

**Francisco Odécio Sales**  
(Organizador)

# Pesquisa como Princípio Educativo:

O que podemos aprender com a  
Pesquisa em Matemática?

**Atena**  
Editora

Ano 2021

$$\sin d = \frac{a}{c}$$

$$\cos d = \frac{b}{c}$$

$$\sin x = \frac{a}{c}$$

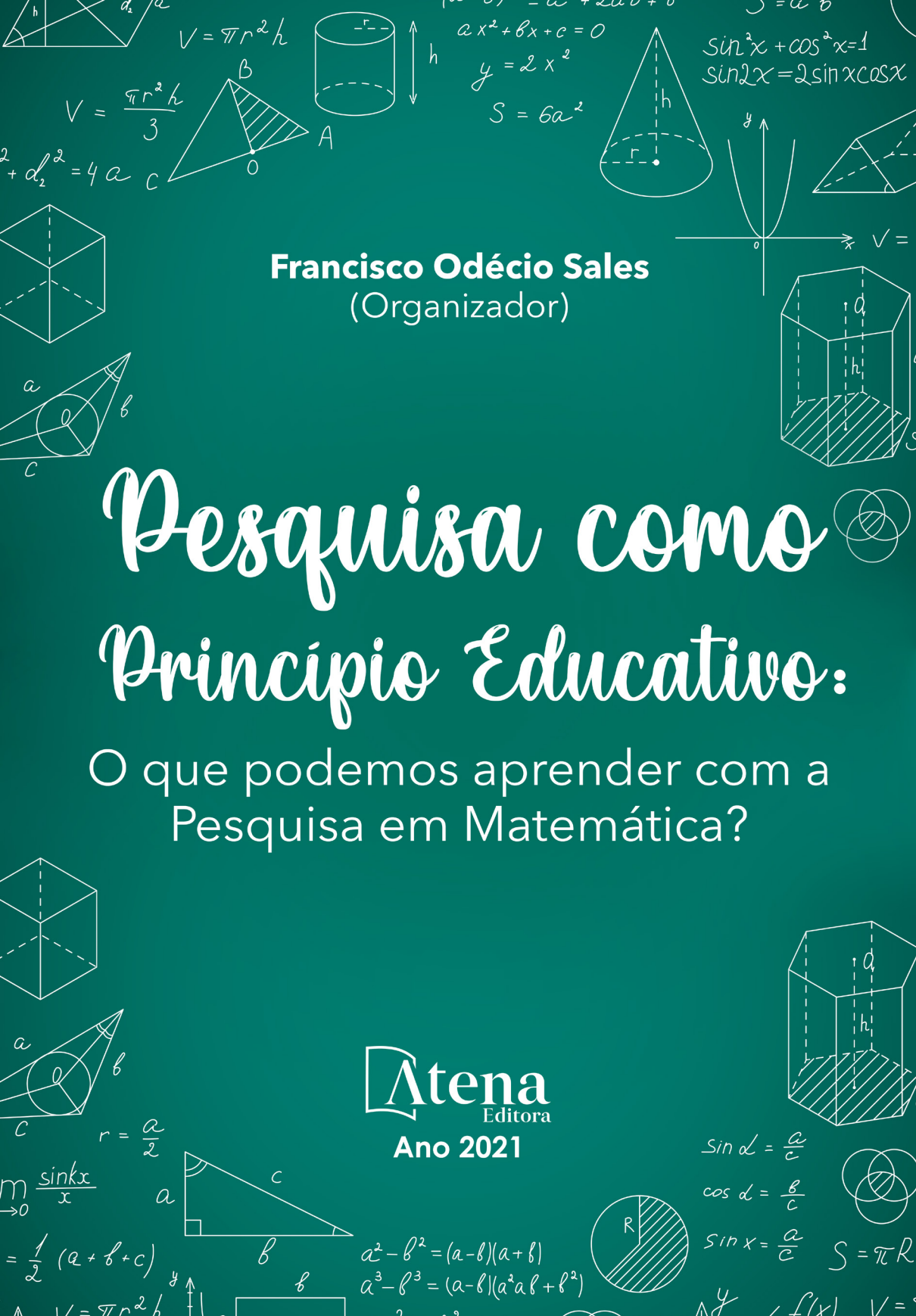
$$S = \pi R$$

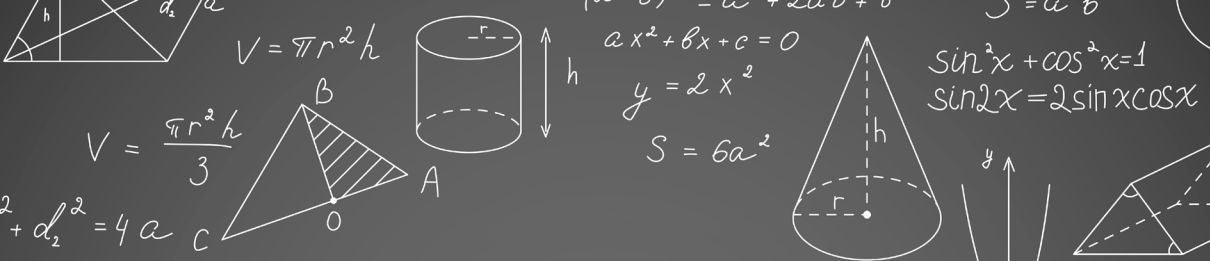
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$



