

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Luca Vieira
(Organizadores)



Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Luca Vieira
(Organizadores)



Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

Editora Chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes Editoriais

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto Gráfico e Diagramação

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremona

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da Capa

Shutterstock

Edição de Arte

Luiza Alves Batista

Revisão

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense
Prof^ª Dr^ª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof^ª Dr^ª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Prof^ª Dr^ª Ivone Goulart Lopes – Instituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof^ª Dr^ª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Prof^ª Dr^ª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Prof^ª Dr^ª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof^ª Dr^ª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^ª Dr^ª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof^ª Dr^ª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof^ª Dr^ª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof^ª Dr^ª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof^ª Dr^ª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Prof^ª Dr^ª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof^ª Dr^ª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Prof^ª Dr^ª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof^ª Dr^ª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília

Prof^ª Dr^ª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás

Prof^ª Dr^ª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Prof^ª Dr^ª Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina

Prof^ª Dr^ª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília

Prof^ª Dr^ª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^ª Dr^ª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra

Prof^ª Dr^ª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Prof^ª Dr^ª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco

Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas

Prof^ª Dr^ª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof^ª Dr^ª Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará

Prof^ª Dr^ª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma

Prof^ª Dr^ª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados

Prof^ª Dr^ª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino

Prof^ª Dr^ª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof^ª Dr^ª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof^ª Dr^ª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Prof^ª Dr^ª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof^ª Dr^ª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof^ª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Prof^ª Dr^ª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof^ª Dr^ª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Prof^ª Dr^ª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof^ª Dr^ª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Prof^ª Dr^ª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Prof^ª Dr^ª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Prof^ª Dr^ª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof^ª Dr^ª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof^ª Dr^ª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná
Prof^ª Dr^ª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Prof^ª Dr^ª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Prof^ª Dr^ª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais
Prof. Me. Alexandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional
Prof^ª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof^ª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa
Prof^ª Dr^ª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof^ª Dr^ª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia
Prof^ª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá
Prof^ª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco
Prof^ª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar

Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR

Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^ª Ma. Lillian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
Prof^ª Ma. Lilians Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
Prof^ª Dr^ª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
Prof^ª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz
Prof^ª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof^ª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos
Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Prof^ª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará
Prof^ª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Prof^ª Dr^ª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa
Prof^ª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco
Prof^ª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão
Prof^ª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
Prof^ª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
Prof^ª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Bibliotecária: Janaina Ramos
Diagramação: Luiza Alves Batista
Correção: Kimberlly Elisandra Gonçalves Carneiro
Edição de Arte: Luiza Alves Batista
Revisão: Os Autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Luca Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I37 Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 3 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Luca Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-855-7

DOI 10.22533/at.ed.557211003

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Luca (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, no que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor.

O contexto social, político e cultural tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse contexto de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático.

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o livro “***Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática***”, nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para professores da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura a todos e a todas.

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

REFERÊNCIAS

SILVA, A. J. N. da. Professores de Matemática em início de carreira e os desafios (im)postos pelo contexto pandêmico: um estudo de caso com professores do semiárido baiano: doi.org/10.29327/217514.7.1-5. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 17, 2021. Disponível em: <http://periodicorease.pro.br/rease/article/view/430>. Acesso em: 10 fev. 2021.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

DIFICULDADES EVIDENCIADAS NA PRÁTICA PEDAGÓGICA DE PROFESSORES INICIANTE EM MATEMÁTICA

Emerson Batista Ferreira Mota

José Cirqueira Martins Júnior

Dario Fiorentini

DOI 10.22533/at.ed.5572110031

CAPÍTULO 2..... 16

A AVALIAÇÃO NO MOVIMENTO EM REDE FEIRAS DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO

Paula Andrea Grawieski Civiero

Alayde Ferreira dos Santos

DOI 10.22533/at.ed.5572110032

CAPÍTULO 3..... 29

UMA CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DAS TÉCNICAS DA TRANSFORMADA INTEGRAL CLÁSSICA (CITT) E GENERALIZADA (GITT): ASPECTOS INICIAIS

Reynaldo D'Alessandro Neto

DOI 10.22533/at.ed.5572110033

CAPÍTULO 4..... 40

A FORMAÇÃO DA PROFESSORA DE MATEMÁTICA E O ESTÁGIO DE OBSERVAÇÃO: DESAFIOS E POSSIBILIDADES

Fernanda Pereira Magalhães

Américo Junior Nunes da Silva

DOI 10.22533/at.ed.5572110034

CAPÍTULO 5..... 50

UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

Débora Gaspar Soares

Márcio Ruino Silva

DOI 10.22533/at.ed.5572110035

CAPÍTULO 6..... 61

USANDO TEORIA DE CONJUNTOS PARA VISUALIZAR A MODELAGEM ORIENTADA A OBJETOS COM CONCEITOS CONCRETOS, ABSTRATOS E IMAGINÁRIOS

Ana Emilia de Meo Queiroz

DOI 10.22533/at.ed.5572110036

CAPÍTULO 7..... 69

GEOGEBRA: MATEMÁTICA NA PALMA DA MÃO

Paulo Ricardo Rocha Lima

Joycilene Lopes de Brito

Ricardo de Oliveira Mendes
Francisco Vitor Vieira de Araujo
Dalila Sara Silva Gomes
DOI 10.22533/at.ed.5572110037

CAPÍTULO 8..... 75

APRENDIZAGEM DE CONCEITOS MATEMÁTICOS BÁSICOS: ELEMENTOS ESTRUTURANTES DESSE PROCESSO

Maria Lídia Paula Ledoux
Ana Claudia Oliveira Sales

DOI 10.22533/at.ed.5572110038

CAPÍTULO 9..... 89

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DE FILAS M/M/1 E M/M/c

Nilson Luiz Castelucio Brito
Rosivaldo Antonio Gonçalves
Graziella Nuzzi Ribeiro D'Angelo

DOI 10.22533/at.ed.5572110039

CAPÍTULO 10..... 101

MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO LU/LDU BASEADO NO ALGORITMO DE SADOSKY

Vinícius Guimarães de Oliveira
Wellington José Corrêa
Fernando César Gonçalves Manso

DOI 10.22533/at.ed.55721100310

CAPÍTULO 11..... 109

A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA VIVENCIADA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Malcus Cassiano Kuhn

