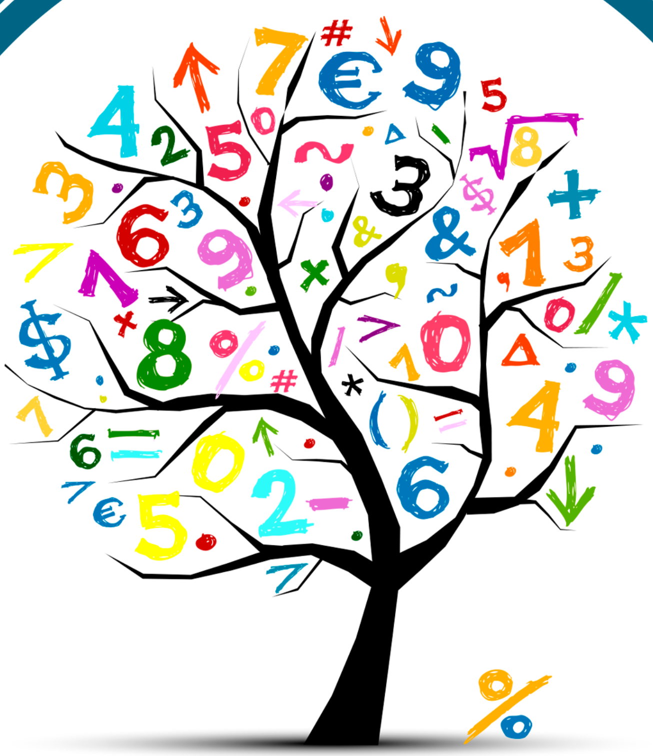
INVESTIGAÇÃO, CONSTRUÇÃO E DIFUSÃO DO CONHECIMENTO EM MATEMÁTICA 2

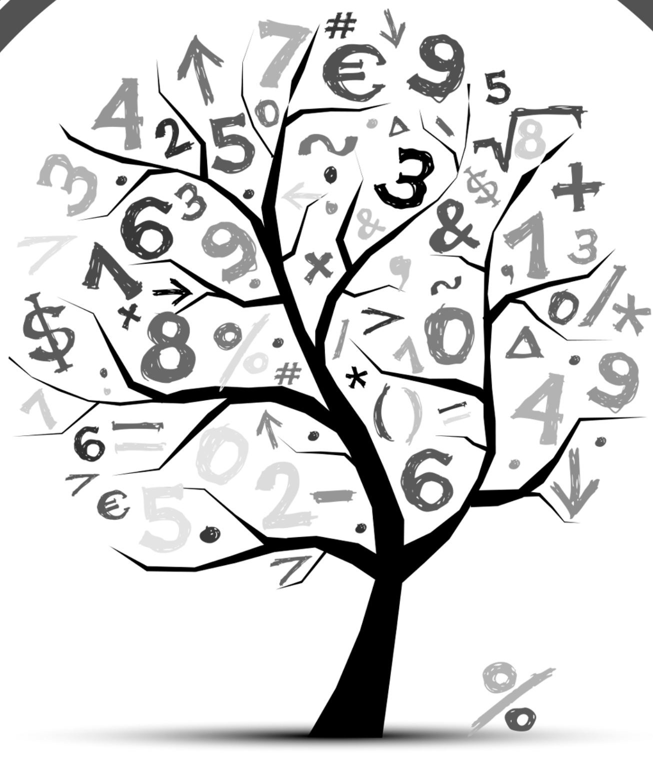
AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA
ANDRÉ RICARDO LUCAS VIEIRA
MIRIAN FERREIRA DE BRITO
(ORGANIZADORES)



Atena Editora
Ano 2020

INVESTIGAÇÃO, CONSTRUÇÃO E DIFUSÃO DO CONHECIMENTO EM MATEMÁTICA 2

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA
ANDRÉ RICARDO LUCAS VIEIRA
MIRIAN FERREIRA DE BRITO
(ORGANIZADORES)



Atena Editora
Ano 2020

Editora Chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Assistentes Editoriais
Natalia Oliveira
Bruno Oliveira
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto Gráfico e Diagramação
Natália Sandrini de Azevedo
Camila Alves de Cremo
Luiza Alves Batista
Maria Alice Pinheiro
Imagens da Capa
Shutterstock
Edição de Arte
Luiza Alves Batista
Revisão
Os Autores

Atena Editora
Ano 2020

Atena Editora
Ano 2020

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Atena Editora
Ano 2020

Atena Editora
Ano 2020

Investigação, construção e difusão do conhecimento em matemática 2

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Bibliotecária: Janaina Ramos
Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Vanessa Mottin de Oliveira Batista
Edição de Arte: Luiza Alves Batista
Revisão: Os Autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
Mirian Ferreira de Brito

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I62 Investigação, construção e difusão do conhecimento em matemática 2 / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira, Mirian Ferreira de Brito. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2020.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-5706-610-2
DOI 10.22533/at.ed.102201012

1. Matemática. 2. Conhecimento. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador). III. Brito, Mirian Ferreira de (Organizadora). IV. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2020

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos.

Atena Editora
Ano 2020

APRESENTAÇÃO

O contexto social, histórico e cultural contemporâneo, fortemente marcado pela presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC, entendidas como aquelas que têm o computador e a internet como instrumentos principais, gera demandas sobre a escola e sobre o trabalho docente. Não se trata de afirmar que a presença das tecnologias na sociedade, por si só, justifica sua integração à educação, mas de considerar que os nascidos na era digital têm um perfil diferenciado e aprendem a partir do contexto em que vivem, inclusive fora da escola, no qual estão presentes as tecnologias.

