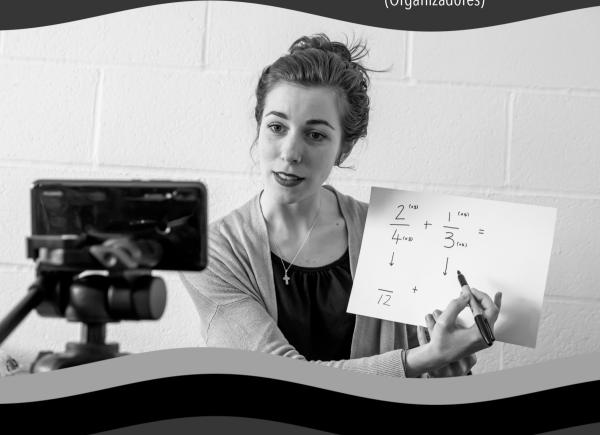
Américo Junior Nunes da Silva André Ricardo Luca Vieira (Organizadores)



Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3



Américo Junior Nunes da Silva André Ricardo Luca Vieira (Organizadores)



Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3



Editora Chefe

Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes Editoriais

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto Gráfico e Diagramação

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da Capa

Shutterstock

Silutterstock

Edição de Arte

Luiza Alves Batista

Revisão

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena

Os Autores Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva - Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson - Universidade Tecnológica Federal do Paraná



- Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais
- Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho Universidade de Brasília
- Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes Universidade Federal Fluminense
- Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento Universidade Federal Fluminense
- Prof^a Dr^a Cristina Gaio Universidade de Lisboa
- Prof. Dr. Daniel Richard Sant'Ana Universidade de Brasília
- Prof. Dr. Devvison de Lima Oliveira Universidade Federal de Rondônia
- Prof^a Dr^a Dilma Antunes Silva Universidade Federal de São Paulo
- Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias Universidade Estácio de Sá
- Prof. Dr. Elson Ferreira Costa Universidade do Estado do Pará
- Prof. Dr. Eloi Martins Senhora Universidade Federal de Roraima
- Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira Universidade Estadual de Montes Claros
- Profa Dra Ivone Goulart Lopes Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
- Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira Universidade Católica do Salvador
- Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior Universidade Federal Fluminense
- Profa Dra Lina Maria Gonçalves Universidade Federal do Tocantins
- Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa Universidade Estadual de Montes Claros
- Profa Dra Natiéli Piovesan Instituto Federal do Rio Grande do Norte
- Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva Pontifícia Universidade Católica de Campinas
- Profa Dra Maria Luzia da Silva Santana Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
- Prof^a Dr^a Paola Andressa Scortegagna Universidade Estadual de Ponta Grossa
- Prof^a Dr^a Rita de Cássia da Silva Oliveira Universidade Estadual de Ponta Grossa
- Prof. Dr. Rui Maia Diamantino Universidade Salvador
- Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior Universidade Federal do Oeste do Pará
- Profa Dra Vanessa Bordin Viera Universidade Federal de Campina Grande
- Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
- Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

- Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira Instituto Federal Goiano
- Profa Dra Carla Cristina Bauermann Brasil Universidade Federal de Santa Maria
- Prof. Dr. Antonio Pasqualetto Pontifícia Universidade Católica de Goiás
- Prof. Dr. Cleberton Correia Santos Universidade Federal da Grande Dourados
- Profa Dra Daiane Garabeli Trojan Universidade Norte do Paraná
- Profa Dra Diocléa Almeida Seabra Silva Universidade Federal Rural da Amazônia
- Prof. Dr. Écio Souza Diniz Universidade Federal de Viçosa
- Prof. Dr. Fábio Steiner Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
- Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos Universidade Federal do Ceará
- Prof^a Dr^a Girlene Santos de Souza Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
- Prof. Dr. Jael Soares Batista Universidade Federal Rural do Semi-Árido
- Prof. Dr. Júlio César Ribeiro Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
- Prof^a Dr^a Lina Raguel Santos Araújo Universidade Estadual do Ceará
- Prof. Dr. Pedro Manuel Villa Universidade Federal de Vicosa
- Profa Dra Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos Universidade Federal do Maranhão
- Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza Universidade do Estado do Pará
- Profa Dra Talita de Santos Matos Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
- Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo Universidade Federal Rural do Semi-Árido



Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior - Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva - Universidade de Brasília

Prof^a Dr^a Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto - Universidade Federal de Goiás

Profa Dra Débora Luana Ribeiro Pessoa - Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Edson da Silva - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Profa Dra Elizabeth Cordeiro Fernandes - Faculdade Integrada Medicina

Profa Dra Eleuza Rodrigues Machado - Faculdade Anhanguera de Brasília

Profa Dra Elane Schwinden Prudêncio - Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^a Dr^a Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

Prof. Dr. Ferlando Lima Santos - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof. Dr. Fernando Mendes - Instituto Politécnico de Coimbra - Escola Superior de Saúde de Coimbra

Profa Dra Gabriela Vieira do Amaral - Universidade de Vassouras

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco - Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida - Universidade Federal de Rondônia

Prof^a Dr^a Iara Lúcia Tescarollo - Universidade São Francisco

Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos - Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza - Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos - Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Jônatas de França Barros - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior - Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza - Universidade Federal do Amazonas

Profa Dra Magnólia de Araújo Campos - Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof^a Dr^a Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará

Prof^a Dr^a Mylena Andréa Oliveira Torres - Universidade Ceuma

Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan - Instituto Federacl do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Paulo Inada - Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Rafael Henrique Silva - Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados

Profa Dra Regiane Luz Carvalho - Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino

Prof^a Dr^a Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof^a Dr^a Vanessa Lima Gonçalves - Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profa Dra Vanessa Bordin Viera - Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade - Universidade Federal de Goiás

Prof^a Dr^a Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia



Prof. Dr. Eloi Rufato Junior - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Profa Dra Érica de Melo Azevedo - Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos - Instituto Federal do Pará

Profa Dra. Jéssica Verger Nardeli - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas - Universidade Federal de Campina Grande

Prof^a Dr^a Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Marques - Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior - Universidade Federal de Juiz de Fora

Profa Dra Neiva Maria de Almeida - Universidade Federal da Paraíba

Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Profa Dra Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Takeshy Tachizawa - Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Profa Dra Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins

Profa Dra Angeli Rose do Nascimento - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof^a Dr^a Carolina Fernandes da Silva Mandaji - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof^a Dr^a Denise Rocha - Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli - Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões

Prof. Dr. Gilmei Fleck - Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Prof^a Dr^a Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Profa Dra Miranilde Oliveira Neves - Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

Profa Dra Sandra Regina Gardacho Pietrobon - Universidade Estadual do Centro-Oeste

Profa Dra Sheila Marta Carregosa Rocha - Universidade do Estado da Bahia

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira - Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Me. Adalberto Zorzo - Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza

Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba

Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí

Prof. Dr. Alex Luis dos Santos - Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro - Centro Universitário Internacional

Profa Ma. Aline Ferreira Antunes - Universidade Federal de Goiás

Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva - Universidade Federal do Maranhão

Prof^a Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo - Universidade Fernando Pessoa

