conditions. The solution of this problem is obtained from an equivalent problem in a homogeneous domain determined from a change of variable applied in the original problem. From this new problem we derive its integral formulation, we remove the singularities of the operator and finally we discretize it using the Nyström method. In order to validate our methodology we simulate a radiative transfer problem with albedo varying exponentially. Our numerical results presented the same accuracy as those data found in the literature.

KEYWORDS: Transport equation, Non-homogeneous domain, Change of variable, Nyström method.

1 | INTRODUÇÃO

A equação de transporte modela diversos fenômenos físicos envolvendo a distribuição de partículas como nêutrons e fótons. Por depender

de sete variáveis, existe apenas uma família restrita de soluções fechadas conhecidas. Isso tem motivado a busca por soluções aproximadas através do desenvolvimento de metodologias numéricas. Neste trabalho, exploramos a formulação integral desse problema e apresentamos resultados analíticos, dos quais extraímos um esquema numérico que empregamos para gerar soluções numéricas de boa qualidade. A equação integral é obtida a partir da integração da equação de transporte ao longo das linhas características.

Diversos grupo de pesquisa tem se debruçado sobre metodologias numéricas, tais como F_N (GARCIA; SIEWERT, 1982), GFD (SAUTER *et al.*, 2013), ADO (BARICHELLO; SIEWERT, 2001), SGF (DOMÍNGUEZ; BARROS, 2007) e Nyström. O método de Nyström, que será empregado no desenvolvimento deste trabalho, consiste em aproximar os operadores integrais em um espaço de dimensão finita através de uma quadratura numérica resultando em um sistema de equações algébricas para o fluxo escalar. Este método tem sido aplicado com sucesso na solução numérica da equação de transporte para diferentes geometrias (DALMOLIN *et al.*, 2017; AZEVEDO *et al.*, 2018; LAZZARI *et al.*, 2019; SAUTER *et al.*, 2019). O fluxo angular pode ser recuperado através do fluxo angular pelo método das características.

Neste trabalho nós desenvolvemos uma solução numérica para o problema de transporte em domínio não homogêneo. Nós aplicamos inicialmente uma mudança da variável no problema original a fim de obter um problema equivalente no meio homogêneo, na sequência derivamos a formulação integral desse novo problema e removemos as singularidades dos operadores. Por fim, nós utilizamos o método de Nyström para aproximar os operadores e definir um sistema o fluxo escalar.

A formulação matemática considerada aqui é dada por,

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial}{\partial x} \Psi(x, \mu) + \sigma_t(x) \Psi(x, \mu) = \frac{\sigma_s(x)}{2} \int_{-1}^1 \Psi(x, \mu') + S(x), \\ \Psi(0, \mu) = \rho_0(\mu) \Psi(0, -\mu) + (1 - \rho_0(\mu)) B_0(\mu), \mu > 0, \\ \Psi(L, \mu) = \rho_L(\mu) \Psi(L, -\mu) + (1 - \rho_L(\mu)) B_L(\mu), \mu < 0, \end{cases} \quad (1)$$

onde $\Psi(x, \mu)$ é o fluxo angular de partículas, $0 \leq x \leq L$ é a variável espacial e μ é o cosseno do ângulo formado entre a direção de propagação das partículas e o eixo x . A função (S) representa o termo fonte, B_0 e B_L a contribuição da fronteira e $0 \geq \rho_0, \rho_L \leq 1$ os coeficientes de reflexão. A função $\sigma_s(x)$ seção de choque de espalhamento, representa a probabilidade das partículas interagirem com o meio e mudarem de direção enquanto a seção de choque macroscópica total, $\sigma_t(x)$, representa a soma de todas as possíveis interação das partículas com o meio, como por exemplo, espalhamento, absorção e fissão. Neste contexto consideramos $\sigma_t(x) > \sigma_s(x)$, $\sigma_t(x) > 0$ e $\sigma_s(x) > 0$.

21 METODOLOGIA

Nesta seção apresentamos a nossa proposta metodológica para determinar a solução do problema de transporte. Iniciamos transformando o problema (1) que está definido no domínio não homogêneo, em um problema equivalente em meio homogêneo através de uma mudança de variável. Na sequência determinamos a formulação integral desse novo problema, removemos as singularidades do operador integral e discretizamos esse operador aplicando o método de Nyström.

