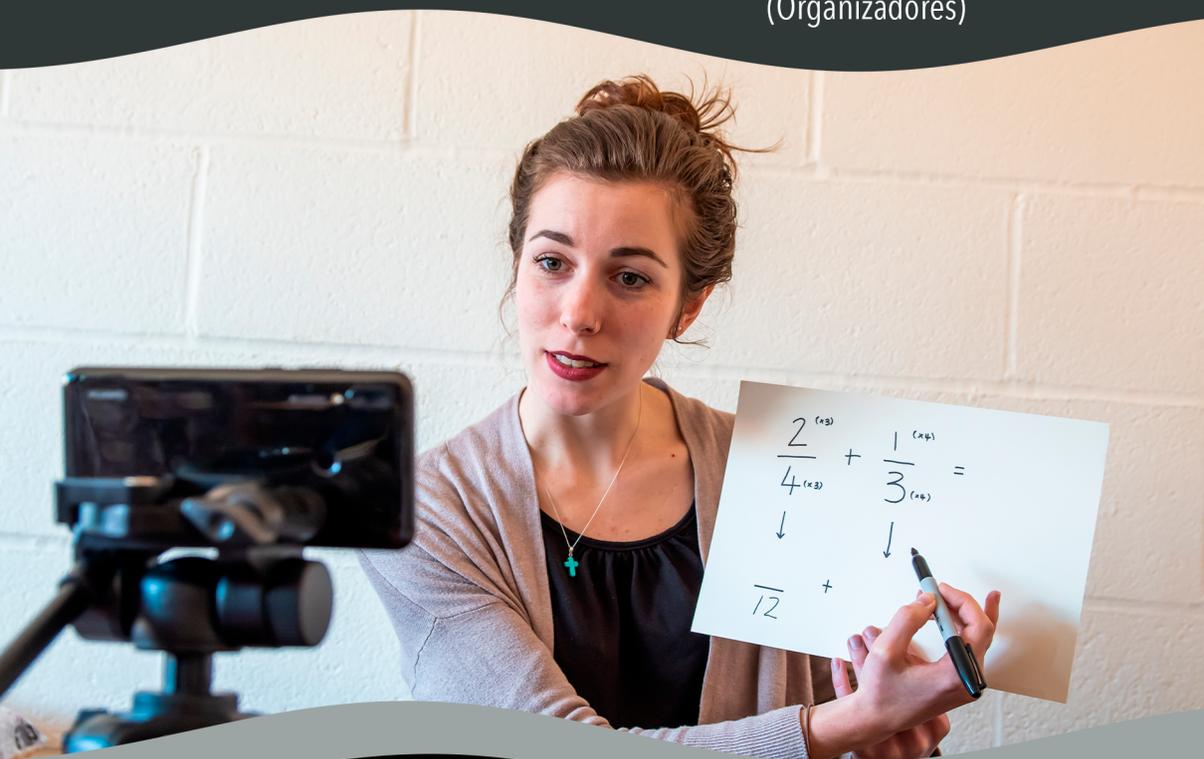


Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Luca Vieira
(Organizadores)



Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Luca Vieira
(Organizadores)



Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

Editora Chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes Editoriais

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto Gráfico e Diagramação

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da Capa

Shutterstock

Edição de Arte

Luiza Alves Batista

Revisão

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense
Prof^ª Dr^ª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof^ª Dr^ª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Prof^ª Dr^ª Ivone Goulart Lopes – Instituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^ª Dr^ª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Prof^ª Dr^ª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Prof^ª Dr^ª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof^ª Dr^ª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^ª Dr^ª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^ª Dr^ª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^ª Dr^ª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof^ª Dr^ª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof^ª Dr^ª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Prof^ª Dr^ª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof^ª Dr^ª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Prof^ª Dr^ª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof^ª Dr^ª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília

Prof^ª Dr^ª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás

Prof^ª Dr^ª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Prof^ª Dr^ª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina

Prof^ª Dr^ª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília

Prof^ª Dr^ª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^ª Dr^ª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra

Prof^ª Dr^ª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Prof^ª Dr^ª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco

Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas

Prof^ª Dr^ª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof^ª Dr^ª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará

Prof^ª Dr^ª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma

Prof^ª Dr^ª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados

Prof^ª Dr^ª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino

Prof^ª Dr^ª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof^ª Dr^ª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof^ª Dr^ª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Prof^ª Dr^ª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof^ª Dr^ª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof^ª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Prof^ª Dr^ª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof^ª Dr^ª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Prof^ª Dr^ª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^ª Dr^ª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Prof^ª Dr^ª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Prof^ª Dr^ª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Prof^ª Dr^ª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof^ª Dr^ª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^ª Dr^ª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná
Prof^ª Dr^ª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Prof^ª Dr^ª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Prof^ª Dr^ª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais
Prof. Me. Alexandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional
Prof^ª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof^ª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa
Prof^ª Dr^ª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof^ª Dr^ª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia
Prof^ª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá
Prof^ª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco
Prof^ª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar

Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR

Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^ª Ma. Lillian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
Prof^ª Ma. Lilians Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
Prof^ª Dr^ª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
Prof^ª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz
Prof^ª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof^ª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos
Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Prof^ª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará
Prof^ª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Prof^ª Dr^ª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa
Prof^ª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco
Prof^ª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão
Prof^ª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
Prof^ª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
Prof^ª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Bibliotecária: Janaina Ramos
Diagramação: Luiza Alves Batista
Correção: Kimberlly Elisandra Gonçalves Carneiro
Edição de Arte: Luiza Alves Batista
Revisão: Os Autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Luca Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I37 Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Luca Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-855-7

DOI 10.22533/at.ed.557211003

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Luca (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor.

O contexto social, político e cultural tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse contexto de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático.

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o livro “***Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática***”, nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para professores da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura a todos e a todas.

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

REFERÊNCIAS

SILVA, A. J. N. da. Professores de Matemática em início de carreira e os desafios (im)postos pelo contexto pandêmico: um estudo de caso com professores do semiárido baiano: doi.org/10.29327/217514.7.1-5. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 17, 2021. Disponível em: <http://periodicorease.pro.br/rease/article/view/430>. Acesso em: 10 fev. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

DIFICULDADES EVIDENCIADAS NA PRÁTICA PEDAGÓGICA DE PROFESSORES INICIANTE EM MATEMÁTICA

Emerson Batista Ferreira Mota

José Cirqueira Martins Júnior

Dario Fiorentini

DOI 10.22533/at.ed.5572110031

CAPÍTULO 2..... 16

A AVALIAÇÃO NO MOVIMENTO EM REDE FEIRAS DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO

Paula Andrea Grawieski Civiero

Alayde Ferreira dos Santos

DOI 10.22533/at.ed.5572110032

CAPÍTULO 3..... 29

UMA CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DAS TÉCNICAS DA TRANSFORMADA INTEGRAL CLÁSSICA (CITT) E GENERALIZADA (GITT): ASPECTOS INICIAIS

Reynaldo D'Alessandro Neto

DOI 10.22533/at.ed.5572110033

CAPÍTULO 4..... 40

A FORMAÇÃO DA PROFESSORA DE MATEMÁTICA E O ESTÁGIO DE OBSERVAÇÃO: DESAFIOS E POSSIBILIDADES

Fernanda Pereira Magalhães

Américo Junior Nunes da Silva

DOI 10.22533/at.ed.5572110034

CAPÍTULO 5..... 50

UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

Débora Gaspar Soares

Márcio Ruino Silva

DOI 10.22533/at.ed.5572110035

CAPÍTULO 6..... 61

USANDO TEORIA DE CONJUNTOS PARA VISUALIZAR A MODELAGEM ORIENTADA A OBJETOS COM CONCEITOS CONCRETOS, ABSTRATOS E IMAGINÁRIOS

Ana Emilia de Meo Queiroz

DOI 10.22533/at.ed.5572110036

CAPÍTULO 7..... 69

GEOGEBRA: MATEMÁTICA NA PALMA DA MÃO

Paulo Ricardo Rocha Lima

Joycilene Lopes de Brito

Ricardo de Oliveira Mendes
Francisco Vitor Vieira de Araujo
Dalila Sara Silva Gomes
DOI 10.22533/at.ed.5572110037

