

Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Luca Vieira  
(Organizadores)



# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 2

Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Luca Vieira  
(Organizadores)



# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 2

**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Ivone Goulart Lopes – Instituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco

Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Linguística, Letras e Artes**

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais  
Prof. Me. Alexandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar

Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná  
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa  
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein  
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR

Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Lillian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Livia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos  
Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Prof<sup>ª</sup> Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista



**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
**Bibliotecária:** Janaina Ramos  
**Diagramação:** Maria Alice Pinheiro  
**Correção:** Mariane Aparecida Freitas  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizadores:** Américo Junior Nunes da Silva  
 André Ricardo Luca Vieira

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

I37 Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática 2 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Luca Vieira. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF  
 Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  
 Modo de acesso: World Wide Web  
 Inclui bibliografia  
 ISBN 978-65-5706-856-4  
 DOI 10.22533/at.ed.564210803

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Luca (Organizador). III. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**  
 Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
 Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

## APRESENTAÇÃO

A Pandemia do novo coronavírus pegou todos de surpresa. De repente, ainda no início de 2020, tivemos que mudar as nossas rotinas de vida e profissional e nos adaptar a um “novo normal”, onde o distanciamento social foi posto enquanto a principal medida para barrar o contágio da doença. As escolas e universidades, por exemplo, na mão do que era posto pelas autoridades de saúde, precisaram repensar as suas atividades.

Da lida diária, na que tange as questões educacionais, e das dificuldades de inclusão de todos nesse “novo normal”, o contexto pandêmico começa a escancarar um cenário de destrato que já existia antes mesmo da pandemia. Como destacou Silva (2021), esse período pandêmico só desvelou, por exemplo, o quanto a educação no Brasil é uma reprodutora de Desigualdades.

E é nesse cenário de pandemia, movimentados por todas essas provocações que são postas, que os autores que participam dessa obra reúnem-se para organizar este livro. Apontar esse momento histórico vivido por todos é importante para destacar que temos demarcado elementos que podem implicar diretamente nos objetos de discussão dos textos e nos movimentos de escrita. Entender esse contexto é importante para o leitor.

O contexto social, político e cultural tem demandado questões muito particulares para a escola e, sobretudo, para a formação, trabalho e prática docente. Isso, de certa forma, tem levado os gestores educacionais a olharem para os cursos de licenciatura e para a Educação Básica com outros olhos. A sociedade mudou, nesse contexto de inclusão, tecnologia e de um “novo normal”; com isso, é importante olhar mais atentamente para os espaços formativos, em um movimento dialógico e pendular de (re)pensar as diversas formas de se fazer ciências no país. A pesquisa, nesse interim, tem se constituído como um importante lugar de ampliar o olhar acerca das inúmeras problemáticas, sobretudo no que tange ao conhecimento matemático.

É nessa sociedade complexa e plural que a Matemática subsidia as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras áreas; é percebida enquanto parte de um movimento de construção humana e histórica e constitui-se importante e auxiliar na compreensão das diversas situações que nos cerca e das inúmeras problemáticas que se desencadeiam diuturnamente. É importante refletir sobre tudo isso e entender como acontece o ensino desta ciência e o movimento humanístico possibilitado pelo seu trabalho.

Ensinar Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático e sobre isso, de uma forma muito particular, abordaremos nesta obra.

É neste sentido, que o livro “***Incompletudes e Contradições para os Avanços da***

***Pesquisa em Matemática***", nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do professor pesquisador que ensina Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para professores da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores pesquisadores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura a todos e a todas.

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

## REFERÊNCIAS

SILVA, A. J. N. da. Professores de Matemática em início de carreira e os desafios (im)postos pelo contexto pandêmico: um estudo de caso com professores do semiárido baiano: doi. [org/10.29327/217514.7.1-5](https://doi.org/10.29327/217514.7.1-5). **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 17, 2021. Disponível em: <http://periodicorease.pro.br/rease/article/view/430>. Acesso em: 10 fev. 2021.

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **O PERFIL DO LICENCIANDO EM MATEMÁTICA NO MARANHÃO: POSSIBILIDADES DE FORMAÇÃO DA POSTURA INVESTIGATIVA**