A mudança de variável que propomos é dada pela função

$$y(x) = \int_0^x \sigma_t(\tau) d\tau, \quad (2)$$

e quando aplicada em (1) obtemos o problema equivalente em meio homogêneo,

$$\mu \frac{\partial}{\partial x} \bar{\Psi}(y, \mu) + \bar{\Psi}(y, \mu) = \frac{\bar{\sigma}_s(y)}{2\bar{\sigma}_t(y)} \int_{-1}^1 \bar{\Psi}(y, \mu') d\mu' + \frac{\bar{S}(y)}{\bar{\sigma}_t(y)}, \quad (3)$$

sujeito às condições de contorno dadas em (1).

Definido este novo problema, nós determinamos sua formulação integral a partir da definição para o fluxo escalar que é dada por

$$\bar{\Phi}(y) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \bar{\Psi}(y, \mu) d\mu = \frac{1}{2} \int_0^1 [\bar{\Psi}(y, -\mu) + \bar{\Psi}(y, \mu)] d\mu. \quad (4)$$

Os fluxos angulares $\bar{\Psi}(y, \mu)$ e $\bar{\Psi}(y, -\mu)$ dados na equação (4), são determinados a partir da equação (3) escrita da seguinte forma

$$\frac{\partial}{\partial y} \bar{\Psi}(y, \mu) + \frac{\bar{\Psi}(y, \mu)}{\mu} = \frac{\bar{Q}(y)}{\mu}, \quad (5)$$

onde $\bar{Q}(y) = \frac{\bar{\sigma}_s(y)}{\bar{\sigma}_t(y)} \bar{\Phi}(y) + \frac{\bar{S}(y)}{\bar{\sigma}_t(y)}$. Considerando a solução desta equação podemos escrever o fluxo escalar (4) como a soma dos operadores L_g e L_b , ou seja,

$$\bar{\Phi}(y) = L_g \left(\frac{\bar{\sigma}_s(y)}{\bar{\sigma}_t(y)} \bar{\Phi}(y) \right) + \bar{g}(y), \quad (6)$$

onde $\bar{g}(y) = L_g \left(\frac{\bar{S}(y)}{\bar{\sigma}_t(y)} \right) + L_b \bar{B}(y)$.

Os operadores L_g e L_b são dados por

$$L_b \bar{B}(y) = \int_0^1 \left[\frac{(1 - \rho_L(-\mu))B_L(-\mu)\rho_0(\mu)e^{-\frac{1}{\mu}(y+L)} + (1 - \rho_0(\mu))B_0(\mu)e^{-\frac{y}{\mu}} + (1 - \rho_L(-\mu))B_L(-\mu)e^{-\frac{1}{\mu}(L-y)}}{2\left(1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}\right)} + \frac{(1 - \rho_0(\mu))B_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{1}{\mu}(2L-y)}}{2\left(1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}\right)} \right] d\mu. \quad (7)$$

e

$$L_g \bar{Q}(y) = \int_0^L \bar{k}(y, \tau) \bar{Q}(\tau) d\tau, \quad (8)$$

com núcleo $\bar{k}(y, \tau)$ dado por

$$\bar{k}(y, \tau) = \int_0^1 \left[\frac{\rho_L(-\mu)e^{-\frac{1}{\mu}(2L-\tau-y)} + \rho_0(\mu)e^{-\frac{1}{\mu}(y+\tau)}}{2\mu\left(1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}\right)} + \frac{e^{-\frac{1}{\mu}|\tau-y|}}{2\mu} + \frac{\rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}\left(e^{-\frac{1}{\mu}(\tau-y)} + e^{-\frac{1}{\mu}(y-\tau)}\right)}{2\mu\left(1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}\right)} \right] d\mu. \quad (9)$$

A função $\bar{k}(y, \tau)$ apresenta uma singularidade quando $\tau = y$. Para removermos a singularidade vamos aplicar a técnica de subtração de singularidade e com isso a equação (6) fica da forma

$$\bar{\Phi}(y) = \int_0^L \bar{k}(y, \tau) \left(\frac{\bar{\sigma}_s(\tau)}{\bar{\sigma}_t(\tau)} \bar{\Phi}(\tau) - \frac{\bar{\sigma}_s(y)}{\bar{\sigma}_t(y)} \bar{\Phi}(y) \right) d\tau + \bar{\Phi}(y) \bar{R}(y) \frac{\bar{\sigma}_s(y)}{\bar{\sigma}_t(y)} + \bar{g}(y), \quad (10)$$

onde $\bar{R}(y) = \int_0^L \bar{k}(y, \tau) d\tau$.