$$y = f(x) \quad V =$$

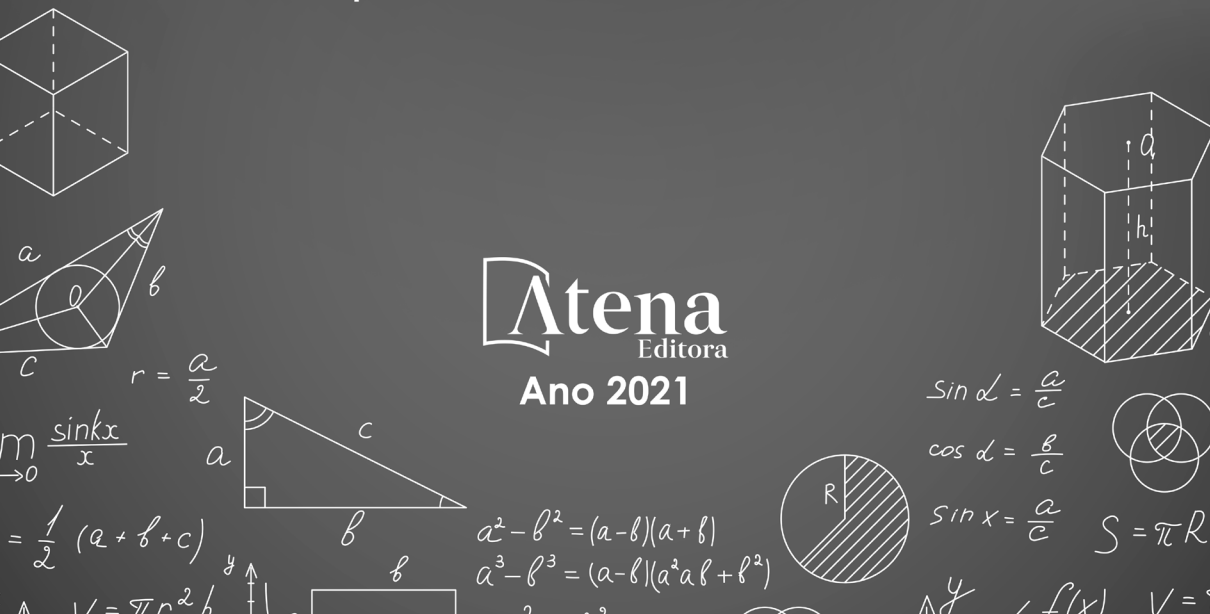




**Francisco Odécio Sales**  
(Organizador)

# Pesquisa como Princípio Educativo:

O que podemos aprender com a  
Pesquisa em Matemática?



**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Jayme Augusto Peres – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Fernanda Miguel de Andrade – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federacl do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Welma Emidio da Silva – Universidade Federal Rural de Pernambuco

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalves de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

#### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Edna Alencar da Silva Rivera – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Drª Fernanda Tonelli – Instituto Federal de São Paulo,  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miraniide Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

#### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Profª Ma. Adriana Regina Vettorazzi Schmitt – Instituto Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais  
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Profª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Amanda Vasconcelos Guimarães – Universidade Federal de Lavras  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
Profª Drª Andrezza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Profª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Me. Carlos Augusto Zilli – Instituto Federal de Santa Catarina  
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná  
Profª Drª Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa

Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein  
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará  
Prof. Me. Francisco Sérgio Lopes Vasconcelos Filho – Universidade Federal do Cariri  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFGA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenología & Subjetividade/UFPR  
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Profª Ma. Lilian de Souza – Faculdade de Tecnologia de Itu  
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Profª Drª Lúvia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Profª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz  
Profª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Me. Luiz Renato da Silva Rocha – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Dr. Pedro Henrique Abreu Moura – Empresa de Pesquisa Agropecuária de Minas Gerais  
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Profª Drª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Rafael Cunha Ferro – Universidade Anhembi Morumbi  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Renan Monteiro do Nascimento – Universidade de Brasília  
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa  
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista



## Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática?