Celina Amélia da Silva

Carmen Teresa Kaiber

**DOI 10.22533/at.ed.5642108031**

### **CAPÍTULO 2..... 12**

#### **GEOMETRIA EUCLIDIANA E NÃO EUCLIDIANAS RECORTES HISTÓRICOS**

Adan Rodrigo Vale Pacheco

Fábio Barros Gonçalves

Miguel Chaquiam

**DOI 10.22533/at.ed.5642108032**

### **CAPÍTULO 3..... 25**

#### **PUZZLES MATEMÁTICOS COMO ESTRATÉGIA FACILITADORA DA APRENDIZAGEM**

Wharton Martins de Lima

Davis Rytley Lira Martins

Jamilson Pinto de Medeiros

João Pedro Nogueira da Silva

Sérgio Barbosa da Penha

William Gomes dos Santos

**DOI 10.22533/at.ed.5642108033**

### **CAPÍTULO 4..... 35**

#### **AS DIFICULDADES DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Francisca Missilene Muniz Magalhães

Pedro Franco de Sá

**DOI 10.22533/at.ed.5642108034**

### **CAPÍTULO 5..... 44**

#### **UTILIZANDO O GEOGEBRA PARA DETERMINAR APROXIMAÇÕES PARA RAÍZES DE EQUAÇÕES ATRAVÉS DE MÉTODOS NUMÉRICOS**

Daniel Martins Nunes

Fábio Mendes Ramos

**DOI 10.22533/at.ed.5642108035**

### **CAPÍTULO 6..... 59**

#### **DISCALCULIA EM FOCO: ESTUDO DE CASO COM UM ESTUDANTE DO 7º ANO**

Emilim Caroline Canabarro

Lucieli Martins Gonçalves Descovi

**DOI 10.22533/at.ed.5642108036**

<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>71</b>
DISTRIBUIÇÃO ODD LOG-LOGÍSTICA CAUCHY: TEORIA E APLICAÇÕES	
Beatriz Nascimento Gomes	
Altemir da Silva Braga	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5642108037</b>	
<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>80</b>
RECURSOS DIDÁTICOS PARA PRODUZIR, LER, ESCREVER E PENSAR OS NÚMEROS	
Helena Dória Lucas de Oliveira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5642108038</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>91</b>
NIELS HENRIK ABEL (1802-1829) 190 ANOS DEPOIS	
Dayson Wesley Lima Castro	
Arlison da Conceição Rocha	
Natanael Freitas Cabral	
Miguel Chaquiam	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5642108039</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>104</b>
SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DE LAPLACE BIDIMENSIONAL ANISOTRÓPICA E O FATOR DE CONVERGÊNCIA ASSINTÓTICA	
Giovanni Santos	
Mairon Carliel Pontarolo	
Sebastião Romero Franco	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080310</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>109</b>
CONSTRUINDO E RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE ESTRUTURAS ADITIVAS USANDO DIAGRAMAS DE VERGNAUD E EXCEL COM PROFESSORES DE ESCOLAS PÚBLICAS E PRIVADAS	
Ana Emilia de Melo Queiroz	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080311</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>118</b>
UM ESTUDO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE JOGOS E BRINCADEIRAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
José Roberto Costa	
Vanessa Tluscik dos Santos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080312</b>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>130</b>
A INTERDISCIPLINARIDADE NA PRÁTICA PEDAGÓGICA: RELAÇÃO ENTRE O ENSINO DE QUÍMICA E MATEMÁTICA NO BRASIL	
Catiex Rodrigues de Souza	
Adelmo Carvalho da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080313</b>	

<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>143</b>
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO DA ÁLGEBRA	
Wanderlei Verissimo	
Thiago Fanelli Ferraiol	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080314</b>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>156</b>
DIFICULDADES E PERSPECTIVAS DOS ACADÊMICOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO IFNMG CAMPUS JANUÁRIA	
Gustavo Pereira Gomes	
Bianca Menezes Campos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080315</b>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>164</b>
A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: REVENDO AS ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS E REPENSANDO A PRÁTICA	
Elivane Leandro da Silva	
Lucianne Oliveira Monteiro Andrade	
Marcelo de Sousa Coêlho	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080316</b>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>187</b>
ENSINANDO MATRIZES, SISTEMAS LINEARES E DETERMINANTES USANDO UM APLICATIVO ONLINE	
Cristiane Martins Fernandes Tavares	
Edson Leite Araújo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080317</b>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>205</b>
O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E SOCIEDADE (CTS): PERSPECTIVA PARA UMA NOVA TENDÊNCIA	
Eliana Alves Arxer	
Dulcimeire Aparecida Volante Zanon	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080318</b>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>214</b>
UM PROJETO DE PESQUISA DE ENSINO DE MATEMÁTICA PENSADO PARA O ALUNO DEFICIENTE VISUAL DO INSTITUTO FEDERAL DO PARANÁ - IFPR	
Adriana Stefanello Somavilla	
Luani Griggio Langwinski	
Leonardo Silguero Pimentel	
<b>DOI 10.22533/at.ed.56421080319</b>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>225</b>
CONTRIBUIÇÕES DA TABUADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO	
Adriana de Jesus Gabilão	

Crys Michelly Vieira de Oliveira Dutra

Renata Forti Braga

**DOI 10.22533/at.ed.56421080320**

**CAPÍTULO 21.....228**

**SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DE POISSON 2D ANISOTRÓPICA COM SOLVER LINHA**

Mairon Carliel Pontarolo

Giovanni Santos

Sebastião Romero Franco

**DOI 10.22533/at.ed.56421080321**

**CAPÍTULO 22.....233**

**O ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DO USO DOS JOGOS DIGITAIS**

Vilma Luísa Sieglloch Barros

**DOI 10.22533/at.ed.56421080322**

**CAPÍTULO 23.....241**

**ESTUDO DE DINÂMICA NÃO LINEAR E CAOS EM SISTEMAS DE TEMPO CONTÍNUO: DINÂMICA DOS SISTEMAS DE LORENZ E RÖSSLER**

Henry Otavio Fontana

Thiago Gilberto do Prado

Vinícius Piccirillo

**DOI 10.22533/at.ed.56421080323**

**CAPÍTULO 24.....254**

**UMA INTRODUÇÃO A DERIVADA FUZZY COMPATÍVEL**

Fernando Santos Silva

Ana Paula Perovano

**DOI 10.22533/at.ed.56421080324**

**CAPÍTULO 25.....266**

**DISTRIBUIÇÃO DE NEWCOMB-BENFORD APLICADA À AUDITORIA DE CONTAS PÚBLICAS**

Thiago Schinda Bubniak

Inácio Andruski Guimarães

Sonia Maria de Freitas

**DOI 10.22533/at.ed.56421080325**

**CAPÍTULO 26.....273**

**COMPARATIVE STUDY OF FOUR GENERALIZED PREDICTIVE CONTROLLERS FOR REFERENCE TRACKING AND DISTURBANCE ATTENUATION**

Rejane de Barros Araújo

Antonio Augusto Rodrigues Coelho

**DOI 10.22533/at.ed.56421080326**



<b>SOBRE OS ORGANIZADORES .....</b>	<b>282</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>283</b>