DOI 10.22533/at.ed.55721100311

CAPÍTULO 12..... 118

ANÁLISE DINÂMICA DE UMA VIGA DE EULER-BERNOULLI SUBMETIDA A IMPACTO NO CENTRO APÓS QUEDA LIVRE ATRAVÉS DO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

Bruno Conti Franco
Wang Chong

DOI 10.22533/at.ed.55721100312

CAPÍTULO 13..... 126

COMMENTS ON THE PERCEPTION OF THE STUDENTS AND TEACHER IN A MATHEMATICAL MODELING DISCIPLINE IN AN ENVIRONMENTAL SCIENCES GRADUATION – A REMOTE EDUCATION EXPERIENCE

Tales Alexandre Aversi Ferreira

DOI 10.22533/at.ed.55721100313

CAPÍTULO 14.....	144
A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA PARA O CONSUMO CONSCIENTE	
Aleff Hermínio da Silva	
Claudilene Gomes da Costa	
Agnes Liliane Lima Soares de Santana	
DOI 10.22533/at.ed.55721100314	
CAPÍTULO 15.....	152
UM ESTUDO DAS POSIÇÕES RELATIVAS DO HIPERPLANO E DA (n-1) -ESFERA NO ESPAÇO EUCLIDIANO	
Joselito de Oliveira	
Wender Ferreira Lamounier	
DOI 10.22533/at.ed.55721100315	
CAPÍTULO 16.....	170
CRIVO PARA NÚMEROS PRIMOS E TESTE DE PRIMALIDADE BASEADOS EM UMA MATRIZ DE OITO COLUNAS	
Gabriel Pastori Figueira	
Fernando César Gonçalves Manso	
Wellington José Corrêa	
DOI 10.22533/at.ed.55721100316	
CAPÍTULO 17.....	177
AS CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA CHINESA PARA O ENSINO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE MULTIPLICAÇÃO	
Iago Alves dos Santos	
Danilo Furtado Veras	
Wirlania Cristina Santos Nunes	
Rayane de Jesus Santos Melo	
DOI 10.22533/at.ed.55721100317	
CAPÍTULO 18.....	190
UM ESTUDO SOBRE A APLICAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
José Roberto Costa	
Marcia Samile Bon im	
DOI 10.22533/at.ed.55721100318	
CAPÍTULO 19.....	202
AVALIAÇÃO COM MEDIAÇÃO EM RESOLUÇÃO E ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS	
Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman	
Vânia Santos Maria Pereira dos Santos –Wagner	
DOI 10.22533/at.ed.55721100319	
CAPÍTULO 20.....	219
A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DE	

JOGOS

Luzia da Costa Tonon Martarelli

Brendow Pena de Mattos Souto

DOI 10.22533/at.ed.55721100320

CAPÍTULO 21.....228

MATEMÁTICA EPISTOLAR

Maria Aparecida Roseane Ramos

DOI 10.22533/at.ed.55721100321

CAPÍTULO 22.....241

EQUAÇÃO POLINOMIAL DE GRAU DOIS: UMA NOVA ABORDAGEM

Fernando César Gonçalves Manso

Flávia Aparecida Reitz Cardoso

DOI 10.22533/at.ed.55721100322

CAPÍTULO 23.....260

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: ANÁLISE DE ESQUEMAS ELABORADOS DURANTE ATIVIDADE MATEMÁTICA INTERATIVA

Ivana de Oliveira Freitas

Ângela Maria Hartmann

DOI 10.22533/at.ed.55721100323

CAPÍTULO 24.....272

V TORNEIO DE JOGOS MATEMÁTICOS COMO FERRAMENTA DE INCLUSÃO ESCOLAR

Vinícius Vieira da Silva Dutra

Ana Carolina da Silva Manoel

Anna Júlia Martins Melo

Marcos Victor Magalhães da Silva

Vinícius Silva Lima

Westher Manricky Bernardes Fortunato

Eliane Fonseca Campos Mota

Ricardo Gomes Assunção

DOI 10.22533/at.ed.55721100324

CAPÍTULO 25.....287

ATRIBUINDO “SENTIDO” AO ALGORITMO DA DIVISÃO EM SALA DE AULA: PROPOSITURA DE ABORDAGEM METODOLÓGICA SEMIÓTICA FUNDAMENTADA NO PENSAMENTO SOBRE COMPLEMENTARIDADE OTTEANO

Jacqueline Borges de Paula

DOI 10.22533/at.ed.55721100325

CAPÍTULO 26.....301

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Jheniffer Munslinger Schroer

Lucieli Martins Gonçalves Descovi

DOI 10.22533/at.ed.55721100326

CAPÍTULO 27.....	308
SALA DE AULA INVERTIDA: UMA ANÁLISE SOBRE A RECEPTIVIDADE DOS ESTUDANTES PARTICIPANTES DE AULAS INVERTIDAS NO PROJETO GAMA	
Gustavo Weirich Corrêa	
Cícero Nachtigall	
DOI 10.22533/at.ed.55721100327	
SOBRE OS ORGANIZADORES	316
ÍNDICE REMISSIVO.....	317

EQUAÇÃO POLINOMIAL DE GRAU DOIS: UMA NOVA ABORDAGEM

Data de aceite: 01/03/2021

Fernando César Gonçalves Manso

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Flávia Aparecida Reitz Cardoso

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

RESUMO: Este artigo tem o intuito de apresentar uma nova abordagem para encontrar raízes de equações polinomiais de grau dois. Tendo como base a já conhecida fórmula de Bhaskara, o método Bhaskara/ Φ proposto é mais sistemático e não depende de tentativa e erro como quando aplicamos as relações de Girard, por exemplo. O importante é que se tenha de forma simplificada um conjunto de ferramentas para o cálculo das raízes, o que acreditamos ser bastante útil, principalmente para alunos das séries iniciais. Para enriquecer, apresentamos ainda um panorama histórico acerca das equações polinomiais e a definição do método Po-Shen Loh para resolução das equações polinomiais. Tanto o método Bhaskara/ Φ como o método Po-Shen Loh são detalhadamente apresentados e comparados na resolução das equações polinomiais de forma a facilitar o entendimento e proporcionar uma nova maneira de se encontrar as raízes das equações.

PALAVRAS-CHAVE: Equação polinomial de grau dois, Método de resolução, Bhaskara/ Φ .