**Bibliotecária:** Janaina Ramos  
**Diagramação:** Luiza Alves Batista  
**Correção:** Vanessa Mottin de Oliveira Batista  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizador:** Francisco Odécio Sales

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisa como princípio educativo: o que podemos aprender com a pesquisa em matemática? / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-007-7

DOI 10.22533/at.ed.077212804

1. Matemática. 2. Educação. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 372.7

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

## APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou a todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades. Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor. Esta obra reúne importantes trabalhos que tem como foco a Pesquisa em Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem em salas de aula do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior em tempos de Pandemia da COVID 19.

A importância deste livro está na excelência e variedade de abordagens, recursos e discussões teóricas e metodológicas acerca da Pesquisa Matemática em diversos níveis de ensino, decorrentes das experiências e vivências de seus autores no âmbito de pesquisas e práticas. Ressaltamos a presença forte de artigos de Matemática Pura, em especial na área de Análise matemática e equações diferenciais.

Neste volume, concentra trabalhos que abordam sobre Análise Matemática, Matemática Aplicada, Matemática Computacional, formação inicial e continuada, currículo no ensino de matemática, estratégias de ensino para a educação básica, debates e reflexões essenciais para todo o processo educacional. Isto é, apresenta temas diversos e interessantes, de modo, a contribuir para o embasamento teórico e a prática pedagógica do professor que está em exercício ou não. Para os professores que estão em exercício, mais precisamente os professores que ensinam matemática, sem dúvida cada capítulo tem muito a contribuir para com sua prática de ensino, sendo possível conhecer numa dimensão geral ações curriculares acerca da educação básica e ensino superior, entre outros. Para os professores que não estão em exercício por está em processo formativo ou tentando uma vaga para adentrar no chão da sala de aula, os trabalhos apresentam discussões sobre temáticas contemporâneas que colaboram para ter uma compreensão panorâmica do cenário atual da educação, ou melhor, com produções sobre BNCC e as tecnologias

digitais, temáticas bastante mencionadas nos eventos nacionais e internacionais com pesquisadores de diferentes regiões e culturas. Por fim, que você possa se debruçar em cada capítulo e assim possa enriquecer seu aporte teórico e prática pedagógica. Desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados, na expectativa de que essa coletânea contribua para suas pesquisas e práticas pedagógicas.

Francisco Odecio Sales

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **COTAS DO TIPO NORDHAUS-GADDUM PARA O NÚMERO DE ANIQUILAÇÃO**

Guilherme Porto

Daniel Alejandro Jaume

Marco Puliti Lartigue

**DOI 10.22533/at.ed.0772128041**

### **CAPÍTULO 2..... 9**

#### **ESTUDO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS INTRÍNSECOS na LEGISLAÇÃO DO IMPOSTO SOBRE VEÍCULOS AUTOMOTORES**

Delfim Dias Bonfim

Carolyne Victória Lopes Barbosa

Wilmar Borges Leal Júnior

Virgílio Lourenço da Silva Neto

**DOI 10.22533/at.ed.0772128042**

### **CAPÍTULO 3..... 19**

#### **INTEGRANDO A MATEMÁTICA COM AS ABELHAS**

Géssica Gonçalves Martins

Cláudia da Cunha Monte Oliveira

Guilherme Almeida Honorato

João Pedro de Aguiar e Matos

**DOI 10.22533/at.ed.0772128043**

### **CAPÍTULO 4..... 30**

#### **DESENVOLVIMENTO DE PROBLEMAS DE APLICAÇÃO EM ALIMENTOS PARA TÓPICOS DO CÁLCULO IV**

Daniela de Almeida Carrea

Érik Eiji Nibe Moriyama

Jorge Lizardo Díaz Calle

**DOI 10.22533/at.ed.0772128044**

### **CAPÍTULO 5..... 42**

#### **REPRESENTAÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL NUM PROCESSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA SOBRE CONTEÚDOS E METODOLOGIAS**

Alice Venturini Oliveira

Lúcio Souza Fassarella

Géssica Gonçalves Martins

**DOI 10.22533/at.ed.0772128045**

### **CAPÍTULO 6..... 61**

#### **SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE EM DOMÍNIO NÃO HOMOGÊNEO**

Luana Lazzari

Esequia Sauter

Fábio Souto de Azevedo

**DOI 10.22533/at.ed.0772128046**

**CAPÍTULO 7..... 72**

**PRESERVAÇÃO DA MEMÓRIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA: ANÁLISE DO ACERVO BIBLIOGRÁFICO DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO FLORES DA CUNHA**

Diane Catia Tomasi

**DOI 10.22533/at.ed.0772128047**

**CAPÍTULO 8..... 82**

**UM HISTÓRICO DE PROPOSTAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO**

Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein

**DOI 10.22533/at.ed.0772128048**

**CAPÍTULO 9..... 92**

**SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS PELO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS USANDO PYTHON**

