

Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Luca Vieira  
(Organizadores)



# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Luca Vieira  
(Organizadores)



# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Ivone Goulart Lopes – Instituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido



Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfnas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília

Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Profª Drª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina

Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília

Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina

Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra

Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco

Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas

Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Profª Drª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará

Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados

Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino

Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora

Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Linguística, Letras e Artes**

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais  
Prof. Me. Alexandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar

Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná  
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa  
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein  
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR

Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Lillian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos  
Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

# Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
**Bibliotecária:** Janaina Ramos  
**Diagramação:** Luiza Alves Batista  
**Correção:** Kimberlly Elisandra Gonçalves Carneiro  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizadores:** Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Luca Vieira

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I37 Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Luca Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-855-7

DOI 10.22533/at.ed.557211003

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Luca (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br



## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

## APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor.

O contexto social, político e cultural tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse contexto de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático.

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o livro “***Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática***”, nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para professores da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura a todos e a todas.

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

## REFERÊNCIAS

SILVA, A. J. N. da. Professores de Matemática em início de carreira e os desafios (im)postos pelo contexto pandêmico: um estudo de caso com professores do semiárido baiano: doi.org/10.29327/217514.7.1-5. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 17, 2021. Disponível em: <http://periodicorease.pro.br/rease/article/view/430>. Acesso em: 10 fev. 2021.

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **DIFICULDADES EVIDENCIADAS NA PRÁTICA PEDAGÓGICA DE PROFESSORES INICIANTE EM MATEMÁTICA**

Emerson Batista Ferreira Mota

José Cirqueira Martins Júnior

Dario Fiorentini

**DOI 10.22533/at.ed.5572110031**

### **CAPÍTULO 2..... 16**

#### **A AVALIAÇÃO NO MOVIMENTO EM REDE FEIRAS DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO**

Paula Andrea Grawieski Civiero

Alayde Ferreira dos Santos

**DOI 10.22533/at.ed.5572110032**

### **CAPÍTULO 3..... 29**

#### **UMA CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DAS TÉCNICAS DA TRANSFORMADA INTEGRAL CLÁSSICA (CITT) E GENERALIZADA (GITT): ASPECTOS INICIAIS**

Reynaldo D'Alessandro Neto

**DOI 10.22533/at.ed.5572110033**

### **CAPÍTULO 4..... 40**

#### **A FORMAÇÃO DA PROFESSORA DE MATEMÁTICA E O ESTÁGIO DE OBSERVAÇÃO: DESAFIOS E POSSIBILIDADES**

Fernanda Pereira Magalhães

Américo Junior Nunes da Silva

**DOI 10.22533/at.ed.5572110034**

### **CAPÍTULO 5..... 50**

#### **UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)**

Débora Gaspar Soares

Márcio Ruino Silva

**DOI 10.22533/at.ed.5572110035**

### **CAPÍTULO 6..... 61**

#### **USANDO TEORIA DE CONJUNTOS PARA VISUALIZAR A MODELAGEM ORIENTADA A OBJETOS COM CONCEITOS CONCRETOS, ABSTRATOS E IMAGINÁRIOS**

Ana Emilia de Meo Queiroz

**DOI 10.22533/at.ed.5572110036**

### **CAPÍTULO 7..... 69**

#### **GEOGEBRA: MATEMÁTICA NA PALMA DA MÃO**

Paulo Ricardo Rocha Lima

Joycilene Lopes de Brito

Ricardo de Oliveira Mendes  
Francisco Vitor Vieira de Araujo  
Dalila Sara Silva Gomes  
**DOI 10.22533/at.ed.5572110037**

**CAPÍTULO 8..... 75**

**APRENDIZAGEM DE CONCEITOS MATEMÁTICOS BÁSICOS: ELEMENTOS ESTRUTURANTES DESSE PROCESSO**

Maria Lídia Paula Ledoux  
Ana Claudia Oliveira Sales

**DOI 10.22533/at.ed.5572110038**

**CAPÍTULO 9..... 89**

**SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DE FILAS M/M/1 E M/M/c**

Nilson Luiz Castelucio Brito  
Rosivaldo Antonio Gonçalves  
Graziella Nuzzi Ribeiro D'Angelo

**DOI 10.22533/at.ed.5572110039**

**CAPÍTULO 10..... 101**

**MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO LU/LDU BASEADO NO ALGORITMO DE SADOSKY**

Vinícius Guimarães de Oliveira  
Wellington José Corrêa  
Fernando César Gonçalves Manso

**DOI 10.22533/at.ed.55721100310**

**CAPÍTULO 11..... 109**

**A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA VIVENCIADA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**

Malcus Cassiano Kuhn

**DOI 10.22533/at.ed.55721100311**

**CAPÍTULO 12..... 118**

**ANÁLISE DINÂMICA DE UMA VIGA DE EULER-BERNOULLI SUBMETIDA A IMPACTO NO CENTRO APÓS QUEDA LIVRE ATRAVÉS DO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS**

Bruno Conti Franco  
Wang Chong

**DOI 10.22533/at.ed.55721100312**

**CAPÍTULO 13..... 126**

**COMMENTS ON THE PERCEPTION OF THE STUDENTS AND TEACHER IN A MATHEMATICAL MODELING DISCIPLINE IN AN ENVIRONMENTAL SCIENCES GRADUATION – A REMOTE EDUCATION EXPERIENCE**

