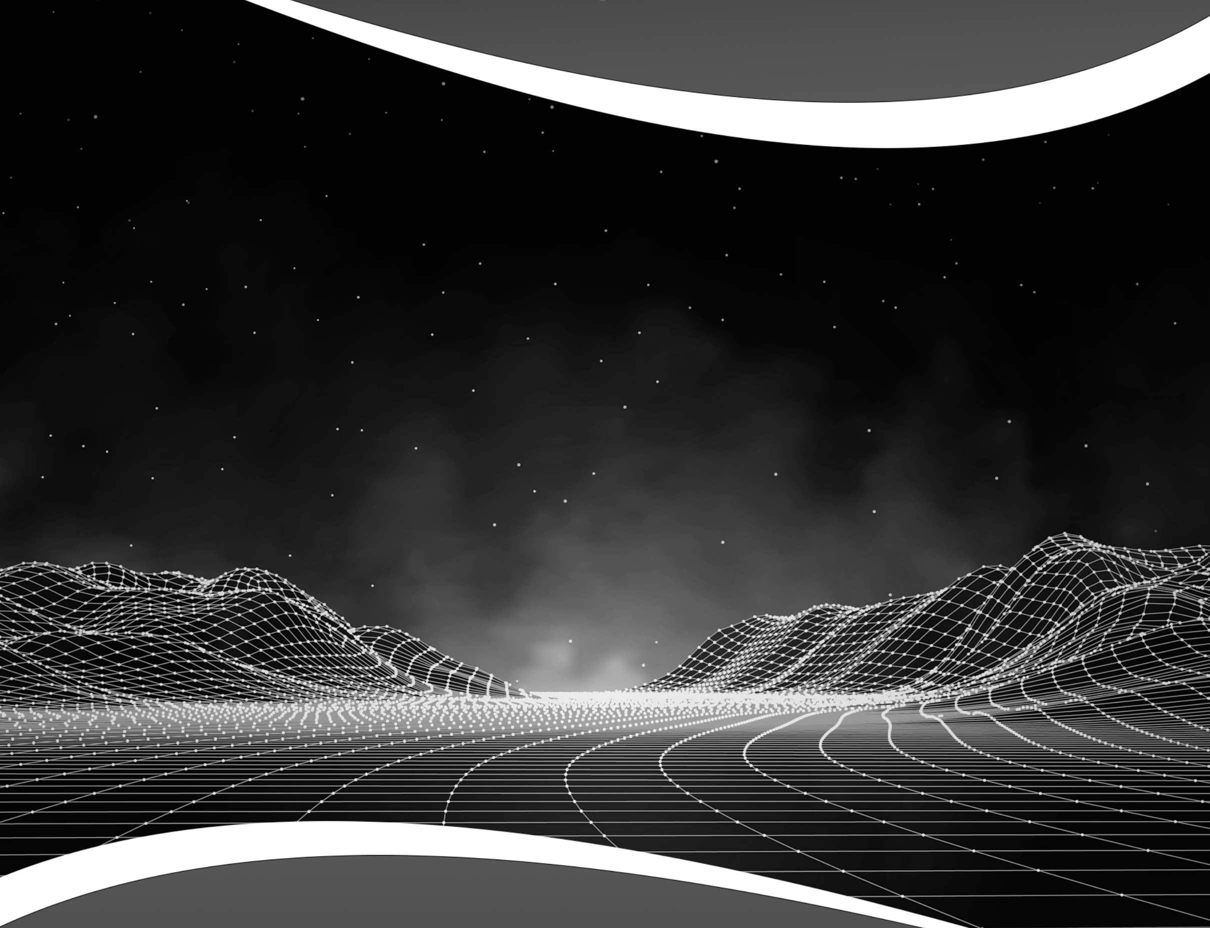
Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3

Francisco Odécio Sales
(Organizador)

Atena Editora
Ano 2021

Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3



Francisco Odécio Sales
(Organizador)

Atena
Editora
Ano 2021

Editora Chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Assistentes Editoriais
Natalia Oliveira
Bruno Oliveira
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto Gráfico e Diagramação
Natália Sandrini de Azevedo
Camila Alves de Cremo
Luiza Alves Batista
Maria Alice Pinheiro
Imagens da Capa
Shutterstock
Edição de Arte
Luiza Alves Batista
Revisão
Os Autores

Atena
Editora
Ano 2021

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Atena Editora
Ano 2021

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Ciências exatas e da terra: exploração e qualificação de diferentes tecnologias
3

Editora Chefe:	Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Bibliotecária:	Janaina Ramos
Diagramação:	Luiza Alves Batista
Correção:	Kimberlly Elisandra Gonçalves Carneiro
Edição de Arte:	Luiza Alves Batista
Revisão:	Os Autores
Organizadores:	Francisco Odécio Sales

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C569 Ciências exatas e da terra: exploração e qualificação de diferentes tecnologias 3 / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-5706-712-3
DOI 10.22533/at.ed.123211301

1. Terra. 2. Ciências Exatas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 551.1

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Ano 2021

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Atena Editora
Ano 2021

APRESENTAÇÃO

A coleção "Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3" é uma obra que objetiva uma profunda discussão técnico-científica fomentada por diversos trabalhos dispostos em meio aos seus 22 capítulos. Esse 3º volume abordará de forma categorizada e interdisciplinar trabalhos, pesquisas, relatos de casos e/ou revisões que transitam nos vários caminhos das Ciências exatas e da Terra, bem como suas reverberações e impactos econômicos e sociais.

Tal obra objetiva publicizar de forma objetiva e categorizada estudos e pesquisas realizadas em diversas instituições de ensino e pesquisa nacionais e internacionais. Em todos os capítulos aqui expostos a linha condutora é o aspecto relacionado às Ciências Naturais, tecnologia da informação, ensino de ciências e áreas afins.