Prof^a Dr^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico

Prof^a Dr^a Andrezza Miguel da Silva - Faculdade da Amazônia

Profa Ma. Anelisa Mota Gregoleti - Universidade Estadual de Maringá

Profa Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria - Polícia Militar de Minas Gerais

Prof. Me. Armando Dias Duarte - Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a Ma. Bianca Camargo Martins - UniCesumar



Profa Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos

Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves - Universidade Federal do Paraná

Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques - Faculdade de Música do Espírito Santo

Prof^a Dr^a Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas

Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Me. Daniel da Silva Miranda - Universidade Federal do Pará

Profa Ma. Daniela da Silva Rodrigues - Universidade de Brasília

Profa Ma. Daniela Remião de Macedo - Universidade de Lisboa

Profa Ma. Dayane de Melo Barros - Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Me. Douglas Santos Mezacas - Universidade Estadual de Goiás

Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro - Embrapa Agrobiologia

Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira - Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases

Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira - Faculdade Pitágoras de Londrina

Prof. Dr. Edwaldo Costa - Marinha do Brasil

Prof. Me. Eliel Constantino da Silva - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita

Prof. Me. Ernane Rosa Martins - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior - Prefeitura Municipal de São João do Piauí

Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein

Prof. Me. Ezeguiel Martins Ferreira - Universidade Federal de Goiás

Profa Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa - Centro Universitário Estácio Juiz de Fora

Prof. Me. Fabiano Eloy Atílio Batista - Universidade Federal de Viçosa

Prof. Me. Felipe da Costa Negrão - Universidade Federal do Amazonas

Prof. Me. Francisco Odécio Sales - Instituto Federal do Ceará

Profa Dra Germana Ponce de Leon Ramírez - Centro Universitário Adventista de São Paulo

Prof. Me. Gevair Campos - Instituto Mineiro de Agropecuária

Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos - Secretaria da Educação de Goiás

Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes - Universidade Norte do Paraná

Prof. Me. Gustavo Krahl - Universidade do Oeste de Santa Catarina

Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior - Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro

Prof^a Ma. Isabelle Cerqueira Sousa - Universidade de Fortaleza

Profa Ma. Jaqueline Oliveira Rezende - Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Me. Javier Antonio Albornoz - University of Miami and Miami Dade College

Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima - Universidade Federal do Pará

Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social

Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos - Universidade Federal de Sergipe

Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay

Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior - Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco

Profa Dra Juliana Santana de Curcio - Universidade Federal de Goiás

Profa Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco - Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof^a Dr^a Kamilly Souza do Vale - Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA

Prof. Dr. Kárpio Márcio de Sigueira - Universidade do Estado da Bahia

Prof^a Dr^a Karina de Araújo Dias - Prefeitura Municipal de Florianópolis

Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR



Prof. Me. Leonardo Tullio - Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profa Ma. Lilian Coelho de Freitas - Instituto Federal do Pará

Profa Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros - Consórcio CEDERJ

Profa Dra Lívia do Carmo Silva - Universidade Federal de Goiás

Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza - Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe

Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli - Universidade Estadual do Paraná

Profa Ma. Luana Ferreira dos Santos - Universidade Estadual de Santa Cruz

Prof^a Ma. Luana Vieira Toledo - Universidade Federal de Viçosa

Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro - Universidade Federal da Grande Dourados

Profa Ma. Luma Sarai de Oliveira - Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. Michel da Costa - Universidade Metropolitana de Santos

Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva - Governo do Estado do Espírito Santo

Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação - Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior

Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Profa Ma. Maria Elanny Damasceno Silva - Universidade Federal do Ceará

Prof^a Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva - Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof^a Dr^a Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos

Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva - Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Me. Renato Faria da Gama - Instituto Gama - Medicina Personalizada e Integrativa

Prof^a Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal

Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva - Universidade Federal da Paraíba

Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior - Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof^a Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa - Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão

Profa Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro - Instituto Federal de São Paulo

Profa Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno - Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos - Faculdade Regional Jaguaribana

Profa Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho - Universidade Federal do Piauí

Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné - Colégio ECEL Positivo

Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel - Universidade Paulista



Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3

Editora Chefe: Prof^a Dr^a Antonella Carvalho de Oliveira

Bibliotecária: Janaina Ramos **Diagramação:** Luiza Alves Batista

Correção: Kimberlly Elisandra Gonçalves Carneiro

Edição de Arte: Luiza Alves Batista

Revisão: Os Autores

Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Luca Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Luca Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-855-7

DOI 10.22533/at.ed.557211003

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Luca (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos - CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil Telefone: +55 (42) 3323-5493 www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br



DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.



APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repentemente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um "novo normal", onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse "novo normal", o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor.

O contexto social, político e cultural tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse contexto de inclusão, tecnologia e de um "novo normal"; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático.

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o livro "Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática", nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para professores da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura a todos e a todas.

Américo Junior Nunes da Silva André Ricardo Lucas Vieira

REFERÊNCIAS

SILVA, A. J. N. da. Professores de Matemática em início de carreira e os desafios (im)postos pelo contexto pandêmico: um estudo de caso com professores do semiárido baiano: doi.org/10.29327/217514.7.1-5. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 17, 2021. Disponível em: http://periodicorease.pro.br/rease/article/view/430. Acesso em: 10 fev. 2021.

| SUMÁRIO |
|---|
| CAPÍTULO 11 |
| DIFICULDADES EVIDENCIADAS NA PRÁTICA PEDAGÓGICA DE PROFESSORES INICIANTES EM MATEMÁTICA Emerson Batista Ferreira Mota José Cirqueira Martins Júnior Dario Fiorentini DOI 10.22533/at.ed.5572110031 |
| CAPÍTULO 216 |
| A AVALIAÇÃO NO MOVIMENTO EM REDE FEIRAS DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO Paula Andrea Grawieski Civiero Alayde Ferreira dos Santos DOI 10.22533/at.ed.5572110032 |
| CAPÍTULO 329 |
| UMA CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DAS TÉCNICAS DA TRANSFORMADA INTEGRAL CLÁSSICA (CITT) E GENERALIZADA (GITT): ASPECTOS INICIAIS Reynaldo D'Alessandro Neto DOI 10.22533/at.ed.5572110033 |
| CAPÍTULO 440 |
| A FORMAÇÃO DA PROFESSORA DE MATEMÁTICA E O ESTÁGIO DE OBSERVAÇÃO: DESAFIOS E POSSIBILIDADES Fernanda Pereira Magalhães Américo Junior Nunes da Silva DOI 10.22533/at.ed.5572110034 |
| CAPÍTULO 550 |
| UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT) Débora Gaspar Soares Márcio Ru ino Silva DOI 10.22533/at.ed.5572110035 |
| CAPÍTULO 661 |
| USANDO TEORIA DE CONJUNTOS PARA VISUALIZAR A MODELAGEM ORIENTADA A OBJETOS COM CONCEITOS CONCRETOS, ABSTRATOS E IMAGINÁRIOS Ana Emilia de Meo Queiroz DOI 10.22533/at.ed.5572110036 |
| CAPÍTULO 769 |
| GEOGEBRA: MATEMÁTICA NA PALMA DA MÃO Paulo Ricardo Rocha Lima |