## COMPARATIVE STUDY OF FOUR GENERALIZED PREDICTIVE CONTROLLERS FOR REFERENCE TRACKING AND DISTURBANCE ATTENUATION

Data de aceite: 17/02/2021

Data de submissão: 08/12/2020

**Rejane de Barros Araújo**

Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia do Pará  
Belém – Pará  
<http://lattes.cnpq.br/8760830024389437>

**Antonio Augusto Rodrigues Coelho**

Universidade Federal de Santa Catarina  
Florianópolis – Santa Catarina  
<http://lattes.cnpq.br/8788845630300277>

**ABSTRACT:** The purpose of this paper is first to review the standard Generalized Predictive Controller (GPC) design, second, to establish a comparative study between the GPC with a prefilter  $T_f(q^{-1})$ , the GPC with a parameter of the future reference trajectory and the GPC that includes a positional model, but with an integral polynomial weighing factor for the error. Simulation results are shown and discussed.

**KEYWORDS:** predictive control, dynamic stability, control system design, reference tracking, disturbance attenuation.

### ESTUDO COMPARATIVO DE QUATRO TIPOS DE CONTROLADORES PREDITIVOS GENERALIZADO PARA SEGUIMENTO DE REFERÊNCIA E REJEIÇÃO DE PERTURBAÇÃO

**RESUMO:** O objetivo deste artigo é primeiramente revisar o projeto do controlador preditivo generalizado (*Generalized Predictive Control* – GPC), posteriormente, fazer um estudo comparativo entre o GPC com pré-filtro  $T_f(q^{-1})$ , o GPC com um parâmetro de trajetória futura e o GPC que inclui um modelo posicional, mas com um fator de ponderação polinomial integral para o erro. Resultados de simulações são mostrados e discutidos.

**PALAVRAS - CHAVE:** controle preditivo, estabilidade dinâmica, projeto de sistemas de controle, rastreamento de referência, atenuação da perturbação.

### 1 | INTRODUCTION

The Generalized Predictive Controller (GPC) has been successfully implemented in several applications and is still under investigation (CLARKE et al., 1987; MAYNE, 2014). Over the last decades different design formalisms have been developed with the aim to guarantee closed-loop dynamic aspects like performance, stability, robustness, and input constraints.

The purpose of this paper is to review the standard GPC design of CLARKE (1987) and to establish a comparative study between T-GPC,

GPC with a filter  $T_f(q^{-1}) \neq 1$  (ROSSITER, 2004), FR-GPC (Filter Reference GPC), GPC with a parameter of the future reference trajectory (SATO & INOUE, 2006) and FP-GPC (Filter Positional GPC), GPC that uses a positional model but with integral polynomial weighing factor for reference and output signals (ARAUJO et al., 2014).

The idea is to investigate how the GPC filtered affect the performance of the closed-loop system in terms of reference tracking, disturbance attenuation, stability, and robustness. Additionally, to show the capacity of the FP-GPC in dealing with reference tracking and disturbance rejection with very satisfactory performance between GPC controllers (standard GPC, T-GPC and FR-GPC). Numerical essay demonstrates the effectiveness of the GPC control algorithms and performance indicators are shown.

This paper is organized as follows. Sections 2, 3, 4 and 5 briefly presents each control design for the GPC, T-GPC, FR-GPC and FP-GPC, respectively. Section 6 describes a comparative study between the controllers, examining aspects such as transfer function, sensitivity function and control law. Section 7 shows a numerical simulation. Finally, conclusions are given in Section 8.

## 2 | STANDARD GPC DESIGN

The standard GPC design proposed in CLARKE et al. (1987) can be derived by the following discrete transfer function on the CARIMA model (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average):

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t-1) + T_f(q^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (1)$$

where  $y(t)$  is the process output,  $u(t)$  is the control signal,  $e(t)$  is the zero mean white noise,  $d$  is the dead-time,  $T_f(q^{-1}) = 1$  and  $(1 - q^{-1})$ . The roots of the polynomials  $A(q^{-1})$  and  $B(q^{-1})$  are the open-loop poles and zeros, respectively.