CAPÍTULO 8..... 75

APRENDIZAGEM DE CONCEITOS MATEMÁTICOS BÁSICOS: ELEMENTOS ESTRUTURANTES DESSE PROCESSO

Maria Lídia Paula Ledoux
Ana Claudia Oliveira Sales

DOI 10.22533/at.ed.5572110038

CAPÍTULO 9..... 89

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DE FILAS M/M/1 E M/M/c

Nilson Luiz Castelucio Brito
Rosivaldo Antonio Gonçalves
Graziella Nuzzi Ribeiro D'Angelo

DOI 10.22533/at.ed.5572110039

CAPÍTULO 10..... 101

MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO LU/LDU BASEADO NO ALGORITMO DE SADOSKY

Vinícius Guimarães de Oliveira
Wellington José Corrêa
Fernando César Gonçalves Manso

DOI 10.22533/at.ed.55721100310

CAPÍTULO 11..... 109

A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA VIVENCIADA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Malcus Cassiano Kuhn

DOI 10.22533/at.ed.55721100311

CAPÍTULO 12..... 118

ANÁLISE DINÂMICA DE UMA VIGA DE EULER-BERNOULLI SUBMETIDA A IMPACTO NO CENTRO APÓS QUEDA LIVRE ATRAVÉS DO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

Bruno Conti Franco
Wang Chong

DOI 10.22533/at.ed.55721100312

CAPÍTULO 13..... 126

COMMENTS ON THE PERCEPTION OF THE STUDENTS AND TEACHER IN A MATHEMATICAL MODELING DISCIPLINE IN AN ENVIRONMENTAL SCIENCES GRADUATION – A REMOTE EDUCATION EXPERIENCE

Tales Alexandre Aversi Ferreira

DOI 10.22533/at.ed.55721100313

CAPÍTULO 14.....	144
A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA O CONSUMO CONSCIENTE	
Aleff Hermínio da Silva	
Claudilene Gomes da Costa	
Agnes Liliane Lima Soares de Santana	
DOI 10.22533/at.ed.55721100314	
CAPÍTULO 15.....	152
UM ESTUDO DAS POSIÇÕES RELATIVAS DO HIPERPLANO E DA (n-1) -ESFERA NO ESPAÇO EUCLIDIANO	
Joselito de Oliveira	
Wender Ferreira Lamounier	
DOI 10.22533/at.ed.55721100315	
CAPÍTULO 16.....	170
CRIVO PARA NÚMEROS PRIMOS E TESTE DE PRIMALIDADE BASEADOS EM UMA MATRIZ DE OITO COLUNAS	
Gabriel Pastori Figueira	
Fernando César Gonçalves Manso	
Wellington José Corrêa	
DOI 10.22533/at.ed.55721100316	
CAPÍTULO 17.....	177
AS CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA CHINESA PARA O ENSINO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE MULTIPLICAÇÃO	
Iago Alves dos Santos	
Danilo Furtado Veras	
Wirlania Cristina Santos Nunes	
Rayane de Jesus Santos Melo	
DOI 10.22533/at.ed.55721100317	
CAPÍTULO 18.....	190
UM ESTUDO SOBRE A APLICAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
José Roberto Costa	
Marcia Samile Bon im	
DOI 10.22533/at.ed.55721100318	
CAPÍTULO 19.....	202
AVALIAÇÃO COM MEDIAÇÃO EM RESOLUÇÃO E ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS	
Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman	
Vânia Santos Maria Pereira dos Santos –Wagner	
DOI 10.22533/at.ed.55721100319	
CAPÍTULO 20.....	219
A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DE	

JOGOS

Luzia da Costa Tonon Martarelli

Brendow Pena de Mattos Souto

DOI 10.22533/at.ed.55721100320

CAPÍTULO 21.....228

MATEMÁTICA EPISTOLAR

Maria Aparecida Roseane Ramos

DOI 10.22533/at.ed.55721100321

CAPÍTULO 22.....241

EQUAÇÃO POLINOMIAL DE GRAU DOIS: UMA NOVA ABORDAGEM

Fernando César Gonçalves Manso

Flávia Aparecida Reitz Cardoso

DOI 10.22533/at.ed.55721100322

CAPÍTULO 23.....260

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: ANÁLISE DE ESQUEMAS ELABORADOS DURANTE ATIVIDADE MATEMÁTICA INTERATIVA

Ivana de Oliveira Freitas

Ângela Maria Hartmann

DOI 10.22533/at.ed.55721100323

CAPÍTULO 24.....272

V TORNEIO DE JOGOS MATEMÁTICOS COMO FERRAMENTA DE INCLUSÃO ESCOLAR

Vinícius Vieira da Silva Dutra

Ana Carolina da Silva Manoel

Anna Júlia Martins Melo

Marcos Victor Magalhães da Silva

Vinícius Silva Lima

Westher Manricky Bernardes Fortunato

Eliane Fonseca Campos Mota

Ricardo Gomes Assunção

DOI 10.22533/at.ed.55721100324

CAPÍTULO 25.....287

ATRIBUINDO “SENTIDO” AO ALGORITMO DA DIVISÃO EM SALA DE AULA: PROPOSITURA DE ABORDAGEM METODOLÓGICA SEMIÓTICA FUNDAMENTADA NO PENSAMENTO SOBRE COMPLEMENTARIDADE OTTEANO

Jacqueline Borges de Paula

DOI 10.22533/at.ed.55721100325

CAPÍTULO 26.....301

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Jheniffer Munslinger Schroer

Lucieli Martins Gonçalves Descovi

DOI 10.22533/at.ed.55721100326

CAPÍTULO 27.....	308
SALA DE AULA INVERTIDA: UMA ANÁLISE SOBRE A RECEPTIVIDADE DOS ESTUDANTES PARTICIPANTES DE AULAS INVERTIDAS NO PROJETO GAMA	
Gustavo Weirich Corrêa	
Cícero Nachtigall	
DOI 10.22533/at.ed.55721100327	
SOBRE OS ORGANIZADORES	316
ÍNDICE REMISSIVO.....	317

AVALIAÇÃO COM MEDIAÇÃO EM RESOLUÇÃO E ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS

Data de aceite: 01/03/2021

Data de submissão: 15/01/2021

Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman

Prefeitura Municipal de Vitória - ES
<http://lattes.cnpq.br/1907677829564047>

Vânia Santos Maria Pereira dos Santos – Wagner

Universidade Federal do Espírito Santo
Universidade Federal do Rio de Janeiro
<http://lattes.cnpq.br/8857182229070463>

Trabalho com o mesmo título apresentado, parcialmente, na 8ª Semana de Educação Matemática do Ifes em 2019, aqui ampliado e reestruturado.

RESUMO: Neste texto mostramos um experimento de ensino envolvendo resolução e elaboração de problemas não convencionais ou não rotineiros, no início de 2019, com uma turma de 5º ano. Foi realizado em uma escola de Vitória, como parte de uma avaliação diagnóstica em matemática. A experiência envolveu a resolução e elaboração de três situações com raciocínio complexo, envolvendo operações de adição e subtração (campo aditivo). Tínhamos como objetivos investigar: 1) como o aluno se movia no campo aditivo quando a situação exigia leitura e interpretação mais cuidadosa; e 2) que ações do professor eram necessárias junto aos estudantes para a mediação da compreensão do texto e do raciocínio de cálculo numérico.

Resultados mostraram que é possível avaliar o conhecimento do estudante em ações alternativas que o motivem para novas descobertas. Ficou evidente a importância da mediação do professor nos processos de leitura para que o estudante compreendesse o texto matemático. Ainda foi possível perceber que estudantes não acostumados a usá-las quando auxiliados pelo professor.

PALAVRAS-CHAVE: resolução de problemas, avaliação, mediação, adição, subtração.

ASSESSMENT WITH MEDIATION IN PROBLEM SOLVING AND PROBLEM POSING

ABSTRACT: In this text, we show a teaching experiment involving the resolution and elaboration of unconventional or non-routine problems, in the beginning of 2019, with a class of 5th year. It was carried out at a school in Vitória, as part of a diagnostic assessment in mathematics. The experience involved solving and posing three problem situations with complex reasoning involving addition and subtraction operations (additive field). We aimed to investigate: 1) how the student moved in the additive field when the situation demanded more carefully reading and interpretation; and 2) what teacher's actions were necessary with students to mediate text comprehension and numerical reasoning. Results showed that it is possible to evaluate the student's knowledge in alternative actions that motivate him to new discoveries. It became evident the importance of teacher's mediation in the reading process for the student

to understand the mathematical text. It was also possible to notice that students not used to using alternative strategies start to use them when assisted by the teacher.

KEYWORDS: Problem solving, assessment, mediation, addition, subtraction.