Temas diversos e interessantes são, deste modo, discutidos aqui com a proposta de fundamentar o conhecimento de acadêmicos, mestres e todos aqueles que de alguma forma se interessam por inovação, tecnologia, ensino de ciências e demais temas. Possuir um material que demonstre evolução de diferentes campos da engenharia, ciência e ensino de forma temporal com dados geográficos, físicos, econômicos e sociais de regiões específicas do país é de suma importância, bem como abordar temas atuais e de interesse direto da sociedade.

Deste modo a obra Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3 apresenta uma profunda e sólida fundamentação teórica bem com resultados práticos obtidos pelos diversos professores e acadêmicos que desenvolvem seu trabalho de forma séria e comprometida, apresentados aqui de maneira didática e articulada com as demandas atuais. Sabemos o quão importante é a divulgação científica, por isso evidenciamos também a estrutura da Atena Editora capaz de oferecer uma plataforma consolidada e confiável para estes pesquisadores exporem e divulguem seus resultados.

Francisco Odécio Sales

SUMÁRIO

CAPÍTULO 19

SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES VETORIAIS

Data de aceite: 04/01/2021

Maurício do Socorro Rodrigues Ferreira

José Francisco da Silva Costa
http://lattes.cnpq.br/9492719731740641

Nélio Santos Nahum
http://lattes.cnpq.br/2474290454840252

Walber Do Carmo Farias
http://lattes.cnpq.br/7811074488344625

José Augusto dos Santos Cardoso
http://lattes.cnpq.br/4878996043755919

Rosenildo da Costa Pereira
http://lattes.cnpq.br/7733457193346475

Reginaldo Barros
http://lattes.cnpq.br/9658271624403087

Rodinely Serrão Mendes
http://lattes.cnpq.br/4638320632598603

Rosana dos Passos Corrêa
http://lattes.cnpq.br/1993293477854728

Márcio José Silva
http://lattes.cnpq.br/6448665450868365

Joana Darc de Sousa Carneiro
http://lattes.cnpq.br/5081650215660850

Genivaldo dos Passos Corrêa
http://lattes.cnpq.br/6321452953013620

RESUMO: A escassez de materiais que servissem de apoio para o desenvolvimento dos gráficos de funções vetoriais no software Geogebra foi o que nos motivou no desenvolvimento desta pesquisa. Este trabalho tem como proposta o uso do software Geogebra no ensino das funções vetoriais, servindo de material de apoio para o processo de ensino-aprendizagem. Utilizamos como ferramenta o Geogebra 6, que é um software matemático muito prático e pode auxiliar os docentes em suas aulas de matemática. Enfatizamos o estudo de funções, em particular o de funções vetoriais, já que representa um grande desafio para os professores, quando se trata de representar graficamente o comportamento dessas funções no quadro, pois muitas vezes não ajudam os alunos a ter a interpretação pretendida com o que está sendo desenhado. Esperamos como resultado uma melhor assimilação do conteúdo e maior dinamicidade nas aulas de matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática, Geogebra, Funções Vetoriais.

ABSTRACT: The scarcity of materials that would support the development of vector function graphs in Geogebra software was what motivated us in thedevelopment of this research. This work proposes the use of Geogebra software in the teaching of vector functions, serving as support material for the teaching-learning process. We use Geogebra 6 as a tool, which is a very practical mathematical software and can help teachers in their math classes. We emphasize the study of functions, in particular that of vector functions, since it represents a great challenge for teachers

when it comes to graphically represent the behavior of these functions in the framework, because they often do not help students to have the interpretation intended with the that is being drawn. We expect as a result a better assimilation of contente and greater dynamicity in math classes.
KEYWORDS: Mathematics teaching, Geogebra, Vector Functions.

1 I INTRODUÇÃO

O Geogebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um programa de geometria dinâmica criado para ser utilizado em sala de aula. Esse software foi desenvolvido pelo austríaco Markus Hohenwater com o objetivo de ser um recurso didático. Ele iniciou o projeto do Geogebra na Universitat Salzburg em 2001 e, desde então, segue em processo de desenvolvimento e aprimoramento na Florida Atlantic University. A popularidade desse software cresce dia após dia desde sua criação.

Com ele se podem fazer construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, bem como funções e mudá-los dinamicamente depois. Podem ser incluídas equações e coordenadas diretamente. Assim, é capaz de lidar com variáveis e para números, vetores e pontos; derivar e integrar funções e ainda, oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função. De acordo com Ferreira (2010), em seu artigo "Ensinando Matemática com o Geogebra"

Uma das vantagens do GeoGebra em relação a outros programas de geometria dinâmica é que não se precisa dominar todas as ferramentas do programa para usá-lo. Também tem uma quantidade maior de recursos.

Assim sendo este artigo tem como objetivo geral desenvolver um material que sirva de apoio para o ensino-aprendizagem das funções vetoriais, utilizando o software Geogebra e como objetivos específicos, Mostrar as definições e os conceitos básicos de funções vetoriais; Benefícios do uso do Geogebra nas aulas de funções vetoriais para visualizar gráficos em 2D e 3D; Visualizar o comportamento das funções vetoriais no e , e; exemplificar o conteúdo trabalhado.

2 I FUNÇÕES VETORIAIS E GRADIENTE

2.1 Definição de Vetores

Vetor, fisicamente falando, é uma forma matemática de representar entidades físicas que possuem mais de uma característica em sua descrição. Por exemplo, quando você está no seu carro a 60 km/h, você percebe que ela tem uma intensidade (um valor), uma direção e um sentido (não confunda sentido e direção, são conceitos diferentes! Por exemplo, quando você percorre a rua que vai ao seu colégio (direção), você pode percorrer o sentido casa-colégio ou colégio-casa.).