É nesta sociedade altamente complexa em termos técnico-científicos, que a presença da Matemática, alicerçada em bases e contextos históricos, é uma chave que abre portas de uma compreensão peculiar e inerente à pessoa humana como ser único em sua individualidade e complexidade, e também sobre os mais diversos aspectos e emaranhados enigmáticos de convivência em sociedade. Convém salientar que a Matemática fornece as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras ciências. Faz-se necessário, portanto, compreender a importância de se refletir sobre as estratégias pedagógicas utilizadas no ensino desta ciência.

Ensinar Matemática não se limita em aplicação de fórmulas e regras, memorização, aulas expositivas, livros didáticos e exercícios no quadro ou atividades de fixação, mas necessita buscar superar o senso comum através do conhecimento científico e tecnológico. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem matemática priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático.

A prática pedagógica intrínseca ao trabalho do professor é complexa, e buscar o "novo" exige o enfrentamento de situações inusitadas. Como a formação inicial representa a instância formadora dos esquemas básicos, a partir dos quais são desenvolvidas outras formas de atuação docente, urge analisá-la a fundo para identificar as problemáticas que implicam diretamente no movimento de profissionalização do professor que ensina matemática.

É neste sentido, que o livro "***Investigação, Construção e Difusão do Conhecimento em Matemática***", em seu *volume 2*, reúne trabalhos de pesquisa e experiências em diversos espaços, como a escola por exemplo, com o intuito de promover um amplo debate acerca das variadas áreas que o compõe.

Por fim, ao levar em consideração todos esses elementos, a importância desta obra, que aborda de forma interdisciplinar pesquisas, relatos de casos e/

ou revisões, refletem-se nas evidências que emergem de suas páginas através de diversos temas que suscitam não apenas bases teóricas, mas a vivência prática dessas pesquisas.

Nessa direção, portanto, desejamos a todas e a todos uma boa leitura!

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva
Prof. Me. André Ricardo Lucas Vieira
Profa. Dra. Mirian Ferreira de Brito

SUMÁRIO

CAPÍTULO 9

A RESOLUÇÃO DE TAREFAS MATEMÁTICAS EM CONTEXTOS NÃO FORMAIS DE APRENDIZAGEM POR ALUNOS DO ENSINO ELEMENTAR

Data de aceite: 17/11/2020
Data de submissão: 06/10/2020

Maria de Fátima Pereira de Sousa Lima Fernandes
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Viana do Castelo
Viana do Castelo, Portugal
https://www.dropbox.com/s/fq9s6mk4ldzj4uo/CVRecente_Fatima%20Fernandes.doc?dl=0

Maria Isabel Piteira do Vale
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Viana do Castelo
Viana do Castelo, Portugal
https://orcid.org/0000-0001-6155-7935

RESUMO: Os contextos não formais podem proporcionar excelentes experiências de aprendizagem, mas os alunos estão expostos a fatores externos que podem interferir no seu desempenho aquando da realização das tarefas. Este texto reflete parte de um estudo mais abrangente, de natureza qualitativa interpretativa, que decorreu em três contextos não formais de aprendizagem. Para cada contexto construíram-se e implementaram-se trilhos matemáticos com alunos do ensino elementar, de oito e nove anos de idade, com o objetivo de analisar o envolvimento e o desempenho dos mesmos nas resoluções das tarefas propostas. Neste documento discute-se o desempenho dos alunos nas resoluções de três tarefas de matemática de um desses trilhos e a influência de alguns fatores externos que pareceram interferir nesse desempenho. Os dados provêm das produções escritas dos alunos, observações, entrevistas e registos fotográficos e áudio. Os resultados mostram que embora os alunos estejam em ambientes com diversos elementos que podem interferir na sua concentração e resolução das tarefas, envolvem-se em discussões pertinentes e recorrem frequentemente a elementos do contexto para compreender a tarefa, testar possibilidades, argumentar as suas ideias e explicar aos colegas. Se a tarefa permitir, apresentam resoluções diversificadas. A ansiedade para iniciar a experimentação parece ter um efeito negativo na compreensão da tarefa e a vontade de avançar rapidamente para as tarefas seguintes contribui para que apresentem algumas respostas incompletas.

PALAVRAS-CHAVE: Tarefas matemáticas; Contextos não formais de aprendizagem; Trilhos matemáticos.

SOLVING MATHEMATICAL TASKS IN NON-FORMAL LEARNING CONTEXTS BY STUDENTS FROM THE PRIMARY SCHOOL

ABSTRACT: Non-formal contexts can provide excellent learning experiences, but students are exposed to external factors that may interfere with their performance when performing tasks. This text reflects part of a more comprehensive, qualitative interpretive study, which took place in three non-formal learning contexts. For each context, mathematical trails were built and implemented with elementary school students, aged between eight and nine, with the aim of

analyzing their involvement and performance in solving the proposed tasks. This document discusses students' performance in solving three math tasks on one of these math trails and the influence of some external factors that seemed to interfere with this performance. The data comes from the students' written productions, observations, interviews and photographic and audio records. The results show that although students are in environments with different elements that can interfere with their concentration and task resolution, they engage in pertinent discussions and often resort to elements of the context to understand the task, test possibilities, discuss their ideas and explain to colleagues. If the task allows, they have several resolutions. Anxiety to start experimentation seems to have a negative effect on understanding the task and the desire to move quickly to the next tasks contributes to some incomplete responses.
KEYWORDS: Math tasks; Non-formal learning contexts; Math trails.

1 I INTRODUÇÃO

É indiscutível que há muitos contextos não formais de aprendizagem que, pela sua riqueza e diversidade, oferecem oportunidades ímpares para a construção e aplicação de conhecimentos escolares. Porém, há múltiplos fatores externos que podem interferir no desempenho dos alunos quando resolvem as tarefas nesses contextos. Estes fatores são, por vezes, difíceis de controlar. Por um lado, porque as paredes da "sala de aula" não existem ou são fáceis de transpor. Os alunos não estão confinados a uma área fechada nem os espaços estão reservados aos alunos. Por outro, porque as comodidades para a resolução das tarefas raramente são as ideais. Além disso, os alunos estão sujeitos a mudanças, decorrentes da necessidade de se deslocarem, que os colocam perante uma grande probabilidade de enfrentarem situações novas e inesperadas que podem afetar a sua concentração e o seu equilíbrio emocional.