Tales Alexandre Aversi Ferreira

**DOI 10.22533/at.ed.55721100313**



<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>144</b>
<b>A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA O CONSUMO CONSCIENTE</b>	
Aleff Hermínio da Silva	
Claudilene Gomes da Costa	
Agnes Liliane Lima Soares de Santana	
<b>DOI 10.22533/at.ed.55721100314</b>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>152</b>
<b>UM ESTUDO DAS POSIÇÕES RELATIVAS DO HIPERPLANO E DA (n-1) -ESFERA NO ESPAÇO EUCLIDIANO</b>	
Joselito de Oliveira	
Wender Ferreira Lamounier	
<b>DOI 10.22533/at.ed.55721100315</b>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>170</b>
<b>CRIVO PARA NÚMEROS PRIMOS E TESTE DE PRIMALIDADE BASEADOS EM UMA MATRIZ DE OITO COLUNAS</b>	
Gabriel Pastori Figueira	
Fernando César Gonçalves Manso	
Wellington José Corrêa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.55721100316</b>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>177</b>
<b>AS CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA CHINESA PARA O ENSINO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE MULTIPLICAÇÃO</b>	
Iago Alves dos Santos	
Danilo Furtado Veras	
Wirlania Cristina Santos Nunes	
Rayane de Jesus Santos Melo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.55721100317</b>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>190</b>
<b>UM ESTUDO SOBRE A APLICAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA</b>	
José Roberto Costa	
Marcia Samile Bon im	
<b>DOI 10.22533/at.ed.55721100318</b>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>202</b>
<b>AVALIAÇÃO COM MEDIAÇÃO EM RESOLUÇÃO E ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS</b>	
Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman	
Vânia Santos Maria Pereira dos Santos –Wagner	
<b>DOI 10.22533/at.ed.55721100319</b>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>219</b>
<b>A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DE</b>	

## JOGOS

Luzia da Costa Tonon Martarelli

Brendow Pena de Mattos Souto

**DOI 10.22533/at.ed.55721100320**

## **CAPÍTULO 21.....228**

### MATEMÁTICA EPISTOLAR

Maria Aparecida Roseane Ramos

**DOI 10.22533/at.ed.55721100321**

## **CAPÍTULO 22.....241**

### EQUAÇÃO POLINOMIAL DE GRAU DOIS: UMA NOVA ABORDAGEM

Fernando César Gonçalves Manso

Flávia Aparecida Reitz Cardoso

**DOI 10.22533/at.ed.55721100322**

## **CAPÍTULO 23.....260**

### TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: ANÁLISE DE ESQUEMAS ELABORADOS DURANTE ATIVIDADE MATEMÁTICA INTERATIVA

Ivana de Oliveira Freitas

Ângela Maria Hartmann

**DOI 10.22533/at.ed.55721100323**

## **CAPÍTULO 24.....272**

### V TORNEIO DE JOGOS MATEMÁTICOS COMO FERRAMENTA DE INCLUSÃO ESCOLAR

Vinícius Vieira da Silva Dutra

Ana Carolina da Silva Manoel

Anna Júlia Martins Melo

Marcos Victor Magalhães da Silva

Vinícius Silva Lima

Westher Manricky Bernardes Fortunato

Eliane Fonseca Campos Mota

Ricardo Gomes Assunção

**DOI 10.22533/at.ed.55721100324**

## **CAPÍTULO 25.....287**

### ATRIBUINDO “SENTIDO” AO ALGORITMO DA DIVISÃO EM SALA DE AULA: PROPOSITURA DE ABORDAGEM METODOLÓGICA SEMIÓTICA FUNDAMENTADA NO PENSAMENTO SOBRE COMPLEMENTARIDADE OTTEANO

Jacqueline Borges de Paula

**DOI 10.22533/at.ed.55721100325**

## **CAPÍTULO 26.....301**

### A UTILIZAÇÃO DE JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Jheniffer Munslinger Schroer

Lucieli Martins Gonçalves Descovi

**DOI 10.22533/at.ed.55721100326**

<b>CAPÍTULO 27.....</b>	<b>308</b>
<b>SALA DE AULA INVERTIDA: UMA ANÁLISE SOBRE A RECEPTIVIDADE DOS ESTUDANTES PARTICIPANTES DE AULAS INVERTIDAS NO PROJETO GAMA</b>	
Gustavo Weirich Corrêa	
Cícero Nachtigall	
DOI 10.22533/at.ed.55721100327	
<b>SOBRE OS ORGANIZADORES .....</b>	<b>316</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>317</b>

Data de aceite: 01/03/2021

Data de submissão: 05/01/2021

### Nilson Luiz Castelucio Brito

Universidade Estadual de Montes Claros –  
UNIMONTES  
Montes Claros – MG  
<https://orcid.org/0000-0003-0094-0791>

### Rosivaldo Antonio Gonçalves

Universidade Estadual de Montes Claros –  
UNIMONTES  
Montes Claros – MG  
<http://lattes.cnpq.br/9107444768452858>

### Graziella Nuzzi Ribeiro D'Angelo

Universidade Estadual de Montes Claros –  
UNIMONTES  
Montes Claros – MG

**RESUMO:** A Teoria de Filas consiste na modelagem analítica de sistemas que resultam em espera e tem como objetivo determinar e avaliar quantidades denominadas medidas de desempenho que expressam a produtividade/operacionalidade desses processos. Este trabalho desenvolveu uma rotina no RStudio capaz de simular sistemas de filas M/M/1 e M/M/2. As simulações foram feitas utilizando o método Monte Carlo. A rotina foi bastante robusta, pois forneceu valores simulados bem próximos dos teóricos, sobretudo com o aumento do tamanho da amostra.