Todas as chamadas grandezas físicas podem ser chamadas grandezas vetoriais se elas possuírem essas três características: módulo, direção e sentido. Exemplos de grandezas assim: a força, a própria velocidade, a aceleração, o deslocamento, etc.

Na matemática, um vetor é representado através de uma seta orientado para a direção de seu sentido, conforme mostra a Figura 1, desenvolvida com o auxílio do Geogebra. E vetores também podem ser adicionados, subtraídos, multiplicados por um número ou mesmo ter seu sentido invertido (quando o multiplicamos por *-1*, e essas operações obedecem: comutatividade, associatividade e distributividade). A multiplicação de um número (ou divisão) por um vetor altera sua intensidade, podendo torná-la mais ou menos intensa (geralmente a esse número damos o nome de escalar). Na Figura 1 veremos a representação do vetor no Plano Cartesiano.

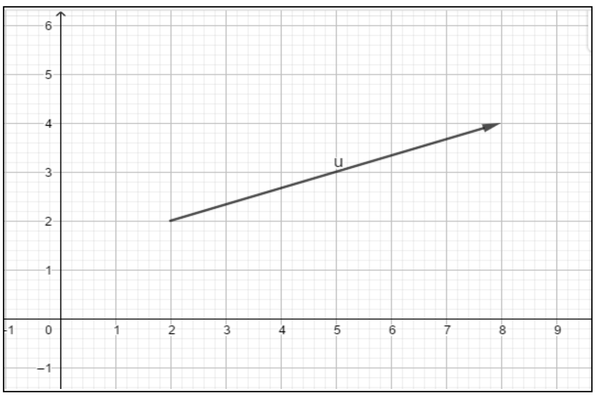
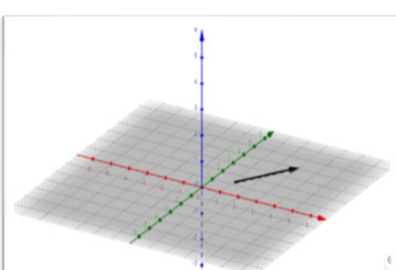


Figura 1 - Vetor no Plano Cartesiano

Fonte: Autor, 2018.

Nas Figuras 2 e 3 demonstramos o vetor representado no R^3 e sua base canônica, respectivamente, com a utilização do software Geogebra.



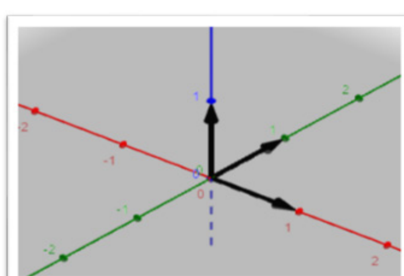


Figura 2 - Vetor no R^3 Figura 3 - Base canônica $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$

Fonte: Acervo dos autores

2.2 Definição de Função Vetorial

Uma função vetorial de uma variável real a valores em $\mathbb{R}^n$ é uma função $\boldsymbol{F} : \boldsymbol{I} \longrightarrow \mathbb{R}^n$, onde ***I*** é um subconjunto de $\mathbb{R}$, que associa cada número real *t* a um único vetor da forma:

$$\boldsymbol{F}(t) = (f_1(t), f_2(t), \ldots, f_n(t)) \quad (1)$$

Onde cada função $f_i(t)$ é uma função real definida ao intervalo , denominada função componente. O vetor $\boldsymbol{F}(t) = (f_1(t), f_2(t), \ldots, f_n(t))$ também é denominado vetor posição.

Para uma função vetorial em $\mathbb{R}^2$, é comum escrever:

$$\boldsymbol{F}(\mathrm{t}) = (x(t), y(t)) \quad (2)$$

E para uma função vetorial em $\mathbb{R}^3$:

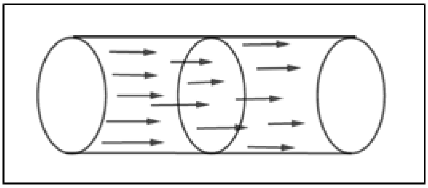
$$\boldsymbol{F}(\mathrm{t}) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (3)$$

2.3 Campo Vetorial

Diariamente, temos contato com campos vetoriais, muitas vezes de forma inconsciente e a maioria de nós não sabe disso. Por exemplo:

Quando você abre uma torneira para lavar as mãos, cada molécula de água que está dentro daquela tubulação possui certa velocidade, caminha em certa direção e segue certo sentido; se o fluxo de água nessa torneira se mantiver constante, estaremos diante de um campo vetorial cujos vetores estarão associados à velocidade do líquido naquela tubulação.

Da mesma forma, um fio elétrico possui carga elétrica que o percorre em toda a extensão com certa velocidade elevada e possui certo sentido e fluxo constante, conforme exemplificado na Figura 4, pode ser associado a um campo vetorial semelhante ao da tubulação de água. Uma panela quente que perde calor para o meio externo pode também ser associada a um campo vetorial: se considerarmos a forma que o calor flui (de fora para dentro; do ambiente mais quente para o ambiente mais frio), como mostra a Figura 5, teremos um campo vetorial bem definido.



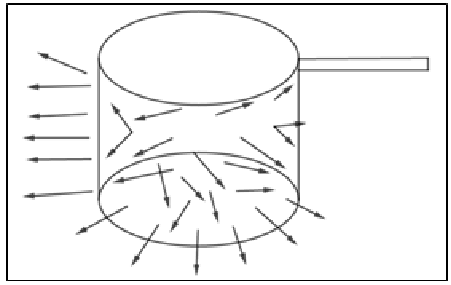


Figura 4 - Secção de um fio   Figura 5 - Fluxo de calor em uma panela

Fonte: Acervo dos autores

Uma definição matemática de campos vetoriais é:

Um campo de vetores em $A \subset \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ é uma função com valores vetoriais tais que $F: A \subset \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}} \rightarrow \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$.