POLYNOMIAL EQUATION OF DEGREE TWO: A NEW APPROACH

ABSTRACT: This article aims to present a new approach to find roots of polynomial equations of degree two. Based on the already known Bhaskara formula, the proposed Bhaskara/ Φ method is more systematic and does not depend on trial and error as when we apply Girard's relations, for example. The important thing is to have in a simplified way a set of tools for calculating the roots, which we believe to be quite useful, especially for students in the initial grades. To enrich it, we also present a historical overview about polynomial equations and the definition of the Po-Shen Loh method for solving polynomial equations. Both the Bhaskara/ Φ method and the Po-Shen Loh method are presented in detail and compared in solving the polynomial equations in order to facilitate understanding and provide a new way if the roots of the equations are found.

KEYWORDS: Polynomial equation of degree two, Resolution method, Bhaskara/ Φ .

1 | INTRODUÇÃO

Para os alunos do ensino médio, e até para alguns mais jovens, há uma familiarização com a forma de resolução de uma equação quadrática considerando, considerando o oposto de b , mais ou menos a raiz quadrada de b ao quadrado menos $4ac$, todos divididos por $2a$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Esta fórmula (fórmula de Bhaskara) permite que sejam encontradas a raiz ou as raízes das equações quadráticas da forma $ax^2 + bx + c = 0$.

Mas de onde veio esta fórmula? Por que civilizações mais antigas precisaram resolver equações desta forma em primeiro lugar? Responder a estas perguntas a partir de uma linha histórica é parte deste trabalho. O principal objetivo, no entanto, é apresentar uma nova abordagem de resolução equações polinomiais de grau dois (equações quadráticas) que esperamos possa contribuir de alguma forma para a consolidação desse conhecimento.

Apresentaremos dois métodos de resolução para as equações quadráticas:

- 1) Método de Po-Shen Loh (Universidade de Carnegie Mellon - Estados Unidos)
- 2) Método de Bhaskara/ Φ (Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Brasil)

Os dois métodos têm por base o método de Bhaskara e representam uma simplificação operacional nos cálculos, o que acreditamos ser bastante útil, principalmente para alunos das séries iniciais.

2 | DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Seja uma função quadrática genérica da forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

onde x representa a variável desconhecida, e a , b e c representam coeficientes numéricos conhecidos, onde $a \neq 0$. Se $a = 0$, a equação é linear, não quadrática, pois não existe um termo ax^2 . Os números a , b e c são os coeficientes da equação e podem ser distinguidos chamando-os, respectivamente, de coeficiente quadrático, de coeficiente linear e de termo constante ou independente (Boyer, 2010; Chaquiam, 2015).

Os valores de x que satisfazem a equação são chamados soluções da equação e raízes ou zeros da função. Uma equação quadrática tem no máximo duas soluções. Se não houver uma solução real, existem duas soluções complexas. Se houver apenas uma solução, diz-se que é uma raiz dupla. Uma equação quadrática sempre tem duas raízes, se raízes complexas forem incluídas e uma raiz dupla for contada para duas. Uma função quadrática pode ser fatorada em uma equação equivalente a:

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

A partir desta forma fatorada podemos estabelecer duas relações importantes entre as raízes α e β :

- 1) soma (S)
- 2) produto (P)

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

Tais relações são conhecidas como Relações de Girard e α e β são as soluções para x . A operação de completar quadrado em uma equação quadrática na forma canônica ($f(x) = a(x-m)^2 + k$) resulta na fórmula quadrática, que expressa as soluções em termos de a , b e c .

Como a equação quadrática envolve apenas um desconhecido, é chamada univariada. A equação quadrática contém apenas potências de x que são números inteiros não negativos e, portanto, é uma equação polinomial. Em particular, é uma equação polinomial de segundo grau, já que a maior potência é dois.

O desenvolvimento, ou derivação, de uma ideia matemática é geralmente o mais lógico, dedutível e retilíneo possível. Isso traz a noção comum de que seu desenvolvimento histórico é igualmente contínuo, lógico e retilíneo: um matemático adota uma ideia onde outro matemático a deixa.

Usando a fórmula quadrática como exemplo, é possível verificar que o desenvolvimento histórico da matemática não é de todo retilíneo. Em vez disso, desenvolvimentos paralelos, interconexões e confluências podem ser encontrados, os quais - para complicar ainda mais essas coisas - também estão relacionados a questões sociais, culturais, políticas e religiosas.

A chamada fórmula quadrática foi derivada no decorrer de alguns milênios à sua forma atual, que é ensinada para a maioria nas instituições de ensino. E as soluções para problemas que podem ser expressos em termos de equações quadráticas eram conhecidas já em 2000 aC (Dante, 2012; Silveira, 2015).

2.1 O problema original - 2000 (mais ou menos) aC

Os engenheiros egípcios, chineses e babilônios eram pessoas realmente inteligentes - eles sabiam como a área de um quadrado se ajusta ao comprimento de seu lado. Eles sabiam que é possível armazenar nove vezes mais fardos de feno se a lateral de um *loft* quadrado for triplicada. Eles também descobriram como calcular a área de projetos mais complexos, como retângulos e formas em T e assim por diante. No entanto, eles não sabiam como calcular os lados das formas - o comprimento dos lados, começando em uma determinada área - que muitas vezes era o que seus clientes realmente precisavam. E, portanto, este é o problema original: uma certa forma deve ser dimensionada com uma área total e, no final, são necessários comprimentos dos lados ou paredes para fazer uma planta de trabalho (Dante, 2012).

2.2 Os inícios - Egito - 1500 aC

O primeiro aspecto que finalmente levou à equação quadrática foi o reconhecimento de que ela está conectada a um problema muito pragmático, que por sua vez exigia uma solução rápida e certa. Observa-se, nesse contexto, que a matemática egípcia não conhecia equações e números, como se faz hoje em dia; é descritivo, retórico e às vezes muito difícil de seguir. Sabe-se que os sábios egípcios (engenheiros, escribas e padres) estavam cientes dessa falha - mas criaram uma maneira de contornar esse problema: em vez de aprender uma operação ou uma fórmula que pudesse calcular os lados da área, eles calcularam a área para todos os lados e formas possíveis de quadrados e retângulos e formaram uma mesa de consulta. Esse método funciona da mesma maneira que se aprendem as tabuadas de cor na escola, em vez de fazer a operação corretamente (Eves, 2004).