**PALAVRAS-CHAVE:** Filas, simulação Monte Carlo, RStudio.

## SIMULATION OF QUEUE SYSTEMS M/M/1 AND M/M/C

**ABSTRACT:** Queuing Theory consists of the analytical modeling of systems that result in waiting and aims to determine and evaluate quantities called performance measures that express the productivity / operability of these processes. This work developed a routine in RStudio capable of simulating M/M/1 and M/M/2 queuing systems. The simulations were carried out using the Monte Carlo method. The routine was very robust, as it provided simulated values very close to the theoretical ones, especially with the increase in the sample size.

**KEYWORDS:** Queues, Monte Carlo simulation, RStudio.

## 1 | INTRODUÇÃO

## 2 | REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Estimação de Parâmetros

As variáveis aleatórias  $X_1, \dots, X_n$  são chamadas amostra aleatória de tamanho  $n$  da população  $f(x)$  se  $X_1, \dots, X_n$  forem variáveis aleatórias mutuamente independentes e a distribuição marginal de cada  $X_i$  é a mesma função  $f(x)$ . A distribuição de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias é utilizada para estimar os parâmetros de uma população (média e variância, por exemplo) através de métodos algébricos (método dos momentos e método da máxima verossimilhança) ou

de métodos numéricos (simulação). O objetivo deste trabalho é propor uma simulação utilizando o software RStudio para estimar os parâmetros de filas M/M/1 e M/M/2. RStudio é um software livre de ambiente de desenvolvimento integrado para R, uma linguagem de programação para gráficos e cálculos estatísticos.

## 2.2 Simulação

O termo “simular” possui diversas definições nos vários ramos do conhecimento humano. Conforme o dicionário simular é “fazer aparecer como real uma coisa que não o é; fingir”. Dependendo do ambiente em que o termo é utilizado, suas técnicas e métodos são completamente diferentes. Neste trabalho, simulação será entendida como as técnicas de solução de um problema pela análise de um modelo que descreve o comportamento do sistema utilizando um software. As simulações foram realizadas utilizando o método de Monte Carlo.

Suponha que se deseje estimar  $\theta=E(X)$ , isto é, o valor esperado de uma variável aleatória  $X$ . Suponha, ainda, que possa ser gerada uma amostra aleatória de tamanho  $n$ . Cada vez que um valor é gerado, diz-se que uma simulação foi concluída. Se  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$  é a média amostral, então, ela é um estimador não-viciado de  $\theta$ , ou seja,  $E(\bar{X})$ . Além disso,  $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ , em que  $\sigma^2$  é a variância populacional.

Pelo Teorema Central do Limite (TCL), se  $n$  é suficientemente grande,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  será tão pequeno que  $\bar{X}$  será bastante próximo de  $\theta$ . Esta abordagem é conhecida como a simulação de Monte Carlo.

## 2.3 Filas

Nenhum de nós consegue escapar de uma fila. Cada um de nós provavelmente tem uma situação relativa a uma fila que marcou. Infelizmente, este fenômeno é cada vez mais comum nas sociedades desenvolvidas. Esperamos em uma fila dentro dos carros em congestionamentos de trânsito ou em praças de pedágios. Esperamos em fila para sermos atendidos em supermercados, bancos, restaurantes, etc. Assim como os clientes não gostam de filas, os gerentes dos serviços que as geram também não, pois elas representam um custo para os negócios. Então, por quê existe a fila de espera? A resposta é simples: existe maior demanda pelo serviço do que recursos para realizá-lo. E isso ocorre por diversas razões. Uma delas é a escassez de servidores disponíveis. Outra razão é que pode ser economicamente inviável para um negócio disponibilizar o nível de serviço necessário para prevenir filas de espera. Pode, ainda, haver limitação de espaço no volume de serviço que pode ser disponibilizado. De um modo geral, essas limitações podem ser resolvidas com gasto de capital e pelo conhecimento do quanto de serviço poderia ser disponibilizado, desde que conheçamos a resposta a questões do tipo: “Qual o custo de um usuário ficar esperando?” ou “Quantas pessoas podem ficar em uma fila?” A teoria das filas tenta – e em muitos casos, com sucesso – responder a essas questões através de uma análise matemática detalhada.



### 2.3.1 Notação Usual

A caracterização de uma fila é feita utilizando a notação de Kendall[x], cuja forma é  $A/B/X/Y/Z$ , em que  $A$  descreve a distribuição do tempo entre chegadas,  $B$ , a distribuição do tempo de serviço,  $X$ , o número de servidores,  $Y$ , a capacidade do sistema, ou seja, o número de usuários na sala de espera mais o número de usuários que estão sendo atendidos, e,  $Z$ , a disciplina de atendimento. Alguns exemplos de escolhas para  $A$  e  $B$ :  $M$ , para distribuição exponencial (memoryless),  $E_k$ , para distribuição Erlang tipo- $k$  e  $G$ , para determinística. A disciplina de atendimento refere-se à maneira pela qual os clientes são selecionados para o serviço quando a fila está formada. A disciplina mais comum é “primeiro a chegar, primeiro a ser servido” (FCFS, do termo em inglês *first come, first served*). A capacidade do sistema diz respeito a existência ou não de limitação física no tamanho da área de espera. Assim, se houver esse tipo de limitação, quando o comprimento da fila atinge certo tamanho, nenhum cliente adicional será admitido na área de espera até que haja espaço disponível devido a conclusão de um serviço. Quando são omitidos  $Y$  e  $Z$  na notação de Kendall, entende-se que a fila tem capacidade infinita e disciplina FCFS. Neste trabalho, as filas de interesse são  $M/M/1$  e  $M/M/2$ , ou seja, os tempos entre chegadas e o tempo do serviço seguem uma distribuição exponencial, tendo um servidor único no primeiro caso e dois servidores no segundo, a capacidade é infinita e a disciplina de atendimento é FCFS em ambos os casos. A distribuição exponencial tem como função densidade de probabilidade  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ ,  $t \geq 0$ . Consequentemente, a função de distribuição é  $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ ,  $t \geq 0$  cujos gráficos, para  $\lambda = 2$  são apresentados na figura 1.