Filipe Alexandre Moraes Eismann

Pedro Fellipe Martins Pires

Tiago Martinuzzi Buriol

**DOI 10.22533/at.ed.0772128049**

**CAPÍTULO 10..... 101**

**UM TRATAMENTO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS MEDIADO PELO GEOGEBRA**

Francisco Odecio Sales

**DOI 10.22533/at.ed.07721280410**

**CAPÍTULO 11..... 117**

**OBJETO EDUCATIVO ADAPTADO POTENCIALIZANDO O ENSINO-APRENDIZAGEM DE UMA ESTUDANTE CEGA EM MATEMÁTICA NO INSTITUTO FEDERAL DO ACRE – IFAC, CAMPUS XAPURI**

Cristhiane de Souza Ferreira

Sérgio Luiz Pereira Nunes

Salette Maria Chalub Bandeira

**DOI 10.22533/at.ed.07721280411**

**SOBRE O ORGANIZADOR..... 141**

**ÍNDICE REMISSIVO..... 142**

## SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS PELO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS USANDO PYTHON

Data de aceite: 20/04/2021

Data de submissão: 04/02/2021

### Filipe Alexandre Moraes Eismann

Universidade Federal de Santa Maria  
Santa Maria – RS  
<http://lattes.cnpq.br/0984649117272691>

### Pedro Fellipe Martins Pires

Universidade Federal de Santa Maria  
Santa Maria – RS  
<http://lattes.cnpq.br/9977903603771307>

### Tiago Martinuzzi Buriol

Universidade Federal de Santa Maria  
Santa Maria – RS  
<http://lattes.cnpq.br/5437721454089032>

**RESUMO:** As equações diferenciais são amplamente utilizadas em matemática e física, com destaque em aplicações de engenharia por serem usadas para modelar matematicamente diversos problemas em termodinâmica e mecânica dos sólidos e fluidos. Existem diferentes técnicas, nem sempre fáceis de serem aplicadas, para obter soluções para essas equações, podendo ser métodos analíticos (fornecem a solução exata), ou métodos numéricos (fornecem soluções aproximadas). Neste trabalho será apresentada a implementação de um programa computacional para obter soluções numéricas para as Equações da Condução de Calor e de Laplace, ambas equações diferenciais parciais, pelo método das diferenças finita. Foi utilizada a linguagem de programação aberta Python

com o propósito de verificar a funcionalidade e versatilidade desta linguagem como uma alternativa a pacotes comerciais de código fechado. São apresentados resultados obtidos por meio da abordagem por solução iterativa (através de uma única equação iterativa, com erro relativo predefinido). Os resultados obtidos se mostraram satisfatórios para o propósito deste trabalho, uma vez que foi possível demonstrar a aplicabilidade dessa ferramenta gratuita e livremente disponível para estudantes de engenharia ou profissionais, na resolução dos problemas apresentados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Métodos Numéricos, Equações Diferenciais, Método das Diferenças Finitas, Python.

### NUMERICAL SOLUTION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS THROUGH THE FINITE DIFFERENCES METHOD USING PYTHON

**ABSTRACT:** Differential equations are largely employed in physics and mathematics, being useful in engineering mainly due to their application in developing mathematical models and solving problems in the fields of thermodynamics and both solid and fluid mechanics. There are techniques, which are not always easy to implement, to solve such equations, these being analytical methods (that provide an exact solution) and numerical methods (that provide approximate solutions). In this project, the implementation of a computer program to obtain numerical solutions through the finite differences method for the Heat and Laplace

equations, both partial differential equations, will be presented. The open-source programming language Python was used in order to verify its functionality and versatility as an alternative to closed-source, commercial tools. The results presented in this work are obtained through an iterative approach (by way of a single iterative equation, with pre-defined associated relative error), and they have shown to be satisfactory for the purpose of this research, since it was possible to demonstrate the applicability of this free-to-use instrument available to students and professionals, in solving these problems.

**KEYWORDS:** Numerical Methods, Differential Equations, Finite Differences Method, Python.

## 1 | INTRODUÇÃO

A busca por resolver problemas de engenharia cada vez maiores em complexidade gerou a necessidade de pesquisar, obter e testar soluções para modelos matemáticos de forma rápida e viáveis economicamente. Assim, considerando o fácil acesso a processadores cada vez mais rápidos e a computadores com grande capacidade de memória e armazenamento, os métodos numéricos se tornaram importantes ferramentas para resolução desses modelos matemáticos.

Para estudar e compreender esses fenômenos complexos e obter soluções de problemas práticos de engenharia, geralmente, métodos aproximados são considerados úteis e mais viáveis socioeconomicamente (ARAÚJO, 2017). A fim de estudar e aplicar métodos para equações diferenciais, buscando um melhor equilíbrio de custo e benefício, este trabalho apresenta o resultado de uma pesquisa e do desenvolvimento de programas para resolução numérica de problemas envolvendo as equações de Laplace:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

e da condução de calor unidimensional:

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

Estas equações são equações diferenciais parciais de segunda ordem com duas variáveis e não-lineares, sendo a de Laplace, elíptica e a da condução de calor unidimensional, parabólica.