Portanto, se alguém quisesse um *loft* com uma certa forma e uma certa capacidade de armazenar fardos de papiro, o engenheiro iria até sua mesa e encontraria o *design* mais adequado. Os engenheiros não tiveram tempo para calcular todas as formas e lados para fazer sua própria mesa. Em vez disso, a tabela que eles usavam era uma reprodução de uma tabela de consulta principal. Os reprodutores não sabiam se as coisas que estavam reproduzindo faziam sentido ou não, pois não sabiam nada sobre matemática. Portanto, obviamente, às vezes erros apareciam e as cópias das cópias eram menos confiáveis. Essas tabelas ainda existem e é possível ver onde os erros surgiram durante a cópia dos documentos (Eves, 2004).

2.3 O próximo passo - Babilônia e China - 400 aC

O método egípcio funcionou bem, mas uma solução mais geral - sem a necessidade de tabelas - parecia desejável. É aí que os *nerds* da Babilônia entram em cena. A matemática babilônica tinha uma grande vantagem sobre a usada no Egito, a saber, um sistema numérico que é praticamente igual ao que se usa hoje, embora em uma base hexagesimal, ou na base 60. A adição e multiplicação eram muito mais fáceis de executar com esse sistema, portanto, os engenheiros em torno de 1000 aC sempre podiam verificar novamente os valores em suas tabelas. Em 400 aC, eles encontraram um método mais geral chamado “completar o quadrado” para resolver problemas genéricos envolvendo áreas. Não há indicações de que essas pessoas usaram um procedimento matemático específico para descobrir as soluções; portanto, provavelmente algumas suposições equivocadas estavam envolvidas. Na mesma época, ou um pouco mais tarde, esse método também aparece em documentos chineses. Os chineses, como os egípcios, também não usavam um sistema numérico, mas uma verificação dupla de operações matemáticas simples foi surpreendentemente fácil pelo uso generalizado do ábaco (Dante, 2012).

2.4 Geometria - Área Mediterrânea Helenística - 300 aC

As primeiras tentativas de encontrar uma fórmula mais geral para resolver equações quadráticas podem ser rastreadas no desenvolvimento de grandes matemáticos da geometria e trigonometria: Pitágoras (500 aC em Croton, Itália) e Euclides (300 aC em Alexandria, Egito), que usavam estritamente abordagens geométricas e encontraram um procedimento geral para resolver a equação quadrática. Pitágoras notou que as relações entre a área de um quadrado e o respectivo comprimento do lado - a raiz quadrada - nem sempre eram inteiras, mas ele se recusava a permitir outras proporções além da racional. Euclides foi ainda mais longe e descobriu que essa proporção também pode não ser racional. Ele concluiu que números irracionais existem.

Os elementos de Euclides cobriram mais ou menos toda a matemática necessária para aplicações técnicas do ponto de vista teórico. No entanto, ele não usou a mesma notação com fórmulas e números como se usa atualmente. Por esse motivo, não foi possível calcular manualmente a raiz quadrada de qualquer número, a fim de obter uma boa aproximação para o valor exato da raiz, que é o que os arquitetos e engenheiros buscavam. Como todas as matemáticas (pelo menos teoricamente relevantes) pareciam estar completas, mas inúteis, as muitas guerras que ocorreram na Europa e também no início da Idade Média tornaram o mundo matemático na Europa silencioso até o século XIII. Nesse período, a matemática também sofreu uma grande mudança, passando de uma ciência pragmática para uma disciplina filosófica e mais mística (Eves, 2004).

2.5 Todos os números - Índia - 700 dC

A matemática hindu usa o sistema decimal pelo menos desde 600 aC. Uma das influências mais importantes na matemática hindu foi que ela era amplamente usada no comércio. O comerciante hindu era bastante rápido em matemática simples. Se alguém tivesse uma dívida, os números seriam negativos, se alguém tivesse um crédito, os números seriam positivos. Além disso, se alguém não tivesse crédito nem dívida, os números seriam zero. Zero é um número importante na história da matemática, e sua aparência relativamente tardia se deve ao fato de muitas culturas terem dificuldade em conceber o “nada”. O conceito do nada, o vazio, ou o conceito de equilíbrio já estava ancorado na cultura hindu.

Por volta de 700 dC, a solução geral para a equação quadrática, desta vez usando números, foi desenvolvida por um matemático hindu chamado Brahmagupta, que, entre outras coisas, usava números irracionais; ele também reconheceu duas raízes na solução. A solução final e completa como se conhece hoje veio por volta de 1100 dC, por outro matemático hindu chamado Baskhara. Baskhara foi o primeiro a reconhecer que qualquer número positivo tem duas raízes quadradas (Dante, 2012).

2.6 Poderosa ciência islâmica - Pérsia - 820 dC

Por volta de 820 dC, perto de Bagdá, Mohammad bin Musa Al-Khwarismi, um famoso matemático islâmico que conhecia a matemática hindu, também derivou a equação quadrática. A álgebra usada por ele era inteiramente retórica, e ele rejeitou soluções negativas. Essa derivação específica da fórmula quadrática foi trazida para a Europa pelo matemático/astrônomo judeu Abraham bar Hiyya (Savasorda) que viveu em Barcelona por volta de 1100 (Eves, 2004).

2.7 Renascença - Europa - 1500 dC

Com o Renascimento na Europa, a atenção acadêmica voltou aos problemas matemáticos originais. Em 1545, Girolamo Cardano, que era um típico cientista renascentista, e um dos melhores algebraistas de seu tempo, compilou os trabalhos relacionados às equações quadráticas - ou seja, ele misturou Al-Khwarismi solução com a geometria euclidiana. Ele possivelmente não foi o primeiro ou o único, mas o mais famoso. Em suas obras (principalmente retóricas), ele permite a existência de números complexos ou imaginários - isto é, raízes de números negativos. No final do século XVI, a notação e o simbolismo matemáticos foram introduzidos pelo matemático François Viète, na França. Em 1637, quando René Descartes publicou *La Géométrie*, nasceu a Matemática moderna, e a fórmula quadrática adotou a forma que se conhece hoje (Silveira, 2015).

2.8 Representações da função polinomial do segundo grau e suas raízes

A função polinomial do segundo grau, ou função quadrática, pode ser representada de formas distintas, merecendo destaque a forma geral $f(x) = ax^2 + bx + c$ e a forma canônica $f(x) = a(x-m)^2 + k$. Há uma série de vantagens em se expressar uma função quadrática na sua forma canônica.