Assim, em relação ao referencial do $\mathbb{R}^2$ (i, j) ou o referencial do $\mathbb{R}^3$ (i, j, k) a função que define o campo terá por expressão:

F(x,y) = [P(x,y), Q(x,y)] (1)

ou ainda, F(x,y) = [P(x,y)i, Q(x,y)j] (no caso do $\mathbb{R}^2$) (2)

ou F(x,y,z) = [P(x,y,z), Q(x,y,z), R(x,y,z)] (3)

ou ainda, F(x,y,z) = [P(x,y,z)i, Q(x,y,z)j, R(x,y,z)k] (no caso do $\mathbb{R}^3$) (4)

Assim, um campo vetorial fica determinado pelas funções P, Q ou R definidas no domínio 'A' a valores reais. Essas funções são chamadas de funções componentes do campo vetorial.

Dizemos ainda que um campo vetorial é contínuo e de classe C^k (uma função é de classe C^k se suas derivadas até a ordem k são contínuas) se suas funções componentes P, Q(para o $\mathbb{R}^2$) ou P, Q, R (para o $\mathbb{R}^3$) também forem de classe C^k. A partir de um campo dado, podem-se obter novos campos que fornecem informações sobre o campo original, sendo os exemplos mais conhecidos: o campo gradiente, o campo divergente e o campo rotacional.

2.4 Campo Vetorial Gradiente

Um campo vetorial Gradiente é aquele campo que está definido em um subconjunto aberto A do $\mathbb{R}^2$ (ou do $\mathbb{R}^3$) de tal forma que, para cada ponto P de um certo campo vetorial T definido em $\mathbb{R}^2$ (ou $\mathbb{R}^3$) ele associa o vetor (dT/dX, dT/dY) – no caso de T ser do $\mathbb{R}^2$;

ou (dT/dX, dT/dY, dT/dZ)– no caso de T ser do $\mathbb{R}^2$. O gradiente de um campo vetorial é denominado por:

$$gradT = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}\right) ou \frac{\partial T}{\partial x}(x,y)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x,y)j\ (para\ o\ \mathbb{R}^2) \tag{1}$$

$$gradT = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) ou \frac{\partial T}{\partial x}(x,y,z)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x,y,z)j + \frac{\partial T}{\partial z}(x,y,z)k\ (para\ o\ \mathbb{R}^3) \tag{2}$$

Outra notação usada para o gradiente é a representada abaixo:

$$\nabla(T) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}\right) ou \frac{\partial T}{\partial x}(x,y)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x,y)j\ (para\ o\ \mathbb{R}^2) \tag{3}$$

$$\nabla(T) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) ou \frac{\partial T}{\partial x}(x,y,z)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x,y,z)j + \frac{\partial T}{\partial z}(x,y,z)k(para\ o\ \mathbb{R}^3) \tag{4}$$

∇ : lê-se nabla ou del

Uma justificativa física do gradiente é para calcular a taxa de variação de um fluxo qualquer de um ponto P de um campo definido em um domínio A por uma função T na direção de um vetor v. Se a função T que forma o campo é diferenciável, então ela admite derivadas parciais em P, então a derivada direcional de T, relativa a P é:

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) \cdot (a,b,c) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) \cdot v \tag{5}$$

O que motivou a definição de gradiente dada acima.

2.5 Propriedades

Sejam funções escalares tais que existam **grand**f e **grand**g e seja c uma constante, então:

a) $grad(cf) = cgradf;$

b) $grad(f+g) = gradf + gradg;$

c) $div(fg) = fgradg + ggradf;$

d) $grad(f+g) = gradf + gradg;$

e) $grad\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{fgradg + ggradg}{g^2}.$

2.6 Interpretação geométrica do gradiente e direção máxima

Consideremos uma função escalar f(x, y, z) e suponhamos, que para cada constante *k,* em um intervalo I, a equação f(x, y, z) = k representa uma superfície no espaço. Fazendo

k tomar todos os valores, obtemos uma família de superfície, que são as superfícies de nível da função *f.*

Proposição

Seja *f* uma função escalar tal que, por um ponto *P* do espaço, passa uma superfície de nível de *S* de *f.* Se gradf ≠ 0 em *P,* então *f* é normal a *S* em *P.*

Seja f(x, y, z) uma função escalar que possui derivadas parciais de 1ª ordem contínuas. Então, em cada ponto P para o qual $\nabla f \neq 0$, o vetor ∇f aponta na direção em que f cresce mais rapidamente. O comprimento do vetor ∇f é a taxa máxima de variação de crescimento de f.

3 I CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS COM A TILIZAÇÃO DO GEOGEBRA

Para representar uma função vetorial no Geogebra, basta digitar no campo de entrada a função desejada. Por exemplo, digitando F(t)=(t,2t), aparecerá a função na seguinte forma:

$$F: X = (t,2t) \quad (1)$$

$$\longrightarrow X = (0,0) + t(1,2) \quad (2)$$

E o seu respectivo gráfico na janela de visualização abaixo demostrada na Figura 6