Joycilene Lopes de Brito

| Dalila Sara Silva Gomes |
|--|
| DOI 10.22533/at.ed.5572110037 |
| CAPÍTULO 8 |
| APRENDIZAGEM DE CONCEITOS MATEMÁTICOS BÁSICOS: ELEMENTO ESTRUTURANTES DESSE PROCESSO Maria Lídia Paula Ledoux Ana Claudia Oliveira Sales DOI 10.22533/at.ed.5572110038 |
| CAPÍTULO 9 |
| SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DE FILAS M/M/1 E M/M/c Nilson Luiz Castelucio Brito Rosivaldo Antonio Gonçalves Grazziella Nuzzi Ribeiro D'Angelo DOI 10.22533/at.ed.5572110039 |
| CAPÍTULO 1010 |
| MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO LU/LDU BASEADO NO ALGORITMO DE SADOSKY Vinícius Guimarães de Oliveira Wellington José Corrêa Fernando Cézar Gonçalves Manso DOI 10.22533/at.ed.55721100310 |
| CAPÍTULO 1110 |
| A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA VIVENCIADA CO ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO Malcus Cassiano Kuhn DOI 10.22533/at.ed.55721100311 |
| CAPÍTULO 1211 |
| ANÁLISE DINÂMICA DE UMA VIGA DE EULER-BERNOULLI SUBMETIDA A IMPACT NO CENTRO APÓS QUEDA LIVRE ATRAVÉS DO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITA: Bruno Conti Franco Wang Chong DOI 10.22533/at.ed.55721100312 |
| CAPÍTULO 1312 |
| COMMENTS ON THE PERCEPTION OF THE STUDENTS AND TEACHER IN MATHEMATICAL MODELING DISCIPLINE IN AN ENVIRONMENTAL SCIENCE GRADUATION – A REMOTE EDUCATION EXPERIENCE Tales Alexandre Aversi Ferreira |
| DOI 10.22533/at.ed.55721100313 |

Ricardo de Oliveira Mendes Francisco Vitor Vieira de Araujo

| CAPÍTULO 14144 |
|---|
| A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA O CONSUMO CONSCIENTE Aleff Hermínio da Silva Claudilene Gomes da Costa Agnes Liliane Lima Soares de Santana DOI 10.22533/at.ed.55721100314 |
| CAPÍTULO 15152 |
| UM ESTUDO DAS POSIÇÕES RELATIVAS DO HIPERPLANO E DA (n-1) -ESFERA NO ESPAÇO EUCLIDIANO Joselito de Oliveira Wender Ferreira Lamounier DOI 10.22533/at.ed.55721100315 |
| CAPÍTULO 16170 |
| CRIVO PARA NÚMEROS PRIMOS E TESTE DE PRIMALIDADE BASEADOS EM UMA MATRIZ DE OITO COLUNAS Gabriel Pastori Figueira Fernando Cézar Gonçalves Manso Wellington José Corrêa DOI 10.22533/at.ed.55721100316 |
| CAPÍTULO 17177 |
| AS CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA CHINESA PARA O ENSINO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE MULTIPLICAÇÃO lago Alves dos Santos Danilo Furtado Veras Wirlania Cristina Santos Nunes Rayane de Jesus Santos Melo DOI 10.22533/at.ed.55721100317 |
| CAPÍTULO 18190 |
| UM ESTUDO SOBRE A APLICAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA José Roberto Costa Marcia Samile Bon im DOI 10.22533/at.ed.55721100318 |
| CAPÍTULO 19202 |
| AVALIAÇÃO COM MEDIAÇÃO EM RESOLUÇÃO E ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman Vânia Santos Maria Pereira dos Santos –Wagner DOI 10.22533/at.ed.55721100319 |
| CAPÍTULO 20219 |
| A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DE |

| JOGOS Luzia da Costa Tonon Martarelli Brendow Pena de Mattos Souto DOI 10.22533/at.ed.55721100320 |
|---|
| CAPÍTULO 21228 |
| MATEMÁTICA EPISTOLAR Maria Aparecida Roseane Ramos DOI 10.22533/at.ed.55721100321 |
| CAPÍTULO 22241 |
| EQUAÇÃO POLINOMIAL DE GRAU DOIS: UMA NOVA ABORDAGEM Fernando Cézar Gonçalves Manso Flávia Aparecida Reitz Cardoso DOI 10.22533/at.ed.55721100322 |
| CAPÍTULO 23260 |
| TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: ANÁLISE DE ESQUEMAS ELABORADOS DURANTE ATIVIDADE MATEMÁTICA INTERATIVA Ivana de Oliveira Freitas Ângela Maria Hartmann DOI 10.22533/at.ed.55721100323 CAPÍTULO 24 |
| DOI 10.22533/at.ed.55721100324 |
| CAPÍTULO 25287 |
| ATRIBUINDO "SENTIDO" AO ALGORITMO DA DIVISÃO EM SALA DE AULA PROPOSITURA DE ABORDAGEM METODOLÓGICA SEMIÓTICA FUNDAMENTADA NO PENSAMENTO SOBRE COMPLEMENTARIDADE OTTEANO Jacqueline Borges de Paula DOI 10.22533/at.ed.55721100325 |
| CAPÍTULO 26301 |
| A UTILIZAÇÃO DE JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA Jheniffer Munslinger Schroer Lucieli Martins Gonçalves Descovi |

DOI 10.22533/at.ed.55721100326

| CAPÍTULO 27 | 308 |
|--|-----|
| SALA DE AULA INVERTIDA: UMA ANÁLISE SOBRE A RECEPTIVIDADE ESTUDANTES PARTICIPANTES DE AULAS INVERTIDAS NO PROJETO GAMA | DOS |
| Gustavo Weirich Corrêa | |
| Cícero Nachtigall | |
| DOI 10.22533/at.ed.55721100327 | |
| SOBRE OS ORGANIZADORES | 316 |
| ÍNDICE REMISSIVO | 317 |

CAPÍTULO 3

UMA CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DAS TÉCNICAS DA TRANSFORMADA INTEGRAL CLÁSSICA (CITT) E GENERALIZADA (GITT): ASPECTOS INICIAIS