Chegamos à forma canônica partindo da forma geral, em dois passos:

1) Estabelecendo as ordenadas do vértice da parábola $V(m, k)$

Para se determinar o vértice de uma função polinomial do segundo grau, na sua forma geral, faz-se uma derivação e se iguala a equação a zero, ou seja:

$$\begin{aligned}f(x) &= ax^2 + bx + c \\ \frac{d}{dx}f(x) &= 2ax + b = 0 \\ x &= -\frac{b}{2a} = m\end{aligned}$$

Com isso, obtém-se a abscissa x ou m do vértice da parábola. Substituindo então m na função geral, obtém-se a ordenada y ou $f(m)$ do vértice:

$$f(m) = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$f(m) = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$f(m) = -\frac{\Delta}{4a} = k,$$

logo $V(m, k)$.

2) Aplicando o método de completar os quadrados

Primeiramente colocar o a em evidência:

$$f(x) = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right).$$

Após, completar quadrado entre x e $\frac{b}{2a}$:

$$f(x) = a \left[\left(x^2 + \frac{2bx}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \right) \right]$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \right]$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \therefore f(x) = a(x - m)^2 + k$$

$$f(x) = a(x - m)^2 + k$$

Dessa forma, tem-se que:

Se $a < 0$: $f(x)$ terá um valor máximo se $x = m \therefore f(x) = k$

$$v = (m, k) \therefore m = -\frac{b}{2a}$$

$$k = -\frac{\Delta}{4a}$$

Se $a > 0$: $f(x)$ terá um valor mínimo se $x = m \therefore f(x) = k$

$$v = (m, k) \therefore m = -\frac{b}{2a}$$

$$k = -\frac{\Delta}{4a}$$

Agora estamos aptos para, a partir da forma canônica, chegarmos na fórmula de Bhaskara apresentada no início deste texto.

Para a obtenção das raízes, iguale-se a função na sua forma canônica a zero:

$$a(x - m)^2 + k = 0$$

$$(x - m)^2 = -\frac{k}{a}$$

$$x - m = \pm \sqrt{-\frac{k}{a}}$$

$$x = m \pm \sqrt{-\frac{k}{a}}$$

$$m = -\frac{b}{2a}$$

$$k = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{4a^2}}$$

Portanto, a fórmula de Bhaskara é dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Natureza das raízes - discriminante Δ

Uma função polinomial de grau dois terá sempre duas raízes, a saber:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- 1) Se $\Delta > 0$: α e β são raízes reais e distintas
- 2) Se $\Delta = 0$: α e β são raízes reais e iguais
- 3) Se $\Delta < 0$: α e β são raízes complexas e conjugadas onde $i = \sqrt{-1}$

2.9 Método de Po-Shen Loh

2.9.1 Descrição do método

O método consiste numa simplificação da fórmula de Bhaskara com o intuito de tornar os cálculos mais simples e diretos e não há restrição, podendo ser aplicado em qualquer equação quadrática. Neste método, o valor do coeficiente a é obrigatoriamente 1 ($a = 1$) e definiremos o parâmetro P . A solução para as equações polinomiais de grau dois será dada por:

$$x = -\frac{b}{2} \pm |P|,$$

onde $|P|$ será encontrado pela expressão:

$$P^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c.$$

Todas estas equações podem ser obtidas por manipulações algébricas a partir da fórmula de Bhaskara.

Resumindo:

se $a = 1$

$$P^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$$

$$x = -\frac{b}{2} \pm |P|$$

2.9.2 Demonstração da validade do método

Partimos da fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Para $a = 1$, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2},$$

que podemos reescrever como

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c},$$

Como $P^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$, temos que $x = -\frac{b}{2} \pm |P|$.

2.9.3 Passo a passo para aplicação do método e exemplo

1) verificar se $a = 1$. Caso não seja, dividir todos os coeficientes por a para se trabalhar com a nova equação gerada;

2) calcular $|P|$ a partir de $P^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$;

3) calcular x_1 e x_2 pela expressão $x = -\frac{b}{2} \pm |P|$.

Para exemplificar, serão determinadas as raízes da equação pelo método de Po-Shen Loh.

Ex1: $x^2 - 5x + 6 = 0$

P1)

$$a = 1$$

P2)

$$P^2 = \left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 6$$

$$P^2 = \left(\frac{25}{4}\right) - \left(\frac{24}{4}\right)$$

$$P^2 = \frac{1}{4}$$

$$P = \pm \frac{1}{2}$$

$$|P| = \frac{1}{2}$$

P3)

$$x = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_1 = 3 \text{ e } x_2 = 2$$

3 I MÉTODO DE BHASKARA/ Φ

3.1 Descrição do método

O método consiste numa simplificação da fórmula de Bhaskara com o intuito de tornar os cálculos mais simples e direto, nos casos em que seja possível substituir delta (Δ), da fórmula de Bhaskara, por Φ^2 . A simplificação ocorrerá porque substituiremos a raiz quadrada de delta por uma soma ou diferença entre dois números naturais ($F \pm f$). Deste modo, temos:

$$\sqrt{\Delta} = F \pm f = \Phi^2$$

e a solução para as equações polinomiais de grau dois será dada por:

$$x = \frac{-b \pm \Phi}{2a}.$$

Para obtermos os naturais F e f com $F \geq f$ temos dois casos a considerar:

1) $ac < 0$. Neste caso escrevemos todos os *i*ésimos produtos possíveis $\forall (F, f)_i$ que nos forneça o módulo do produto ac , ou seja, $|ac| = \forall (F, f)_i$. Se o método for aplicável, existirá um *i*ésimo par (F_i, f_i) cuja diferença expressará o módulo de b , ou seja, se $ac < 0$, $\exists (F_i, f_i) / |b| = (F - f)_i$. Deste modo, definimos o parâmetro Φ como sendo a soma dos naturais $(F, f)_i$, ou seja, $\Phi = (F + f)_i$ e, a solução da equação quadrática, será $x = \frac{-b \pm \Phi}{2a}$.

Resumindo, se $ac < 0$:

$$\begin{aligned}
 |ac| &= \forall(F.f)_i; F, f \in \mathbb{N}, F \geq f \\
 |b| &= (F - f)_i \\
 \Phi &= (F + f)_i \\
 x &= \frac{-b \pm \Phi}{2a}.
 \end{aligned}$$

2) $ac > 0$. Neste caso escrevemos todos os *i*ésimos produtos possíveis $\forall (F.f)_i$ que nos forneça o módulo do produto ac , ou seja, $|ac| = \forall(F.f)_i$. Se o método for aplicável, existirá um *i*ésimo par (F_i, f_i) cuja diferença expressará o módulo de b , ou seja, se $ac > 0$, $\exists(F_i, f_i)/|b| = (F+f)_i$. Deste modo, definimos o parâmetro Φ como sendo a soma dos naturais $(F, f)_i$, ou seja, $\Phi = (F+f)_i$ e, a solução da equação quadrática, será $x = \frac{-b \pm \Phi}{2a}$.