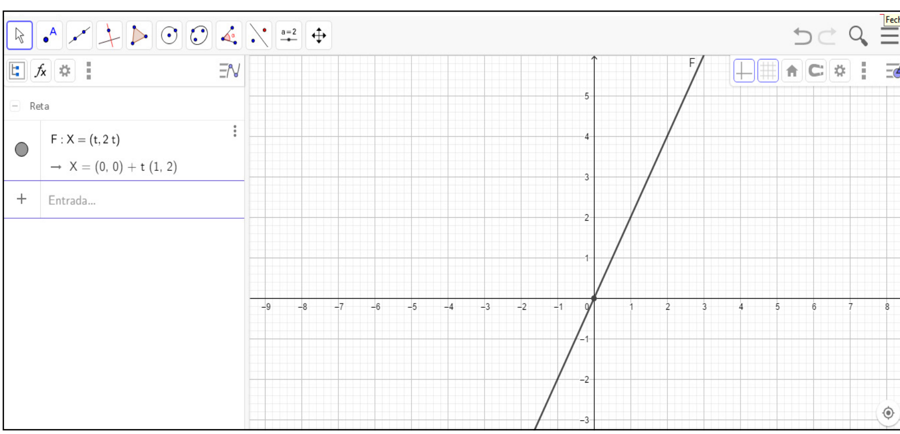


Figura 6: Gráfico de F(t) = (t,2t) no Geogebra

Fonte: Acervo dos autores

3.1 Exemplos com a utilização do Geogebra

Exemplo 1: Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

F(t) = (cost,sent), onde t E [0,2π] (3)

a) Passo 1: digitar no campo de entrada t=1 para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até 6.28);

b) passo 2: digitar (0,0) para criar o ponto de origem do vetor;

c) passo 3: digitar (cos(t), sen(t)) para representar a extremidade do vetor;

d) passo 4: clicar no ícone "vetor" e criar o vetor a partir da origem A=(0,0) e da extremidade B=(cos(t),sen (t));

e) passo 5: clicar no ícone "configurações" e: no ponto A=(0,0) – desmarcar a opção "exibir objeto"; no ponto B=(cos(t), sen(t)) – desmarcar a opção "exibir rótulo", depois marcar a opção "exibir rastro"; alterar a cor do vetor e do ponto B=(cos(t),sen (t)) (opcional);

f) passo 6: clicar no ícone "play" na área referente ao "controle deslizante".

Os passos 1 a 5 são representados na Figura 7 e o passo 6 na Figura 8.

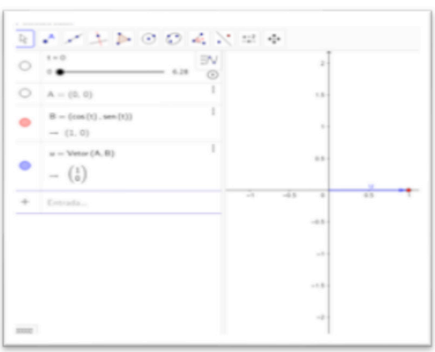


Figura 7: Passos de 1 a 5.

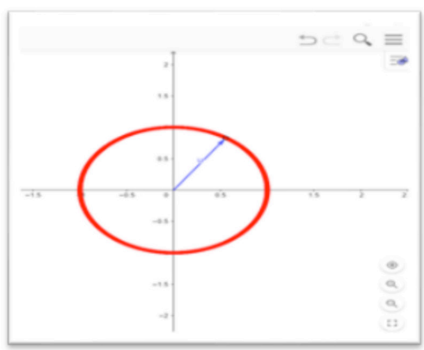


Figura 8: Passo 6 do exemplo 1

Fonte: Acervo dos autores

Exemplo 2: Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

F(t) = (cost,2sent), onde t E [0,2π] (4)

a) Passo 1: digitar no campo de entrada t=1 para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até 6.28);

b) passo 2: digitar (0,0) para criar o ponto de origem do vetor;

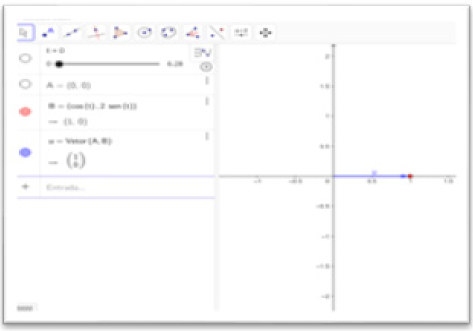
c) passo 3: digitar (cos(t),2sen(t)) para representar a extremidade do vetor;

d) passo 4: clicar no ícone “vetor” e criar o vetor a partir da origem A=(0,0) e da extremidade B=(cos(t), 2sen(t));

e) passo 5: clicar no ícone “configurações” e: no ponto A=(0,0) – desmarcar a opção “exibir objeto”; no ponto B=(cos(t),2sen(t)) – desmarcar a opção “exibir rótulo”, depois marcar a opção “exibir rastro”; alterar a cor do vetor e do ponto B=(cos(t), 2sen(t)) (opcional);

f) passo 6: clicar no ícone “play” na área referente ao “controle deslizante”.

Com os passos descritos podemos visualizar o gráfico nas Figuras 9 e 10.



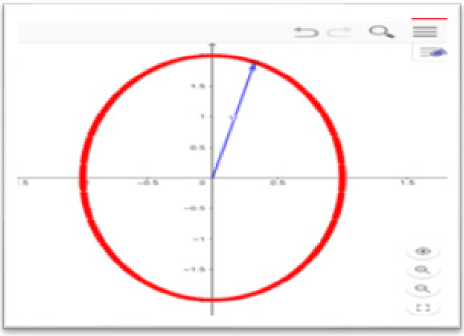


Figura 9: Passos de 1 a 5. Exemplo 2

Figura 10: Passo 6 do exemplo 2

Fonte: Acervo dos autores

Exemplo 3: Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

F(t) = (cost, sent, 2), onde t E [0,2π] (5)

a) Passo 1: no Menu “Exibir”, desmarcar o ícone “janela de visualização” e marcar o ícone “janela de visualização 3D”;

b) passo 2: digitar no campo de entrada t=1 para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até 6.28);