Estas equações possuem soluções analíticas conhecidas, porém o foco deste trabalho é a implementação da solução numérica delas na linguagem Python (VAN ROSSUM, 2011) pelo Método das Diferenças Finitas.

## 2 | METODOLOGIA

O método das diferenças finitas (MDF) é um método de resolução de equações diferenciais que se baseia na aproximação de derivadas por diferenças finitas. A fórmula



de aproximação obtém-se usando a função derivada da série de Taylor. Hoje, os MDFs são a abordagem dominante das soluções numéricas de equações diferenciais parciais (BURDEN, 2008).

## 2.1 Método das Diferenças Finitas

O operador de diferenças finitas para derivada pode ser obtido a partir da série de Taylor para as seguintes funções:

$$f(x+h) \approx f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)h^2}{2} + \frac{f'''(x)h^3}{6} + o(h^4) \quad (3)$$

e

$$f(x-h) \approx f(x) - f'(x)h + \frac{f''(x)h^2}{2} - \frac{f'''(x)h^3}{6} + o(h^4) \quad (4)$$

onde  $h$  é um incremento constante na variável independente denominado *passo*.

Portanto, pode-se escrever qualquer derivada de formas distintas como diferenças finitas mais um termo de erro, obtido ao desprezar-se termos de ordem superior (CHAPRA, 2016).

## 2.2 MDF para a Equação de Laplace

Para solucionar a equação diferencial parcial elíptica (1), as derivadas parciais de segunda ordem são substituídas por diferenças centradas em um ponto:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (5)$$

onde  $T_{i,j}$  é a temperatura no ponto da  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna e  $\Delta x$  é o passo na coordenada  $x$ . Substituindo-se a Equação (5) aplicada nas coordenadas  $x$  e  $y$  na Equação (1) e agrupando os termos, obtemos uma equação que relaciona a temperatura de um ponto em função dos quatro nós ao seu redor:

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0 \quad (6)$$

Esta relação, válida para todos os pontos interiores da placa, é conhecida como *equação de diferença de Laplace*. Desta maneira, é desenvolvida uma malha com  $n \times m$  nós com espaçamentos  $\Delta x$  e  $\Delta y$  nas coordenadas  $x$  e  $y$  respectivamente e, ao aplicar a Equação (6) juntamente com condições de contorno, é obtido um sistema linear com  $(n-2) \times (m-2)$  equações e  $(n-2) \times (m-2)$  incógnitas (conforme ilustra a Figura 1), de modo que é possível solucioná-lo numericamente por métodos como *eliminação de Gauss* ou *decomposição LU*. Também é possível resolvê-lo utilizando-se uma relação iterativa para cada equação, o *método de Gauss-Seidel*, que consiste em isolar uma das variáveis de cada equação do sistema e iterar até os valores convergirem.

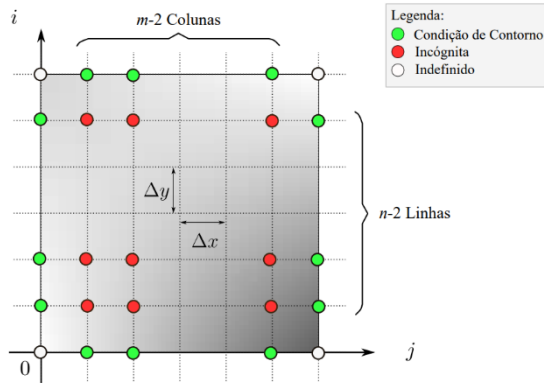


Figura 1: Ilustração da malha para o MDF aplicado à Equação de Laplace. Vale ressaltar que a malha é tecnicamente adimensional.

Fonte: dos autores.

### 2.3 MDF para a Equação da Condução de Calor

Do mesmo modo que com a equação de Laplace, a equação da condução de calor pode ser resolvida substituindo-se as derivadas parciais por diferenças finitas. Entretanto, devemos agora considerar variações no tempo, bem como no espaço. Devido a isso, devemos tomar em consideração questões como a estabilidade.

A equação de condução de calor exige aproximações para a segunda derivada no espaço e para a primeira derivada no tempo. A primeira é representada da mesma maneira que na equação de Laplace, por uma diferença finita centrada:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{i+1}^l - 2T_i^l + T_{i-1}^l}{\Delta x^2} \quad (7)$$

onde  $T_i^l$  representa a temperatura do  $i$ -ésimo elemento no  $l$ -ésimo instante de tempo. Uma diferença finita progressiva é usada para obter uma aproximação da derivada no tempo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{l+1} - T_i^l}{\Delta t} \quad (8)$$

Substituindo estas equações na equação da condução de calor e reescrevendo, temos

$$T_i^{l+1} = T_i^l + \lambda(T_{i+1}^l - 2T_i^l + T_{i-1}^l) \quad (9)$$

sendo

$$\lambda = \kappa \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (10)$$

onde  $\kappa$  é a difusibilidade térmica do material. Essa equação é válida para todos os nós interiores da barra. Ela fornece um meio explícito de calcular a temperatura em cada nó em um instante futuro baseado na sua temperatura e na de seus vizinhos no instante atual, de forma iterativa. Nesse tipo de problema haverá duas condições de contorno (uma em cada extremidade da barra) e uma condição inicial, associada à distribuição de temperaturas no instante  $t = 0$ .