Resumindo, se $ac > 0$:

$$\begin{aligned}
 |ac| &= \forall(F.f)_i; F, f \in \mathbb{N}, F \geq f \\
 |b| &= (F + f)_i \\
 \Phi &= (F - f)_i \\
 x &= \frac{-b \pm \Phi}{2a}.
 \end{aligned}$$

3.2 Demonstração da validade do método

Dada a fórmula de Bhaskara $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ e a fórmula de resolução do método Bhaskara/ Φ $x = \frac{-b \pm \Phi}{2a}$, dividiremos a demonstração nos dois casos apontados anteriormente: 1) $ac < 0$ e 2) $ac > 0$. Em ambos os casos precisamos, a partir das hipóteses levantadas, demonstrar que $\sqrt{\Delta} = \Phi$ ou $\Delta = \Phi^2$.

1º caso: $ac < 0$

Hipótese 1: $ac < 0$

Hipótese 2: $|ac| = F.f; F \geq f; F, f \in \mathbb{N}$

Hipótese 3: $|b| = F - f$

Tese: $(F + f)^2 = \Delta$

Partimos da expressão de delta $\Delta = b^2 - 4ac$. Pela hipótese 3 temos que $|b| = F - f$, então escrevemos:

$$\Delta = (F - f)^2 - 4ac.$$

Pelas hipóteses 1 e 2 temos que $ac = -Ff$, então escreveremos:

$$\Delta = (F - f)^2 + 4Ff,$$

o que nos leva a:

$$\Delta = F^2 - 2Ff + f^2 + 4Ff,$$

portanto:

$$\Delta = F^2 + 2Ff + f^2,$$

o que nos leva à tese $(F + f)^2 = \Delta$.

2º caso: $ac > 0$

Hipótese 1: $ac > 0$

Hipótese 2: $|ac| = F \cdot f; \quad F \geq f; \quad F, f \in N$

Hipótese 3: $|b| = F + f$

Tese: $(F - f)^2 = \Delta$

Partimos da expressão de delta $\Delta = b^2 - 4ac$. Pela hipótese 3 temos que $|b| = F + f$, então escrevemos:

$$\Delta = (F + f)^2 - 4ac.$$

Pelas hipóteses 1 e 2 temos que , então escreveremos:

$$\Delta = (F + f)^2 - 4Ff,$$

o que nos leva a:

$$\Delta = F^2 + 2Ff + f^2 - 4Ff,$$

portanto:

$$\Delta = F^2 - 2Ff + f^2,$$

o que nos leva à tese $(F - f)^2 = \Delta$.

3.3 Passo a passo para aplicação do método e exemplo

1) verificar se $ac < 0$ ou $ac > 0$;

2) escrever todos os íésimos produtos possíveis para $lacl$ na forma $(F \cdot f)_i$ com $F, f \in N$ e $F \geq f$;

3) escrever $|b| = F - f$ se $ac < 0$ ou $|b| = F + f$ se $ac > 0$;

4) escrever $\Phi = F + f$ se $ac < 0$ ou $\Phi = F - f$ se $ac > 0$;

5) calcular x_1 e x_2 pela expressão $x = \frac{-b \pm \Phi}{2a}$.

Para exemplificar, serão determinadas as raízes da equação pela nova forma:

Ex1: $x^2 - 5x + 6 = 0$

P1)

$$ac = 6 > 0$$

P2)

$$lacl = 6.1$$

$$lacl = 3.2$$

P3)

$$|b| = 3 + 2 = 5$$

P4)

$$\Phi = 3 - 2 = 1$$

P5)

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 3 \text{ e } x_2 = 2$$

3.4 Parâmetro Φ como discriminante da equação quadrática

Como $\Phi = \sqrt{\Delta}$, temos:

se $\Delta > 0 \therefore \Phi > 0 \exists$ duas raízes reais distintas;

se $\Delta = 0 \therefore \Phi = 0 \exists$ duas raízes reais iguais (uma raiz real de multiplicidade dois)

se $\Delta < 0$ ou $\Delta \neq \Phi^2$ o método não se aplica.

Temos aí, portanto, uma importante restrição na aplicabilidade do método. Nesses casos não será possível escrever $|b| = F \pm f$. Assim, se para uma dada equação quadrática não for possível escrever $|b| = F \pm f$, isso significa que $\Delta < 0$ ou $\Delta \neq \Phi^2$ e, então, precisamos aplicar a fórmula de Bhaskara ou o método de Po-Shen Loh, que não apresentam nenhum tipo de restrição.

4 | APLICAÇÕES DOS MÉTODOS

Para exemplificar, serão determinadas as raízes das equações pela nova forma:

Ex1: $2x^2 + 7x + 5 = 0$

Por Bhaskara/ Φ

P1)

$$ac = 2 \cdot 5 = 10 > 0$$

P2)

$$|a|c = 10 \cdot 1$$

$$|a|c = 5 \cdot 2$$

P3)

$$|b| = 5 + 2 = 7$$

P4)

$$\Phi = 5 - 2 = 3$$

P5)

$$x = \frac{-5 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = -1 \text{ e } x_2 = -\frac{5}{2}$$

Por Po-Shen Loh

P1)

$$a \neq 1 \therefore x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{5}{2} = 0$$

P2)

$$p^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 - \frac{5}{2}$$
$$p^2 = \left(\frac{49}{16}\right) - \left(\frac{40}{16}\right)$$
$$p^2 = \frac{9}{16}$$
$$p = \pm \frac{3}{4}$$
$$|p| = \frac{3}{4}$$

P3)

$$x = -\frac{7}{4} \pm \frac{3}{4}$$
$$x_1 = -1 \text{ e } x_2 = -\frac{5}{2}$$

Ex2: $4x^2 - 5x - 6 = 0$

Por Bhaskara/ Φ

P1)

$$ac = 4 \cdot (-6) = -24 < 0$$

P2)

$$|acl| = 24.1$$

$$|acl| = 12.2$$

$$|acl| = 8.3$$

$$|acl| = 6.4$$

P3)

$$|b| = 8 - 3 = 5$$

P4)

$$\Phi = 8 + 3 = 11$$

P5)

$$x = \frac{5 \pm 11}{8}$$
$$x_1 = 2 \text{ e } x_2 = -\frac{3}{4}$$

Por Po-Shen Loh

P1)

$$a \neq 1 \therefore x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{3}{2} = 0$$