Data de aceite: 01/03/2021

Data de submissão em: 21/12/2020

Reynaldo D'Alessandro Neto

IGCE – UNESP – Rio Claro http://lattes.cnpq.br/5378461037048572

RESUMO: Estes resultados parciais de uma pesquisa de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP - Rio Claro, insere-se na linha de pesquisa Relações entre História e Educação Matemática e tem como objetivo descrever a evolução histórica que culmina na concepção da Técnica da Transformada Integral Clássica, e as motivações que levaram a sistematização do seu modelo generalizado. As técnicas têm como foco resolver Equações Diferenciais Parciais (EDP) a princípio não tratáveis pelas teorias clássicas, como o conhecido método da separação de variáveis. Pretendemos fazer uma construção histórica, considerando o contexto do seu surgimento e desenvolvimento, passando pelas diversas modificações ao longo dos estudos e necessidades de se tornar uma técnica mais competitiva para a evolução do mundo tecnológico. Para atingir esse objetivo, faremos uma abordagem historiográfica que começa ao descrevermos algumas motivações históricas dos desenvolvimentos da Transformada Integral, e as principais ideias da Transformada Integral Finita por N.S. Koshlyakov. Além dos estudos detalhados realizados por G.A. Grinberg (1948), que generaliza os métodos de Koshlyakov, para o caso de mudanca das propriedades do meio na direção da coordenada ao longo da qual a transformação é executada. E a aplicação de M.D. Mikhailov (1972), que propõe um núcleo de núcleo de processamento geral que unificou as várias transformações desenvolvidas até então, obtendo a solução para a equação da difusão linear em regiões finitas. Para assim, podermos entender esses movimentos que são precursores da proposta da Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT - Classical Integral Transform Technique), de Özisik e Murray (1974). E, por fim, dos conceitos que surgiram com o formalismo da Técnica Transformada Integral Generalizada (GITT - Generalized Integral Transform Technique), proposta por Özisik e Mikhailov (1984). Nesses resultados parciais de pesquisa, apresentamos os passos descritos acima até a contribuição de Mikhailov (1972), que serão finalizados com a análise dos escritos que fundamentam a CITT e GITT.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática, Equação Diferencial Parcial - EDP, Transformada Integral, Técnica da Transformada Integral Clássica - (CITT), Técnica da Transformada Integral Generalizada - (GITT).

A HISTORICAL CONSTRUCTION OF CLASSICAL INTEGRAL TRANSFORM TECHNIQUE (CITT) AND GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORM TECHNIQUE (GITT): INITIAL ASPECTS

ABSTRACT: These partial results of PhD research of the Program in Mathematical Education of UNESP - Rio Claro, is part of the

research line Relations between History and Mathematical Education and aims to describe the historical evolution that culminates in the conception of the Technique. Classical Integral Transform, and the motivations that led to the systematization of its generalized model. The techniques focus on solving partial differential equations (EDP) at first not treatable by classical theories, such as the well-known method of variable separation. We intend to make a historical construction, considering the context of its emergence and development, going through the various modifications throughout the studies and the need to become a more competitive technique for the evolution of the technological world. To achieve this goal, we will take a historiographical approach that begins by describing some historical motivations of developments in the Integral Transform, and the main ideas of the Finite Integral Transform by N.S. Koshlyakov. In addition to detailed studies by G.A. Grinberg (1948), who generalizes Koshlyakov's methods, in the case of changing the properties of the medium in the direction of the coordinate along which the transformation is performed. And the application of M.D. Mikhailov (1972), who proposes a general processing nucleus that unified the various transformations developed so far, obtaining the solution for the finite region linear diffusion equation. Thus, we can understand these movements that are precursors of Özisik and Murray's (1974) proposal of the Classical Integral Transform Technique (CITT). And finally, the concepts that emerged with the formalism of the Generalized Integral Transform Technique (GITT), proposed by Özisik and Mikhailov (1984). In these partial research results, we present the steps described above until the contribution of Mikhailov (1972), which will be finalized with the analysis of the writings that underlie the CITT and GITT.

KEYWORDS: Math History, Partial Differential Equations – PDE, Integral Transform, Technique of the Classical Integral Transform – (CITT), Generalized Integral Transformation Technique – (GITT).

1 I INTRODUÇÃO

Durante o mestrado, participamos do grupo de Simulação e Experimentos para Microfiltração e Ultrafiltração da Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba. Nesse grupo, estudávamos modelagens matemática relacionadas aos problemas de filtração tangencial, dentre as soluções que se aplicavam aos problemas, as Técnicas da Transformada Integral Clássica (CITT) e Generalizada (GITT) eram as mais estudadas. E com o interesse sobre o assunto, tivemos um contato direto com diversos materiais de estudo que trazem embasamento relacionado a suas aplicações.

E durante o processo da escrita da dissertação, percebemos a necessidade de um estudo histórico sobre a teoria, devido a dificuldade de se encontrar informações relativas ao tema. Assim, iniciamos um levantamento e verificamos a originalidade de tal estudo.

E sabemos da importância de se fazer uma pesquisa histórica de conteúdos matemáticos, pois, através delas podemos perceber que todas as descobertas se deram com o estudo de outras feitas por matemáticos que viveram anteriormente, como se cada nova descoberta fosse apenas mais uma etapa da construção de um conhecimento universal na busca de resolver algum problema.

30

Com isso, uma pesquisa que envolva a história de um conteúdo matemático tem grande relevância para a Matemática, pois pode servir como um instrumento para o futuro pesquisador como um compilado de informações relevantes, no nosso caso, da técnica estudada

E assim, podemos entender quais foram os problemas de aplicação que motivaram o desenvolvimento de tal conteúdo. Como comenta D'Ambrosio (2000, p.162):

Em todas as conceituações, os estudos de História dependem fundamentalmente do reconhecimento de fatos, de datas e de nomes e de interpretação ligados ao objeto de nosso interesse, isto é, do corpo de conhecimentos em questão. Esse reconhecimento depende de uma definição do objeto de nosso interesse. No nosso caso específico, depende do que se entende por Matemática.

No nosso caso, estamos especialmente interessados no desenvolvimento de métodos de soluções para Equações Diferenciais Parciais (EDP). Sabemos que diversas técnicas na forma de métodos puramente numéricos, métodos analíticos e ainda métodos híbridos analítico-numéricos foram desenvolvidos.

Dentre as técnicas analíticas, temos o clássico método da Separação de Variáveis, importante técnica que determina a solução de equações diferenciais parciais, mas de abrangência bastante reduzida, uma vez que o modelo matemático deve obedecer a uma série de restricões para que o problema seja separável.

Para resolver EDP a princípio não tratáveis pela Separação de Variáveis, surgem novas abordagens, dentre essas, a Técnica da Transformada da Integral Clássica (CITT). O método elimina totalmente a necessidade de o problema ser separável, por exemplo, as equações diferenciais que governam os processos de difusão (principalmente a de calor).

Segundo o professor Renato Machado Cotta, no seu artigo de 2012, intitulado *The Unified Integral Transforms (UNIT)* algorithjm with total and partial transformation: A tribute to Prof. Mikhail D. Mikhailov, e o professor Aleksei Luikov, no seu livro Heat and Mass Transfer de 1972, as ideias precursoras que culminaram na concepção da CITT foram sugeridas por N.S. Koshlyakov em seu livro Basic Differential Equations of Mathematical Physics, de 1936.

Nesse livro, Koshlyakov define um tipo de transformação integral que ficou conhecida posteriormente como Transformada Integral Finita.

Depois das primeiras ideias, G.A. Grinberg fez um desenvolvimento mais detalhado das transformações integrais no livro *Selected Problems of Mathematical Theory of Electrical and Magnetic Effects*, de 1948.