Conscientes destes problemas, deparámo-nos com duas questões: 1. Como é que os alunos resolvem tarefas matemáticas em contextos ao ar livre? 2. Que fatores externos podem interferir no desempenho dos alunos?

Neste trabalho analisam-se as resoluções de três tarefas realizadas por alunos de oito e nove anos, do 3.º ano de escolaridade, ao longo de um trilho matemático. Uma das tarefas incide sobre um dos processos matemáticos e não envolve conteúdos específicos do ano de escolaridade em causa. As outras duas envolvem conteúdos do domínio da geometria e medida. Pretende-se perceber que estratégias utilizam os alunos na resolução dos problemas, como mobilizam os conteúdos trabalhados na sala de aula e que fatores externos poderão interferir no desempenho.

2 I A IMPORTÂNCIA DOS CONTEXTOS NÃO FORMAIS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

A aprendizagem fora da sala de aula tem sido associada a um conjunto de benefícios para a formação dos indivíduos desde os primeiros anos de vida. Por isso, alguns países do Norte da Europa e de outros continentes têm incentivado o ensino e aprendizagem de conteúdos escolares em contexto não formais.

As conclusões apresentadas no relatório publicado pelo OFSTED (2008) sobre a avaliação de atividades realizadas fora da sala de aula por jovens em idade escolar, mostram que estas experiências contribuem para melhorar a motivação, os resultados académicos e outros aspetos importantes relacionados com o desenvolvimento pessoal, social e emocional. Estes resultados encontram eco noutros estudos (e.g. Eshach, 2007; Fägerstam & Samuelsson, 2014) que se debruçaram sobre a influência de experiências fora da sala de aula na aprendizagem de conteúdos de Ciências e Matemática.

Com vista à realização de aprendizagens eficazes, os princípios da educação matemática previstos pelo NCTM (2014) sugerem que os alunos tenham acesso a recursos e experiências de aprendizagem individuais e coletivas que lhes permitam encontrar sentido para os assuntos abordados em sala de aula, fazer ligações entre diversas áreas de estudo e com a realidade. O contributo das experiências fora da sala de aula pode ser significativo para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, sobretudo se houver articulação entre as abordagens realizadas dentro e fora da escola. Esta articulação pode ajudar os alunos a compreender o mundo que os rodeia, a sentir a aprendizagem mais interessante e relevante. Pode ajudar também a construir uma visão mais ampla dos conteúdos curriculares e a compreendê-los de forma consistente e duradoura, como defende o manifesto *Learning Outside de Classroom (*DfES, 2006).

Os trilhos matemáticos, que podem ser definidos como um conjunto de paragens realizadas durante um percurso pré-definido, nas quais os participantes resolvem tarefas matemáticas que emergem do meio envolvente (Cross, 1997), são experiências de aprendizagem que podem ocorrer em contextos não formais. Constituem oportunidades para os alunos aplicarem, em contexto real, não só o que aprenderam na sala de aula, mas também conhecimentos informais do dia-a-dia e tomar consciência da aplicabilidade dos mesmos em situações concretas (e.g. Fernandes, 2019; Richardson, 2004). Estas experiências contribuem para a construção ou consolidação do significado de conceitos ou processos matemáticos de forma consistente (Wager, 2012), para o conhecimento e interpretação da realidade de forma mais crítica (Bonotto & Bassa, 2001) e para motivarem e favorecerem o envolvimento dos alunos incluindo os mais relutantes (Patterson, 2009; Fernandes, 2019).

3 I AS TAREFAS MATEMÁTICAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

É inquestionável a importância atribuída às tarefas matemáticas no ensino e aprendizagem desta área curricular. São considerados instrumentos mediadores que propiciam o envolvimento dos alunos e estimulam a interação entre estes e os recursos, o ambiente, os colegas ou o professor (Margolina, 2013). O modo como as tarefas são apresentadas, a interação que proporcionam e as especificidades que as caraterizam são aspetos que vão influenciar a aprendizagem matemática que decorre da respetiva resolução (Mason & Johnston-Wilder, 2006; Stein & Smith, 1998). Na verdade, as caraterísticas de cada tarefa determinam as potencialidades para os alunos se envolverem cognitivamente na sua resolução. De acordo com Stein e Smith (1998), as caraterísticas das tarefas permitem categorizá-las, das menos complexas para as mais complexas, da seguinte forma: memorização, procedimentos sem conexões entre conceitos ou significados, procedimentos com conexões entre conceitos ou significados e tarefas para fazer matemática.

Para compreender uma ideia ou um conceito é fundamental estabelecer conexões entre múltiplas representações, que são configurações que revelam algo (Goldin, 2010). As representações visuais, simbólicas, verbais, contextuais ou físicas surgem, assim, como ferramentas para a resolução de problemas e para desenvolver a capacidade dos alunos a nível da explicação e fundamentação do seu raciocínio (NCTM, 2014).

Na teoria de Bruner (1999) há três tipos de representação das ideias sobre a realidade: ativa, icónica e simbólica. A representação ativa é feita pela ação de tocar e manipular objetos. A representação icónica refere-se à capacidade de sistematizar as ideias sobre a realidade através de imagens, diagramas ou esquemas. A representação simbólica diz respeito à utilização de expressões com símbolos aos quais foi atribuído um certo significado. As representações que envolvem símbolos universalmente aceites e generalizáveis são consideradas, por Goldin (2010), complexas, abertas e modificáveis, porque as regras e símbolos convencionados permitem transformar determinadas expressões noutras.