1 | INTRODUÇÃO

Este trabalho mostra uma experiência com a resolução e elaboração de situações problema não convencionais, envolvendo operações do campo aditivo (adição e subtração) como parte de uma avaliação diagnóstica com métodos alternativos. Traz também as mediações necessárias para a compreensão de textos matemáticos ou enunciados matemáticos. E apresenta, ainda, reflexões sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo da disciplina que o professor necessita ter para promover abordagens interdisciplinares. A pesquisa de natureza qualitativa foi realizada com uma turma de 26 alunos, de 5º ano do ensino fundamental, em 2019, em uma escola Municipal de Vitória.

O início do ano letivo é sempre um novo desafio para qualquer professor, pois nada é mais importante do que os primeiros momentos de acolhida. As primeiras impressões que os estudantes criarão do professor podem comprometer o ano letivo ou podem ser a garantia de importantes laços de confiança, que acompanharão todo o trabalho que será desenvolvido junto deles ao longo do ano. É preciso avaliar e sondar os conhecimentos que esses estudantes trazem de anos anteriores para traçar um plano de ensino de acordo com as necessidades da turma e especificidades de cada educando, contemplando as diretrizes oficiais do novo ano escolar.

Muitas são as estratégias de que o professor pode lançar mão como, por exemplo, a aplicação de instrumentos avaliativos escritos. Mas nossas pesquisas e experiências relatadas por colegas no Grupo de Estudo em Educação Matemática do Espírito Santo [GEEM-ES]¹ mostram que vale a pena usar outros instrumentos avaliativos. Temos aprendido como é necessário que professores usem várias formas de avaliar, porque nem sempre um estudante que acerta ou erra questões em uma avaliação está mostrando ao professor o que realmente sabe e o que não sabe de conceitos matemáticos. Por isso, seguimos orientações de Santos (1997), que chama atenção para os processos avaliativos de maneira muito mais ampla, e nos sugere o uso de métodos alternativos de avaliação.

E uma opção para fazer uma diagnose é usar um mapa conceitual, que é uma “organização pictórica dos conceitos, exemplos e conexões percebidos pelos alunos sobre um determinado assunto” (SANTOS, 1997, p. 19). A autora informa que mapas conceituais podem ser usados para diagnosticar conhecimentos, para explorar ideias e conceitos, para estudar e para avaliar. Auxilia no processo de ensino-aprendizagem que professores estimulem seus alunos a construir um mapa conceitual do tipo diagnóstico. Deste

1. GEEM-ES, Grupo de Estudo em Educação Matemática do Espírito Santo congrega professores que estudam a matemática que se ensina na escola básica. Foi criado em 2006, está cadastrado no diretório de grupos do CNPq e funciona até a presente data.

modo, professores podem obter uma imagem mental inicial do que a turma pensa sobre alguns conceitos matemáticos ou sobre a matemática e de como os alunos se relacionam emocionalmente com os termos usados (SANTOS; 1997). Bem aplicado, um mapa conceitual pode trazer “um retrato instantâneo de um aluno num determinado momento, ou seja, a imagem mental que o aluno tem sobre um assunto naquele instante” (SANTOS, 1997, p. 21).

Assim, a experiência que trazemos partiu da primeira sondagem sobre aprendizagem matemática da turma usando um mapa conceitual coletivo do tipo diagnóstico elaborado no quadro, a partir da provocação: o que é matemática para você? A turma foi orientada a colocar palavras que evocassem conteúdo ou conceitos matemáticos e sentimentos envolvidos na disciplina. Este mapa coletivo mostrou-nos que os estudantes tinham maior experiência com o eixo de números e operações. Citaram as operações básicas e nos deram exemplos de situações em que as usariam em resoluções de problemas. Isso revelava também um pouco da metodologia utilizada pelos outros professores que passaram pela vida escolar da turma, pois no mapa apareceu também a palavra *problemas*. Para expressar seus sentimentos, juízos de valores em relação a matemática, usaram palavras evidenciando que consideravam a disciplina algo para pessoas inteligentes. Viam-na como um saber para pessoas que têm coragem, uma área em que precisam pensar e raciocinar, mas que está presente no dia a dia e muito pode ajudar na vida das pessoas. Ao dialogarmos com os estudantes, deixaram transparecer que não desistem e mesmo errando conseguem aprender. Uma aluna ainda usou a metáfora da coruja para realizar uma comparação com a matemática, dizendo que é símbolo da inteligência e que desejava voar como ela nessa disciplina.

Diante dessas impressões iniciais nos perguntamos: como se comportarão esses alunos, que mostraram não ter medo de situações desafiadoras, quando envolvidos em uma situação problema não rotineira? O resultado nos instigou e prosseguimos nos indagando: que mediações do professor são necessárias quando iniciamos um trabalho com alunos não acostumados a usarem estratégias não convencionais? Que conhecimentos pedagógicos e do conteúdo são necessários ao professor para envolver os alunos na resolução de problemas não convencionais? Neste texto relatamos sobre respostas e reflexões que fizemos em 2019 e agora em janeiro de 2021 ao examinar de novo as informações coletadas e registradas deste experimento de ensino. O ponto de partida do experimento foi a construção coletiva do mapa conceitual que comentamos antes. Trazemos depois de apontamentos teóricos e metodológicos os outros momentos desta experiência em sala de aula.

2 | APONTAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Defendemos uma avaliação no processo educativo que toma por base a reflexão antes, durante e depois da ação de um professor ou professora em aula. Assim sendo, quando avaliamos cada estudante em uma turma, nós nos avaliamos também, pois estudantes aprendem ou não a partir dos procedimentos de ensino que usamos em aulas. Portanto, quando refletimos sobre o que um estudante já sabe e o que ainda não sabe, precisamos refletir também sobre o nosso conhecimento do conteúdo e nosso conhecimento pedagógico de conteúdo, como comenta Shulman (1987). Nesta perspectiva, trazemos alguns apontamentos teóricos sobre avaliação, resolução de problemas e sobre as ideias envolvidas nas operações de adição e subtração (campo aditivo). Trazemos também algumas ideias sobre a utilização da oralidade, leitura e escrita em aulas de matemática como facilitadores dos processos de ensino, aprendizagem e avaliação nessa disciplina.

Dialogamos com Santos (1997), que trata da avaliação com visão ampla, em que não se privilegia o processo final e nem se resume o ato avaliativo à aplicação de instrumentos isolados em momentos determinados. A avaliação aqui é defendida como uma sondagem diária, em que o tempo todo o estudante e o professor refletem sobre os seus conhecimentos. Nesse processo, o professor pensa sobre que ações serão necessárias realizar para propiciar que os alunos aprendam e ao mesmo tempo reflete sobre seus conhecimentos e suas próprias estratégias pedagógicas. Logo, uma diagnose não deve acontecer somente antes do processo educativo. Ela é necessária durante todas as etapas do processo para que sempre se vislumbre o que o aprendiz já conquistou, onde tem dificuldades e o que ainda está em construção. Apenas uma diagnose constante e contínua poderá dar pistas ao professor para novos planejamentos que projetem o aluno para além e possam redirecionar o processo de ensino.

Assim, a avaliação de procedimentos de ensino e de aprendizagem dos alunos é muito mais do que um procedimento classificatório do que sabem e não sabem. É um compromisso ético de tentar conhecer nossos estudantes e a nós mesmos para enfrentar fragilidades e desenvolver potencialidades. Nesta perspectiva, Santos (1997) afirma que a avaliação “precisa ser encarada como uma apreciação de uma evolução do desempenho dos alunos e do trabalho pedagógico desenvolvido pelo professor” (p. 12). E nesse *fazer junto*, professor e aluno aprendem simultaneamente a se conhecerem para conquistarem novas aprendizagens.

Santos-Wagner (2008) nos ajuda a compreender o que é um problema em matemática, como se classificam os diferentes problemas, e como trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula, reforçando algumas estratégias comentadas em Santos (1997). De acordo com Santos-Wagner (2008) problemas complexos (ou problemas de cálculos complexos) são aqueles que traduzem situações reais e exigem do educando o uso de mais de uma operação em sua resolução. A autora também versa sobre os

objetivos envolvidos no trabalho com resolução de problemas e em que momento aplicar os diferentes tipos de situações. O que sempre nos motiva é lembrar que

[...] problema é algo que precisamos resolver e que nos apresenta uma dificuldade inicial. Geralmente é uma situação em que a princípio o indivíduo não possui a estratégia para resolvê-lo. Quando o indivíduo já sabe como resolver a situação e já dispõe de estratégias para solucionar a dificuldade, esta deixa de ser problema (SANTOS-WAGNER, 2008, p.56).