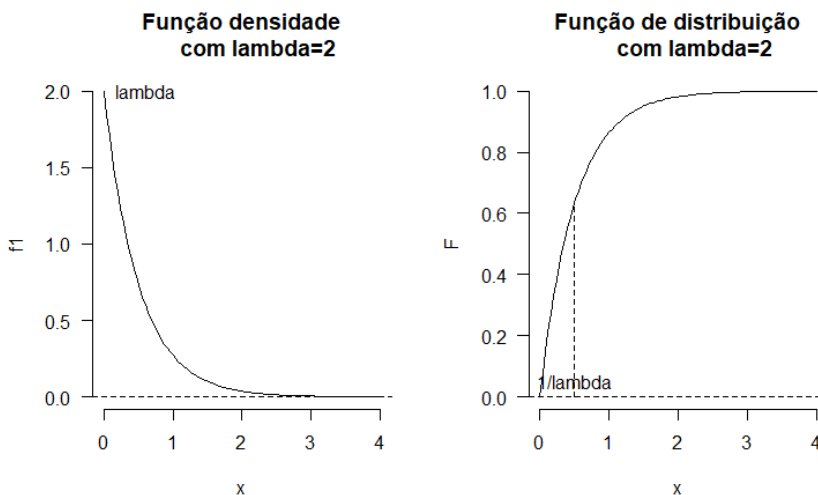


Figura 1- Gráficos de uma distribuição exponencial

### 2.3.2 Medidas de Desempenho para Filas

As cinco características de um sistema de filas em geral são suficientes para descrever completamente um processo sob estudo. No procedimento de seleção do modelo para o processo de fila é extremamente importante utilizar o modelo correto ou pelo menos um que descreva a real situação que está sendo estudada. Denotando por  $\lambda$  a taxa média de entrada de usuários no sistema e  $\mu$  a taxa média de serviço, pode-se definir a *intensidade de tráfego*  $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ , uma medida do congestionamento de tráfego para um sistema com  $c$  servidores. Quando  $\rho > 1$ , isto é,  $\lambda > c\mu$ , a taxa de chegada excede a máxima taxa de serviço do sistema, é esperado, com o passar do tempo, que a fila se torne cada vez maior, a menos que novos usuários não sejam mais autorizados a entrar no sistema. Foram feitas 5000 simulações Monte Carlo utilizando o software livre RStudio com amostras de tamanho  $n = 10$  e  $n = 100$ , com taxa de atendimento fixa igual a 2, ou seja, tempo médio de atendimento igual a 0.5 e taxas de chegada iguais a 1 e 1,250, correspondendo, respectivamente, aos tempos médios entre chegadas de 1 e 0,8. A figura 2 mostra as distribuições teóricas e empíricas das chegadas ( $\lambda = 1$ ) e do atendimento para ( $\mu = 2$ ) fixo.

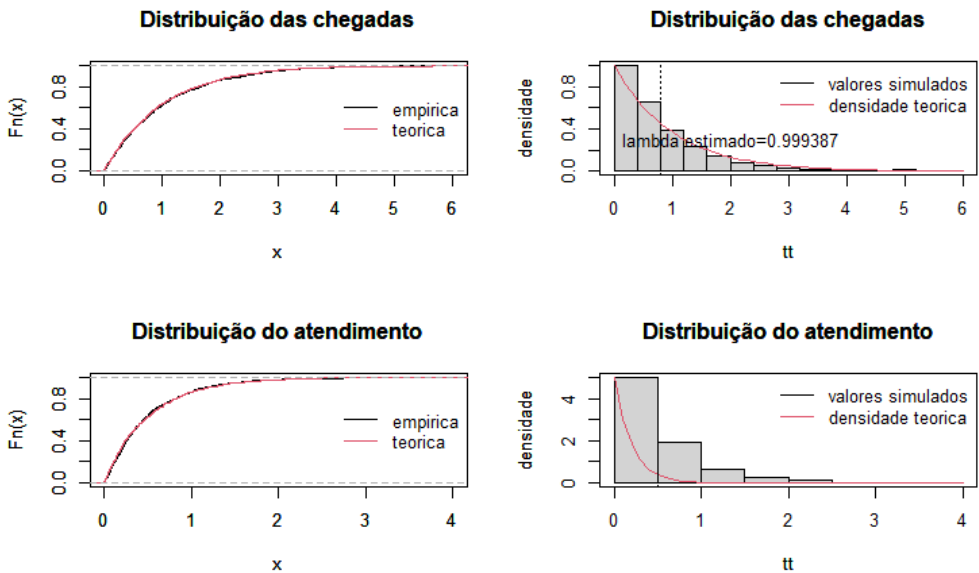


Figura 2- Gráficos dos valores teóricos e simulados

Na maioria das vezes, resolver problemas de filas significa encontrar a distribuição de probabilidade do número total de usuários no sistema  $N(t)$  no tempo  $t$ , que é composto

por aqueles que esperam na fila,  $N_q(t)$ , e os que estão em serviço,  $N_s(t)$ . Assim, duas medidas de interesse imediato são o número médio de usuários no sistema e do número médio de usuários na fila. Denotando por  $N$  o número de usuários no sistema em regime estacionário,  $L$  seu valor médio,  $N_q$  o número de usuários na fila em regime estacionário e  $L_q$  seu valor médio, temos as seguintes relações conhecidas como **medidas de desempenho** de uma fila.