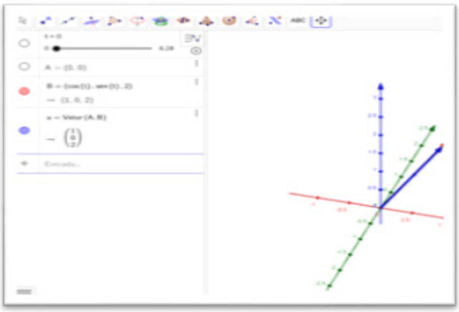
c) passo 3: digitar (0,0,0) para criar o ponto de origem do vetor;

d) passo 4: digitar (cos(t),sen(t),2) para representar a extremidade do vetor;

e) passo 5: clicar no ícone “vetor” e criar o vetor a partir da origem A=(0,0) e da extremidade B = (cos(t),sen(t),2);

f) passo 6: clicar no ícone “configurações” e: no ponto A=(0,0) – desmarcar a opção “exibir objeto”; no ponto B=(cos(t),sen(t),2) – desmarcar a opção “exibir rótulo”, depois marcar a opção “exibir rastro”; alterar a cor do vetor e do ponto B=(cos(t), sen(t),2) (opcional). A imagem 42 demonstra esses passos, descritos anteriormente, no software geogebra;

g) Passo 7: clicar no ícone “play” na área referente ao “controle deslizante”. Na imagem seguinte podemos visualizar o comportamento da função e dos passos anteriores no Geogebra. A visualização está na Figura 7.



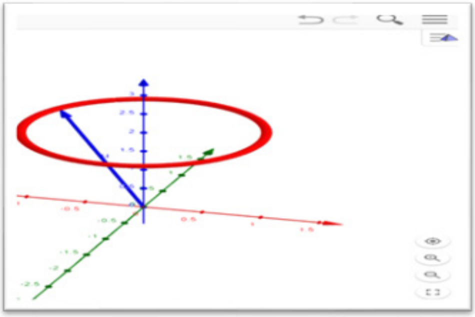


Figura 11: Passos de 1 a 6. Exemplo 3

Figura 12: Passo 7 do exemplo 3

Fonte: Acervo dos autores

Exemplo 4: Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

F(t) = (cost, sent, t), onde t E [0,2π]. (hélice circular reta) (6)

a) Passo 1: no Menu “Exibir”, desmarcar o ícone “janela de visualização” e marcar o ícone “janela de visualização 3D”;

b) passo 2: digitar no campo de entrada t=1 para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até 15);

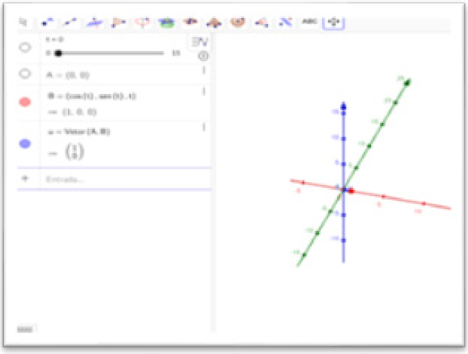
c) passo 3: digitar (0,0,0) para criar o ponto de origem do vetor;

d) passo 4: digitar (cos(t),sen(t),t) para representar a extremidade do vetor;

e) passo 5: clicar no ícone “vetor” e criar o vetor a partir da origem A=(0,0) e da extremidade B = (cos(t),sen(t),t);

f) passo 6: clicar no ícone “configurações” e: no ponto A=(0,0) – desmarcar a opção “exibir objeto”; no ponto B=(cos(t),sen(t),t) – desmarcar a opção “exibir rótulo”, depois marcar a opção “exibir rastro”; alterar a cor do vetor e do ponto B=(cos(t), sen(t),t) (opcional). Todos os passos anteriores podem ser visualizados na imagem a seguir;

g) Passo 7: clicar no ícone “play” na área referente ao “controle deslizante”. Esta ação é demonstrada na Figura 14:



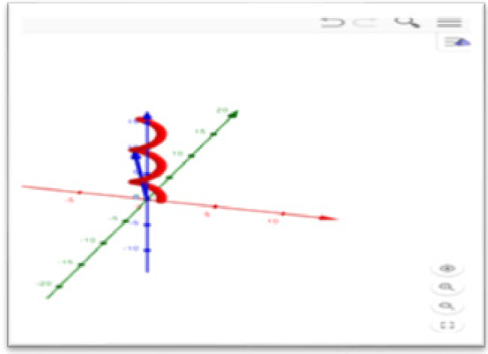


Figura 13 - Passo 1 a 6, do exemplo 4 Figura 14 - Passo 7, do exemplo 6

Fonte: Acervo dos autores

Exemplo 5: este exemplo ilustrará os conteúdos relacionados a derivadas direcionais e gradiente. Calcular e representar graficamente o gradiente da função:

$$f(x,y) = \sqrt{(4-3x-xy^2)} \tag{7}$$

a) Passo 1: digitar na barra de comandos a função f(x,y)=sqrt(4-3x-xy^2), conforme ilustrado na Figura 15:

b) passo 2: digitar na barra de comando (-1,3,4) para inserir o ponto A pertencente ao gráfico, conforme a Figura 16;

c) passo 3: Clicar no ícone e depois no ícone para inserir a janela CAS (cálculo simbólico), de acordo com o demonstrado na Figura 17;

d) passo 4: Digitar na janela CAS o comando Derivada [f(x,y),x], para calcular a derivada parcial de f(x) em relação a x, como mostra a Figura 18;

e) passo 5: Digitar na janela CAS o comando Derivada [f(x,y),y], para calcular a derivada parcial de f(x) em relação a y, exemplificado na Figura 19;

f) passo 6: Substituir os valores dos pontos a e b nas derivadas parciais, utilizando os comandos a(-1,3) e depois b(-1,3), ilustrado na Figura 20;

g) Passo 7: Digitar o comando w=(-3/2,3/4,0) para representar o vetor gradiente. Este passo é demonstrado na figura 21 a seguir;

h) Passo 8: Digitar na barra de comandos w=(-3/2,3/4,0), para representar o vetor gradiente no gráfico, visualizado na Figura 22;

Pode-se representar a direção máxima do ponto na função. Para isso é necessário construir um plano perpendicular ao eixo X que contenha o vetor gradiente, e em seguida construir um segundo plano paralelo ao primeiro e que contenha o ponto. Isto se observará nos próximos passos:

i) Passo 9: construir os pontos (0,0,0), (1,1,1) e (-3/2,3/4,0); em seguida selecionar o ícone "plano por três pontos" e criar o plano utilizando os três pontos criados. Podemos visualizar esta etapa na Figura 23;

j) Passo 10: selecionar o ícone "plano paralelo" e clicar no plano criado anteriormente e em seguida no ponto A=(-1,3,4), para criar o plano onde será possível representar a direção máxima do ponto, conforme o exposto na Figura 24..