Então, se quisermos avaliar como um aluno se move para resolver uma situação problema, ela precisa ser desafiadora na medida certa. Isto é, não pode ser tão fácil a ponto de não envolver esforço intelectual e nem tão complexa de forma que a resolução se torne inalcançável para o aluno naquele momento de sua aprendizagem.

Para a compreensão das ideias envolvidas nas operações de adição e subtração dialogamos com Arrais (2006), Silva (2009) e Hoffman (2012) que basicamente falam em três tipos de raciocínio: raciocínio de composição ou combinação, raciocínio de transformação e raciocínio de comparação. Esses tipos de raciocínios estão associados a ideia de juntar e separar as partes de um todo e compará-las. Envolvem combinação ou composição quando apenas combinamos duas partes para obter uma terceira, separando ou juntando. Exemplo de adição: *O avô de Paulinho caminhou 100 metros em sua caminhada matinal, parou para descansar e depois caminhou mais 80 metros. Quantos metros caminhou até aquele momento?* Exemplo de subtração: *O avô de Paulinho andou 180 metros em sua caminhada matinal, mas parou para descansar depois de alguns metros. Sabendo que depois do descanso andou 80 metros, quantos metros andou antes de parar para descansar?*

Envolvem a transformação quando adicionamos ou subtraímos partes em que acontece uma mudança para mais ou para menos, alterando o estado inicial com a ideia de ganho ou perda, denominadas de transformação positiva ou negativa. Exemplo de adição com transformação positiva: *O avô de Paulinho sairia para caminhar com 100 reais, mas Paulinho lhe deu mais 10 reais. Com quanto dinheiro o avô ficou?* Exemplo de subtração com transformação negativa: *O avô de Paulinho saiu com 110 reais para caminhar, mas perdeu 100 reais. Com quanto dinheiro ficou?*

No raciocínio de comparação, a relação é estática, a criança não apenas junta ou retira partes, ela precisa compará-las. Exemplo: *O avô de Paulinho tem 100 reais; seu neto tem 10 reais. Quanto dinheiro o avô tem a mais? Quanto dinheiro o neto tem a menos? Ou: quanto dinheiro o neto precisaria ganhar para ficar com a mesma quantia que o avô possui?* Comparar também é medir, por isso em Silva (2009) e Hoffman (2012) encontramos suporte mais claro para essas situações, com dois tipos de raciocínio: igualização e comparação quantificada. Envolvem ação e comparação entre grandezas iniciais e finais. Isso se percebe na pergunta: *Quanto o neto deveria ganhar para ficar com a mesma quantia que o avô?* Ele pode somar notas de 5, 10, ou 20 até chegar aos 100 reais, quantificando e igualizando as

duas quantias. Essa ideia é utilizada o tempo todo quando feirantes devolvem o troco na hora da compra, ao invés de subtrair somam, complementam, contando a partir do valor da compra até alcançar o valor recebido. Por isso chamamos de ideia de igualização ou complementação.

Arrais (2006) se refere às ideias das operações de adição e subtração como pertencentes a um campo de conceitos denominado campo aditivo, como preconiza Vergnaud (2009/1981). Este toma como ponto de partida que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio por parte do aprendiz ocorre dentro de três aspectos, a saber, experiência, maturidade e aprendizagem, em que vários conceitos estão interligados. Logo, a aprendizagem dessas operações de adicionar e subtrair em números naturais deve se dar em situações em que o estudante perceba que basicamente são operações inversas em que uma faz e a outra desfaz, juntando, separando ou comparando. Ao oportunizar experiências em que opera com as duas operações em diferentes situações problemas, falando sobre elas, reelaborando-as ou modificando-as por escrito ou oralmente, o aluno gradualmente compreenderá o campo conceitual aditivo.

E para nos ancorar nos processos de comunicação escrita e oral em matemática dialogamos com Hoffman (2012). Nesta pesquisa são apontados os resultados positivos da mediação que a professora realizou na leitura e escrita para a compreensão de conceitos matemáticos e significados dos termos na língua materna. Quanto mais o aluno exercitar a linguagem, comunicando-se com o professor e com os colegas, mais facilmente clareará ideias e conceitos em matemática e em qualquer disciplina. Pois

[...] a linguagem escrita ou falada é um processo interativo. Assim sendo, precisa ser mediado pelo professor de forma que se criem diálogos entre professor/aluno/texto/interlocutor, significando, na prática da sala de aula, não deixar o aluno sozinho em suas produções, oportunizá-las - a escuta e a fala -, em todas as disciplinas, inclusive a matemática (HOFFMAN, 2012, p. 37).

A autora segue a linha de pensamento de Vygotsky (1993/1987), em que a mediação possibilita a construção de conceitos, pois aquilo que o aluno consegue realizar com a ajuda do professor poderá conseguir realizar sozinho em momentos posteriores. Logo, avaliação diagnóstica não significa deixar o aprendiz sozinho em sua solidão, mas fazer intervenções que o provoquem a pensar e decidir o que fazer. É sobretudo um rico momento de aprendizagens, de conhecimento e de autoconhecimento.

Mostraremos neste texto recortes da experiência com a resolução de um problema complexo e seus desdobramentos em diferentes momentos de três aulas. A primeira aula aconteceu com 18 alunos presentes e as outras com 22 e 24 alunos, todas na segunda semana de março de 2019. Fazíamos imagens fotográficas, registrávamos as aulas em vídeos e nos intervalos anotávamos as nossas impressões. Também apreciávamos os cadernos enquanto circulávamos pela sala, dialogando com os educandos individualmente

ou coletivamente. Em momentos posteriores, conversávamos sobre os dados produzidos com nossos pares e com a coautora deste texto, refletindo sobre a nossa prática. Trazemos como exemplos a atuação de alunos escolhidos aleatoriamente que melhor ilustram a experiência: Mena, Maria, Regina, Nica, Pepeu e Cacá, Juliana e Ama. Lembramos que os nomes são fictícios e que as imagens foram autorizadas pelos responsáveis em reunião realizada no início do ano letivo, quando os convidamos a participar de nossos estudos.

3 | A EXPERIÊNCIA

Iniciamos com um problema não convencional, adaptado do livro de autoria de Imenes, Jakubo e Lelis (1995).

Seu Antônio fez uma viagem de 200 quilômetros. Andou 120 e parou no restaurante para almoçar. Depois continuou a viagem andando mais 20 quilômetros. Aí, percebeu que tinha esquecido o computador com todos os seus arquivos no restaurante. Para voltar ao restaurante e depois continuar a viagem até o fim, quantos quilômetros andou?

O problema foi escrito no quadro e pedimos que os estudantes o copiassem em seus cadernos, lessem e resolvessem. A primeira aluna a mostrar o caderno com a resposta correta foi Maria, em apenas 5 minutos. Usou as operações de subtração e adição de maneira correta. Pegou os 200 quilômetros da viagem total, subtraiu os 120 quilômetros andados e percebeu que faltavam apenas 80 quilômetros, mas teve que voltar 20 e refazer o percurso, andaria $80 + 20$. Mas quando lhe perguntamos como chegou a essa conclusão tão rapidamente, disse simplesmente que achava óbvio. Teria mesmo compreendido a situação? Na imagem abaixo vemos a sua resolução.

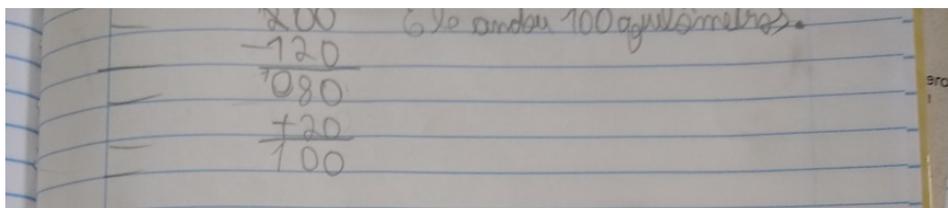


Figura 1: Resolução da aluna Maria

Fonte: Registros do professor

Segundo Santos (1997) nem sempre quem erra não sabe e nem sempre quem acerta, sabe. Ao analisarmos o cálculo de Maria, parece que entendeu a pergunta e soube respondê-la. Ela retirou do percurso todo os quilômetros já andados e viu que faltavam 80 km, acrescentou mais os 20 km que Seu Antônio voltou. Usou a ideia de comparação,

pois compara dois conjuntos, os quilômetros andados e o todo. Depois, quando juntou o que teve que andar a mais para voltar e refazer o percurso, usou ideia de combinação ou composição.