Por fim, aproximamos o operador integral da equação (10) utilizando o método de Nyström e avaliamos o fluxo escalar em cada ponto i da malha, ou seja,

$$\bar{\Phi}(y_i) \approx \sum_{\substack{j=1 \\ \tau_j \neq x}}^N w(\tau_j) \bar{k}(y_i, \tau_j) \left(\frac{\bar{\sigma}_s(\tau_j)}{\bar{\sigma}_t(\tau_j)} \bar{\Phi}(\tau_j) - \frac{\bar{\sigma}_s(y_i)}{\bar{\sigma}_t(y_i)} \bar{\Phi}(y_i) \right)$$

$$+ \bar{\Phi}(y_i)\bar{R}(y_i)\frac{\bar{\sigma}_s(y_i)}{\bar{\sigma}_t(y_i)} + \bar{g}(y_i). \quad (11)$$

3 | RESULTADOS NUMÉRICOS

Com o objetivo de verificar a eficiência da metodologia em determinar a solução do problema de transporte em domínio não homogêneo, nós simulamos um problema de transferência radiativa com albedo variando exponencialmente apresentado por Garcia e Siewert (GARCIA; SIEWERT, 1982). Neste trabalho os autores calculam os coeficientes A^* e B^* , os quais representam a relação da intensidade de radiação que saem dos extremos da placa, aplicando o método F_N .

Os parâmetros A^* e B^* são definidos da seguinte forma,

$$A^* = \frac{\int_0^1 \bar{\Psi}(0, -\mu)\mu d\mu}{\int_0^1 [B_0(\mu) + B_L(\mu)]\mu d\mu} \quad (12)$$

e

$$B^* = \frac{\int_0^1 \bar{\Psi}(L, -\mu)\mu d\mu}{\int_0^1 [B_0(\mu) + B_L(\mu)]\mu d\mu}. \quad (13)$$

As distribuições de saída, $\bar{\Psi}(0, -\mu)$ e $\bar{\Psi}(L, -\mu)$, apresentadas em (12) e (13) são determinadas a partir do fluxo escalar pelas seguintes equações

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}(0, -\mu) = & \frac{1 - \rho_L(\mu)B_L(\mu)e^{-\frac{L}{\mu}} + (1 - \rho_0(\mu))B_0(\mu)\rho_L(\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}}{1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}} \\ & + \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{w(\tau_j)\rho_L(-\mu)[\bar{\sigma}_s(\tau_j)\bar{\Phi}(\tau_j) + \bar{S}(\tau_j)]}{1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}} \left[\frac{\rho_0(\mu)e^{-\frac{1}{\mu}(2L-\tau_j)}}{\mu} + \frac{e^{-\frac{1}{\mu}(2L+\tau_j)}}{\mu} \right] \right. \\ & \left. + \frac{w(\tau_j)e^{-\frac{\tau_j}{\mu}}}{\mu} [\bar{\sigma}_s(\tau_j)\bar{\Phi}(\tau_j) + \bar{S}(\tau_j)] \right\}, \quad (14) \end{aligned}$$

e

$$\bar{\Psi}(L, \mu) = \frac{1 - \rho_0(\mu)B_0(\mu)e^{-\frac{L}{\mu}} + (1 - \rho_L(-\mu))B_L(-\mu)\rho_0(\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}}{1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}} + \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{w(\tau_j)\rho_0(\mu)[\bar{\sigma}_s(\tau_j)\bar{\Phi}(\tau_j) + \bar{S}(\tau_j)]}{1 - \rho_0(\mu)\rho_L(-\mu)e^{-\frac{2L}{\mu}}} \left[\frac{\rho_L(\mu)e^{-\frac{1}{\mu}(3L-\tau_j)}}{\mu} + \frac{e^{-\frac{1}{\mu}(L+\tau_j)}}{\mu} \right] + \frac{w(\tau_j)e^{-\frac{1}{\mu}(L-\tau_j)}}{\mu} [\bar{\sigma}_s(\tau_j)\bar{\Phi}(\tau_j) + \bar{S}(\tau_j)] \right\}. \quad (15)$$