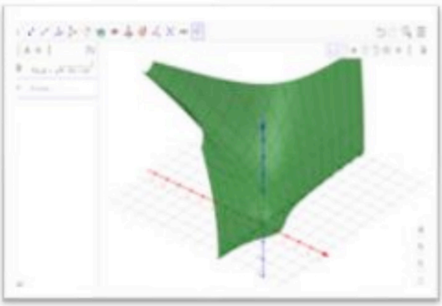


Figura 15 - Exemplo 5, passo 1

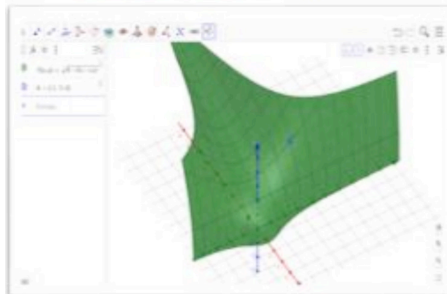


Figura 16 - Exemplo 5, passo 2

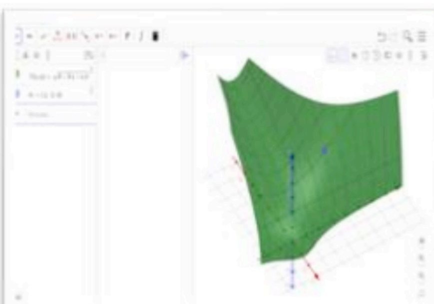


Figura 17 - Exemplo 5, passo 3

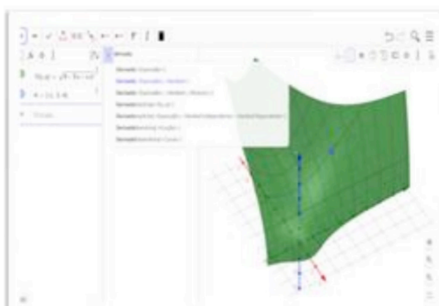


Figura 18 - Exemplo 5, passo 4

Fonte: Acervo dos autores

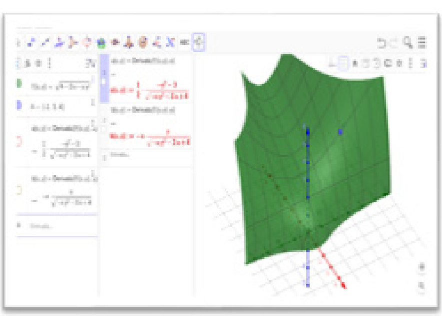


Figura 19 - Exemplo 5, passo 5

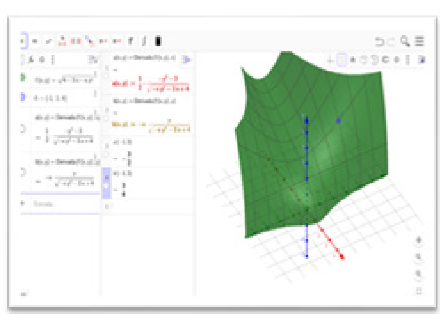


Figura 20 - Exemplo 5, passo 6

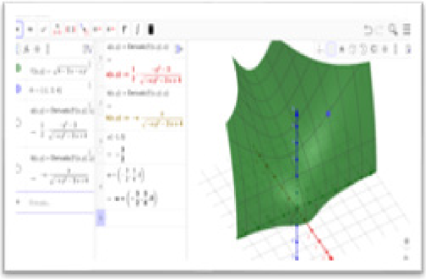


Figura 21 - Exemplo 5, passo 7

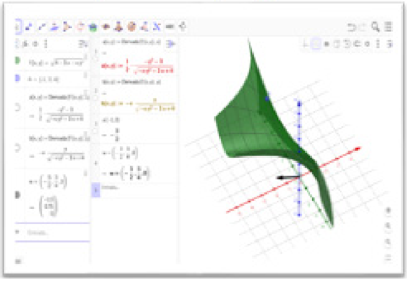


Figura 22 - Exemplo 5, passo 8

Fonte: Acervo dos autores

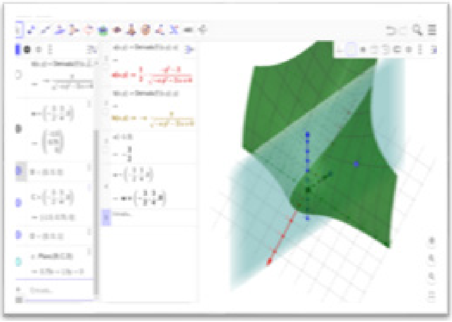


Figura 23 - Exemplo 5, passo 9

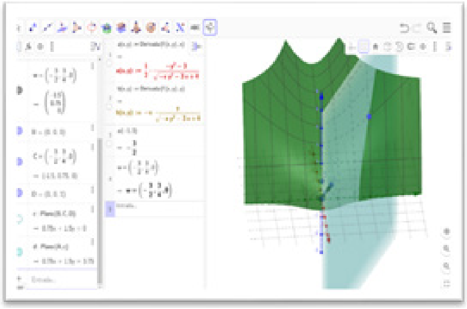


Figura 24 - Exemplo 5, passo 10

4 I CONCLUSÃO

Este trabalho pode ser utilizado como material de apoio para professores e alunos no processo educacional, pois além de servir de guia para a utilização do software Geogebra, apresenta algumas definições e conceitos básicos de funções vetoriais, mostrando o passo a passo de possíveis atividades a serem realizadas com o software em questão.