Medida	Notação	Fórmula
Número médio de usuários no sistema	$L$	$L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$
Número médio de usuários na fila	$L_q$	$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$
Tempo médio de permanência no sistema	$W$	$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)} = \frac{1}{\mu-\lambda}$
Tempo médio de espera na fila	$W_q$	$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{\rho}{\mu-\lambda}$
Probabilidade do sistema estar vazio	$p_0$	$p_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$

Tabela 1 – Medidas de desempenho de uma fila  $M/M/1$

Para uma fila com  $c$  servidores ( $M/M/c$ ), denotando  $r = \frac{\lambda}{\mu}$ , a taxa de utilização do sistema é dada por  $\rho = \frac{r}{c} = \frac{\lambda}{c\mu}$ .

Medida	Notação	Fórmula
Número médio de usuários no sistema	$L$	$L = r + \left[ \frac{r^{c+1}c}{c!(c-r)^2} \right] p_0$
Número médio de usuários na fila	$L_q$	$L_q = \frac{p_0 cr^{c+1}}{c!(c-r)^2}$
Tempo médio de permanência no sistema	$W$	$W = \frac{1}{\mu} + W_q$
Tempo médio de espera na fila	$W_q$	$W_q = \frac{r^c \mu}{(c-1)!(c\mu-\lambda)^2} p_0$
Probabilidade do sistema estar vazio	$p_0$	$p_0 = \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{cr^c}{c!(c-r)} \right)^{-1}$

Tabela 2 – Medidas de desempenho de uma fila  $M/M/c$

### 3 I RESULTADOS OBTIDOS

A tabela 3 mostra os resultados correspondentes a 5000 simulações Monte Carlo com amostras de tamanhos  $n = 10$  e  $n = 100$  realizadas em uma fila  $M/M/1$  com taxa de serviço  $\mu = 2$  e taxa de chegadas  $\lambda = 1$ . Os resultados correspondentes a 5000 simulações Monte Carlo com amostras de tamanhos  $n = 10$  e  $n = 100$  realizadas em uma fila  $M/M/1$  com taxa de serviço  $\mu = 2$  e taxa de chegadas  $\lambda = 1,25$  são mostrados na tabela 4.

Medida de desempenho	Valor teórico	Valor simulado para	Erro absoluto	Valor simulado para	Erro absoluto
$\lambda$	1	1.0067	0.0067	0.9983	0.0017
$\rho$	0.5	0.5033	0.0033	0.4992	0.0008
L	1	1.0134	0.0134	0.9967	0.0033
$L_q$	0.5	0.5101	0.0101	0.4975	0.0025
W	1	1.0067	0.0067	0.9983	0.0017
$W_q$	0.5	0.5067	0.0067	0.4983	0.0017
$\rho_0$	0.5	0.4967	0.0033	0.5008	0.0008

Tabela 3 – Valores teóricos e simulados para taxa de chegadas igual a 1 e taxa de atendimento fixa igual a 2

Medida de desempenho	Valor teórico	Valor simulado para	Erro absoluto	Valor simulado para	Erro absoluto
$\lambda$	1.2500	1.2583	0.0083	1.2479	0.0021
$\rho$	0.6250	0.6292	0.0042	0.6240	0.0010
L	1.6667	1.6966	0.0299	1.6593	0.0074
$L_q$	1.0417	1.0675	0.0258	1.0353	0.0064
W	1.3333	1.3483	0.0150	1.3296	0.0037
$W_q$	0.8333	0.8483	0.0150	0.8296	0.0037
$\rho_0$	0.3750	0.3708	0.0042	0.3760	0.0010

Tabela 4 – Valores teóricos e simulados para taxa de chegadas igual a 1.25 e taxa de atendimento fixa igual a 2

Os resultados mostrados na tabela 5 foram obtidos por 5000 simulações Monte Carlo com amostras de tamanho  $n = 10$  e  $n = 100$  com  $\lambda = 1$  e  $\mu = 2$ . Neste caso, foram feitas simulações tanto para a taxa de chegadas quanto para a de atendimento. O Anexo 1 apresenta o script utilizado para simular filas  $M/M/1$ . Como pode ser visto, basta o usuário definir os valores das taxas de chegadas e de atendimento.

Medida de desempenho	Valor teórico	Valor simulado para	Erro absoluto	Valor simulado para	Erro absoluto
$\lambda$	1	1.0067	0.0067	0.9995	$5 \times 10^{-4}$
$\mu$	2	1.9890	0.0110	1.9999	$1 \times 10^{-4}$
$\rho$	0.2500	0.2531	0.0031	0.2499	$1 \times 10^{-4}$
L	0.5310	0.5383	0.0073	0.5308	$2 \times 10^{-4}$
$L_q$	0.0310	0.0322	0.0012	0.03097	$3.9 \times 10^{-4}$
W	0.5310	0.5347	0.0037	0.0531	0
$W_q$	0.0310	0.0320	0.0010	0.03098	$2.5 \times 10^{-4}$
$\rho_0$	0.5581	0.5538	0.0043	0.5583	$1 \times 10^{-4}$

Tabela 5 – Valores teóricos e simulados para taxa de chegadas igual a 1 e taxa de atendimento igual a 2

## 4 | CONCLUSÕES

Podemos verificar que as simulações realizadas utilizando o método de Monte Carlo podem fornecer resultados bastante confiáveis, uma vez que produzem erros pequenos, sobretudo quando se aumenta o tamanho da amostra. Assim, se não dispomos de dados suficientes para projetar um sistema de filas, a simulação pode fornecer uma boa aproximação da realidade capaz de permitir a tomada de decisão sobre adotar ou não o modelo de fila proposto.