Para validar nossos resultados numéricos com os de Garcia e Siewert, (GARCIA; SIEWERT, 1982) nós consideramos $\rho_0(\mu) = \rho_L(\mu) = B_L(\mu) = 0$, $B_L(\mu) = \delta(\mu - 0.9)$. $S(x) = 0$, $\sigma_1(x) = 1\text{cm}^{-1}$ e $\sigma_s(x) = e^{-x/s} \text{cm}^{-1}$ com $0 < w_0 \leq 1$ e $s > 0$. O algoritmo foi implementado em linguagem de programação C com o uso de rotinas da GNU scientific library e nas simulações nós consideramos a quadratura de Gauss-Legendre.

Nas tabelas a seguir, nós apresentamos os resultados numéricos para os coeficientes A^* e B^* com w_0 igual a 0.7, 0.9 e 1.0 e s variando entre 1 e 1000. Consideramos a solução para os domínios $L=0.1\text{cm}$, $L=1.0\text{cm}$, $L=5.0\text{cm}$ e $L=10.0\text{cm}$.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.330938E-1	0.330938E-1	0.330938E-1	0.330938E-1	0.330938E-1
	10	0.346827E-1	0.346827E-1	0.346827E-1	0.346827E-1	0.346827E-1
	100	0.348478E-1	0.348478E-1	0.348478E-1	0.348478E-1	0.348478E-1
	1000	0.348644E-1	0.348644E-1	0.348644E-1	0.348644E-1	0.348644E-1
0.9	1	0.440808E-1	0.440807E-1	0.440808E-1	0.440808E-1	0.440808E-1
	10	0.462818E-1	0.462818E-1	0.462818E-1	0.462818E-1	0.462818E-1
	100	0.465110E-1	0.465110E-1	0.465110E-1	0.465110E-1	0.465110E-1
	1000	0.465340E-1	0.465340E-1	0.465340E-1	0.465340E-1	0.465340E-1
1.0	1	0.498765E-1	0.498765E-1	0.498765E-1	0.498765E-1	0.498765E-1
	10	0.524177E-1	0.524176E-1	0.524177E-1	0.524177E-1	0.524177E-1
	100	0.526825E-1	0.526825E-1	0.526825E-1	0.526825E-1	0.526825E-1
	1000	0.527091E-1	0.527091E-1	0.527091E-1	0.527091E-1	0.527091E-1

Tabela 1: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente A^* em $L=0.1\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.115005	0.115005	0.115005	0.115005	0.115005
	10	0.168417	0.168417	0.168417	0.168417	0.168417
	100	0.177022	0.177022	0.177022	0.177022	0.177022
	1000	0.177937	0.177939	0.177937	0.177937	0.177937
0.9	1	0.166283	0.166283	0.166283	0.166283	0.166283
	10	0.265719	0.265719	0.265719	0.265719	0.265719
	100	0.284075	0.284075	0.284075	0.284075	0.284075
	1000	0.286074	0.286074	0.286074	0.286074	0.286074
1.0	1	0.197101	0.197101	0.197101	0.197101	0.197101
	10	0.334012	0.334012	0.334012	0.334012	0.334012
	100	0.361677	0.361677	0.361677	0.361677	0.361677
	1000	0.364743	0.364743	0.364743	0.364743	0.364743

Tabela 2: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente A^* em $L=1.0\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.118853	0.118853	0.118853	0.118853	0.118853
	10	0.196979	0.196979	0.196979	0.196979	0.196979
	100	0.216745	0.216746	0.216745	0.216745	0.216745
	1000	0.219185	0.219186	0.219185	0.219185	0.219185
0.9	1	0.172617	0.172617	0.172617	0.172617	0.172617
	10	0.340243	0.340244	0.340243	0.340243	0.340243
	100	0.414247	0.414248	0.414247	0.414247	0.414247
	1000	0.426863	0.426861	0.426863	0.426863	0.426863
1.0	1	0.205174	0.205175	0.205174	0.205174	0.205174
	10	0.466152	0.466154	0.466153	0.466153	0.466152
	100	0.679431	0.679433	0.679431	0.679431	0.679431
	1000	0.745105	0.745107	0.745105	0.745105	0.745105