The standard GPC control law is obtained by minimizing the cost function given by

$$J = \sum_{j=1}^{N_y} \delta [\hat{y}(t+j/t) - w(t+j)]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (2)$$

where  $w(t)$  is the setpoint,  $\delta$  and  $\lambda$  are error and control weighting, respectively,  $N_y$  is the output prediction horizon and  $N_u$  is the control horizon. From minimization of the cost function (2), the control law of the unconstrained GPC is described by

$$\Delta u(t) = K_{GPC}(w - f) = \sum_{j=1}^{N_y} k_j [w(t+j) - f(t+j)] \quad (3)$$

where  $K_{GPC}$  is the first row of the matrix  $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$ ,  $f$  is the free response,  $w$  is the reference. Using the GPC design, defined in (3), then the RST canonical form of the controller is written as

$$R(q^{-1})\Delta u(t) = T(q^{-1})w(t) - S(q^{-1})y(t) \quad (4)$$

The equation (4) represents the polynomial control structure of two degree of freedom, where  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  and  $T(q^{-1})$  are polynomials and obtained from (3). The RST canonical form have filters in the reference represented by  $T(q^{-1})$ , in the output represented by  $S(q^{-1})$  and in the error signal represented by  $1/\Delta R(q^{-1})$  (LANDAU, 1998). The block diagram of the RST structure from the GPC design is shown in Figure (1).

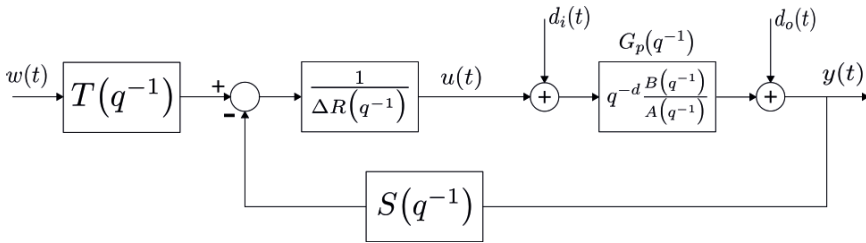


Figure 1: Polynomial RST control structure for GPC design.

### 3 I T-GPC DESIGN

Now, consider the equation (1) where  $T_f(q^{-1})$  is a polynomial which implements a prefilter as follows  $(1 - \beta q^{-1})$ . The T-GPC control algorithm is obtained by minimizing the cost function of equation (2). The control law is equivalent from the standard GPC design (exhibits differences in the free response and GPC gain ( $K_{GPC}$ ) and is calculated as follows:

$$\Delta u(t) = \tilde{K}_{GPC}(w - \tilde{f}) = \tilde{K}_{GPC} \left( w(t) - \frac{\tilde{F}_j(q^{-1})}{T_f(q^{-1})} y(t) - \frac{\tilde{H}_j(q^{-1})}{T_f(q^{-1})} \Delta u(t - 1) \right) \quad (5)$$

Diophantine equations, for the T-GPC synthesis, are solved using  $T_f(q^{-1}) = (1 - \beta q^{-1})$ , then modifying the design matrices  $\tilde{G}$ ,  $\tilde{H}$ ,  $\tilde{F}$  and, consequently, the polynomials  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  and  $T(q^{-1})$ .

### 4 I FR-GPC DESIGN

Assuming equation (1) with  $T_f(q^{-1}) = 1$ , the FR-GPC control law is given by minimizing the cost function of equation (2), where the future reference  $w(t + j)$  is calculated by the following equation (CLARKE et al., 1987; SATO & INOUE, 2006):

$$w(t) = y(t), \quad w(t+j) = (1-\gamma)r(t) + \gamma w(t+j-1) \quad (6)$$

where  $0 \leq \gamma < 1$  and  $r(t)$  is the setpoint. To the future term  $T(q^{-1})w(t+j)$  of the standard GPC law, the future reference is replaced by

$$w(t+j) = \gamma^j y(t) + (1-\gamma^j)r(t) \quad (7)$$

Then, the future term can be represented as follows:

$$\begin{aligned} T(q^{-1})w(t+j) &= t_r r(t) + t_y y(t), \\ t_r &= \sum_{j=1}^{N_y} (1-\gamma^j)k_j, \quad t_y = \sum_{j=1}^{N_y} \gamma^j k_j \end{aligned} \quad (8)$$

The FR-GPC control law is written as

$$\Delta u(t) = K_{GPC} \left( (1-\gamma^j)w - f - \gamma^j y \right) \quad (9)$$

## 5 I FP-GPC DESIGN

Consider the deterministic CAR model (Controlled Auto-Regressive) of the controlled plant characterized by the following positional discrete transfer function:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t-1) \quad (10)$$

The GPC control law is obtained by minimizing the cost function of the form

$$J = \sum_{j=1}^{N_y} \{ \phi_y(t+j) - \phi_w(t+j) \}^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} u^2(t+j-d-1) \quad (11)$$

with  $\phi_y(t+j)$  and  $\phi_w(t+j)$  auxiliary output and reference variables and are defined as

$$\phi_y(t) = P(q^{-1})y(t) = \frac{K_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta} y(t) \quad (12)$$

$$\phi_w(t) = P(q^{-1})w(t) = \frac{K_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta} w(t)$$

The term  $\phi_y(t+j)$  is replaced by the estimated value with the equation (10) multiplied by  $P(q^{-1})$  and it can be rewritten as

$$\Delta A(q^{-1})\phi_y(t+j) = K_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})u(t+j-d-1) \quad (13)$$

Then, the minimization of the cost function of the FP-GPC for the unconstrained case, generates the control vector and is calculated by

$$u(t) = K_{GPC} [\Phi_w(t) - \Phi_f(t)] \quad (14)$$

which is the similar notation of the incremental GPC design proposed by CLARKE et al. (1987) for the incremental fixed structure. It is noteworthy that the FP-GPC design is an alternative synthesis to the standard formalism of the GPC and more details of the FP-GPC design can be found in ARAUJO et al. (2014).