As representações podem ser externas ou internas (Goldin, 2010). As primeiras são observáveis em suporte físico (papel, ecrã de computador ou outros). As representações internas não se conseguem observar, por isso é difícil caracterizá-las e compreender o modo como elas se formam.

Um ensino eficaz, requer práticas eficazes, sendo, por isso, fundamental no ensino e aprendizagem da matemática: estabelecer objetivos focados na aprendizagem, implementar tarefas promotoras do raciocínio e a resolução de problemas, usar e relacionar representações, facilitar um discurso com sentido, colocar questões intencionais, construir fluência procedimental com base na compreensão de conceitos, apoiar o esforço produtivo na aprendizagem e usar evidências do pensamento dos alunos (NCTM, 2014).

4 | METODOLOGIA

Este trabalho decorre de uma investigação mais ampla, de natureza qualitativa interpretativa, com design de estudo de caso, que envolveu a conceção e implementação de três trilhos matemáticos em contextos não formais de aprendizagem com alunos do 3.º ano de escolaridade, com idades entre os oito e os nove anos.

Antes de conceber e implementar os trilhos, a investigadora, não docente da turma participante no estudo, acompanhou os alunos no ambiente de ensino e aprendizagem habitual. Numa primeira fase, com o objetivo de conhecer comportamentos e práticas instituídas na sala de aula, observou-os na resolução de tarefas matemáticas com orientação da docente. Numa segunda fase, na semana imediatamente antes de cada trilho, implementou um conjunto de tarefas sobre os conteúdos programáticos envolvidos no respetivo trilho com o propósito de perceber que dificuldades manifestadas na mobilização de conhecimentos. Nesta fase houve necessidade de retirar alguns tópicos programáticos porque, ao contrário do que estava planificado, ainda não tinham sido abordados.

As tarefas dos trilhos foram construídas em torno de elementos do património do meio envolvente. Privilegiou-se a diversidade a nível do grau de abertura e de desafio e procurou-se abarcar a globalidade dos tópicos programáticos previstos para o 3.º ano de escolaridade.

Os alunos participaram nesta experiência em grupos de três elementos. Cada, grupo foi acompanhado por um estagiário do 2.º ano da Licenciatura em Educação Básica, que transportou material suplente, registou dados, leu as orientações do guião e esclareceu dúvidas. A investigadora acompanhou os grupos que tinha previsto estudar de forma mais profunda.

Cada participante recebeu material de escrita e um guião constituído, em média, por 15 tarefas e 30 questões. Cada tarefa emergia de um breve texto informativo sobre o património, e era seguida por uma pista que orientava para o local e assunto da próxima tarefa.

Este trabalho foca-se apenas numa parte de um trilho realizado num contexto urbano. As primeiras tarefas foram resolvidas em espaços amplos, o que facilitou o distanciamento dos grupos. Estes prosseguiram de forma desencontrada pelo facto de terminarem as tarefas em momentos diferentes.

Os dados aqui apresentados basearam-se em registos escritos, como resoluções dos alunos e notas de campo, e em registos em fotografia e áudio, como conversas e entrevista.

Selecionaram-se as resoluções de três tarefas (abaixo apresentadas). A primeira pelo facto de a resolução ter resultado numa diversidade de representações. As restantes por ilustrarem a aplicação de conteúdos programáticos em situações da realidade, conteúdos quase todos introduzidos no último período do 3.º ano de escolaridade.

Para cada tarefa selecionada, analisa-se o desempenho dos alunos aquando da respetiva resolução, incluindo alguns fatores externos que interferiram.

5 I ALGUNS RESULTADOS

Nesta secção, como já foi referido acima, apresentam-se apenas três tarefas.

Na figura 1, encontra-se o enunciado de uma tarefa que surge na sequência da abordagem histórica do chafariz mais popular da localidade.

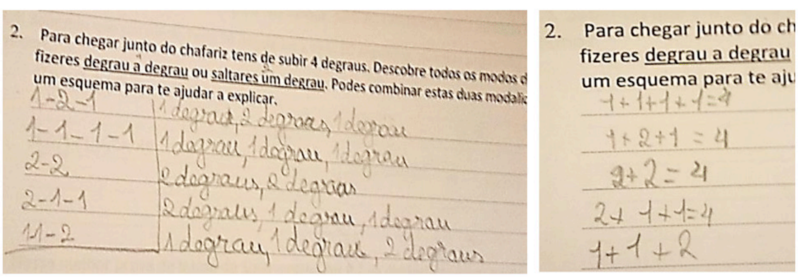
Para chegares ao chafariz tens que subir degraus. Descobre todos os modos de subir se fizeres degrau a degrau ou saltares um degrau. Podes combinar estas duas modalidades. Usa um esquema para te ajudar a explicar.

Figura 1. Enunciado da Tarefa do Chafariz

A resolução desta situação implica, sobretudo, recorrer a processos matemáticos. É esperado que os alunos descubram os diferentes modos de passar pelos quatro degraus, sem saltar mais do que um degrau de cada vez. Teriam que ser aceites resoluções que considerassem retrocessos, porque nada foi mencionado sobre essa possibilidade. No entanto, nenhum grupo considerou essa hipótese. Antes de registarem, todos os alunos foram ao local experimentar espontaneamente (figura 2), à exceção do aluno que apresenta a resolução da figura 5. De acordo com Bruner (1999), estamos perante a representação ativa.

Figura 2. Alunos (grupos1 e 4) a experimentarem diferentes formas de subir até ao chafariz.