Ao olharmos os registros dos outros alunos parece que pegavam números e armavam operações sem compreender o que o problema propunha. Cinco alunos fizeram $120 + 20 + 20 + 80$, dando como resposta 240. Argumentavam que precisavam contar duas vezes os 20 quilômetros que Seu Antônio voltou refazendo o percurso, e não entendiam porque dizíamos que ainda não tinham a resposta.

Outros alunos faziam $200 - (120 + 20) = 60 + 20 = 80$. Argumentavam que estavam somando o que ele andou antes com o que andou depois do almoço, por isso subtraíram 140 de 200, mas precisavam juntar os 20 km que seu Antônio voltou. Eles tinham clareza que precisavam juntar os quilômetros andados no raciocínio de composição, e precisavam diminuir esse total andado do percurso todo, porque já não eram mais 200 quilômetros que faltavam. Mas parece que não compreendiam a ideia de complementação, isto é, quantos km faltavam para chegar ao final do percurso. Na verdade, não entendiam a pergunta que era complexa. Aliás, no primeiro dia dezessete alunos não compreenderam a pergunta sem mediação da professora com vários questionamentos e explicações.

Esses alunos nos mostravam que tinham alguma clareza das ideias matemáticas envolvidas, sabiam que deveriam adicionar quilômetros ou subtrair quilômetros, mas não compreendiam o questionamento da última frase. Pela nossa experiência (HOFFMAN, 2012), observamos que a linguagem utilizada pelo autor do problema foi o que gerou a dificuldade. Havia muita informação, o problema era complexo, pois envolvia mais de uma operação e fugia dos enunciados e das situações-problema, normalmente trazidas pelo professor e pelo livro didático. Além disso, a pergunta era longa e composta de três orações: para voltar ao restaurante/ e depois continuar a viagem até o fim/, quantos quilômetros andou? Era um período composto por coordenação e subordinação. Além disso, não estava na ordem direta que seria: quantos quilômetros andou para voltar ao restaurante e depois completar a viagem até o fim?

Fizemos, então, com os estudantes várias técnicas de leitura para facilitar a compreensão do texto do problema: leitura silenciosa dirigida apontando as frases e leitura dirigida com perguntas, solicitando a reconstrução do texto com as próprias palavras. Quando pedíamos que lessem a pergunta, sempre liam somente o final da frase: quantos quilômetros andou? Por mais que insistíssemos, iniciavam pelo pronome interrogativo quantos. Isso demonstra que devem ter aprendido que em problemas as perguntas sempre iniciam com pronomes interrogativos, tais como quanto, quantos, quanta ou quantas. Voltávamos a insistir em que lessem toda a frase desde o início, mas tinham dificuldades para localizá-la. Então perguntávamos: onde se inicia uma frase em um texto, onde é que termina uma frase para iniciar outra no meio do texto? Veja o leitor como é importante que se auxilie o aluno na leitura de um texto matemático. E como é necessário e importante

que o professor saiba fazer mediações, tendo conhecimento matemático, conhecimento pedagógico matemático e conhecimento de linguagem materna. Foi a partir das mediações quando finalmente Juliana localizou a frase toda: para voltar ao restaurante, buscar o computador e ir até o fim, quantos quilômetros andou?

Pedimos a todos que grifassem a frase no final do problema. Ama, de imediato, notou que não precisaria somar todo o percurso, bastava somar os 20 quilômetros que Antônio voltara mais o que faltava para completar a viagem. Expressou-se assim para um pequeno grupo: “quando ele volta, ele anda 20 quilômetros e aí precisa ver quanto falta pra [para] chegar”. Foi uma das poucas alunas até aquele momento que compreendeu a pergunta e relacionou a ideia de complementar e combinar no campo aditivo. Com a sua explicação mais três alunos acertaram. Veja o leitor, como é importante também que as interações aconteçam entre os alunos.

A aluna Mena desenhou uma reta numerada seguindo a nossa orientação de enumerá-la de 20 em 20. A reta representaria o percurso de 200 quilômetros. Quando lhe sugerimos que usasse uma seta para marcar o trajeto que responderia à pergunta, compreendeu e somou o retorno com o trajeto que faltava: $20 + 20 + 20 + 20 + 20$, visualizado na reta. Foi muito interessante sua vibração: “Agora eu entendi! É muito fácil!” Realmente, nesse raciocínio o aluno localiza o ponto em que seu Antônio está quando percebe que esqueceu o computador e conta os quilômetros de 20 em 20 que devem ser percorridos para voltar e finalizar a viagem. Emprega apenas uma operação do campo aditivo usando a ideia de combinação (Figura 2).

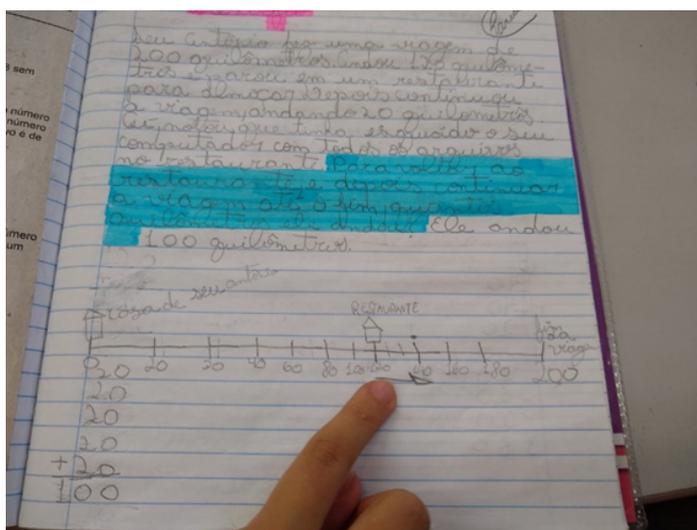


Figura 2: Resolução da aluna Mena - uso da reta numerada

Fonte: Imagens produzidas pelo professor pesquisador

Assim, notamos que alguns alunos tinham certa resistência em utilizar o desenho em matemática e ainda insistiam, a partir de suas crenças, que o resultado deveria sair de um cálculo numérico. Então pedimos que Ama e Pepeu mostrassem no quadro como poderiam chegar à solução usando a operação convencional ou a reta numerada, como mostra a Figura 3. Aqui no desenho, localizando o ponto em que seu Antônio volta e depois segue até o fim, fica ainda mais claro que poderiam apenas somar. Essa clareza também foi alcançada pela dupla depois da explicação de Ama.

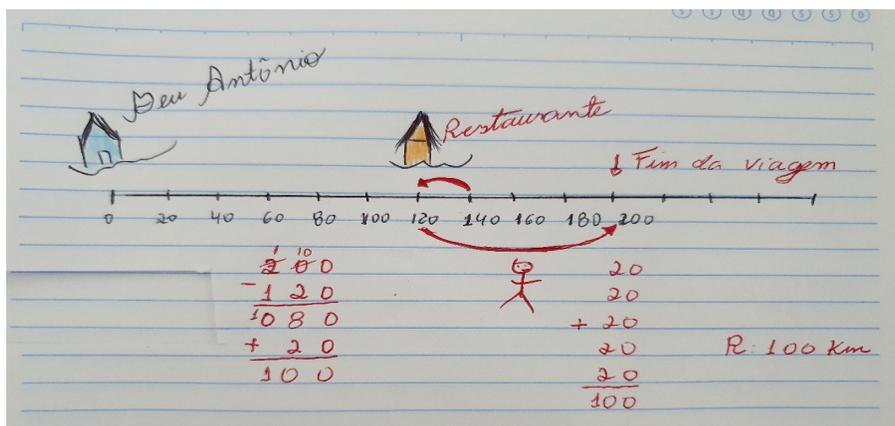


Figura 3: Resolução da dupla Pepeu e Ama compartilhadas com a turma

Fonte: Imagem registrada pelo pesquisador

3.1 Reflexões sobre o primeiro dia do experimento de ensino

No primeiro dia, somente um aluno resolveu o problema sem mediação e somente seis alcançaram a resposta com ajuda da reta numerada. Onze alunos precisaram de muita ajuda individualizada para que compreendessem a pergunta e o trajeto representado na reta. Mas será que, após a mediação, realmente compreenderam? Pedimos, então, que formulassem uma situação problema com as mesmas ideias em outro contexto e que usassem outros números. Somente os mesmos seis alunos que resolveram o problema original, antes da demonstração no quadro, conseguiram criar outra situação.