## REFERÊNCIAS

BRITO, Nilson Luiz Castelucio **Otimização Multiobjetivo em Redes de Filas**. Tese de Doutorado. Belo Horizonte. UFMG. 2013.

GROSS, Donald; HARRIS, Carl M. **Fundamentals of Queueing Theory**. 2nd Edition. John Wiley & Sons. 1985.

KENDALL, D.G. **Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of embedded Markov chains**. Annals Mathematical Statistics. 1953. 24:338-354.

RStudio Team (2020). RStudio: Integrated Development for R. RStudio, PBC, Boston, MA URL <http://www.rstudio.com/>.



## ANEXO 1

```
#SCRIPT PARA FILAS M/M/1
#####
#AQUI COMECA A SIMULACAO #
#####
cat("\14") #limpa a tela do console
rm(list=ls())#limpa a memoria
set.seed(1234)#mantendo fixa a semente gera sempre os mesmos valores
#taxa de atendimento:
#t_a=2
cat("Entre com a taxa de atendimento: ", "\n")
t_a<-scan(n=1)

#lambda=1
cat("Entre com a taxa de chegadas:", "\n")
t_c<-scan(n=1)

cat("Entre com o numero de servidores:", "\n")
c<-scan(n=1)

#####
cat("\n")

r<-t_c/t_a
r

rho<-r/c
rho

if(rho>1){
  cat("Taxa de ocupacao maior que 1: Entre com outros valores", "\n")
}else{
  rho=rho
}
#####

#simula chegadas
#####
#Trabalhando com amostras de tamanho n=10 #
#####
amostral<-matrix(nrow=5000,ncol=10)
for(i in 1:5000){
  amostral[i,1:10]<- rexp(10,t_c)
}
##matriz que recebe a soma das 5000 amostras de tamanho 10
medial<-matrix(nrow=5000,ncol=1)
for(i in 1:5000){
  medial[i]<-mean(amostral[i,1:10])
}

lambda <- function(medial){
  lambdasim<-1/mean(medial)
  cat("Taxa de chegada: \n ")
  cat("Valor teorico =", t_c, ";", "Valor simulado =" , lambdasim,
"\n")
}
lambda(medial)

Resumo1 <- function(lambda){
  lambdasim<-1/mean(medial)
```

```

#lambda<-1/mean(medial)
rhos <- lambdasim/t_a
Lsim <- lambdasim/(t_a-lambdasim)
Lqsim <- (lambdasim)^2/(t_a*((t_a-lambdasim)))
Wsim <- 1/(t_a-lambdasim)
Wqsim <- lambdasim/(t_a*(t_a-lambdasim))
psim <- 1-(lambdasim/t_a)
lambteor <- t_c
rhoteor <- t_c/t_a
Lteor <- t_c/(t_a-t_c)
Lqteor <- (t_c)^2/(t_a*((t_a-t_c)))
Wteor <- 1/(t_a-t_c)
Wqteor <- t_c/(t_a*(t_a-t_c))
pteor <- 1-(t_c/t_a)
#cat("RESUMO COM AMOSTRAS DE TAMANHO 10 \n")
cat("Valores teoricos: \n")
cat("lambda=", lambteor, "\t", "rho=", rhoteor, "\t", "L=", Lteor,
"\t", "\n")
cat("Lq=", Lqteor, "\t", "W=", Wteor, "\t", "Wq=", Wqteor, "\t",
"p=", pteor, "\n\n")
cat("Valores simulados com amostras de tamanho n=10 \n")
cat("lambda=", round(lambdasim,4), "\t", "rho=", round(rhos,4), "\t",
"L=", round(Lsim,4), "\t", "\n")
cat("Lq=", round(Lqsim,4), "\t", "W=", round(Wsim,4), "\t", "Wq=",
round(Wqsim,4), "\t", "p=",
round(psim,4), "\n\n")
cat("Erros absolutos: \n")
cat("lambda=", round(abs(lambdasim-t_c),4), "\t", "rho=",
round(abs(rhos-rho),4), "\t",
"L=", round(abs(Lsim-Lteor),4), "\t", "\n")
cat("Lq=", round(abs(Lqsim-Lqteor),4), "\t", "W=", round(abs(Wsim-
Wteor),4), "\t",
"Wq=", round(abs(Wqsim-Wqteor),4), "\t", "p=", round(abs(psim-
pteor),4), "\t", "\n")
}

```

## ANEXO 2

```

#SCRIPT PARA FILAS M/M/c
#####
# #
# AGORA COM c=2 #
# #
#####
cat("\14") #limpa a tela do console (1)(lambda=1 n=10)
rm(list=ls())#limpa a memoria
set.seed(1234)#mantendo fixa a semente gera sempre os mesmos valores
#taxa de atendimento:
#t_a=2
cat("Entre com a taxa de atendimento: ", "\n")
t_a<-scan(n=1)

#lambda=1 n=10
cat("Entre com a taxa de chegadas:", "\n")
t_c<-scan(n=1)

#c=2
cat("Entre com o numero de servidores:", "\n")
c<-scan(n=1)

#####