Tabela 3: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente A^* em $L=5.0\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.118853	0.118854	0.118853	0.118853	0.118853
	10	0.196985	0.196986	0.196985	0.196985	0.196985
	100	0.216786	0.216787	0.216786	0.216786	0.216786
	1000	0.219239	0.219240	0.219239	0.219239	0.219239
0.9	1	0.172617	0.172618	0.172617	0.172617	0.172617
	10	0.340278	0.340282	0.340278	0.340278	0.340278
	100	0.415321	0.415325	0.415321	0.415321	0.415321
	1000	0.428844	0.428848	0.428845	0.428844	0.428844
1.0	1	0.205174	0.205177	0.205175	0.205174	0.205174
	10	0.466262	0.466269	0.466263	0.466262	0.466262
	100	0.698436	0.698447	0.698438	0.698436	0.698436
	1000	0.828402	0.828412	0.828403	0.828402	0.828402

Tabela 4: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente A^* em $L=10.0\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.927586	0.927586	0.927586	0.927586	0.927586
	10	0.929322	0.929322	0.929322	0.929322	0.929322
	100	0.29503	0.29503	0.29503	0.29503	0.29503
	1000	0.929521	0.929521	0.929521	0.929521	0.929521
0.9	1	0.901829	0.901829	0.901829	0.901829	0.901829
	10	0.938462	0.938462	0.938462	0.938462	0.938462
	100	0.941112	0.941112	0.941112	0.941112	0.941112
	1000	0.941137	0.941137	0.941137	0.941137	0.941137
1.0	1	0.944201	0.944201	0.944201	0.944201	0.944201
	10	0.946967	0.946967	0.946967	0.946967	0.946967
	100	0.947256	0.947256	0.947256	0.947256	0.947256
	1000	0.947285	0.947285	0.947285	0.947285	0.947285

Tabela 5: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente B^* em $L=0.1\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.394446	0.394446	0.394446	0.394446	0.394446
	10	0.457548	0.457548	0.457548	0.457548	0.457548
	100	0.468911	0.468911	0.468911	0.468911	0.468911
	1000	0.470135	0.470135	0.470135	0.470135	0.470135
0.9	1	0.424179	0.424179	0.424179	0.424179	0.424179
	10	0.537932	0.537932	0.537932	0.537932	0.537932
	100	0.561324	0.561324	0.561324	0.561324	0.561324
	1000	0.56390	0.56390	0.56390	0.56390	0.56390
1.0	1	0.442193	0.442193	0.442193	0.442193	0.442193
	10	0.596084	0.596084	0.596084	0.596084	0.596084
	100	0.630603	0.630603	0.630603	0.630603	0.630603
	1000	0.634477	0.634477	0.634477	0.634477	0.634477

Tabela 6: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente B^* em $L=1.0\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.444660E-2	0.444660E-2	0.444660E-2	0.444660E-2	0.444660E-2
	10	0.101850E-1	0.101849E-1	0.101850E-1	0.101850E-1	0.101850E-1
	100	0.169413E-1	0.169412E-1	0.169413E-1	0.169413E-1	0.169413E-1
	1000	0.182531E-1	0.182529E-1	0.182531E-1	0.182531E-1	0.182531E-1
0.9	1	0.470936E-2	0.470936E-2	0.470936E-2	0.470936E-2	0.470936E-2
	10	0.187395E-1	0.187394E-1	0.187395E-1	0.187395E-1	0.187395E-1
	100	0.554371E-1	0.554365E-1	0.554370E-1	0.554371E-1	0.554371E-1
	1000	0.666423E-1	0.666415E-1	0.666422E-1	0.666423E-1	0.666423E-1
1.0	1	0.486873E-2	0.486873E-2	0.486873E-2	0.486873E-2	0.486873E-2
	10	0.291545E-1	0.291543E-1	0.291545E-1	0.291545E-1	0.291545E-1
	100	0.163099	0.163097	0.163098	0.163099	0.163099
	1000	0.234432	0.234430	0.234432	0.234432	0.234432