## 2.4 Condições de Contorno na Derivada (Fluxo de Calor)

A implementação do fluxo de calor na direção longitudinal ( $\frac{\partial T}{\partial x}$ ) é realizada com a construção de pontos auxiliares na malha, adjacentes aos contornos onde essa condição é prescrita, expandindo a dimensão da malha. A temperatura desse ponto será variada, de modo que a inclinação da curva de temperatura ao longo da coordenada seja mantida constante no ponto de condição de fluxo. Ao fim das iterações os contornos auxiliares são excluídos da visualização. A Figura 2 mostra o princípio dessa técnica.

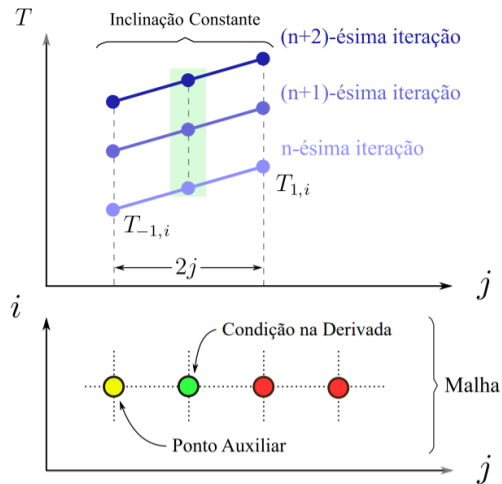


Figura 2: Ilustração dos pontos auxiliares para condições na derivada.

Fonte: dos autores.

A primeira derivada na dimensão  $x$  no lado esquerdo, por exemplo, pode ser aproximada pela diferença finita:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{1,i} - T_{-1,i}}{2\Delta x} \quad (11)$$

sendo a derivada  $\frac{\partial T}{\partial x}$  fornecida como condição de contorno, a temperatura  $T_{-1,i}$  no ponto auxiliar é então determinada por:

$$T_{-1,i} = T_{1,i} - 2\Delta x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (12)$$

### 3 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram desenvolvidos programas para solucionar problemas envolvendo condução de calor em barras unidimensionais e placas bidimensionais. Os códigos dos programas desenvolvidos em Python poderão ser acessados *on-line* no GitHub mantido pelos autores no endereço: <https://github.com/Pfmp-pedro/Solucoes-Numericas-para-EDPs-com-Python>, e abaixo são mostradas as soluções de alguns exemplos.

#### 3.1 Equação de Laplace

Para a Equação de Laplace, é gerado um mapa de cores representando a distribuição de temperaturas em regime permanente de uma malha bidimensional, permitindo um número arbitrário de nós, dadas com 4 condições de contorno. Essas condições podem ser de temperaturas ou fluxos prescritos, onde os fluxos são as derivadas primeiras da temperatura:  $\frac{\partial T}{\partial x}$  nos contornos esquerdo e direito e  $\frac{\partial T}{\partial y}$  nos superior e inferior. A solução pode ser obtida tanto pelo método de solução de sistemas como pelo método iterativo, já que ambos foram implementados no caso da equação de Laplace. Na Figura 3, foi utilizada uma malha 70x70 com temperaturas de contorno 100°C acima, 50°C à direita, 0°C abaixo e 75°C à esquerda, e a solução foi realizada através do método iterativo estipulando-se um erro relativo percentual máximo de 0,01% entre as iterações.

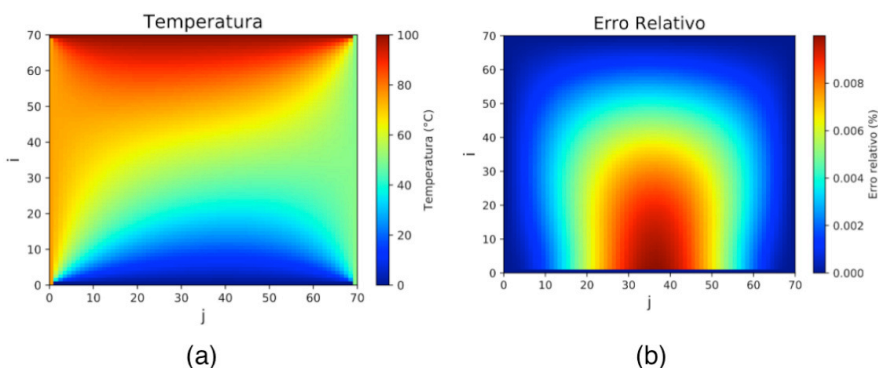


Figura 3: (a) Mapa de cores gerado pela solução iterativa da distribuição de temperaturas em uma malha bidimensional 70x70. (b) Erro relativo entre a penúltima e a última iteração.