```

```

cat("\n")

r<-t_c/t_a
r

rho<-r/c
rho

if(rho>1){
  cat("Taxa de ocupacao maior que 1: Entre com outros valores", "\n")
}else{
  rho=rho
}
#####

#simula chegadas
#####
#Trabalhando com amostras de tamanho n=10 #
#####
amostral<-matrix(nrow=5000,ncol=10)
for(i in 1:5000){
  amostral[i,1:10]<- rexp(10,t_c)
}
##matriz que recebe a soma das 5000 amostras de tamanho 10
medial<-matrix(nrow=5000,ncol=1)
for(i in 1:5000){
  medial[i]<-mean(amostral[i,1:10])
}

#valor estimado de lambda
lambda <- function(medial){
  lambdasim<-1/mean(medial)
  cat("Taxa de chegada: \n ")
  cat("Valor teorico =", t_c, ";", "Valor simulado =" , lambdasim,
"\n")
}
lambda(medial)

#simula atendimentos
amostraat<-matrix(nrow=5000,ncol=10)
for(i in 1:5000){
  amostraat[i,1:10]<- rexp(10,t_a)
}
##matriz que recebe a soma das 5000 amostras de tamanho 10
mediaat<-matrix(nrow=5000,ncol=1)
for(i in 1:5000){
  mediaat[i]<-mean(amostraat[i,1:10])
}

muhat<-length(amostraat)/sum(amostraat)
muhat

lambdahat<-1/mean(medial)
rsim=lambdahat/muhat
rsim

rhosim=rsim/c
rhosim
#####
#Probabilidade do sistema estar vazio

```

```

aux=( (r^0)/factorial(0))+( (r^1)/factorial(1))+( (r^2)/factorial(2))+(c*
r^c)/(factorial(c)*(c-r))
p0=1/aux
p0

auxsim=( (rsim^0)/factorial(0))+( (rsim^1)/factorial(1))+( (rsim^2)/facto
rial(2))+(c*rsim^c)/(factorial(c)*(c-rsim))

p0sim<-1/auxsim
p0sim

Lq=(p0*c*r^(c+1))/(factorial(c)*(c-r)^2)
Lq

Lqsim<-p0sim*c*rsim^(c+1)/(factorial(c)*(c-rsim)^2)
Lqsim

#Numero esperado no sistema
L=r+( (r^(c+1)*c)/(factorial(c)*(c-r)^2))*p0
L

Lsim<-rsim+( (rsim^(c+1)*c)/(factorial(c)*(c-rsim)^2))*p0sim
Lsim

#Tempo medio de espera na fila
Wq=( (r^c)*t_a)/(factorial(c-1)*((c*t_a)-t_c)^2))*p0
Wq

Wqsim<-((rsim^c)*muhat/(factorial(c-1)*((c*muhat)-lambdahat)^2))*p0sim
Wqsim

W=(1/t_a)+Wq
W

Wsim<-(1/muhat)+Wqsim
Wsim

Resumo3 <- function(lambda){
  lambdasim<-1/mean(medial)
  #lambda<-1/mean(medial)
  rhos <- rhosim
  Lsim <- Lsim
  Lqsim <- Lqsim
  Wsim <- Wsim
  Wqsim <- Wqsim
  psim <- p0sim
  lambteor <- t_c
  rhoteor <- r/c
  Lteor <- L
  Lqteor <- Lq
  Wteor <- W
  Wqteor <- Wq
  pteor <- p0
  #cat("RESUMO COM AMOSTRAS DE TAMANHO 10 \n")
  cat("Valores teóricos: \n")
  cat("lambda=", round(lambteor,4), "\t", "rho=", round(rhoteor,4),
"\t", "L=", round(Lteor,4), "\t",
      "mu=", t_a, "\t", "\n")
}

```

```

    cat("Lq=", round(Lqteor,4) , "\t", "W=" , round(Wteor,4), "\t", "Wq=",
round(Wqteor,4) , "\t",
      "p=", round(pteor,4), "\n\n")
    cat("Valores simulados com amostras de tamanho n=10 \n")
    cat("lambda=", round(lambdasim,4), "\t", "rho=", round(rhos,4), "\t",
"L=", round(Lsim,4), "\t",
      "mu=" , round(muhat,4), "\t", "\n")
    cat("Lq=", round(Lqsim,4) , "\t", "W=" , round(Wsim,4), "\t", "Wq=",
round(Wqsim,4), "\t", "p=",
      round(psim,4), "\n\n")
    cat("Erros absolutos: \n")
    cat("lambda=", round(abs(lambdasim-t_c),4), "\t", "rho=",
round(abs(rhos-rho),4), "\t",
      "L=", round(abs(Lsim-Lteor),4), "\t", "mu=", round(abs(muhat-
t_a),4), "\t", "\n")
    cat("Lq=", round(abs(Lqsim-Lqteor),4), "\t", "W=", round(abs(Wsim-
Wteor),4), "\t",
      "Wq=", round(abs(Wqsim-Wqteor),4), "\t", "p=", round(abs(psim-
pteor),4), "\t", "\n")
}

```

```
Resumo3(lambda)
```

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Adaptações 2, 5, 272, 273, 275, 276, 277, 278, 280, 281, 282, 283, 285

Adição 153, 179, 202, 203, 205, 206, 207, 208, 220, 237, 244

Alunos com Necessidades Educacionais Especiais 273

Análise Dinâmica 118, 125

ANSYS - LS 118

Aprendizagem Matemática 1, 14, 46, 48, 146, 190, 199, 204, 218, 270

Aprendizagem Significativa 45, 109, 110, 111, 116, 117, 146, 151, 192, 276

Aula Invertida 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315

Avaliação 5, 9, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 45, 46, 48, 112, 114, 138, 193, 202, 203, 205, 207, 218, 261, 265, 288

### B

Bhaskara/ $\Phi$  241, 242, 247, 248, 249, 250, 251, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259

### C

Campos Conceituais 207, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271

Complementaridade 287, 288, 289, 290, 291, 292, 294, 298

Conceitos Básicos 75, 78, 153, 271

Conhecimentos 4, 6, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 31, 41, 42, 43, 52, 57, 63, 76, 77, 80, 84, 85, 86, 110, 113, 114, 116, 144, 146, 190, 194, 197, 198, 199, 203, 204, 205, 211, 217, 228, 229, 239, 240, 260, 262, 263, 265, 267, 269, 290, 291, 293, 294, 299, 311, 312