Ficamos intrigados e fizemo-nos muitos questionamentos: Não era um bom problema? Será que os alunos não estavam acostumados a usarem diferentes estratégias de resolução? Será que as situações problema que foram oferecidas anteriormente a esses alunos seguiam sempre o modelo tradicional, com linguagem direta, em sua forma prototípica, como aparecem na maioria dos livros didáticos? Será que resolveriam uma situação semelhante usando conhecimentos vivenciados na experiência descrita neste texto? Será que os outros alunos saberiam elaborar problemas similares e tinham

experiência com este tipo de tarefa ou os provocamos pela primeira vez? Será que os alunos não possuíam maturidade linguística para compreender a pergunta elaborada com três orações na ordem indireta? Estes questionamentos nos auxiliaram a pensar em estratégias para implementar, no segundo momento de aulas, novas experiências com os problemas elaborados por alguns. Tivemos que pensar e refletir sobre as estratégias de aula e sobre como motivar e envolver os outros alunos para compreenderem os problemas elaborados por seus colegas. Ademais, desejávamos ajudar a todos os alunos da turma a fim de conseguirem elaborar outros problemas similares. Olhamos e interpretamos inicialmente estas informações produzidas no experimento de ensino em 2019. Agora, em janeiro de 2021, estamos examinando as mesmas informações para podermos refletir e analisar de forma mais profunda as mesmas.

3.2 Segundo momento do experimento de ensino

Resolvemos levar ao quadro dois dos problemas elaborados por alguns estudantes em dias alternados. Segue um dos primeiros problemas elaborados, transcrito na íntegra:

Leone estava no trabalho e tava [estava] andando para ir a casa e andou 140 km quando parou e percebeu que tinha esquecido seu celular com todos os compromissos que tinha hoje, então precisava voltar ao seu trabalho, 140 km. Sua casa ficava a 240 km do trabalho. Para voltar ao trabalho e continuar o percurso até em casa, quantos quilômetros ele andou? (Problema elaborado por Mena em março de 2019.)

O problema elaborado possui as mesmas ideias do problema de seu Antônio. Aqui, neste problema similar ao elaborado pelo aluno, ao perceber o esquecimento, Leone volta ao ponto de partida e depois segue a viagem até chegar em casa. A falta de pontuação e estrutura frasal do texto pode ter dificultado a compreensão dos alunos presentes neste dia de aula para além da complexidade da pergunta. E de novo, poucos alunos entenderam e resolveram corretamente a situação. Somente oito estudantes o resolveram sem que precisássemos fazer alguma mediação na leitura. Dentre eles, seis alunos valeram-se da reta numerada ou esquemas desenhados. De toda forma, era um progresso, apesar da situação parecer irreal. Andando como? E que trabalho era esse que distava 240 quilômetros de casa? Ricas discussões foram realizadas para que o problema se tornasse mais significativo e próximo da realidade. Uma aluna disse que seu tio é professor e trabalha em uma faculdade que fica no Norte do Espírito Santo, bem longe, e, portanto, era uma situação possível. E a autora explicou que andar para ela significa “andar de carro”.

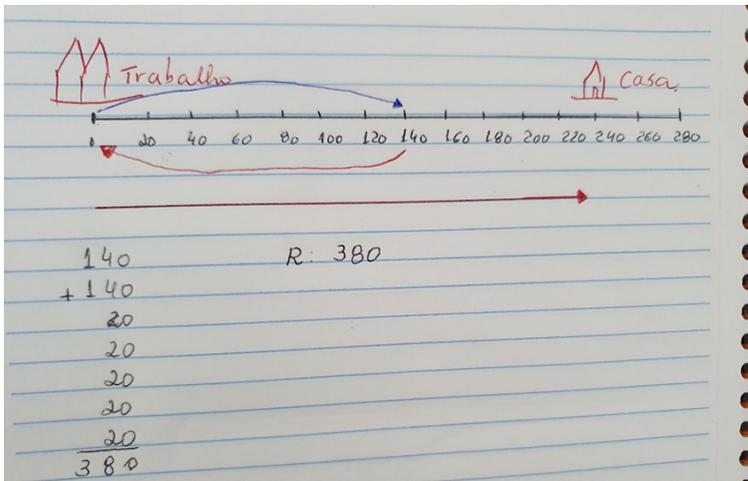


Figura 4: Resolução da aluna Mena

Fonte: Registro do professor pesquisador

A autora do problema, Mena (Figura 4), enumerou a reta de 20 em 20, soma $140 + 140 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20$ e explicou: “eu peguei $140 + 140$ porque isso ele andou indo e voltando, depois vi os pedaços que faltavam para ele chegar em casa e somei”. É muito interessante ver como essa estudante observou a ideia da complementação concretamente na reta. Ao somar os seis segmentos de 20 que faltavam com o percurso da volta, mais o percurso até onde estava, moveu-se com muita destreza no campo aditivo usando apenas uma operação no raciocínio de composição ou combinação.

Já a aluna Regina juntou os trajetos $140 + 140 = 280$ e explicou-nos que se tratava da ida até o ponto em que observou que esqueceu o celular e a volta para buscá-lo. Nessa explicação notamos que essa aluna ainda só enxergou a última frase da pergunta, pois parece que procurou o total, mas depois, ao invés de juntar os 100 km que ainda deveria andar para completar o percurso até em casa, subtraiu os 240 de 280. Ao lhe perguntarmos por que o fez, não soube nos explicar. Talvez sabia que havia uma subtração envolvida, pois quando chegaria ao ponto em que estava ao lembrar do celular, não precisava mais andar 240 km, agora já faltava menos. Mas não compreendeu como relacionar isso no cálculo numérico, por isso fez $280 - 240 = 40$. Essa ideia do “quanto falta” para chegar a um valor dado, que é a ideia de complementação no campo aditivo era uma das coisas que mais oferecia dificuldades de compreensão para outros alunos também.

Para nossa surpresa até a aluna Maria, a primeira a resolver o problema original, agora trazia um outro raciocínio. Multiplicou $2 \times 140 = 280$, mas adicionou 240, sem perceber que ao chegar ao ponto em que voltou não andaria mais 240, pois nesse ponto só faltavam 100. Repetimos as mesmas técnicas de leitura do texto com levantamento das

informações relevantes e insistimos na pergunta. Com a nossa interação, rapidamente ela concluiu a resposta e explicou que se equivocara por pensar no total. Fizemos vários diálogos individualmente e coletivamente com outros estudantes, assim dezessete alunos resolveram o problema. Mas ainda tínhamos nove alunos que admitiram não ter compreendido, mesmo depois que fomos ao quadro explicar com contraexemplo (Figura 5). Na figura, dois alunos apresentaram a solução, uma correta e outra incorreta. A seta vermelha mostra a solução de acordo com a pergunta: voltou 140 e adicionou 240, pois Leone recomeça o trajeto, perfazendo 380 km. No canto, somou $140 + 140 + 240 = 520$, sem perceber que os 140 já estão inseridos nos 240, quando a personagem refaz o percurso.

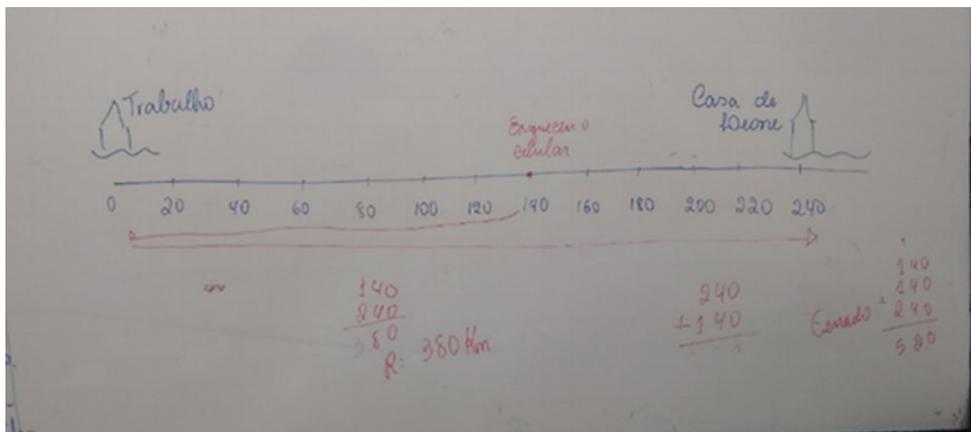


Figura 5: Explicação com contraexemplo

Fonte: Registros feitos pelo pesquisador

3.3 Terceiro momento do experimento de ensino

Uma semana depois, para não cansar a turma, digitamos a situação elaborada por Maria e entregamos para que colassem em seus cadernos e não tivessem o trabalho de copiá-la. Dissemos que era mais uma situação criada pelos colegas como desdobramento do primeiro problema que resolveram. O aproveitamento e valorização do texto elaborado pelo aluno por si só já funcionou como um estímulo. Havia vinte e dois alunos presentes neste dia de aula.

