

# Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias

3

**Francisco Odécio Sales**  
(Organizador)

**Atena**  
Editora  
Ano 2021

# Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias

3

Francisco Odécio Sales  
(Organizador)

  
Atena  
Editora  
Ano 2021

**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2021 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2021 Os autores

Copyright da Edição © 2021 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão

Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Elizabeth Cordeiro Fernandes – Faculdade Integrada Medicina

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira

Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof. Dr. Fernando Mendes – Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Saúde de Coimbra

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras

Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria

Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco

Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Maria Tatiane Gonçalves Sá – Universidade do Estado do Pará

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Secconal Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Prof. Dr. Alex Luis dos Santos – Universidade Federal de Minas Gerais  
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Profª Ma. Aline Ferreira Antunes – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Ma. Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
Profª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Profª Ma. Anelisa Mota Gregoleti – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar

Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Me. Christopher Smith Bignardi Neves – Universidade Federal do Paraná  
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa  
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes – Instituto Edith Theresa Hedwing Stein  
Prof. Me. Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Me. Fabiano Eloy Atilio Batista – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Prof. Me. Francisco Odécio Sales – Instituto Federal do Ceará  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Me. Givanildo de Oliveira Santos – Secretaria da Educação de Goiás  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR

Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Profª Ma. Luana Ferreira dos Santos – Universidade Estadual de Santa Cruz  
Profª Ma. Luana Vieira Toledo – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Ma. Luma Sarai de Oliveira – Universidade Estadual de Campinas  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos  
Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva – Governo do Estado do Espírito Santo  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Me. Pedro Panhoca da Silva – Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Profª Drª Poliana Arruda Fajardo – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Renato Faria da Gama – Instituto Gama – Medicina Personalizada e Integrativa  
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Profª Ma. Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista



**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
**Bibliotecária:** Janaina Ramos  
**Diagramação:** Luiza Alves Batista  
**Correção:** Kimberly Elisandra Gonçalves Carneiro  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizadores:** Francisco Odécio Sales

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

C569 Ciências exatas e da terra: exploração e qualificação de diferentes tecnologias 3 / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-712-3

DOI 10.22533/at.ed.123211301

1. Terra. 2. Ciências Exatas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 551.1

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa.

## APRESENTAÇÃO

A coleção “Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3” é uma obra que objetiva uma profunda discussão técnico-científica fomentada por diversos trabalhos dispostos em meio aos seus 22 capítulos. Esse 3º volume abordará de forma categorizada e interdisciplinar trabalhos, pesquisas, relatos de casos e/ou revisões que transitam nos vários caminhos das Ciências exatas e da Terra, bem como suas reverberações e impactos econômicos e sociais.

Tal obra objetiva publicizar de forma objetiva e categorizada estudos e pesquisas realizadas em diversas instituições de ensino e pesquisa nacionais e internacionais. Em todos os capítulos aqui expostos a linha condutora é o aspecto relacionado às Ciências Naturais, tecnologia da informação, ensino de ciências e áreas afins.

Temas diversos e interessantes são, deste modo, discutidos aqui com a proposta de fundamentar o conhecimento de acadêmicos, mestres e todos aqueles que de alguma forma se interessam por inovação, tecnologia, ensino de ciências e demais temas. Possuir um material que demonstre evolução de diferentes campos da engenharia, ciência e ensino de forma temporal com dados geográficos, físicos, econômicos e sociais de regiões específicas do país é de suma importância, bem como abordar temas atuais e de interesse direto da sociedade.

Deste modo a obra Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias 3 apresenta uma profunda e sólida fundamentação teórica bem com resultados práticos obtidos pelos diversos professores e acadêmicos que desenvolvem seu trabalho de forma séria e comprometida, apresentados aqui de maneira didática e articulada com as demandas atuais. Sabemos o quão importante é a divulgação científica, por isso evidenciamos também a estrutura da Atena Editora capaz de oferecer uma plataforma consolidada e confiável para estes pesquisadores exporem e divulguem seus resultados.

Francisco Odécio Sales

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

A COMPARATIVE STUDY BETWEEN MICROSTRUCTURE AND MICROHARDNESS IN HYPEREUTECTIC Al-Fe ALLOY PROCESSED BY LASER SURFACE REMELTING

Moises Meza Pariona

**DOI 10.22533/at.ed.1232113011**

### **CAPÍTULO 2..... 15**

UMA ANÁLISE DA COMERCIALIZAÇÃO E CONTROLE METROLÓGICO DE GNV NO BRASIL

Edisio Alves de Aguiar Junior

Rodrigo Ornelas de Almeida

**DOI 10.22533/at.ed.1232113012**

### **CAPÍTULO 3..... 22**

ANÁLISE DE FALHA POR MEIOS DE TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA DE RAIOS-X DE UM SENSOR DE TRANSMISSÃO AUTOMÁTICA AUTOMOTIVA