Consumo 55, 69, 111, 144, 145, 146, 148, 150, 151

Cotidiano 50, 51, 52, 53, 55, 77, 81, 83, 84, 113, 146, 149, 150, 151, 198, 270

Crivo 170, 171, 175, 176

### D

Decomposição lu 101

Desinteresse dos Alunos 1, 9, 10, 13

Dificuldades de Aprendizagem 74, 75, 79, 88

Divisão 47, 54, 66, 170, 171, 234, 261, 266, 267, 268, 271, 287, 288, 293, 294, 295, 296, 297, 298

### E

Educação a Distância 50

Educação Matemática 6, 14, 18, 20, 26, 27, 29, 39, 48, 49, 74, 87, 108, 109, 132, 139, 140,

142, 151, 177, 189, 190, 191, 200, 202, 203, 218, 271, 286, 289, 298, 300, 316

Elementos Estruturantes 75, 76, 78, 83, 85

Elementos Finitos 32, 118, 119

Ensino de Matemática 11, 56, 70, 71, 77, 141, 142, 144, 149, 150, 200, 219, 271, 302, 307, 316

Ensino Fundamental 1, 2, 3, 25, 40, 41, 43, 48, 140, 143, 151, 189, 193, 195, 198, 200, 201, 203, 218, 219, 220, 221, 260, 267, 287, 288, 292

Ensino Médio 7, 8, 25, 27, 69, 71, 74, 75, 76, 81, 84, 87, 109, 110, 112, 114, 115, 116, 117, 144, 146, 147, 149, 151, 219, 221, 227, 241, 271, 276, 302

Epístola 228

Equação Diferencial Parcial - EDP 29, 30, 31, 32, 33, 35, 37, 38

Equação Polinomial de Grau Dois 241

Espaço Euclidiano 152, 155, 164, 168

## **F**

Feira de Matemática 16, 18, 20, 197

Filas 89, 90, 91, 92, 94, 95, 104, 233

Formação Docente 16, 18, 19, 26, 140

Formação para o Trabalho 50, 58

## **G**

Geogebra 69, 70, 71, 72, 73

## **H**

Hiperesfera 152

Hiperplano 152, 153, 154, 155, 156, 158, 160, 161, 163, 164, 167, 168

História 13, 21, 22, 26, 29, 31, 33, 39, 51, 86, 87, 88, 112, 141, 142, 150, 189, 197, 228, 229, 238, 239, 245, 259, 263

História da Matemática 29, 39, 112, 189, 197, 239, 245, 259

## **I**

Interfaces Educacionais 101

## **J**

Jogos Matemáticos 197, 221, 260, 261, 266, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285, 286, 301, 307

## **M**

Matemática 2, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27,

28, 29, 30, 31, 33, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 64, 69, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 108, 109, 110, 112, 116, 117, 119, 120, 132, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 149, 150, 151, 152, 153, 177, 178, 179, 184, 186, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 207, 211, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 234, 235, 237, 239, 240, 243, 244, 245, 246, 259, 260, 261, 262, 266, 268, 270, 271, 272, 274, 275, 276, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 306, 307, 308, 310, 316

Matemática Financeira 144, 145, 146, 147, 150, 151, 316

Materiais Didáticos 47, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 199, 200, 201, 276, 307

Material Concreto 198, 200, 201, 301, 303

Mediação 202, 207, 209, 211, 212, 215, 267, 290

Método de Diferenças Finitas 118

Método de Resolução 241

Metodologias Inovadoras de Ensino 190, 195, 199

Modelagem Matemática 61, 119, 132, 141

## **N**

Números Primos 170, 171, 172, 175, 176, 234, 235, 236, 237

## **O**

Operação Matemática 177, 178, 184, 294

## **P**

Prática Docente 4, 11, 50, 51, 193, 219, 226

Professor Iniciante 1, 2, 3, 8

Programação Orientada a Objeto 61

Projeto GAMA 308, 309, 310, 311, 314

Proposta Pedagógica 54, 177, 186

## **R**

Resolução de Problemas 87, 109, 110, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 177, 198, 202, 204, 205, 206, 218, 220, 274, 301

Rstudio 95

## **S**

Sadosky 101, 102, 103, 104, 108

Semiótica 287, 288, 289, 290, 292, 294, 298

Sentido 2, 3, 4, 6, 7, 11, 14, 17, 20, 23, 42, 44, 45, 47, 51, 53, 56, 71, 76, 77, 78, 79, 80,



81, 83, 85, 101, 112, 150, 171, 200, 244, 263, 264, 267, 285, 287, 288, 291, 292, 294, 296, 298, 299, 314

Subtração 202, 203, 205, 206, 207, 208, 213, 216, 267

## **T**

Técnica da Transformada Integral Clássica - (CITT) 29, 30, 31, 32, 38

Técnica da Transformada Integral Generalizada - (GIT) 29, 30, 32, 33, 37, 38

Tecnologias Digitais 69, 70, 71, 74

Teoria de Conjunto 61, 64

Teoria dos Números 170, 228, 229, 230, 234, 235, 236, 237, 238, 240

Territórios Virtuais 50, 51, 52

Teste de Primalidade 170, 171, 172, 174, 175

Torneio de Jogos Matemáticos 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285

Transformada Integral 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38

Trigonometria 69, 71, 72, 245, 301, 302

## **V**

Viga de Euler-Bernoulli 118, 125





[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)   
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)   
[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)   
[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3