Mas foi o artigo escrito por M.D. Mikhailov em 1972 intitulado *General Solution of the Heat Equation in Finite Regions*, que deu uma contribuição extremamente significativa para a consolidação da técnica de Koshlyakov. No estudo, o autor elabora uma proposta de um núcleo de processamento geral que unificou as várias transformações ao obter uma solução geral para a equação da difusão linear em regiões finitas.

Finalmente, M.N. Özisik e R.L. Murray em 1974 no artigo *On the Solution of Linear Diffusion Problems With Variable Boundary Condition Parameters*, utilizaram as ideias dos autores citados anteriormente e, aplicaram pela primeira vez uma nova técnica para a resolução de sistemas de Equações Diferenciais Parciais (EDP), chamada posteriormente de Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT – *Classical Integral Transform Technique*).

Em alguns casos de problemas propostos por Özisik e Murray (1974) se caracterizava pela presença de termos não transformáveis pela CITT, que mesmo assim foram inseridos na fórmula de inversão. Para a recuperação do problema original, foram obtidas soluções aproximadas deste sistema de equações diferenciais, nasce aí a natureza híbrida analíticonumérica do procedimento adotado e os primeiros passos na Técnica Transformada Integral Generalizada (GITT - Generalized Integral Transform Technique).

Em 1984, Özisik e Mikhailov, no livro *Unified Analysys and Solution of Heat and Mass Difusion*, apresentaram uma maneira sistemática de aplicação da Técnica da Transformada Integral para a solução de diversos problemas lineares de difusão, divididos em sete grandes classes que foram definidas partindo de inúmeros problemas de transferência de calor e massa disponíveis na literatura. Desse trabalho surgiram os formalismos da GITT.

Essas evoluções, segundo Cotta (2012), ocorreram devido ao período da corrida tecnológica espacial, onde diversos países do Leste Europeu como a URSS e Bulgária, tiveram suas pesquisas concentradas no desenvolvimento de ferramentas analíticas, tal como a Técnica da Transformada Integral, buscando economizar os recursos computacionais quase que indisponíveis nestes países.

Concomitantemente, os Estados Unidos e Europa concentravam-se no desenvolvimento aos métodos puramente numéricos, como os conhecidos: Métodos de Diferenças Finitas, Elementos Finitos e Volumes Finitos, que se tornaram viáveis com o advento do computador.

E assim, durante a década de 1980, vários pesquisadores norte-americanos, soviéticos e búlgaros trabalharam conjuntamente, visando desenvolver técnicas híbridas analítico-numéricas, que conseguissem unir as características positivas de cada tipo de abordagem do problema.

Como essa introdução ao tema, podemos delimitar nossos objetivos, que para esta pesquisa será descrever a evolução histórica que culmina na concepção da Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT) e do seu modelo generalizado (GITT). Com a intenção de formar um compilado para futuros pesquisadores e professores que pesquisem e/ou ensinem na área.

Como iremos apresentar um resultado parcial da nossa pesquisa, este texto conterá o que foi melhor desenvolvido na pesquisa até o presente momento. Com isso, traremos os passos descritos acima até a contribuição de Mikhailov (1972).

21 MOTIVAÇÕES HISTÓRICAS E O DESENVOLVIMENTO DE KOSHLYAKOV

Segundo Deakin (1985) no artigo *Euler's Invention of Integral Transform*, os estudos considerados como precursores das Transformações Integrais são do matemático Leonhard Euler. Deakin comenta que as primeiras ideias de transformação devem ser encontradas em um fragmento de Euler (1763) dedicado a resolução de uma equação diferencial em específico. E, mais tarde, em um capítulo do conhecido livro *Institutiones Calculi Integralis* de Euler (1769), onde o tratamento é mais completo e geral, mesmo sendo muito incipiente. Esses trabalhos envolvem transformações integrais de grande reconhecimento.

Cotta et al. (2017) no texto *Analytical Methods in Heat Transfer*, comentam que no trabalho de Fourier de 1807, *Théorie de la Propagation de la Chaleur dans les Solides*, e seu tratado, *Theorie Analytique de la Chaleur* de 1822, foi consolidada a formulação matemática de fenômenos de condução de calor em termos de uma equação diferencial parcial para a temperatura dentro de um corpo, com as variáveis de espaço e tempo.

De acordo com Cotta et al. (2017), somente mais tarde que Dirichlet foi capaz de fornecer uma solução exata para cada formulação diferencial parcial, incluindo análise da equação de condução de calor no formato retangular, sistemas de coordenadas cilíndricas e esféricas.

E assim, algumas soluções das EDO precisavam satisfazer a propriedade da ortogonalidade, e por isso geram infinitas soluções em forma de expansões e séries infinitas de funções onde o produto entre elas é zero (condição de ortogonalidade). Foi aí que a teoria desenvolvida pelos dois matemáticos franceses entre 1829 e 1837, Sturm-Liouville, obteve uma grande aplicação.

Desse modo, foi aberto um novo caminho para uma metodologia de solução analítica mais abrangente, que ficou conhecida como o método da Transformada Integral. Essa técnica de resolução possui diversas abordagens desenvolvidas ao longo da história, dentre as mais conhecidas estão a Transformada de Laplace e de Fourier.

Renato Machado Cotta, no seu artigo de 2012, intitulado *The Unified Integral Transforms* (*UNIT*) algorithjm with total and partial transformation: A tribute to Prof. Mikhail D. Mikhailov, nos apresenta diversos dados históricos que estão diretamente relacionados as propostas de M.D. Mikhailov, M.N. Özisik, e, posteriormente, na concepção de um algoritmo que facilita a implementação da GITT.

Nesse caminho, Cotta (2012) explica que o Trabalho de N.S. Koshlyakov (1936) nos forneceu uma primeira ideia ao lidar com equações de difusão não homogêneas e condições de contorno pelo método das Transformações Integrais Finitas.

No livro de 1936, intitulado *Basic Differential Equations of Mathematical Physics*, do russo, *Osnovnye Differentsial'nye Uravneniya Matematicheskoi Fiziki*, N.S. Koshlyakov, estuda uma série de problemas físicos que envolvem EDP.

Com o auxílio do Prof. Renato Cotta, encontramos o exemplar original em Russo de 1936 e comparamos com a publicação de 1964 intitulada *Differential Equations of Mathematical Physics*, escrita por N.S. Koshlyakov, M.M. Smirnov e E.B. Gliner. Com a análise das duas obras, verificamos que a presença da Transformada na publicação de 1936 está de forma diluída no texto, durante a solução de cada problema proposto pelo autor. Já no livro de 1964, vemos um capítulo inteiro dedicado ao trato da Transformada Integral, de um modo didático e compreensível. Assim, escolhemos a obra de 1964 para a realização do nosso estudo.