## 6 I COMPARATIVE ANALYSIS OF GPC CONTROLLERS

This section shows a comparative study between standard GPC (CLARKE et al., 1987), T-GPC (ROSSITER, 2004; CAMACHO & BORDONS, 2004), FR-GPC (CLARKE et al., 1987; SATO & INOUE, 2006) and FP-GPC (ARAUJO et al., 2014) control algorithms, in order to evaluate the feasibility of these controllers regarding the performance and robustness to treat reference tracking, disturbance attenuation and model-plant mismatch.

The block diagram of Figure (1) can be used for analysis of the four controllers on the RST structure with changes on polynomials  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$ ,  $T(q^{-1})$  for each controller. For the case of the T-GPC and FP-GPC there is the inclusion of the  $T_f(q^{-1})$  and  $K_\alpha \alpha(q^{-1})$  filters, respectively. Table (1) shows the design equations of the polynomials  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$ ,  $T(q^{-1})$  for GPC controllers.

-	$R(q^{-1})$	$S(q^{-1})$	$T(q^{-1})$
<b>GPC</b>	$\left[ 1 + q^{-1} \sum_{j=1}^{N_y} k_j H_j \right]$	$\sum_{j=1}^{N_y} k_j F_j$	$\sum_{j=1}^{N_y} k_j q^j$
<b>T-GPC</b>	$\left[ \frac{T_f(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{j=1}^{N_y} k_j \tilde{H}_j(q^{-1})}{T_f(q^{-1})} \right]$	$\sum_{j=1}^{N_y} \frac{k_j \tilde{F}_j}{T_f(q^{-1})}$	$\sum_{j=1}^{N_y} k_j q^j$

<b>FR-GPC</b>	$\left[ 1 + q^{-1} \sum_{j=1}^{N_y} k_j H_j \right]$	$\sum_{j=1}^{N_y} k_j (F_j - \gamma^j)$	$\sum_{j=1}^{N_y} (1 - \gamma^j) k_j q^j$
<b>FP-GPC</b>	$\left[ 1 + q^{-1} \sum_{j=1}^{N_y} k_j \bar{H}_j \right]$	$\sum_{j=1}^{N_y} k_j F_j K_\alpha \alpha(q^{-1})$	$\sum_{j=1}^{N_y} k_j q^j K_\alpha \alpha(q^{-1})$

Table 1: Comparative equations of standard GPC, T-GPC, FR-GPC and FP-GPC.

From the closed-loop transfer function, sensitivity function and control law, as shown in Table (2), it is possible to make the following observations:

-	<b>Transfer Function</b>
<b>Standard GPC</b>	$y(t) = \frac{T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + B(q^{-1})S(q^{-1})} w(t-d)$
	$S = \frac{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + B(q^{-1})S(q^{-1})}$
	$u(t) = \frac{1}{\Delta R(q^{-1})} [T(q^{-1})w(t) - S(q^{-1})y(t)]$
<b>T-GPC</b>	$y(t) = \frac{T_f(q^{-1})B(q^{-1})T(q^{-1})}{[A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + B(q^{-1})S(q^{-1})]T_f(q^{-1})} w(t-d)$
	$S = \frac{A(q^{-1})\Delta \bar{R}(q^{-1})}{[A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + B(q^{-1})S(q^{-1})]T_f(q^{-1})}$
	$u(t) = \frac{T_f(q^{-1})}{\Delta \bar{R}(q^{-1})} \left[ T(q^{-1})w(t) - \frac{\bar{S}(q^{-1})}{T_f(q^{-1})} y(t) \right]$
<b>FR-GPC</b>	$y(t) = \frac{T(q^{-1})B(q^{-1})t_r(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + B(q^{-1})\left(S(q^{-1}) - t_y(q^{-1})\right)} w(t-d)$
	$S = \frac{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + B(q^{-1})\left(S(q^{-1}) - t_y(q^{-1})\right)}$
	$u(t) = \frac{1}{\Delta R(q^{-1})} \left[ t_r(q^{-1})w(t) - \left(S(q^{-1}) - t_y(q^{-1})\right)y(t) \right]$
<b>FP-GPC</b>	$y(t) = \frac{K_\alpha \alpha(q^{-1})T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta \bar{R}(q^{-1}) + K_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})S(q^{-1})} w(t-d)$
	$S = \frac{A(q^{-1})\Delta \bar{R}(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + K_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})S(q^{-1})}$
	$u(t) = \frac{K_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta \bar{R}(q^{-1})} [T(q^{-1})w(t) - S(q^{-1})y(t)]$

Table 2: Comparative transfer functions of GPC, T-GPC, FR-GPC and FP-GPC.

T-GPC, FR-GPC and FP-GPC controllers are equivalent, but with different features, according to design filters  $T_f(q^{-1})$ ,  $t_y(q^{-1})$ ,  $t_r(q^{-1})$  and  $K_\alpha\alpha(q^{-1})$  for each control loop.

For the T-GPC case, the two degree of freedom structure can be exploited only for disturbance attenuation which depends on  $T_f(q^{-1})$ , however the reference tracking is affected by the calibration of the GPC parameters.