Fonte: dos autores.

Já na Figura 4, é mostrado um exemplo de condição na derivada. A mesma placa é discretizada com o mesmo número de elementos e possui condições de contorno semelhantes à anterior exceto que, no contorno inferior, ao invés da temperatura, o fluxo de calor na direção  $y$  é prescrito como zero. Os resultados mostrados foram verificados e estão de acordo com os obtidos por Chapra (2016) (que usou malha com menos elementos) para os dois exemplos.

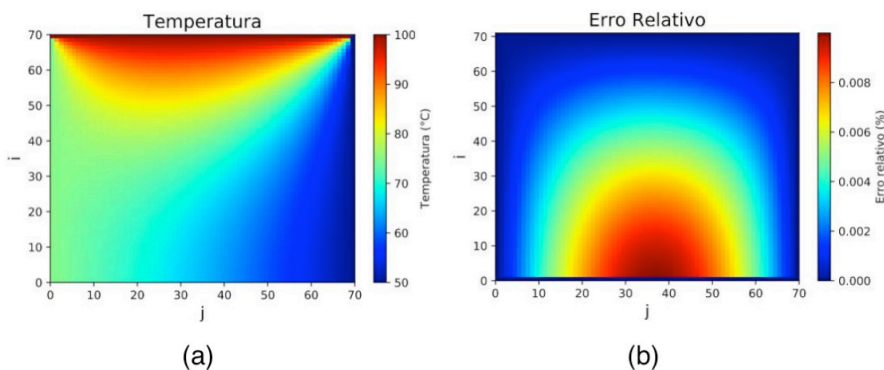


Figura 4: (a) Mapa de cores gerado pela solução iterativa da distribuição de temperaturas em uma malha bidimensional 70x70 com um valor de fluxo zero no lado inferior. (b) Erro relativo entre a penúltima e a última iteração.

Fonte: dos autores.

A escolha da malha 70x70 foi feita principalmente devido ao tempo de execução (em um notebook de mercado, com especificações medianas), que mostrou ser muito mais demorado para uma malha 100x100, levando em torno de 40s de execução enquanto a malha 70x70 levou em torno de 15s, com diferença mínima entre os dois casos.

Nesse contexto, vale apontar o compromisso que sempre existe em qualquer solução numérica entre tempo de execução e qualidade do resultado, onde deve-se sempre analisar a viabilidade de se obter a solução em um domínio mais detalhado ou simplificar o problema, de modo obter resultados preliminares mais rapidamente, facilitando, por exemplo, a tomada de decisões em fases iniciais de um projeto de engenharia.

### 3.2 Equação da Condução de Calor

Para a equação da condução do calor unidimensional, é obtida a variação da distribuição de temperatura ao longo de uma barra de um dado material em regime transiente com uma dada distribuição (condição) inicial de temperatura e condições de contorno nos lados esquerdo e direito, tais como as discutidas no caso da Equação de Laplace. Neste caso, por ser uma equação transiente, deve-se atentar à convergência e à

estabilidade da solução. Garantir a convergência significa que, quando  $\Delta x$  e  $\Delta t$  tendem a zero, a solução numérica se aproxima da solução real. Garantir a estabilidade significa que erros em qualquer estágio do cálculo não são amplificados, mas, sim, atenuados conforme as iterações progredirem. Chupra (2016) comenta que o valor parâmetro  $\lambda$  na Equação 9 está diretamente ligado a esses aspectos e recomenda que, para se garantir a convergência e estabilidade da solução, este valor seja de  $\lambda \leq \frac{1}{6}$  para minimizar o erro de truncamento.

A Figura 5 mostra a solução obtida para uma barra de alumínio ( $\kappa = 0,835 \text{ cm}^2/\text{s}$ ), com 10 cm de comprimento, e temperatura mantida a  $100^\circ\text{C}$  no lado esquerdo e  $50^\circ\text{C}$  do lado direito, com condição inicial de  $0^\circ\text{C}$  em todos os outros pontos internos. A barra foi dividida em segmentos de 2 cm, o passo de tempo foi de  $\Delta t = 0,1\text{s}$  (resultando em  $\lambda = 0,021$ ) e o tempo total simulado foi limitado a aproximadamente 12s. Novamente, os resultados estão de acordo com o exemplo mostrado por Chupra (2016).