Nas duas resoluções apresentadas na figura 3, os alunos usaram como estratégia a elaboração de uma lista com as possibilidades de decompor o número de degraus, na soma de todas as parcelas possíveis no universo dos números naturais: 1+1+1+1, 1+2+1 e 2+2. Na situação que envolve números 1 e 2 consideraram ainda a ordem pela qual as parcelas podem aparecer: 2+1+1, 1+2+1, 1+1+2. Segundo a tipologia de Bruner (1999), estamos perante a representação simbólica, uma vez que os alunos usam linguagem numérica e ou corrente para representar as ideias.

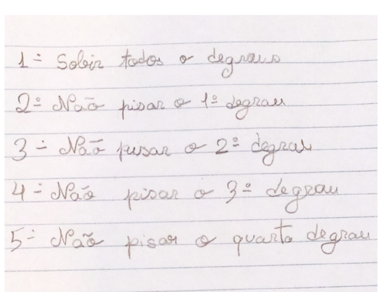


2. Para chegar junto do chafariz tens de subir 4 degraus. Descobre todos os modos d
fizeres degrau a degrau ou saltares um degrau. Podes combinar estas duas modali
um esquema para te ajudar a explicar.

1-2-1	1 degrau, 2 degraus, 1 degrau
1-1-1-1	1 degrau, 1 degrau, 1 degrau
2-2	2 degraus, 2 degraus
2-1-1	2 degraus, 1 degrau, 1 degrau
1-1-2	1 degrau, 1 degrau, 2 degraus

2. Para chegar junto do ch
fizeres degrau a degrau
um esquema para te aju
1+1+1+1=4
1+2+1 = 4
2+2 = 4
2+1+1=4
1+1+2

Figura 3. Algumas representações simbólicas apresentadas (pela aluna MC do grupo 1, à esquerda, e pela aluna LG do grupo 2, à direita)



1º Subir todos os degraus
2º Não pisar o 1º degrau
3º Não pisar o 2º degrau
4º Não pisar o 3º degrau
5º Não pisar o quarto degrau

Figura 4. Resolução do aluno DV (grupo 4)

O grupo mencionado na figura 4 listou as cinco hipóteses para aceder ao chafariz. Na primeira escreveu a possibilidade de colocar o pé em todos os degraus e, em cada uma das restantes quatro, considerou não pisar um deles. Porém, apesar do número de formas estar correto, a resolução não está. É possível não pisar um degrau de cada vez, todavia pode saltar dois degraus não consecutivos. Após saltar o 1.º degrau há duas formas de continuar o percurso: subir os restantes ou degrau a degrau ou saltar o 3.º degrau. Por outro lado, não é possível saltar o 4.º degrau, como foi tido em consideração, porque este corresponde ao topo. Quando questionado, o aluno explicou que pensava poder parar junto do chafariz e não no degrau.

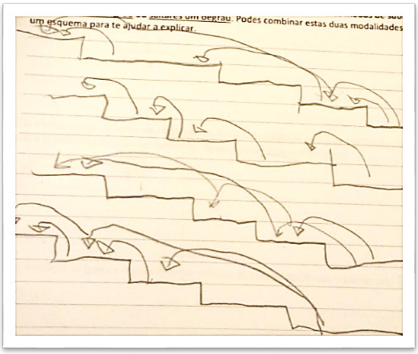


Figura 5. Resolução do aluno SC (grupo 5)

Na figura 5 encontra-se a representação icónica apresentada por um grupo. O primeiro segmento, que se encontra mais à direita, parece corresponder à base e, os restantes, aos degraus. As setas mostram se a ascensão é feita degrau a degrau ou se há salto. Apesar de o desenho ter sido elaborado após a simulação, falta a possibilidade de subir da base para o 2.º degrau e deste para o 4.º degrau. Além disso, na 1.ª, 2.ª e 4.ª situação, a contar de baixo, observa-se uma seta desenhada sobre dois degraus consecutivos, situação que embora tenha sido experimentada, não é permitida pelo enunciado.

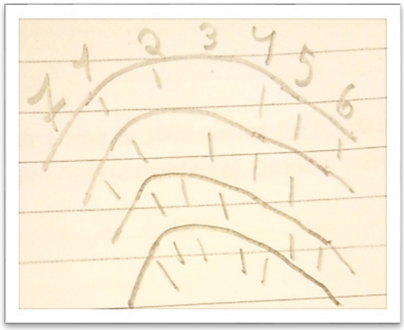


Figura 6. Resolução do aluno BP (Grupo 2)

A figura 6 corresponde à resolução de um aluno que, ao contrário dos colegas, não experimentou. Ele considerou possível saltar o 4.º degrau, que corresponde ao patamar de acesso ao chafariz. Esta ideia foi deduzida pelas respostas do aluno às questões da investigadora gravadas e apresentadas abaixo:

> *Inv.:* Podes explicar como pensaste para fazer este desenho?
>
> *BP:* Eu pensei que se fizesse um desenho [pausa] era uma forma simples [pausa] e representei com as linhas curvas os degraus e [com] os traços os degraus que pisei. Eu podia pisar todos, podia não pisar um ou podia não pisar dois, mas não podiam estar sempre…mas não podiam estar juntos.
>
> *Inv.:* Na quinta e sexta forma de chegar ao chafariz que apresentas neste desenho não tens traço no último degrau, porquê? Se saltares este degrau onde vais parar?
>
> *BP:* [O aluno fica em silêncio, olha para os colegas, depois para o chafariz e por fim para a entrevistadora e diz em voz muito baixa: pois… fiz mal] Foi porque eu pensei que era para chegar ao bordo do chafariz.

Esta última frase do aluno deixa transparecer que houve uma representação interna (Goldin, 2010) que condicionou a resolução do aluno.

Após ter sido confrontado com esta questão e reconhecer que seria necessário colocar o pé no 4.º degrau, foi experimentar as diferentes formas de subir os degraus, focando-se no último degrau (aluno à direita na imagem da figura 7). No final registaram simbolicamente, de forma semelhante às primeiras representações aqui discutidas. Neste caso, a experimentação parece ter facilitado a compreensão do aluno e interferiu na resolução do grupo.