In the case of the FR-GPC and FP-GPC, both reference tracking and disturbance rejection can be exploited by the filters  $t_y(q^{-1})$ ,  $t_r(q^{-1})$  and  $K_\alpha\alpha(q^{-1})$ , respectively.

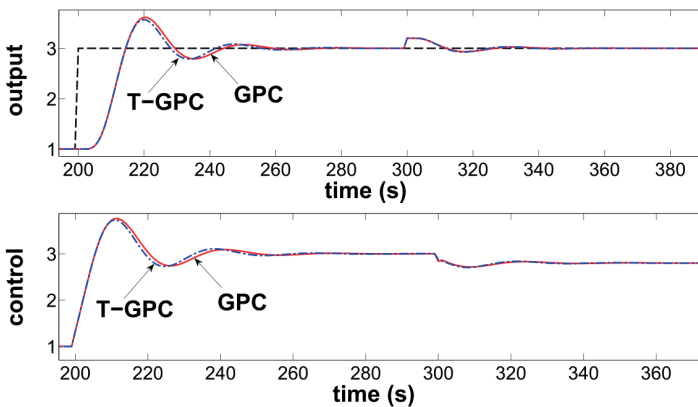
On the other hand, the prefilter  $T_f(q^{-1})$  does not modify the closed-loop poles and control law in the T-GPC, however,  $t_y(q^{-1})$  and  $K_\alpha\alpha(q^{-1})$  changes the robustness, closed-loop stability and control law in FR-GPC and FP-GPC controller designs.

## 7 | SIMULATION RESULTS

This essay is based on a numerical simulation of a multiple poles system described in SATO & INOUE (2006). Plant and model transfer functions are given by

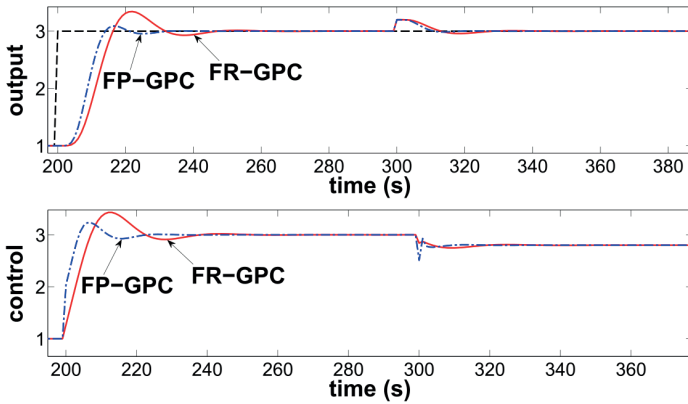
$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^8}, \quad G_m(s) = \frac{0.007}{(s^2 + 0.73s + 0.1)} \quad (15)$$

Figure (2) shows the closed-loop responses for the GPC controllers, using step setpoint changes and a constant disturbance on the plant output ( of the setpoint magnitude value at time  $t = 300$  s). The controllers have equivalent dynamic behavior, but the FP-GPC has better reference tracking and disturbance attenuation performance than the other controllers with small control variance and low output oscillation. The tuning parameters of the controllers are  $N_y = 4$ ,  $N_u = 4$ ,  $\lambda = 4$  and sampling period of 1 s.



Standard GPC and T-GPC





(b) FR-GPC and FP-GPC

Figure 2: System response to the GPC, T-GPC, FR-GPC and FP-GPC.

Filter tuning parameters of each controller are selected from different ways. For the T-GPC, the polynomial  $T_f(q^{-1})$  is tuning using the guidelines suggested in ROSSITER (2004), where the time constant of the filter lies in the neighborhood of the dominant poles of  $A(q^{-1})$ . For the FR-GPC, the parameter is the same used in SATO & INOUE (2006). For the case of the FP-GPC, the filter parameters ( $K_\alpha$  and  $\alpha(q^{-1})$ ) are calibrated through a multi-objective optimization algorithm based on the sensitivity function and Integrated Absolute Error (IAE) criterion.

Table (3) shows the filter parameters for each GPC design and the performance indices (IAE and TVC - Total Variation of Control) of the four controllers. We can observe that the FP-GPC performance is better than the other controllers (smaller values of IAE and TVC).

	Filter Values	IAE	TVC
<b>Standard GPC</b>	-	17.6382	9.1361
<b>T-GPC</b>	$T_f(q^{-1}) = (1 - 0.45q^{-1})$	17.2660	9.2079
<b>FR-GPC</b>	$\gamma = 0.69$	15.7137	6.5636
<b>FP-GPC</b>	$K_\alpha \alpha(q^{-1}) = 2.4375(1 - 0.7294q^{-1})$	<b>11.1863</b>	<b>6.4160</b>

Table 3: Tuning parameters and IAE, TVC criteria.

## 8 | CONCLUSIONS

This paper has investigated a comparative study between the standard GPC, T-GPC, FR-GPC and FP-GPC controllers, analyzing how the filter tuning parameters are affecting the performance of the closed-loop system, evaluating reference tracking, disturbance attenuation and stability conditions.

Initially, the paper briefly described the control design for the GPC, indicating the process model, cost function and control law, achieving the RST canonical form of the controller. Next, it was presented a comparative analyses of the polynomials  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$ ,  $T(q^{-1})$  and the closed-loop transfer function, sensitivity function and control law for each controller, highlighting the influence of the filter design on the closed-loop polynomials and, consequently, on the performance and robustness of the system.