O objeto de nosso estudo está presente na parte IV desse livro. No primeiro capítulo dessa seção e XXXI do livro, vemos o título: *The use of integral operators in solving problems in mathematical physics.*

Part IV. Supplementary material

| Chapter XXXI. The use of integral operators in solving problems in | |
|--|-----|
| mathematical physics | 521 |
| 1. Basic definitions. Method of application of integral operators | 522 |
| 2. Conditions allowing the use of integral operators | 522 |
| 3. Finite integral transformations | 525 |
| 4. Integral transformations in infinite intervals | 530 |
| 5. Summary of the results | 537 |

Figura 1 - Sumário do Capítulo XXXI

No início do item 1 desse capítulo, Koshlyakov define "operador integral" e explica que esses termos são aplicados aos resultados de uma transformação. Assim, para Koshlyakov, a transformação da forma:

$$\begin{split} & \overline{u}(\gamma_1,\,\gamma_2,\gamma_3,\ldots,\gamma_m;x_{m+1},\ldots,x_n) \\ &= \int \int \ldots \int_{S} K(x_1,\ldots,x_m;\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_m) \, \mathrm{u}(x_1,\ldots x_n) dx_{1\ldots} dx_m \end{split}$$

É a Operação (Transformada) Integral na região S pela qual a função original $u(x_1, x_2, ..., x_n)$ em relação às n variáveis é transformada em uma função $\bar{u}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, ..., \gamma_m; x_{m+1}, ..., x_n)$ com m variáveis $(\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_m)$ e n-m variáveis $(x_{m+1}, ..., x_n)$, com núcleo (Kernel) $K(x_1, ..., x_m; \gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_m)$ dado que m \leq n.

Koshlyakov, após demonstrar nos itens do seu capítulo, as definições básicas, condições de utilização e o desenvolvimento da técnica para intervalos finitos e infinitos, finaliza o capítulo, no item 5, com um resumo para facilitar o uso dos métodos dos

34

operadores integrais. Dentre as principais relações e passos, destacamos o núcleo (Kernel) do operador proposto por Koshlyakov, que se tornou muito aplicável nas resoluções de EDP que possuem correlação com fenômenos físicos:

$$K(x_i,\gamma) = \frac{1}{C_{\gamma}} \rho(x_i) \overline{K}_{\gamma}(x_i)$$

Onde C_{γ} ; $p(x_{j})$; $\overline{K}(x_{j},\gamma)$ são funções determinadas por Koshlyakov, utilizando os coeficientes da EDP dada. E, a solução problema original, expressa em termos da solução \overline{u}_{γ} do problema transformado, por meio das séries:

$$u = \sum_{\gamma=1}^{\infty} \bar{u}(\gamma) \, \overline{K}_{\gamma}(x_i)$$

Por fim, Koshlyakov lista as várias operações que devem ser realizadas no caso de uma Transformada Integral dentro de limites finitos, na seguinte ordem:

- (1) Estabelecer a validade de usar um operador no problema em questão.
- (2) Calcule (a partir dos valores dos coeficientes da expressão diferencial) as funções C_v ; $p(x_i)$; \overline{K} (x_i, y)
 - (3) Encontre a função K (x,γ)
 - (4) Encontre o kernel do operador direto.
 - (5) Use as relações para escrever o problema transformado.
- (6) Encontre a solução do problema transformado. (Aqui, em particular, Koshlyakov sugere a aplicação repetida de transformações integrais).
 - (7) Escreva a solução do problema original na forma da série.

Destacamos aqui, seu método para intervalos finitos, porém, o autor também apresenta de maneira análoga sua metodologia para intervalos infinitos.

Com toda a descrição acima, vemos a contribuição de Koshlyakov para a construção inicial dessa Transformada Integral, ao mostrar o uso dos operadores integrais para intervalos finitos e infinitos, com núcleos (kernel) e operadores inversos definidos, bem como toda metodologia para se encontrar cada coeficiente ou função necessária para a técnica. É interessante ressaltar que o método de Koshlyakov é chamado em diversos livros, como nos de Luikov (1972) e Cotta (2012), de Transformada Integral Finita.

Acreditamos que isso se deve ao fato de que a técnica para intervalos finitos se tornou a mais utilizada em problemas de valor de contorno, ou seja, equações diferenciais parciais que possuem condições iniciais para sua resolução. Além de que, após a análise e leitura da proposta de Koshlyakov para intervalos infinitos, vemos que o autor faz uso de

manipulações matemáticas e sugere a utilização de transformadas conhecidas, como as de Laplace, Fourier e Hankel. Deixando para alguns casos especiais a utilização do seu método proposto para intervalos infinitos.

3 I DESENVOLVIMENTO DAS TRANSFORMAÇÕES INTEGRAIS DE G.A. GRINBERG (1948)

Por não encontrar a literatura original de G.A. Grinberg - Selected Problems of Mathematical Theory of Electrical and Magnetic Effects de 1948, foi pesquisado livros que fizessem menções e discussões sobre sua contribuição para o desenvolvimento da Transformada Integral. Dentre os estudos encontrados, foi o de A.V. Luikov (1972) que mais detalhou o desenvolvimento realizado por Grinberg.

Para Luikov (1972), as limitações dos métodos da Transformada de Fourier, Hankel e de Laplace, levou à criação de métodos da Transformada Integral Finita. E, mesmo para problemas que podem ser resolvidos pelos métodos clássicos com a ajuda da série de Fourier ou Fourier-Bessel, a Transformada Integral Finita é um método que pode ser preferível do ponto de vista da simplicidade de abordagem.

Segundo Luikov (1972), após a proposta de Koshlyakov, a teoria foi melhor desenvolvida por Grinberg (1948), que generalizou os métodos para o caso de mudança de propriedades do meio na direção dessa coordenada ao longo da qual a transformação é executada, principalmente em problemas de cunho físico (eletricidade e magnetismo)

Nesse desenvolvimento detalhado, os kernels K(p,x) utilizados são as transformações integrais finitas de Fourier e Hankel, escolhidos apropriadamente e com solução encontrada a partir do problema de Sturm-Liouville. Se as autofunções desse problema forem designadas por $X_n(x)$ e a ponderação das funções p(x) dentro do intervalo [a,b] então temos:

$$\mathsf{K}(\mathsf{p},\mathsf{x}) = \mathsf{p}(\mathsf{x})\mathsf{X}_{\mathsf{n}}(\mathsf{X})$$

Dessa forma, Grinberg faz a sugestão do núcleo e o define a partir dos limites de integração. Para Luikov, Grinberg (1948) desenvolve um método que, além de facilitar a escolha do kernel, tem como ideia principal a escolha do mesmo em conformidade com a equação diferencial e as condições de contorno, isto é, levando em consideração forma geométrica do corpo e da lei de sua interação com o meio físico em questão.

41 DESENVOLVIMENTO DAS TRANSFORMAÇÕES INTEGRAIS DE M.D. MIKHAILOV (1972)

Após o desenvolvimento de Grinberg (1948), os conceitos da Técnica da Transformada Integral Finita já estavam bem documentados em trabalhos científicos como

nos livros: *Integral Transform in Mathematical Physics* de C.J. Tranter (1962) e *The Use of Integral Transforms* de I.M. Sneddon (1972).

Mas foi a obra intitulada: General Solution of the Heat Equation in Finite Regions, publicada como artigo em 1972, por M.D. Mikhailov no International Journal Engineering Sciences, que deu uma contribuição extremamente significativa para consolidação a técnica.