Tabela 7: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente B^* em $L=5.0\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

w_0	s	F_N	N=101	N=201	N=401	N=801
0.7	1	0.169928E-4	0.169928E-4	0.169928E-4	0.169928E-4	0.169928E-4
	10	0.515608E-4	0.515594E-4	0.515606E-4	0.515608E-4	0.515608E-4
	100	0.210501E-3	0.210481E-3	0.210498E-3	0.210500E-3	0.210501E-3
	1000	0.280169E-3	0.280139E-3	0.280165E-3	0.280168E-3	0.280169E-3
0.9	1	0.179231E-4	0.179232E-4	0.179231E-4	0.179231E-4	0.179231E-4
	10	0.110683E-4	0.110683E-4	0.110683E-4	0.110683E-4	0.110683E-4
	100	0.212273E-2	0.212238E-2	0.212269E-2	0.212273E-2	0.212273E-2
	1000	0.446877E-2	0.446800E-2	0.446867E-2	0.446876E-2	0.446877E-2
1.0	1	0.184882E-4	0.184882E-4	0.184882E-4	0.184882E-4	0.184882E-4
	10	0.191149E-3	0.191135E-3	0.191147E-3	0.191149E-3	0.191149E-3
	100	0.187701E-1	0.187673E-1	0.187698E-1	0.187701E-1	0.187701E-1
	1000	0.102816	0.102806	0.102814	0.102815	0.102816

Tabela 8: Comparação dos resultados numéricos para o coeficiente B^* em $L=10.0\text{cm}$ com os resultados publicados em (GARCIA; SIEWERT, 1982).

Fonte: do autor.

Nas tabelas de 1 a 8, nós apresentamos a comparação dos resultados numéricos para os coeficientes A^* e B^* obtidos pela metodologia proposta neste trabalho com os resultados apresentados no trabalho de Garcia e Siewert (GARCIA; SIEWERT, 1982). Nossa metodologia se mostrou eficiente na determinação da solução do problema de transferência radiativa, cuja função albedo varia exponencialmente, apresentando a mesma precisão que os dados calculados por Garcia e Siewert (GARCIA; SIEWERT, 1982). Como já era esperado, quando maior o domínio considerado na simulação, mais pontos na malha são necessários para obter a convergência da solução. Nos casos cujo domínio é igual a $L=0.1\text{cm}$, obtemos 6 dígitos de precisão com apenas 101 pontos na malha enquanto que para domínios maiores, como $L=10.0\text{cm}$, foi necessário tomar $N=801$ pontos.

4 | CONCLUSÕES

Neste trabalho nós exploramos a solução numérica para o problema de transporte em domínio não homogêneo através de uma metodologia baseada no método de Nyström. O principal passo dessa metodologia é uma mudança de variáveis aplicada no problema original a fim de obter um problema equivalente em meio homogêneo e facilitar a solução do mesmo. O problema obtido recai em uma equação com núcleo singular e exige uma remoção de singularidade.

Como pode ser observado nos resultados numéricos, esta estratégia, aplicada juntamente com a técnica de remoção das singularidades do operador integral e a aproximação do mesmo pelo método de Nyström, apresentou um bom desempenho visto

que a solução calculada tem a mesma precisão que os dados obtidos por Garcia e Siewert (GARCIA; SIEWERT, 1982).

AGRADECIMENTOS

Luana Lazzari agradece o suporte pela bolsa de doutorado do CNPq (Brasil).

REFERÊNCIAS

BARICHELLO, L. B., SIEWERT C. E. **A new version of the discrete-ordinates method.** In: Proc. of the 2nd Conf. on Comput. Heat and Mass Transfer (COPPE/EE/UFRJ), 2001, Rio de Janeiro, Brasil.

DALMOLIN, D.; DE AZEVEDO F. S.; SAUTER, E. **Nyström method in transport equation.** In: Proceeding of INAC 2017 International Nuclear Atlantic Conference, 2017, Belo Horizonte, Brasil.