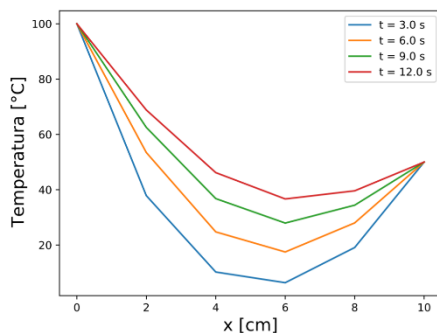


Figura 5: Solução para a condução de calor transiente unidimensional.

Fonte: dos autores.

## 4 | CONCLUSÕES

O método de diferenças finitas fornece uma boa base para iniciar o estudo de soluções numéricas de equações diferenciais e problemas de valores de contorno, e abre portas para o entendimento de métodos mais complexos, com maiores gamas de aplicações. Os programas desenvolvidos ainda apresentam limitações, neste trabalho por exemplo, para a equação de Laplace não foi inserida mais de uma condição de contorno de fluxo ao mesmo tempo, e para a equação de condução de calor não foi implementado esse tipo de condição.

Há mais equações que podem ser resolvidas via diferenças finitas, como a Equação da Onda, havendo, então, a possibilidade de aplicação do método a mais um tipo de problema.

Como o estudo foi realizado usando a linguagem Python, fica demonstrada a sua utilidade como ferramenta de engenharia devido a sua simplicidade, acessibilidade e potencial. Como continuação deste trabalho, planeja-se disponibilizar online e com livre acesso, todos os programas produzidos juntamente com materiais explicativos do seu funcionamento e uso.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, E. **Métodos Numéricos para Simulação na Engenharia**. Disponível em: <https://www.esss.co/blog/metodos-numericos-para-simulacao-na-engenharia/>. Acesso em 27 out 2020.

BURDEN, R. **Análise Numérica**. 8. Ed. Boston: Cengage Learning, 2008.

CHAPRA, S. C., CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. 7 Ed. New York City: McGraw-Hill, 2016.

VAN ROSSUM, G., DRAKE, F. L. **The Python Language Reference Manual**. Network Theory Ltd, 2011.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Abelhas 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28

Acervo Bibliográfico 72, 73, 77, 79

Análise Combinatória 9, 15, 18

Análise de Documentos 72

### C

Cálculo Diferencial e Integral 82, 83, 84, 85, 86, 90, 91, 141

### D

Domínio não Homogêneo 61, 62, 63, 65, 70

### E

Educação Matemática 29, 42, 52, 73, 83, 84, 90, 91, 115, 116, 117, 120, 122, 136, 141

Ensino 9, 10, 11, 17, 19, 20, 21, 27, 29, 30, 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 72, 73, 75, 79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 101, 102, 103, 104, 115, 116, 117, 118, 119, 121, 122, 126, 135, 136, 137, 138, 139, 141

Ensino de Matemática 42, 50, 72, 73, 80, 117, 119, 141

Ensino Fundamental 42, 43, 44, 45, 48, 49, 50, 59, 60, 115, 141

Equação do Transporte 61

Equações Diferenciais 30, 31, 32, 35, 36, 39, 40, 41, 92, 93, 94, 99, 141

Equações Diferenciais Parciais 30, 31, 35, 92, 93, 94

Estudo de Caso Etnográfico 42, 45, 48, 49

### F

Foco na Atenção 117, 119, 122

Função Afim 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17

### G

Geogebra 88, 90, 101, 103, 104, 105, 106, 115

### I

Índices de Reprovação 82, 83, 84

IPVA 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18

### M

Matemática 9, 10, 11, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 40, 42, 43, 44, 45,



47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 72, 73, 75, 79, 80, 83, 84, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 102, 103, 105, 106, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 126, 134, 135, 136, 138, 139, 141

Matemática Avançada 30, 31

Materiais Didáticos Adaptados 117, 118, 119, 120, 121, 133, 136, 138

Memória Institucional 72, 73, 77, 78, 79

Método das Diferenças Finitas 92, 93, 94

Método de Nyström 61, 62, 63, 64, 70

Métodos Numéricos 41, 92, 93, 100

Mudança de Variável 61, 63

## **N**

Número de Aniquilação 1, 2, 3, 4, 5, 6

## **P**

Problema de Nordhaus-Gaddum 1, 2, 3, 4, 5

Problemas Extremais 1

Produção Animal 19, 20, 27

Propriedade do Intervalo 1, 3, 4, 5

Python 92, 93, 97, 100

## **R**

Reforma Curricular 82, 86

## **S**

Sequências e Funções 19, 20

Series de Fourier 30, 32

## **T**

Taxa de Crescimento 9, 10, 11, 16, 17

Transformada de Laplace 30, 31, 33, 34, 35, 36, 38, 39

## **U**

Uso de Tecnologias 82, 89, 103