Sarah Red Crystal vai à festa de Mari Mármore, que fica a 250 km de sua casa. O pai de Sarah parou para reabastecer o carro depois de andar 130 km e Sarah aproveitou para pegar um lanche. Depois de andar mais 30 km, eles perceberam que esqueceram o presente no posto. Para voltar até o posto e depois continuar a viagem até o final, quantos km eles terão de andar? (Elaboração da aluna Maria transcrita na íntegra).

A situação é idêntica e a pergunta é análoga. Não tivemos dúvidas até então, que realmente compreendera a situação e o cálculo relacional que determinaria o cálculo numérico. Para nós essa aluna leu, compreendeu o que leu e começou a clarear as ideias de comparação, complementação e composição do campo aditivo. Segundo Santos (1997), quando o aluno é capaz de recriar a situação com outras palavras é porque a compreendeu. Como vimos acima, errara na resolução do problema de Leone por falta de atenção na pergunta. O dificultador não estava na compreensão das ideias matemáticas, mas na compreensão do texto e da leitura.

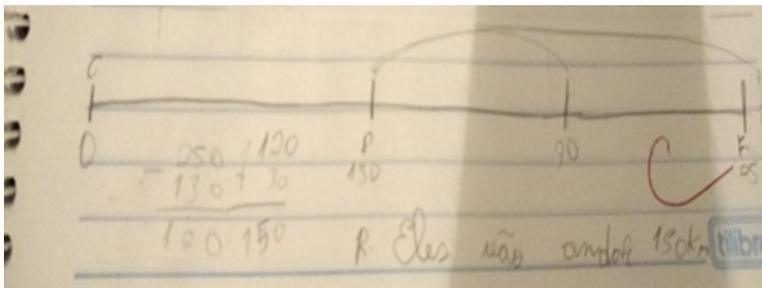


Figura 6: Solução do aluno Cacá, sem mediação

Fonte: Registros em aula

Desta vez dez alunos conseguiram resolver sem que houvesse mediação. Dentre eles, oito alunos usaram a reta numerada ou desenharam esquemas. Já começavam a arriscar mais e sair da prática de apenas fazer operações numéricas com algoritmos formais. Na Figura 6 vemos a solução individual de Cacá: o aluno mostrou com a seta o retorno ao posto e adicionou 30 aos 120 quilômetros que faltavam, dando como resposta 150 quilômetros. Numericamente fez $150 - 130 = 120$, depois adicionou os 30 km que voltou, $120 + 30 = 150$.

Segundo Gómez Chacón (2003), a maneira como o aluno se relaciona com essa disciplina nos anos iniciais pode ser decisiva para a maneira como virá a lidar com ela em sua vida escolar e profissional futura. Isso acontece porque influirá em suas crenças e concepções sobre si mesmo e sobre a disciplina, interferindo no seu autoconceito e definindo escolhas profissionais. Por isso, resolvemos brincar mais com a situação e dramatizá-la como é sugerido por Santos (1997) e Santos-Wagner (2008).

Marcamos pontos em que a situação se passa, em uma linha reta que ia de um canto a outro da sala: casa de Sarah, posto de gasolina, local em que se dão conta que esqueceram o presente e local da festa. E fizemos vários alunos dramatizarem a situação: a ida até o posto, a parada com o esquecimento, o trajeto até a lembrança, a volta e a retomada do percurso. Foi uma festa. Inventaram motivos para a volta e outras situações:

não havia lojas, o presente era valioso, o pai brigando com a filha que não tinha nada que tirar o presente do carro e outros argumentos surgiram. Nessa brincadeira, descontraíram e perceberam melhor a ideia do “quanto falta” para completar a viagem. Entenderam na vivência porque faziam a subtração. E depois, novamente alunos foram ao quadro para sistematizarem o raciocínio (Figura 7).



Figura 7: Dramatização - pai briga com a filha que esqueceu o presente - e sistematização

Fonte: Imagens produzidas pelo pesquisador

Um recurso que utilizamos foi reescrever com eles a pergunta na ordem direta como mostra a Figura 7, iniciando-a com o pronome interrogativo: quantos km eles terão de andar para voltar até o posto e depois continuar a viagem até o final? E constatamos que aos poucos a situação se tornava mais clara. Desta vez, somente seis alunos ainda disseram que estavam confusos. Nos dias que se seguiram levamos outras situações com números menores e gradativamente percebíamos que mais alunos acertavam.

4 | CONCLUSÃO

Usamos um problema envolvendo raciocínio complexo em uma turma que ainda não conhecíamos. O resultado poderia ter sido desastroso se não fizéssemos as mediações acima descritas. Acreditamos que qualquer situação matemática envolvendo as operações básicas pode ser desenvolvida com os estudantes, mesmo com certa imaturidade, desde que não os deixemos a sós. Até porque um problema só é um problema enquanto o aluno não possui ainda clareza sobre a estratégia que irá usar para resolvê-lo, quando já a possui, passa a ser um exercício de aplicação (SANTOS-WAGNER, 2008). Então sob essa ótica consideramos a experiência muito válida. Não atingimos, ainda, todos os alunos, mas sabíamos que conseguiríamos isso com outras resoluções de problemas e elaborações de problemas pelos alunos ao longo do ano de 2019.

Nas situações de comparação é muito importante que se varie a forma de perguntar em situações simples. Ex.: Paulo andou 20 quilômetros e José andou 30 quilômetros. Quantos quilômetros José andou a mais? Quantos quilômetros Paulo precisa andar para ter percorrido a mesma distância que José? Quantos quilômetros Paulo andou a menos que José? Quanto mais o professor variar as perguntas, menos os alunos ficarão presos às palavras-chave (a mais ou a menos) que podem lhes indicar o tipo de operação que deverá realizar. Também consideramos importante que, de vez em quando, as perguntas da situação problema ocorram em outros locais e de forma indireta como a pergunta que foi trabalhada neste experimento de ensino em alguns momentos. Ou seja, é necessário que os alunos vivenciem trabalhos com problemas em que também se façam presentes perguntas indiretas e colocadas de outra maneira no texto para que o estudante não fique condicionado apenas às perguntas diretas. As situações problema oferecem grandes oportunidades para professores e professoras trabalharem com a língua materna juntamente com o raciocínio matemático.

Logo, o professor precisa conhecer as ideias envolvidas nas operações básicas, e saber como lidar com esse conhecimento para que se torne acessível aos seus alunos e para que, de fato, aprendam as ideias de adicionar e subtrair. Ou seja, o professor precisa ter esse conhecimento matemático sobre as operações e ter conhecimento pedagógico matemático de como ensinar as mesmas aos seus alunos (SHULMAN, 1987). São as mediações conscientes, planejadas, modificadas e repensadas que um professor fizer, dialogando e permitindo a interação entre os estudantes que vão tornar uma situação matemática prazerosa ou não, auxiliando-os a compreender o que precisam realizar. As estratégias alternativas devem ser exploradas e incentivadas pelos professores em aulas de matemática sem cobranças imediatas de uso de algoritmo formal. Mas isso requer conhecimento matemático e conhecimento pedagógico matemático do professor e habilidades pedagógicas para colocar esses conhecimentos em prática em aulas. Os alunos mostraram resistência e certo estranhamento ao usar estratégias diferentes para ler, reler, compreender e resolver problemas, usando o desenho, a reta numerada ou a dramatização. Entretanto, observamos ao final de três momentos deste experimento de ensino, que já estavam mais familiarizados com outras estratégias e felizes com seus resultados. Não se pode esperar que alunos que venham de práticas menos dialógicas em matemática, de quatro anos escolares anteriores, mostrem os mesmos resultados de imediato, que alunos que tivessem trabalhado assim, anteriormente, já habituados ao uso de outras estratégias para resolver e compreender problemas.