P2)

$$P^2 = \left(-\frac{5}{8}\right)^2 + \frac{3}{2}$$

$$P^2 = \left(\frac{25}{64}\right) + \left(\frac{96}{64}\right)$$

$$P^2 = \frac{121}{64}$$

$$P = \pm \frac{11}{8}$$

$$|P| = \frac{11}{8}$$

P3)

$$x = \frac{5}{8} \pm \frac{11}{8}$$

$$x_1 = 2 \text{ e } x_2 = -\frac{3}{4}$$

Ex3: $x^2 + x - 12 = 0$

Por Bhaskara/ Φ

P1)

$$ac = 1 \cdot (-12) = -12 < 0$$

P2)

$$|acl| = 12.1$$

$$|acl| = 6.2$$

$$|acl| = 4.3$$

P3)

$$|b| = 4 - 3 = 1$$

P4)

$$\Phi = 4 + 3 = 7$$

P5)

$$x = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 3 \text{ e } x_2 = -4$$

Por Po-Shen Loh

P1)

$$a = 1$$

P2)

$$p^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12$$

$$p^2 = \left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{48}{4}\right)$$

$$p^2 = \frac{49}{4}$$

$$p = \pm \frac{7}{2}$$

$$|p| = \frac{7}{2}$$

P3)

$$x = -\frac{1}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$x_1 = 3 \text{ e } x_2 = -4$$

$$\text{Ex4: } x^2 - 4x + 4 = 0$$

Por Bhaskara/ Φ

P1)

$$ac = 1 \cdot 4 = 4 > 0$$

P2)

$$|acl| = 4.1$$

$$|acl| = 2.2$$

P3)

$$|b| = 2 + 2 = 4$$

P4)

$$\Phi = 2 - 2 = 0$$

P5)

$$x = \frac{4 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = 2 \text{ e } x_2 = 2$$

Por Po-Shen Loh

P1)

$$a = 1$$

P2)

$$p^2 = \left(-\frac{4}{2}\right)^2 - 4$$

$$p^2 = 4 - 4$$

$$p^2 = 0$$

$$p = \pm 0$$

$$|p| = 0$$

P3)

$$x = 2 \pm 0$$

$$x_1 = 2 \text{ e } x_2 = 2$$

Ex5: $x^2 + 4x - 5 = 0$

Por Bhaskara/ Φ

P1)

$$ac = 1 \cdot (-5) = -5 < 0$$

P2)

$$|acl| = 5 \cdot 1$$

P3)

$$|b| = 5 - 1 = 4$$

P4)

$$\Phi = 5 - 1 = 4$$

P5)

$$x = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = 1 \text{ e } x_2 = -5$$

Por Po-Shen Loh

P1)

$$a = 1$$

P2)

$$p^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 2$$

$$p^2 = 4 + 5$$

$$p^2 = 9$$

$$p = \pm 3$$

$$|p| = 3$$

P3)

$$x = -2 \pm 3$$
$$x_1 = 1 \text{ e } x_2 = -5$$

Ex6: $x^2 - 2x - 8 = 0$

Por Bhaskara/ Φ

P1)

$$ac = 1 \cdot (-8) = -8 < 0$$

P2)

$$|acl| = 8.1$$

$$|acl| = 4.2$$

P3)

$$|b| = 4 - 2 = 2$$

P4)

$$\Phi = 4 + 2 = 6$$

P5)

$$x = \frac{2 \pm 6}{2}$$
$$x_1 = 4 \text{ e } x_2 = -2$$

Por Po-Shen Loh

P1)

$$a = 1$$

P2)

$$P^2 = \left(-\frac{2}{2}\right)^2 + 8$$

$$P^2 = 1 + 8$$

$$P^2 = 9$$

$$P = \pm 3$$

$$|P| = 3$$

P3)

$$x = 1 \pm 3$$
$$x_1 = 4 \text{ e } x_2 = -2$$

51 CONCLUSÃO

Funções polinomiais são importantes porque podem modelar inúmeros problemas em variadas áreas, e são de relativamente fácil manipulação. Funções polinomiais de grau dois são apresentadas aos estudantes já nas séries iniciais e uma plena compreensão

deste assunto é fundamental para que estes estudantes se apropriem, adequadamente, do conceito de funções. Neste artigo destacamos o cálculo de zeros de uma função ou raízes de equações quadráticas, apresentando de forma inédita como contribuição dos autores o método Bhaskara/ Φ , que juntamente com o método Po-Shen Loh (do autor norte americano de mesmo nome), têm por objetivo propiciar aos estudantes, quando comparado ao método tradicional, manobras mais simples e diretas de encontrar as raízes para as equações quadráticas. Uma outra forma de encontrar as raízes é pelas relações de Girard $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; e $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, mas neste artigo damos ênfase aos métodos Bhaskara/ Φ e Po-Shen Loh por serem métodos mais sistemáticos e não depender de tentativa e erro quando aplicamos as relações de Girard. O importante é que se tenha um conjunto de ferramentas para o cálculo das raízes. Ambos os métodos tratados no texto têm por base a já tradicional fórmula de Bhaskara.

No intuito de enriquecer ainda mais o texto, apresentamos todo um panorama histórico à cerca das equações quadráticas e os autores desejam e esperam que este texto possa ajudar professores e estudantes das séries iniciais ao aplicar as ferramentas para o cálculo de zeros de funções quadráticas.

Nosso agradecimento à estrutura da UTFPR-CM, nosso ambiente de trabalho, que nos possibilita pensar estratégias para o aprimoramento da prática matemática.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. 3.ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

CHAQUIAM, M. **História da matemática em sala de aula**: proposta para integração aos conteúdos matemáticos. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

DANTE, L. R. **Projeto teláris**: matemática. 1.ed. São Paulo: Ática, 2012.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2004.

SILVA, M. N. P. **O surgimento da equação do 2º Grau**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/o-surgimento-equacao-2-o-grau.htm>. Acesso em 03 de abril de 2020.