Finally, a numerical simulation was shown to a multiple poles system with model-plant mismatch to assess not only the stability, performance and robustness of GPC controllers for setpoint tracking and disturbance rejection, but also to demonstrate that the FP-GPC has performed best performance than the others GPC controllers.

## REFERENCES

ARAÚJO, R. B.; JERONYMO, D. C.; COELHO, A. A. R. **Incremental and positional generalized predictive controller for offset free reference tracking**, Brazilian Congress of Automatic Control, Brazil, 2014.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model predictive control**, Springer-Verlag, London, 2004.

CLARKE, D. W; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S. **Generalized predictive control - Part I: the basic algorithm**, Automatica, pp. 137-148, 1987.

LANDAU, I. D. **The RST digital controller design and applications**, Control Engineering Practice, pp. 155-165, 1998.

MAYNE, D. Q. **Model predictive control: recent developments and future promise**, Automatica, pp. 2967-2986, 2014.

ROSSITER, J. A. **Model-based predictive control: a practical approach**, CRC Press LLC, ISBN: 0-8493-1291-4, 2004.

SATO, T.; INOUE, A. **Improvement of tracking performance in self-tuning PID controller based on generalized predictive control**, International Journal of Innovative Computing, Information and Control, pp. 491-503, 2006.

## **SOBRE OS ORGANIZADORES**

**AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA** - Professor do Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia (Uneb - Campus VII) e docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA (Uneb - Campus III). Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB), Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica pela Faculdade Regional de Filosofia, Ciências e Letras de Candeias (IESCFAC), Especialista em Educação Matemática e Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior do Vale do São Francisco (CESVASF). Foi professor e diretor escolar na Educação Básica. Coordenou o curso de Licenciatura em Matemática e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no Campus IX da Uneb. Foi coordenador adjunto, no estado da Bahia, dos programas Pró-Letramento e PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa). Participou, como formador, do PNAIC/UFSCar, ocorrido no Estado de São Paulo. Pesquisa na área de formação de professores que ensinam Matemática, Ludicidade e Narrativas. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/UFSCar), na condição de pesquisador, o Grupo Educação, Desenvolvimento e Profissionalização do Educador (CNPq/PPGESA-Uneb), na condição de vice-líder e o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/LEPEM-Uneb) na condição de líder. É editor-chefe da Revista Baiana de Educação Matemática (RBEM) e coordenador do Encontro de Ludicidade e Educação Matemática (ELEM).

**ANDRÉ RICARDO LUCA VIEIRA** - Doutorando em Educação pela Universidade Federal do Sergipe - UFS/PPGED. Mestre em Educação de Jovens e Adultos pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB/MPEJA (2018), com Especialização em Tópicos Especiais de Matemática (2020), Ensino de Matemática (2018), Educação de Jovens e Adultos (2016), Matemática Financeira e Estatística (2015) e Gestão Escolar (2008). Licenciado em Matemática pela Universidade Nove de Julho (2000). Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão/PE. Coordenou o Curso de Licenciatura em Matemática pelo Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica - PARFOR pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus XVI - Irecê-BA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores e Tecnologias da Informação e Comunicação - FOPTIC (UFS/CNPq). É editor assistente da Revista Baiana de Educação Matemática - RBEM, uma publicação do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA da Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus III - Juazeiro/BA em parceria com o Campus VII - Senhor do Bonfim/BA da mesma instituição e com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - IF Sertão-PE, Campus Santa Maria da Boa Vista/PE.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

- Álgebra 9, 18, 63, 143, 144, 145, 148, 149, 150, 154, 189, 190, 203, 204, 227
- Anos Iniciais 7, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 80, 81, 88, 89, 120, 121, 126, 128, 226, 227
- Aplicativo online 9, 187, 188, 204
- Aprendizagem 5, 7, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 13, 23, 25, 26, 27, 33, 35, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 46, 57, 59, 60, 61, 62, 63, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 85, 89, 92, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 132, 133, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 153, 154, 156, 160, 163, 164, 166, 167, 168, 172, 173, 175, 177, 178, 179, 180, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 195, 198, 199, 200, 201, 202, 205, 206, 211, 212, 214, 215, 216, 218, 219, 220, 223, 224, 226, 234, 235, 236, 237, 239
- Aprendizagem Matemática 9, 26, 60, 118, 119, 125, 154, 164, 167, 175, 183, 184
- Aproximação de Raízes 44
- Atenuação da perturbação 273
- Auditoria de Contas 10, 266, 267, 271

### B

- Biografia 13, 91, 93, 94, 102, 103
- Brincadeiras 8, 118, 120, 125, 126, 127, 150

### C

- Caos 10, 241, 242, 246, 251, 252
- Condução de Calor 104, 105, 228
- Controle Preditivo 273

### D

- Deficiente visual 9, 214, 215, 216, 218, 219, 221, 222, 223
- Derivada compatível 254, 256, 263, 264, 265
- Detecção de Fraudes 266, 267
- Determinantes 9, 163, 187, 188, 189, 190, 191, 196, 198, 200, 204
- Diagramas de Vergnaud 110
- Diferença de Hukuhara 254, 260
- Dificuldades 5, 7, 9, 13, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 59, 60, 61, 63, 64, 67, 68, 70, 72, 92, 93, 121, 123, 124, 126, 138, 139, 143, 144, 145, 149, 156, 157, 158, 159, 160, 162, 163, 169, 174, 177, 183, 184, 189, 190, 199, 200, 201, 202, 214, 217, 224, 225, 227, 233
- Dificuldades do Ensino 35, 36, 39, 40, 121
- Dinâmica não linear 10, 241, 242