Ao final da resolução do terceiro problema, em roda de conversa, avaliamos junto com os estudantes as estratégias que foram utilizadas. Foi muito bom ver que quase toda a turma concordou que realizavam a leitura rápido demais. Quanto aos desenhos, dez alunos disseram que isso lhes ajudou e que pretendem usar novamente. Sobre a dramatização, todos disseram que amaram e gostariam de fazer novamente. Ama explicou que a

dramatização não trouxe a solução, mas ajudou a clarear os procedimentos numéricos que deveriam ser realizados. Concluímos que não devemos desistir se não conseguirmos, ainda, envolver todos no mesmo momento. Outras vivências devem se seguir para que conceitos clareiem. O bom ensino é aquele que projeta para etapas adiante daquilo que o aluno já é capaz de realizar.

REFERÊNCIAS

ARRAIS, U. B. **Expressões aritméticas: crenças, concepções e competências no entendimento dos professores polivalentes.** PUC/ SP, 2006, 178f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

GÓMEZ CHACÓN, I. M. **Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática.** Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

HOFFMAN, B. V. S. **O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no ensino fundamental.** 2012. 290f. Dissertação (Mestrado em educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

IMENES, L. M. P. JAKUBOVIC, J. LELIS, M. C. **Matemática ao vivo.** 3. ed. São Paulo: Scipione, 1995. (Programa Nacional do Livro Didático).

SANTOS, V. M. P. (Coord.) **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos.** Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. Resolução de problemas em matemática: uma abordagem no processo educativo. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, no 53, p. 43-74, jul./dez. 2008.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, p. 1-22, 1987.

SILVA, S. A. F da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais.** 2009. 364f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

VERGNAUD, Gerard. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Tradução de Maria Lucia Faria Moro; revisão de Maria Teresa Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009. (Originalmente publicado em 1981, sob o título: L`enfant, la mathématique e la réalité).

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** Tradução de Jeferson Luiz Camargo. Revisão técnica José Cipola Neto. São Paulo: Martins Fontes, 1993. (Publicado pela primeira vez no Brasil em 1987).

ÍNDICE REMISSIVO

A

Adaptações 2, 5, 272, 273, 275, 276, 277, 278, 280, 281, 282, 283, 285

Adição 153, 179, 202, 203, 205, 206, 207, 208, 220, 237, 244

Alunos com Necessidades Educacionais Especiais 273

Análise Dinâmica 118, 125

ANSYS - LS 118

Aprendizagem Matemática 1, 14, 46, 48, 146, 190, 199, 204, 218, 270

Aprendizagem Significativa 45, 109, 110, 111, 116, 117, 146, 151, 192, 276

Aula Invertida 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315

Avaliação 5, 9, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 45, 46, 48, 112, 114, 138, 193, 202, 203, 205, 207, 218, 261, 265, 288

B

Bhaskara/ Φ 241, 242, 247, 248, 249, 250, 251, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259

C

Campos Conceituais 207, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271

Complementaridade 287, 288, 289, 290, 291, 292, 294, 298

Conceitos Básicos 75, 78, 153, 271

Conhecimentos 4, 6, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 31, 41, 42, 43, 52, 57, 63, 76, 77, 80, 84, 85, 86, 110, 113, 114, 116, 144, 146, 190, 194, 197, 198, 199, 203, 204, 205, 211, 217, 228, 229, 239, 240, 260, 262, 263, 265, 267, 269, 290, 291, 293, 294, 299, 311, 312

Consumo 55, 69, 111, 144, 145, 146, 148, 150, 151

Cotidiano 50, 51, 52, 53, 55, 77, 81, 83, 84, 113, 146, 149, 150, 151, 198, 270

Crivo 170, 171, 175, 176

D

Decomposição lu 101

Desinteresse dos Alunos 1, 9, 10, 13

Dificuldades de Aprendizagem 74, 75, 79, 88

Divisão 47, 54, 66, 170, 171, 234, 261, 266, 267, 268, 271, 287, 288, 293, 294, 295, 296, 297, 298

E

Educação a Distância 50

Educação Matemática 6, 14, 18, 20, 26, 27, 29, 39, 48, 49, 74, 87, 108, 109, 132, 139, 140,

142, 151, 177, 189, 190, 191, 200, 202, 203, 218, 271, 286, 289, 298, 300, 316

Elementos Estruturantes 75, 76, 78, 83, 85

Elementos Finitos 32, 118, 119

Ensino de Matemática 11, 56, 70, 71, 77, 141, 142, 144, 149, 150, 200, 219, 271, 302, 307, 316

Ensino Fundamental 1, 2, 3, 25, 40, 41, 43, 48, 140, 143, 151, 189, 193, 195, 198, 200, 201, 203, 218, 219, 220, 221, 260, 267, 287, 288, 292

Ensino Médio 7, 8, 25, 27, 69, 71, 74, 75, 76, 81, 84, 87, 109, 110, 112, 114, 115, 116, 117, 144, 146, 147, 149, 151, 219, 221, 227, 241, 271, 276, 302

Epístola 228

Equação Diferencial Parcial - EDP 29, 30, 31, 32, 33, 35, 37, 38

Equação Polinomial de Grau Dois 241

Espaço Euclidiano 152, 155, 164, 168

F

Feira de Matemática 16, 18, 20, 197

Filas 89, 90, 91, 92, 94, 95, 104, 233

Formação Docente 16, 18, 19, 26, 140

Formação para o Trabalho 50, 58

G

Geogebra 69, 70, 71, 72, 73

H

Hiperesfera 152

Hiperplano 152, 153, 154, 155, 156, 158, 160, 161, 163, 164, 167, 168

História 13, 21, 22, 26, 29, 31, 33, 39, 51, 86, 87, 88, 112, 141, 142, 150, 189, 197, 228, 229, 238, 239, 245, 259, 263

História da Matemática 29, 39, 112, 189, 197, 239, 245, 259

I

Interfaces Educacionais 101

J

Jogos Matemáticos 197, 221, 260, 261, 266, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285, 286, 301, 307

M

Matemática 2, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27,

28, 29, 30, 31, 33, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 64, 69, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 108, 109, 110, 112, 116, 117, 119, 120, 132, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 149, 150, 151, 152, 153, 177, 178, 179, 184, 186, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 207, 211, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 234, 235, 237, 239, 240, 243, 244, 245, 246, 259, 260, 261, 262, 266, 268, 270, 271, 272, 274, 275, 276, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 306, 307, 308, 310, 316

Matemática Financeira 144, 145, 146, 147, 150, 151, 316

Materiais Didáticos 47, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 199, 200, 201, 276, 307

Material Concreto 198, 200, 201, 301, 303

Mediação 202, 207, 209, 211, 212, 215, 267, 290

Método de Diferenças Finitas 118

Método de Resolução 241

Metodologias Inovadoras de Ensino 190, 195, 199

Modelagem Matemática 61, 119, 132, 141

N

Números Primos 170, 171, 172, 175, 176, 234, 235, 236, 237

O

Operação Matemática 177, 178, 184, 294

P

Prática Docente 4, 11, 50, 51, 193, 219, 226

Professor Iniciante 1, 2, 3, 8

Programação Orientada a Objeto 61

Projeto GAMA 308, 309, 310, 311, 314

Proposta Pedagógica 54, 177, 186

R

Resolução de Problemas 87, 109, 110, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 177, 198, 202, 204, 205, 206, 218, 220, 274, 301

Rstudio 95

S

Sadosky 101, 102, 103, 104, 108

Semiótica 287, 288, 289, 290, 292, 294, 298

Sentido 2, 3, 4, 6, 7, 11, 14, 17, 20, 23, 42, 44, 45, 47, 51, 53, 56, 71, 76, 77, 78, 79, 80,

81, 83, 85, 101, 112, 150, 171, 200, 244, 263, 264, 267, 285, 287, 288, 291, 292, 294, 296, 298, 299, 314

Subtração 202, 203, 205, 206, 207, 208, 213, 216, 267

T

Técnica da Transformada Integral Clássica - (CITT) 29, 30, 31, 32, 38

Técnica da Transformada Integral Generalizada - (GITTT) 29, 30, 32, 33, 37, 38

Tecnologias Digitais 69, 70, 71, 74

Teoria de Conjunto 61, 64

Teoria dos Números 170, 228, 229, 230, 234, 235, 236, 237, 238, 240

Territórios Virtuais 50, 51, 52

Teste de Primalidade 170, 171, 172, 174, 175

Torneio de Jogos Matemáticos 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285

Transformada Integral 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38

Trigonometria 69, 71, 72, 245, 301, 302

V

Viga de Euler-Bernoulli 118, 125

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3