Segundo Cotta (2012), a concepção da GITT sofreu uma grande influência das publicações de M.D. Mikhailov, em um período extremamente produtivo. Dentre essas produções, inclui-se o seu trabalho de 1972.

Mikhailov, no seu trabalho, propõe um núcleo de núcleo de processamento geral que unificou as várias transformações desenvolvidas até então, obtendo a solução geral para a equação da difusão linear em regiões finitas.

O objetivo do estudo de Milhailov será solucionar um problema de valor de contorno, ou seja, resolver a Equação Diferencial Parcial:

$$\varphi(\tau)w(M)\frac{\partial T(M,\tau)}{\partial \tau}$$

$$= div[(K(M) \operatorname{grad} T(M,\tau)] + [\beta(\tau)w(M) - \rho(M)]T(M,\tau)$$

$$+ P(M,\tau)$$

Onde div é divergente e grad o gradiente no espaço M. Com condição inicial:

$$\mathsf{T}(\mathsf{M},0)=\mathsf{f}_{\scriptscriptstyle{0}}(\mathsf{M})$$

E condição de contorno geral:

$$A(N)\frac{\partial T(N,\tau)}{\partial n} + B(N)T(N,\tau) = f(N,\tau)$$

Para resolver a equação nas condições dadas, segue a proposta de Transformada Integral Finita de Mikhailov:

$$\tilde{T}_i(\tau) = \int_V w(M) \psi_i(M) T(M,\tau) dV$$

Que segundo o autor será utilizada. É interessante reparar que a transformada sugerida possui um núcleo muito parecido com a sugestão de Grinberg (1948), caracterizado pela inserção da função peso w(M) e as autofunções Ψ_i(M). Seguindo, a

partir da ortogonalidade das autofunções Ψ_i (M), que T(M,t) pode ser expandido na série (Operador Inverso) abaixo:

$$T(M,\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{T}_i(\tau) = \int_V G_i \psi_i(M) \tilde{T}_i(\tau)$$

Seguindo os procedimentos matemáticos, Mikhailov encontra solução desejada do problema, que é obtida como segue:

$$\begin{split} T(M,\tau) &= \sum_{i=1}^{\infty} G_i \psi_i(M) \exp\left(\int_0^{\tau} \frac{\beta(\tau) - \mu_i^2}{\varphi(\tau)} d\tau\right) \left\{ \int_V w(M) \psi_i(M) f_0(M) dV \right. \\ &+ \int_0^{\tau} \frac{1}{\varphi(\tau)} exp\left(\int_0^{\tau} \frac{\mu_i^2 - \beta(\tau)}{\varphi(\tau)} d\tau\right) \left[\int_S K(N) f(N,\tau) \frac{\psi_i(N) - \frac{\partial \psi_i(N)}{\partial n}}{A(N) + B(N)} dS \right. \\ &+ \left. \int_V \psi_i(N) P(M,\tau) dV \right| d\tau \right\} \end{split}$$

Após a leitura, podemos perceber que, Mikhailov ao utilizar as ideias da Transformada Integral Finita de Koshlyakov (1936), com um núcleo de transformada parecido com a sugestão de Grinberg (1948), propõe uma evolução que será de especial interesse para os pesquisadores de fenômenos difusivos. Para muitos físicos e matemáticos, encontrar essa solução aumenta sensibilidade do problema físico em questão, sendo mais fiel a realidade do experimento. Esse fato fica evidente na introdução desse artigo, e poderá ser percebido nas justificativas de Özisik e Mikhailov (1984) sobre o desenvolvimento da CITT e GITT, respectivamente.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao pesquisarmos a técnica e realizar um levantamento histórico aprofundado, encontramos informações que relacionavam livros, artigos e datas de modo a construir uma linha do tempo bem clara. Acreditamos que após a leitura deste texto, podemos entender que a técnica proposta por Koshlyakov em 1936, foi aproveitada por diversos estudiosos como Grinberg e Mikhailov, que de certo modo ampliaram suas ideias e mostraram um novo modo de se resolver EDP que modelavam problemas clássicos da física. Com um futuro a ser descrito, com o desenvolvimento da CITT e GITT.

REFERÊNCIAS

COTTA, R. M. The Unified Integral Transforms (UNIT) Algorithm With Total and Partial Transformation: A Tribute to prof. Mikhail D. Mikhailov. 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, RJ. 2012.

COTTA, R.M., KNUPP, D.C., QUARESMA, J.N.N. **Analytical Methods in Heat Transfer**, In: Handbook of Thermal Science and Engineering, Chapter 1, Francis A. Kulacki et al., Eds., Springer International Publishing. 2017.

D'AMBROSIO, U. A interface entre história e matemática: uma visão históricopedagógica. In: FOSSA, John A. (org.). Facetas do diamante: ensaios sobre educação matemática e história da matemática. Rio Claro: Editora da SBHMat. 2000.

DEAKIN, M. A. B. Euler's Invention of Integral Transforms. Archive for History of Exact Sciences 33 pp. 307-319. 1985.

EULER, L. Institutiones Calculi Integral. Vol. 2 (Book 1, Part 2, Section 1). St. Petersburg: Imp. Acad. Sci. Reprinted as Op. Omn. I 12. 1769

EULER, L. Constructio aequationis differentio-differentialis sumto elemento du constante. Novi Comm. Acad. Sei. Petrop. 8, 150-156. Op. Omn. I 22. 395-402. 1763.

FOURIER, J.B. (1822) **Théorie Analytique de la Chaleur**. Firmin Didot Père & Fils, Paris. Transl. "The analytical theory of heat (unabridged)". Cosimo, New York. 2007.

FOURIER, J.B. **Théorie de la Propagation de la Chaleur dans les solides,** manuscript., Bibliothèque de l'Êcole des Ponts et Chassées, Paris. *1807*.

GRINBERG, G.A. Selected Problems of Mathematical Theory of Electrical and Magnetic Effects (in russian). Akad: Nauk SSSR. 1948.

KOSHLYAKOV, N.S. Basic Differential Equations of Mathematical Physics. Moscow. 1936.

KOSHLYAKOV, N.S.; SMIRNOV, M.M.; GLINER, E.B. **Differential Equations of Mathematical Physics.** Translated by Scripta Techinca, Inc. North-Holand Publishing Company, New York. 1964.

LUIKOV, A.V. Heat and Mass Transfer. Mir Publishers. Moscow. 1972.

MIKHAILOV, M.D. **General Solution of the Heat Equation in Finite Region**. International Journal Engineering Sciences, vol. 7, pp. 577-591. 1972.

ÖZISIK, M.N.; MIKHAILOV, M.D. **Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion**. John Wiley, New York. 1984.

ÖZISIK, M.N.; MURRAY, R.L. On the solution of linear diffusion problems with variable boundary condition parameters. Journal of Heat Transfer, 96c:48–51. 1974.

SNEDDON, I. M. The Use of Integral Transforms. New York: McGraw-Hill. 1972.