Figura 7. Grupo 2 a simular a subida ao chafariz

Percebeu-se que as situações experimentadas foram as que os alunos registaram, embora nem sempre estivessem corretas. Esta situação parece ser provocada pela precipitação em experimentar logo após a primeira leitura do problema, verificando-se um desvio do foco nas condições impostas pelo enunciado.

Independentemente da correção das resoluções, verifica-se não só uma diversidade de representações, mas também a realização de conexões entre elas, porque a maioria das que foram registadas de forma icónica e simbólica, foram precedidas por representações ativas.

A segunda tarefa selecionada foi realizada num parque de jardins temáticos, a partir do enunciado da figura 8.

> O pavimento em calçada à portuguesa mostra alguns padrões de formas utilizadas pelos romanos que ainda são frequentes na cultura atual. Num dos padrões podes observar um quadrado dividido em dois triângulos: um branco e um preto.
> 1. Qual é a área de cada quadrado?
> 2. Se pudéssemos juntar 4 quadrados destes, conseguiríamos formar um quadrado maior com $1m^2$ de área. Justifica a tua resposta.

Figura 8. Enunciado da Tarefa do Jardim Romano

Estas questões envolvem as medidas de comprimento e as medidas de área, previstas no programa do 3.º ano de escolaridade.

Em construções com calçada à portuguesa é difícil encontrar rigor tanto nas medidas, como na construção de segmentos de reta, pelo que temos consciência de que a figura referida no enunciado não é exatamente um quadrado. Contudo, o objetivo é saber como é que os alunos mobilibilizam conhecimento relativos a esse conteúdo programático, pelo que não se valorizou o aspeto referido.

Depois da investigadora (Inv.) ler o enunciado aos elementos do grupo 5, registou-se o seguinte diálogo:

> *S:* Precisamos de um metro.
>
> *B:* Não precisamos nada.
>
> *Inv*.: Por que não precisamos B?
>
> *B*: Podemos contar [baixa-se e começa a contar as peças da calçada, habitualmente conhecidas por cubos]
>
> *ST*: Vocês estão a contar todos os quadrados? [referindo-se aos “cubos”] É comprimento vezes largura!
>
> *B*: 24,5 [referindo-se ao número de cubos de um triângulo].
>
> *Inv*.: B, a pergunta é em relação ao quadrado e não ao triângulo. Já agora, que parte do quadrado é o triângulo?
>
> *B*: Metade.
>
> *Inv*.: Então qual é a área do quadrado se um cubo for uma unidade de área?
>
> *B*: 48,5.
>
> *Inv*.: Será?
>
> *ST*:49!
>
> *Inv*.: E se medissem com a fita?
>
> *S:* [Depois de medir um lado, respondeu] É 35 vezes 4.
>
> *ST*: Não!
>
> Os alunos continuaram a medir os restantes lados.
>
> *Inv*.: Se é um quadrado, quantos lados precisam de medir?
>
> *ST*: Um!
>
> *B e S*: Pois porque os quatro lados são iguais. Então é 35 vezes 4!
>
> *S*: Isso foi como eu pus.
>
> *ST*: Mas a área é lado vezes lado!
>
> *B e S*: Ah, pois é.

Na segunda questão, os alunos perceberam que tinham que pensar num quadrado com dois quadrados pequenos em cada lado, mas manifestaram alguma dificuldade em chegar à resposta. Enquanto não avançavam, distraiam-se a fazer medições, pelo que a investigadora iniciou a seguinte conversa:

> *Inv.:* Se dizem que há dois quadrados pequenos em cada lado, quanto mede o lado do quadrado grande?
>
> S: 35 mais 35.
>
> *Inv*.: E quanto dá?
>
> S: Setenta

Inv.: Então são suficientes ou não os quatro quadrados pequenos para formar um quadrado com um metro de área?

B,S e ST: Não, porque não dá 100.

A primeira parte do diálogo revela que o aluno *ST* conseguiu mobilizar melhor o conhecimento concetual e procedimental do que os colegas, que confundiram área com perímetro. É evidente a importância do papel do professor na estruturação e explicitação do pensamento dos alunos, e no desencadeamento da partilha de ideias e esclarecimento de dúvidas. Tal como em sala de aula, também na resolução de tarefas no exterior é fundamental que o professor coloque questões intencionais e facilite um discurso matemático com sentido (NCTM, 2014). Apesar de mostrarem iniciativa e menos dependência do professor ao longo da resolução, os alunos precisam de ser (re) orientados com frequência no seu raciocínio e no seu trabalho.

Relativamente à mobilização de conhecimentos previstos no Programa e Metas (ME, 2013), os alunos mediram comprimentos utilizando as unidades do sistema métrico (figura 9), relacionaram diferentes unidades de medida de comprimento do sistema métrico nomeadamente 100cm com 1m.

Figura 9. Grupo 5 a fazer medições para responder à tarefa do Jardim Romano

Reconheceram que a área de um retângulo é dada pelo produto das medidas de dois lados concorrentes e reconheceram que um metro quadrado corresponde à área de um quadrado com um metro de lado (figura 10).

Num dos padrões podes observar um quadrado dividido em dois triângulos: um branco e um preto.

35x35 = 1125 cm²

1.1. Qual é a área de cada quadrado?

1125 cm².

1.2. Se pudéssemos juntar 4 quadrados destes, conseguiríamos formar um quadrado maior com 1m² de área? Justifica a tua resposta.

Não porque 35+39 não dá 100.

Figura 10. Resolução da tarefa do Jardim Romano pelo aluno LG (Grupo 2)

A terceira tarefa, cujo enunciado se apresenta na figura 11, também foi realizada no parque de jardins temáticos.

Observa a vedação que se encontra atrás e ao lado da cascata.