DE AZEVEDO, F. S., SAUTER, E., KONZEN, P. H. A., THOMPSON, M., BARICHELLO, L. B. **Integral formulation and numerical simulations for the neutron transport equation in X-Y geometry.** *Annals of Nuclear Energy*, 112, 735-747, 2018.

DOMÍNGUEZ, D. S., BARROS, R. C. **The spectral Green's function linear-nodal method for one-speed X, Y-geometry discrete ordinates deep penetration problems.** *Annals of Nuclear Energy*, 34, 958-966, 2007.

GARCIA, R. D. M., SIEWERT, C. E. **Radiative transfer in finite inhomogeneous plane-parallel atmospheres.** *Journal of Quantitative Spectroscopy e Radiative Transfer*, 27, 141-148, 1982.

LAZZARI, L., DE AZEVEDO, F. SAUTER, E. **Simulation for non-homogeneous transport equation by Nyström method.** In: Proceeding of INAC 2019 International Nuclear Atlantic Conference, 2019, São Paulo, Brasil.

SAUTER, E., DE AZEVEDO, F. S., KONZEN, P. H. A. **Nyström Method Applied to the Transport Equation in a Semi-Reflective Rectangle.** *Journal of Computational and Theoretical Transport*, 2332-4325, 2019.

SAUTER, E., DE AZEVEDO, F., THOMPSON, M., VILHENA, M.T. **Solution of the one-dimensional transport equation by the vector green function method: Error bounds and simulation.** *Applied Mathematics and Computation*, 11291-11301, 2013.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Abelhas 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28

Acervo Bibliográfico 72, 73, 77, 79

Análise Combinatória 9, 15, 18

Análise de Documentos 72

C

Cálculo Diferencial e Integral 82, 83, 84, 85, 86, 90, 91, 141

D

Domínio não Homogêneo 61, 62, 63, 65, 70

E

Educação Matemática 29, 42, 52, 73, 83, 84, 90, 91, 115, 116, 117, 120, 122, 136, 141

Ensino 9, 10, 11, 17, 19, 20, 21, 27, 29, 30, 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 72, 73, 75, 79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 101, 102, 103, 104, 115, 116, 117, 118, 119, 121, 122, 126, 135, 136, 137, 138, 139, 141

Ensino de Matemática 42, 50, 72, 73, 80, 117, 119, 141

Ensino Fundamental 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 59, 60, 115, 141

Equação do Transporte 61

Equações Diferenciais 30, 31, 32, 35, 36, 39, 40, 41, 92, 93, 94, 99, 141

Equações Diferenciais Parciais 30, 31, 35, 92, 93, 94

Estudo de Caso Etnográfico 42, 45, 48, 49

F

Foco na Atenção 117, 119, 122

Função Afim 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17

G

Geogebra 88, 90, 101, 103, 104, 105, 106, 115

I

Índices de Reprovação 82, 83, 84

IPVA 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18

M

Matemática 9, 10, 11, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 40, 42, 43, 44, 45,

47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 72, 73, 75, 79, 80, 83, 84, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 102, 103, 105, 106, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 126, 134, 135, 136, 138, 139, 141

Matemática Avançada 30, 31

Materiais Didáticos Adaptados 117, 118, 119, 120, 121, 133, 136, 138

Memória Institucional 72, 73, 77, 78, 79

Método das Diferenças Finitas 92, 93, 94

Método de Nyström 61, 62, 63, 64, 70

Métodos Numéricos 41, 92, 93, 100

Mudança de Variável 61, 63

N

Número de Aniquilação 1, 2, 3, 4, 5, 6

P

Problema de Nordhaus-Gaddum 1, 2, 3, 4, 5

Problemas Extremais 1

Produção Animal 19, 20, 27

Propriedade do Intervalo 1, 3, 4, 5

Python 92, 93, 97, 100

R

Reforma Curricular 82, 86

S

Sequências e Funções 19, 20

Series de Fourier 30, 32

T

Taxa de Crescimento 9, 10, 11, 16, 17

Transformada de Laplace 30, 31, 33, 34, 35, 36, 38, 39

U

Uso de Tecnologias 82, 89, 103