TRANTER, C.J. Integral Transform in Mathematical Physics. New York: John Wiley. 1962.

ÍNDICE REMISSIVO

Α

Adaptações 2, 5, 272, 273, 275, 276, 277, 278, 280, 281, 282, 283, 285

Adição 153, 179, 202, 203, 205, 206, 207, 208, 220, 237, 244

Alunos com Necessidades Educacionais Especiais 273

Análise Dinâmica 118, 125

ANSYS - LS 118

Aprendizagem Matemática 1, 14, 46, 48, 146, 190, 199, 204, 218, 270

Aprendizagem Significativa 45, 109, 110, 111, 116, 117, 146, 151, 192, 276

Aula Invertida 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315

Avaliação 5, 9, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 45, 46, 48, 112, 114, 138, 193, 202, 203, 205, 207, 218, 261, 265, 288

В

Bhaskara/Φ 241, 242, 247, 248, 249, 250, 251, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259

C

Campos Conceituais 207, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271

Complementaridade 287, 288, 289, 290, 291, 292, 294, 298

Conceitos Básicos 75, 78, 153, 271

Conhecimentos 4, 6, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 31, 41, 42, 43, 52, 57, 63, 76, 77, 80, 84, 85, 86, 110, 113, 114, 116, 144, 146, 190, 194, 197, 198, 199, 203, 204, 205, 211, 217, 228, 229, 239, 240, 260, 262, 263, 265, 267, 269, 290, 291, 293, 294, 299, 311, 312

Consumo 55, 69, 111, 144, 145, 146, 148, 150, 151

Cotidiano 50, 51, 52, 53, 55, 77, 81, 83, 84, 113, 146, 149, 150, 151, 198, 270

Crivo 170, 171, 175, 176

D

Decomposição lu 101

Desinteresse dos Alunos 1, 9, 10, 13

Dificuldades de Aprendizagem 74, 75, 79, 88

Divisão 47, 54, 66, 170, 171, 234, 261, 266, 267, 268, 271, 287, 288, 293, 294, 295, 296, 297, 298

Ε

Educação a Distância 50

Educação Matemática 6, 14, 18, 20, 26, 27, 29, 39, 48, 49, 74, 87, 108, 109, 132, 139, 140,

142, 151, 177, 189, 190, 191, 200, 202, 203, 218, 271, 286, 289, 298, 300, 316

Elementos Estruturantes 75, 76, 78, 83, 85

Elementos Finitos 32, 118, 119

Ensino de Matemática 11, 56, 70, 71, 77, 141, 142, 144, 149, 150, 200, 219, 271, 302, 307, 316

Ensino Fundamental 1, 2, 3, 25, 40, 41, 43, 48, 140, 143, 151, 189, 193, 195, 198, 200, 201, 203, 218, 219, 220, 221, 260, 267, 287, 288, 292

Ensino Médio 7, 8, 25, 27, 69, 71, 74, 75, 76, 81, 84, 87, 109, 110, 112, 114, 115, 116, 117, 144, 146, 147, 149, 151, 219, 221, 227, 241, 271, 276, 302

Epístola 228

Equação Diferencial Parcial - EDP 29, 30, 31, 32, 33, 35, 37, 38

Eguação Polinomial de Grau Dois 241

Espaço Euclidiano 152, 155, 164, 168

F

Feira de Matemática 16, 18, 20, 197

Filas 89, 90, 91, 92, 94, 95, 104, 233

Formação Docente 16, 18, 19, 26, 140

Formação para o Trabalho 50, 58

G

Geogebra 69, 70, 71, 72, 73

н

Hiperesfera 152

Hiperplano 152, 153, 154, 155, 156, 158, 160, 161, 163, 164, 167, 168

História 13, 21, 22, 26, 29, 31, 33, 39, 51, 86, 87, 88, 112, 141, 142, 150, 189, 197, 228, 229, 238, 239, 245, 259, 263

História da Matemática 29, 39, 112, 189, 197, 239, 245, 259

Interfaces Educacionais 101

J

Jogos Matemáticos 197, 221, 260, 261, 266, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285, 286, 301, 307

M

Matemática 2, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27,

28, 29, 30, 31, 33, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 64, 69, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 108, 109, 110, 112, 116, 117, 119, 120, 132, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 149, 150, 151, 152, 153, 177, 178, 179, 184, 186, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 207, 211, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 234, 235, 237, 239, 240, 243, 244, 245, 246, 259, 260, 261, 262, 266, 268, 270, 271, 272, 274, 275, 276, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 306, 307, 308, 310, 316

Matemática Financeira 144, 145, 146, 147, 150, 151, 316

Materiais Didáticos 47, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 199, 200, 201, 276, 307

Material Concreto 198, 200, 201, 301, 303

Mediação 202, 207, 209, 211, 212, 215, 267, 290

Método de Diferenças Finitas 118

Método de Resolução 241

Metodologias Inovadoras de Ensino 190, 195, 199

Modelagem Matemática 61, 119, 132, 141

Ν

Números Primos 170, 171, 172, 175, 176, 234, 235, 236, 237

0

Operação Matemática 177, 178, 184, 294

P

Prática Docente 4, 11, 50, 51, 193, 219, 226

Professor Iniciante 1, 2, 3, 8

Programação Orientada a Objeto 61

Projeto GAMA 308, 309, 310, 311, 314

Proposta Pedagógica 54, 177, 186

R

Resolução de Problemas 87, 109, 110, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 177, 198, 202, 204, 205, 206, 218, 220, 274, 301

Rstudio 95

S

Sadosky 101, 102, 103, 104, 108

Semiótica 287, 288, 289, 290, 292, 294, 298

Sentido 2, 3, 4, 6, 7, 11, 14, 17, 20, 23, 42, 44, 45, 47, 51, 53, 56, 71, 76, 77, 78, 79, 80,

81, 83, 85, 101, 112, 150, 171, 200, 244, 263, 264, 267, 285, 287, 288, 291, 292, 294, 296, 298, 299, 314

Subtração 202, 203, 205, 206, 207, 208, 213, 216, 267

Т

Técnica da Transformada Integral Clássica - (CITT) 29, 30, 31, 32, 38

Técnica da Transformada Integral Generalizada - (GITT) 29, 30, 32, 33, 37, 38

Tecnologias Digitais 69, 70, 71, 74

Teoria de Conjunto 61, 64

Teoria dos Números 170, 228, 229, 230, 234, 235, 236, 237, 238, 240

Territórios Virtuais 50, 51, 52

Teste de Primalidade 170, 171, 172, 174, 175

Torneio de Jogos Matemáticos 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285

Transformada Integral 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38

Trigonometria 69, 71, 72, 245, 301, 302

V

Viga de Euler-Bernoulli 118, 125

www.atenaeditora.com.br ⊕ contato@atenaeditora.com.br ⋉

@atenaeditora **©**

www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3



www.atenaeditora.com.br ⊕ contato@atenaeditora.com.br ⋈

@atenaeditora @ www.facebook.com/atenaeditora.com.br **f**

Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