1. Que elementos geométricos (sólidos e polígonos) consegues identificar?
2. Para construir a cascata deste jardim foram necessários vários tratores de rachão (pedra). O maior socalco gastou cerca de 4500 kg e cada um dos outros gastou menos 500kg do que o que está imediatamente abaixo dele.
   Quantas toneladas de pedra foram gastas em toda a cascata?

Figura 11. Enunciado da tarefa do Jardim Renascença

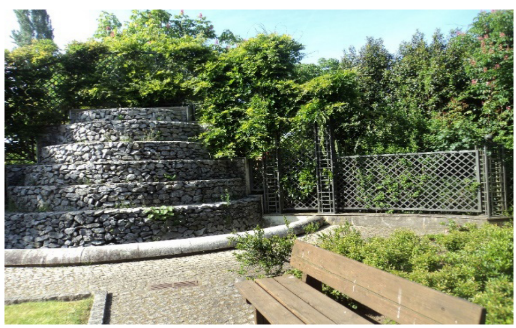
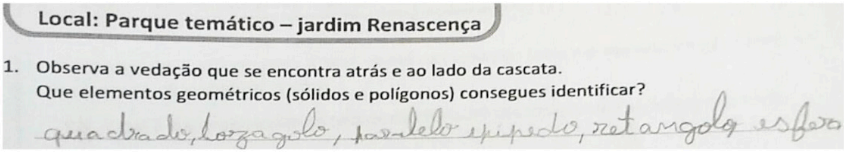


Figura 12. Contexto da tarefa do Jardim Renascença

A resolução da primeira questão envolve a aplicação de conhecimentos do domínio da geometria e medida do 3.º ano e de anos anteriores. Na vedação referida, visível na figura 12, observam-se figuras simples como triângulos, retângulos, incluindo quadrados, losangos e pentágonos não regulares. Existem figuras compostas por outras, nomeadamente paralelogramos, trapézios e diversas figuras não regulares. Encontram-se, ainda, paralelepípedos retângulos e esferas, sendo esta última a única que integra o programa do 3.º ano. Os sólidos geométricos, o retângulo e o losango foram identificados facilmente, mas apenas alguns identificaram quadrados, como é o caso da resolução apresentada na figura 13.


Local: Parque temático – jardim Renascença

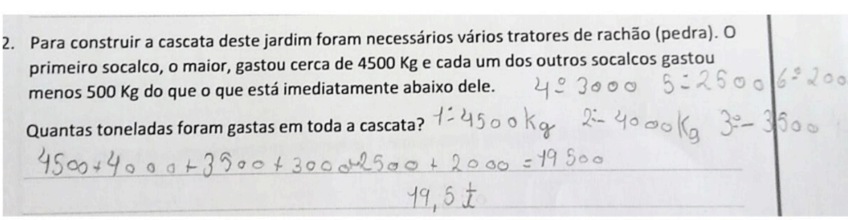
1. Observa a vedação que se encontra atrás e ao lado da cascata.
Que elementos geométricos (sólidos e polígonos) consegues identificar?

quadrado, lozagolo, paralelo epipedo, retangolo esfero

Figura 13. Resolução da questão 1 da tarefa do Jardim Renascença pelo aluno LG (Grupo 2)

Registaram-se dificuldades em identificar figuras irregulares e em reconhecer quadrados quando dois dos seus lados não estão na horizontal. Acresce a dificuldade em distinguir quadrados de losangos não quadrados. Quando confrontados com a possibilidade de serem todos quadrados, os alunos certificavam-se apenas se os lados da mesma figura tinham o mesmo comprimento e concluíam, por vezes incorretamente, que todos os losangos eram quadrados.

A resolução da segunda questão requeria o cálculo da massa da pedra e a conversão da soma das massas de quilogramas para toneladas. Esta tarefa surgiu quase na fase final, quando os alunos já acusavam algum cansaço e desconforto com o calor, pelo que foi necessário colocar questões para desencadear o início da resolução. De qualquer modo, apesar de ser um conteúdo abordado muito recentemente, não se registaram dificuldades na compreensão da questão nem na mobilização de conhecimentos. Quase todos recorreram ao cálculo mental e registaram diretamente os valores parcelares (figura 14) e a soma da massa da pedra. No final, alguns esqueceram-se de fazer a conversão, mas os que converteram, fizeram-no diretamente.


2. Para construir a cascata deste jardim foram necessários vários tratores de rachão (pedra). O primeiro socalco, o maior, gastou cerca de 4500 Kg e cada um dos outros socalcos gastou menos 500 Kg do que o que está imediatamente abaixo dele. 4º 3000 5:2500 6º 2000

Quantas toneladas foram gastas em toda a cascata? 1:4500 kg 2:- 4000 Kg 3º- 3500

4500+4000+3500+3000+2500+2000=19500

19,5 t

Figura 14. Resolução da questão 2 da tarefa do Jardim Renascença pelo aluno LG (Grupo 2)

6 I ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os dados recolhidos no âmbito da resolução das três tarefas aqui apresentadas mostram que, apesar de estarem num contexto com poucas condições para a concentração na resolução das tarefas, os alunos empenharam-se de forma idêntica à que se verifica em sala de aula, mas com mais entusiasmo e interação com o meio envolvente. As condições físicas, apesar de não serem as ideais para fazer os registos, estão longe de serem obstáculos à resolução, pois os alunos procuram naturalmente soluções alternativas. Mobilizam facilmente conhecimentos de conceitos e processos matemáticos já trabalhados em sala de aula, mas também recorrem a estratégias de resolução de problemas que habitualmente não são utilizadas, como é o caso da simulação/experimentação. Os três tipos de representações apresentados por Bruner (1999) foram identificados no decorrer das resoluções. Comparativamente com a sala de aula, a representação ativa é mais frequente quando resolvem tarefas no exterior. Uma vez que é solicitado o registo da resolução, este tipo de representação é traduzido por desenhos ou símbolos, ou seja, é complementado com a representação icónica ou simbólica.