A proposta desse trabalho consiste em utilizar grande parte das ferramentas do Geogebra para construção de funções vetoriais e gráficos, ao fazer uma visão geral das ferramentas, considerou-se quais foram preciso para desenvolver atividades com o software.

Acreditou-se que com a utilização do Geogebra, o ensino das funções vetoriais se tornou mais atrativo, pois na medida em que o professor faz uso de tal ferramenta possibilita fazer demonstrações que com o uso do quadro seria mais difícil. O uso do software permite aos discentes realizarem construções, manipulação, visualização de diversas formas e ângulos, facilitando desta forma, a compreensão dos conceitos em relação aos elementos da aprendizagem envolvidos.

O Geogebra, desta maneira, nos mostrará a possibilidade de aprender a utilizar o software e ensinar matemática de forma dinâmica, para poder tornar a aula instigante e atrativa, na qual o aluno participa, interage com seus colegas, e através de suas construções vai formulando o seu próprio conhecimento. Tudo isso vem a contribuir para o aumento das habilidades e potencialidades dos educandos, que nada mais é, do que nosso objetivo como futuros docentes.

Este trabalho representa apenas um passo no processo contínuo de crescimento como pessoa, professor e educador. As tecnologias de informações não mudam necessariamente a relação pedagógica, elas não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções. Professores e alunos ficam mais próximos uns dos outros, o que pode contribuir para um maior dinamismo no processo ensino-aprendizagem. Esta situação só ocorrerá se o professor estiver atualizado, se conhecer as novas tecnologias, se as souber aplicar em contexto educativo.

Assim sendo, trabalhar com a inserção dos recursos tecnológicos no âmbito educacional, de forma geral, percebeu-se a importância na contribuição de uma boa aprendizagem, pois muitas são as contribuições que os mesmos podem proporcionar ao processo de ensino e aprendizagem, tornando-se possível ampliar as oportunidades de aprendizagem, além de contribuir na estruturação de um raciocínio diferenciado em termos de eficiência, rapidez e precisão.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. de C. e PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3ªed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003, p. 45.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura**. Brasília: CNE/CES, 2001.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

FERREIRA, Roberto Claudino. Ensinando Matemática com o Geogebra. 10. ed. Goiânia: Centro Científico Conhecer, 2010. Disponível em: <http://www.conhecer.org.br/enciclop/2010b/ensinando.pdf>. Acesso em: 16 de outubro de 2018.

FLEMMING, Dra. Diva Maria e GONÇALVES, Dra. Mirian Buss. **Cálculo B: funções de várias variáveis, integrais duplas e triplas.** São Paulo: MAKRON books, 1999.

GEOGEBRA. *GeoGebra*. 2017. Disponível em: <https://www.geogebra.org>. Acesso em: 28/06/2017.

GLADCHEFF A. P.; ZUFFI, E.M.; SILVA, M. **Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental**. Anais do XXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Fortaleza, 2001.

GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo B: Funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais curvilíneas e de superfície**. 2 ed. São Paulo: Pearson Prentice hall, 2007.

HELLMEISTER, Ana Catarina P., BOUCHARA, Jacques C., CARRARA, Vera e SALVITTI, Reinaldo. et al. **Cálculo Integral Avançado**. 2ª ed. Ver., 1 reimpressão – São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2006.

HOHENWARTER, Markus. **Manual: Ajuda Geogebra**. 2009. Disponível em: <https://app.geogebra.org/help/docupt PT.pdf>. Acesso em: 10/07/2017.

HOHENWATER, Markus. **Guía** Rápida de Referência sobre **GeoGebra**. Disponível em:<http://www.essl.edu.pt/Dep/Mat/ano%2011/geometria/manual_geogebra.pdf>*. Acesso em: 06/11/2017.*

IMAFUKU, Roberto Seidi**. Funções vetoriais nos espaços bi e tridimensionais: uma intervenção com o software GeoGebra**. Disponível em: *<www.lematec.net.br/CDS/XVIIIEBRAPEM/PDFs/GD4/imafuku4.pdf>. Acesso em: 22/12/2017.*

MIRANDA, Daniele de. O computador na educação matemática – Brasil Escola. Disponível em: *<http://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/o-computador-na-educacao-matematica.htm>. Acesso em: 17/10/2017.*

O uso dos computadores na aprendizagem e no ensino da matemática. Disponível em: <https://www.mat.uc.pt/~jaimecs/nonius/nonius11_2.html>*. Acesso em: 22/11/2017.*

SANTOS, Max Araújo dos. **NTICs: Uma Nova Aliada na Educação Matemática.** *Disponível em: <matematicafecea.blogspot.com/2012/08/artigo-novas-tecnologias-e-matematica.html>. Acesso em: 11/01/2018.*

SPIEGEL, Murray R. **Análise Vetorial: com Introdução a Análise Tensorial**. Coleção Schaum. 1. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1966.

VILCHES, Maurício A. e CORRÊA, Maria L. **Cálculo volume II**. IME-UERJ.

VILCHES, Maurício A. e CORRÊA, Maria L. **Cálculo volume III. Campos vetoriais.** Disponível em: <https//docs.ufpr.br.br/~jcvb/online/UERJ-calculovolume3.pdf>. Acesso em: 19/09/2018.

ÍNDICE REMISSIVO

R

S

T

U

Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2021

Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2021