Discalculia 7, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70

Disciplina de Matemática 35, 36, 40, 216

Distribuição de Newcomb-Benford 10, 266, 270, 271

Docentes 5, 35, 36, 40, 42, 102, 120, 121, 124, 125, 127, 128, 137, 151, 154, 156, 157, 164, 167, 168, 169, 172, 173, 174, 183, 184, 186, 212, 213, 216, 222, 233, 237, 238, 239

## E

Educação Matemática 11, 26, 37, 58, 80, 81, 83, 92, 118, 134, 156, 161, 163, 164, 167, 203, 204, 212, 213, 223, 237, 239, 240, 282

Ensino 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 13, 23, 24, 25, 26, 27, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 57, 58, 59, 60, 65, 67, 68, 69, 70, 89, 91, 92, 93, 102, 110, 111, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 148, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 177, 178, 179, 180, 183, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 233, 234, 235, 236, 237, 239, 240, 282

Ensino-Aprendizagem 39, 43, 44, 92, 130, 132, 139, 140, 143, 144, 146, 148, 172, 185, 189, 190, 201, 212

Ensino de Matemática 9, 10, 12, 23, 25, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 91, 128, 132, 134, 140, 144, 146, 158, 162, 202, 204, 205, 207, 211, 212, 213, 214, 215, 218, 222, 223, 233, 237, 282

Ensino de Química 8, 130, 131, 132, 133, 134, 137, 140, 141

Escrita de números 63, 80, 85

Estabilidade Dinâmica 273

Estágio 109, 158, 171

Estatística 71, 72, 79, 103, 166, 186, 265, 282

Estratégias 9, 164, 175

Estruturas Aditivas 8, 109, 110, 111, 116, 117

Excel 8, 46, 49, 109, 111, 112, 114, 115, 116, 117

Expoente de Lyapunov 241, 251, 253

## F

Formação Continuada 80, 86, 109, 111, 167, 171, 172, 173, 174, 183, 184, 185, 186, 189, 205, 219

Formação inicial de professores de Matemática 1, 233

Funções Elípticas 91, 98, 101

## G

Gauss-Seidel 104, 105, 106, 228, 229, 230, 231

GeoGebra 7, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 53, 54, 57, 58

Geometria Euclidiana 7, 12, 18, 21, 24, 159, 160

Geometria Não Euclidiana 12

## H

História da Matemática 12, 13, 14, 23, 24, 91, 92, 93, 96, 102, 103, 155, 217, 224, 237

## I

Inclusão 5, 3, 59, 60, 67, 69, 70, 91, 102, 188, 202, 214, 215, 218, 223

Interdisciplinaridade 8, 130, 131, 133, 134, 135, 137, 138, 140, 141

Inversão de matrizes 187, 188, 190, 194, 198, 200

Investigação Matemática 9, 143, 144, 146, 147, 148, 153, 154

## J

Jogos 8, 10, 25, 27, 33, 42, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 180, 184, 225, 227, 233, 234, 235, 236, 237, 238

Jogos Digitais 10, 233, 234, 235, 236, 237, 238

## L

Lúdico 25, 26, 30, 41, 42, 118, 120, 122, 123, 124, 128, 129, 141

## M

Matemática 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 57, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 67, 69, 70, 72, 79, 80, 81, 83, 89, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 109, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 207, 208, 209, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 222, 223, 224, 226, 227, 231, 233, 234, 235, 237, 238, 239, 240, 241, 265, 282

Método das Diferenças Finitas 104, 106, 228, 229, 230

Metodologias inovadoras de ensino 118

Métodos Numéricos 7, 44, 45, 46, 57, 58, 104, 105, 243

Modelagem de dados 71

Motivação 56, 63, 67, 88, 118, 119, 123, 134, 166, 167, 211

## **N**

Niels Henrik Abel 8, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 100, 102, 103

Números Fuzzy 254, 259

## **O**

Outliers 71, 72

## **P**

Perspectiva CTS 205

Perspectivas 9, 91, 92, 101, 102, 128, 156, 157, 159, 171, 180, 227, 240

Pesquisa na formação do professor de Matemática 1

Postura investigativa na formação do professor de Matemática 1

Práticas Pedagógicas 60, 65, 66, 68, 69, 81, 156, 157, 167, 183

Probabilidade 29, 30, 71, 72, 73, 78, 79, 138, 141, 257, 268

Projeto de sistemas de controle 273

## **R**

Rastreamento de Referência 273

Recursos didáticos 8, 80, 81, 88, 89, 102, 215, 218, 223

## **S**

Sala de recurso 59

Sistema de Numeração Decimal 80, 82, 85, 87, 88, 89, 225

Sistemas Lineares 9, 187, 188, 189, 190, 191, 200, 202, 204

## **T**

Tecnologias da Informação e Comunicação 233, 234, 237, 282

Tendência contemporânea 205

Transtorno 59, 60, 61, 62, 63, 65, 67, 68

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 2



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# Incompletudes e Contradições para os Avanços da Pesquisa em Matemática 2