Apesar de estarem em contextos que proporcionam mais liberdade de movimento, mais autonomia e menos controlo pelo professor, a globalidade dos empenhou-se de forma exemplar, em grupo, discutindo ideias de forma espontânea, entreajudando-se e manifestando responsabilidade. A interação entre os elementos de cada grupo é, de facto, muito maior do que em sala de aula. Evidenciaram menos dependência do professor, provavelmente por sentirem o apoio dos outros elementos do grupo. Contudo, sublinha-se a importância da intervenção do professor, tanto para ajudar a desencadear a resolução da tarefa, como para orientar, promover a reflexão ou tornar as discussões entre os alunos mais produtivas, como adverte o NCTM (2014).

Aparentemente os alunos, quando resolvem as tarefas, não se deixaram influenciar por fatores como o movimento de pessoas estranhas ou automóveis. Aliás, realizar tarefas em locais movimentados e com diversidade é do agrado de alguns, pois foi um argumento que surgiu quando se colocou uma questão da entrevista, nomeadamente: de que trilho gostaste mais e porquê?

Um fator que pareceu interferir foi a ansiedade em avançar para a tarefa seguinte. Este aspeto talvez fosse mais evidente neste trilho, porque o espaço era menos labiríntico, o que permitia localizar os restantes grupos e perceber em que tarefa se encontravam. Isto provocava alguma inquietação nos alunos, levando-os a terminar os registos de forma apressada. Mais uma vez, o papel do adulto é necessário para moderar. A elaboração da resposta a cada questão ficou frequentemente por elaborar, sobretudo quando não havia o "*R*:" de *resposta,* como forma de lembrete. Este aspeto, acrescido ao facto de os alunos não usarem as linhas para efetuarem cálculos, mesmo depois de serem alertados para isso, permitiram perceber que independentemente do contexto, os alunos estão muito presos às rotinas de sala de aula.

A ansiedade pela experimentação e utilização de material pareceu, por vezes, desviar a atenção dos alunos do enunciado da tarefa. No entanto, em algumas situações, a possibilidade de concretizarem o enunciado ajudou a compreender a tarefa e a encontrar caminhos até alcançar a solução. Estas experiências reais não contribuem apenas para enriquecer a aprendizagem; elas são o cerne da compreensão e, por conseguinte, da aprendizagem de um determinado assunto (DfES, 2006).

REFERÊNCIAS

BONOTTO, C.; BASSO, M. **Is it possible to change the classroom activities in which we delegate the process of connecting mathematics with reality**? International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 32 (3), 385-399, 2001.

BRUNER, J. **Para uma teoria da educação**. Lisboa: Relógio d'Água, 1999.

CROSS, R. **Developing Maths Trails.** Mathematics Teaching, 158, 38–39, 1997.

ESHACH, H. **Bridging In-school and Out-of-school Learning: Formal, Non-Formal, and Informal Education**. Journal of Science Education and Technology, 16 (2), 171-190, 2007.

FAGERSTAM, E.; SAMUELSSON, J. **Learning arithmetic outdoors in junior high school – influence on performance and self-regulating skills**. Education 3-13, 42(4), 419-431, 2014.

FERNANDES, F. **A resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem - Um estudo com o 3.° ano de escolaridade** (Doctoral dissertation).. Universidade do Minho, Portugal, 2019. Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/61132

FERNANDES, F; VALE, I.; PALHARES, P. **A resolução de tarefas matemáticas fora da sala de aula: um estudo com alunos do ensino elementar.** Atas do VIII Congresso Iberoamericano em Educação Matemática. Madrid: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, 2017.

GOLDIN, G. **Perspectives on representations in Mathematical Learning and problema solving.** In L. English. & D. Kirshner. (Eds), Handbook of International Research in Mathematics Education (pp. 176-201). New York. Taylor and Francis, 2010.

DEPARTMENT FOR EDUCATION AND SKILLS (DfES). **Learning outside the classroom manifesto**. Nottingham, UK: DfES, 2006.

MARGOLINAS, C. (Ed.). **Task Design in Mathematics Education**. Proceedings of ICMI Study 22 (Vol. 1). Oxford, 2013.

MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. **Designing and using mathematical tasks**. York, UK: QED Press, 2006.

NCTM. **Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All**. Reston, VA: NCTM, 2014.

OFSTED. **Report on learning outside the classroom**, 2008, Consultado em 20 de setembro de 2020, disponível em http://www.ofsted.gov.uk/resources/learning-outside-classroom

PATTERSON, A. **Effectively Incorporating the Outdoor Environment into the Standard Curriculum**, 2009. Consultado em 19 de setembro de 2020, disponível em http://www.smcm.edu/mat/educational-studies-journal/a-rising-tide-volume-2-summer-2009

RICHARDSON K. M. **Designing Math Trails for the Elementary School**. Teaching Children Mathematics, 11(1),8-14, 2004.

STEIN, M.; SMITH, M. **Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice**. Mathematics Teaching in the Middle School, 3, 268–75, 1998.

STEIN, M. et al. **Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell.** Mathematical Thinking and Learning, 10(4), 313.340, 2008.

WAGER, A. **Incorporating out-of-school mathematics: from cultural context to embedded practice**. Journal of Mathematics Teacher Education, 15, 9-23, 2012.

ÍNDICE REMISSIVO

A

B

C

D

E

F

G

S

T

U

INVESTIGAÇÃO, CONSTRUÇÃO E DIFUSÃO DO CONHECIMENTO EM MATEMÁTICA 2

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2020

INVESTIGAÇÃO, CONSTRUÇÃO E DIFUSÃO DO CONHECIMENTO EM MATEMÁTICA 2

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2020