SILVEIRA, E. **Matemática**: compreensão e prática. 3.ed. São Paulo: Moderna, 2015.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Adaptações 2, 5, 272, 273, 275, 276, 277, 278, 280, 281, 282, 283, 285

Adição 153, 179, 202, 203, 205, 206, 207, 208, 220, 237, 244

Alunos com Necessidades Educacionais Especiais 273

Análise Dinâmica 118, 125

ANSYS - LS 118

Aprendizagem Matemática 1, 14, 46, 48, 146, 190, 199, 204, 218, 270

Aprendizagem Significativa 45, 109, 110, 111, 116, 117, 146, 151, 192, 276

Aula Invertida 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315

Avaliação 5, 9, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 45, 46, 48, 112, 114, 138, 193, 202, 203, 205, 207, 218, 261, 265, 288

B

Bhaskara/ Φ 241, 242, 247, 248, 249, 250, 251, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259

C

Campos Conceituais 207, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271

Complementaridade 287, 288, 289, 290, 291, 292, 294, 298

Conceitos Básicos 75, 78, 153, 271

Conhecimentos 4, 6, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 21, 24, 31, 41, 42, 43, 52, 57, 63, 76, 77, 80, 84, 85, 86, 110, 113, 114, 116, 144, 146, 190, 194, 197, 198, 199, 203, 204, 205, 211, 217, 228, 229, 239, 240, 260, 262, 263, 265, 267, 269, 290, 291, 293, 294, 299, 311, 312

Consumo 55, 69, 111, 144, 145, 146, 148, 150, 151

Cotidiano 50, 51, 52, 53, 55, 77, 81, 83, 84, 113, 146, 149, 150, 151, 198, 270

Crivo 170, 171, 175, 176

D

Decomposição lu 101

Desinteresse dos Alunos 1, 9, 10, 13

Dificuldades de Aprendizagem 74, 75, 79, 88

Divisão 47, 54, 66, 170, 171, 234, 261, 266, 267, 268, 271, 287, 288, 293, 294, 295, 296, 297, 298

E

Educação a Distância 50

Educação Matemática 6, 14, 18, 20, 26, 27, 29, 39, 48, 49, 74, 87, 108, 109, 132, 139, 140,

142, 151, 177, 189, 190, 191, 200, 202, 203, 218, 271, 286, 289, 298, 300, 316

Elementos Estruturantes 75, 76, 78, 83, 85

Elementos Finitos 32, 118, 119

Ensino de Matemática 11, 56, 70, 71, 77, 141, 142, 144, 149, 150, 200, 219, 271, 302, 307, 316

Ensino Fundamental 1, 2, 3, 25, 40, 41, 43, 48, 140, 143, 151, 189, 193, 195, 198, 200, 201, 203, 218, 219, 220, 221, 260, 267, 287, 288, 292

Ensino Médio 7, 8, 25, 27, 69, 71, 74, 75, 76, 81, 84, 87, 109, 110, 112, 114, 115, 116, 117, 144, 146, 147, 149, 151, 219, 221, 227, 241, 271, 276, 302

Epístola 228

Equação Diferencial Parcial - EDP 29, 30, 31, 32, 33, 35, 37, 38

Equação Polinomial de Grau Dois 241

Espaço Euclidiano 152, 155, 164, 168

F

Feira de Matemática 16, 18, 20, 197

Filas 89, 90, 91, 92, 94, 95, 104, 233

Formação Docente 16, 18, 19, 26, 140

Formação para o Trabalho 50, 58

G

Geogebra 69, 70, 71, 72, 73

H

Hiperesfera 152

Hiperplano 152, 153, 154, 155, 156, 158, 160, 161, 163, 164, 167, 168

História 13, 21, 22, 26, 29, 31, 33, 39, 51, 86, 87, 88, 112, 141, 142, 150, 189, 197, 228, 229, 238, 239, 245, 259, 263

História da Matemática 29, 39, 112, 189, 197, 239, 245, 259

I

Interfaces Educacionais 101

J

Jogos Matemáticos 197, 221, 260, 261, 266, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285, 286, 301, 307

M

Matemática 2, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27,

28, 29, 30, 31, 33, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 64, 69, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 108, 109, 110, 112, 116, 117, 119, 120, 132, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 149, 150, 151, 152, 153, 177, 178, 179, 184, 186, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 207, 211, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 234, 235, 237, 239, 240, 243, 244, 245, 246, 259, 260, 261, 262, 266, 268, 270, 271, 272, 274, 275, 276, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 306, 307, 308, 310, 316

Matemática Financeira 144, 145, 146, 147, 150, 151, 316

Materiais Didáticos 47, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 199, 200, 201, 276, 307

Material Concreto 198, 200, 201, 301, 303

Mediação 202, 207, 209, 211, 212, 215, 267, 290

Método de Diferenças Finitas 118

Método de Resolução 241

Metodologias Inovadoras de Ensino 190, 195, 199

Modelagem Matemática 61, 119, 132, 141

N

Números Primos 170, 171, 172, 175, 176, 234, 235, 236, 237

O

Operação Matemática 177, 178, 184, 294

P

Prática Docente 4, 11, 50, 51, 193, 219, 226

Professor Iniciante 1, 2, 3, 8

Programação Orientada a Objeto 61

Projeto GAMA 308, 309, 310, 311, 314

Proposta Pedagógica 54, 177, 186

R

Resolução de Problemas 87, 109, 110, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 177, 198, 202, 204, 205, 206, 218, 220, 274, 301

Rstudio 95

S

Sadosky 101, 102, 103, 104, 108

Semiótica 287, 288, 289, 290, 292, 294, 298

Sentido 2, 3, 4, 6, 7, 11, 14, 17, 20, 23, 42, 44, 45, 47, 51, 53, 56, 71, 76, 77, 78, 79, 80,

81, 83, 85, 101, 112, 150, 171, 200, 244, 263, 264, 267, 285, 287, 288, 291, 292, 294, 296, 298, 299, 314

Subtração 202, 203, 205, 206, 207, 208, 213, 216, 267

T

Técnica da Transformada Integral Clássica - (CITT) 29, 30, 31, 32, 38

Técnica da Transformada Integral Generalizada - (GITTT) 29, 30, 32, 33, 37, 38

Tecnologias Digitais 69, 70, 71, 74

Teoria de Conjunto 61, 64

Teoria dos Números 170, 228, 229, 230, 234, 235, 236, 237, 238, 240

Territórios Virtuais 50, 51, 52

Teste de Primalidade 170, 171, 172, 174, 175

Torneio de Jogos Matemáticos 272, 273, 274, 275, 276, 277, 283, 285

Transformada Integral 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38

Trigonometria 69, 71, 72, 245, 301, 302

V

Viga de Euler-Bernoulli 118, 125

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 3