Miguel Angel Neri Flores

**DOI 10.22533/at.ed.1232113013**

### **CAPÍTULO 4..... 35**

ASTROFÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Karina Edilaini da Silva Barros

**DOI 10.22533/at.ed.1232113014**

### **CAPÍTULO 5..... 48**

AVALIAÇÃO DE METAIS EM LODO RESIDUAL DE UMA INDÚSTRIA DE EMBALAGEM DE PAPEL RECICLADO NO INTERIOR DO PARANÁ

Amália Gelinski Gomes

Cristiana da Silva

Délia do Carmo Vieira

Adriana Pereira Duarte

Janksyn Bertozzi

Alessandra Stevanato

**DOI 10.22533/at.ed.1232113015**

### **CAPÍTULO 6..... 68**

BOAS PRÁTICAS AGRÍCOLAS E DE FABRICAÇÃO: IMPORTÂNCIA PARA A SUSTENTABILIDADE DA CADEIA PRODUTIVA DE PIMENTA *CAPSICUM*

Cleide Maria Ferreira Pinto

Cláudia Lúcia de Oliveira Pinto

Roberto Fontes Araújo

Sérgio Mauricio Lopes Donzeles

**DOI 10.22533/at.ed.1232113016**

**CAPÍTULO 7.....99**

**COMPARATIVO ENTRE TÉCNICAS DE AMOSTRAGEM GEOESTATÍSTICA EM UMA PARCELA EXPERIMENTAL**

Ícaro Viterbre Debique Sousa  
Heron Viterbre Debique Sousa  
Antonio Mendes Magalhães Júnior  
Paulo Henrique Gomes dos Santos  
Álvaro Vinícius Machado  
Igor Luis de Castro Faria  
Hudson Marques Machado  
Marcus Vinícius Gonçalves Antunes

**DOI 10.22533/at.ed.1232113017**

**CAPÍTULO 8..... 107**

**CORRELAÇÃO ENTRE DPL E SPT PARA CAMADA DE AREIA EM DEPÓSITO EÓLICO DE FORTALEZA, CEARÁ**

Samuel Castro Prado  
Giullia Carolina de Melo Mendes  
Marcos Fábio Porto de Aguiar

**DOI 10.22533/at.ed.1232113018**

**CAPÍTULO 9..... 115**

**DENSIDADE E SUCESSÃO ECOLÓGICA DAS ÁREAS CILIARES NA MICROBACIA URBANIZADA DO MUNICÍPIO DE GURUPI-TO**

Marcos Vinicius Cardoso Silva  
Asafe Santa Bárbara Gomes  
Maria Cristina Bueno Coelho  
Nelita Gonçalves Faria de Bessa  
Juliana Barilli  
Marcos Vinicius Giongo Alves  
Maurilio Antonio Varavallo  
Mauro Luiz Erpen  
Yandro Santa Brigida Ataíde  
Mathaus Messias Coimbra Limeira

**DOI 10.22533/at.ed.1232113019**

**CAPÍTULO 10..... 125**

**ELETRODO DE GRAFITE EXTRAÍDO DE PILHA COMUM E SUA REUTILIZAÇÃO NA ELETRÓLISE DA SALMOURA**

Amanda Maria Barros Alves  
Aurelice Barbosa de Oliveira  
Filipe Augusto Gomes Braga  
Marcus Raphael Souza Leitão

**DOI 10.22533/at.ed.12321130110**

**CAPÍTULO 11..... 134**

**FITÓLITOS DE SEDIMENTOS E PLANTAS – MÉTODOS DE EXTRAÇÃO E SUAS APLICAÇÕES**

Heloisa Helena Gomes Coe  
David Oldack Barcelos Ferreira Machado  
Sarah Domingues Fricks Ricardo  
Karina Ferreira Chueng

**DOI 10.22533/at.ed.12321130111**

**CAPÍTULO 12..... 150**

**INUNDAÇÕES NA BACIA DO RIBEIRÃO CAMBÉ: CONTRIBUIÇÕES AO PLANEJAMENTO E À GESTÃO PÚBLICA DE LONDRINA – PR**

Gilnei Machado

**DOI 10.22533/at.ed.12321130112**

**CAPÍTULO 13..... 162**

**MEDIÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM TERMODINÂMICA DO EQUILÍBRIO LÍQUIDO-LÍQUIDO DE SISTEMAS CONTENDO ETANOL, ACETATO DE ETILA E ÁGUA**

Natalia Inacio Lourenço  
Edson Massakazu de Souza Igarashi  
Pedro Felipe Arce-Castillo

**DOI 10.22533/at.ed.12321130113**

**CAPÍTULO 14..... 173**

**MODIFICAÇÃO NA ESTRUTURA MOLECULAR DO ÁCIDO SALICÍLICO E BIOENSAIOS TOXICOLÓGICOS FRENTE A LARVAS DE *Artemia salina* LEACH**

Carlos Eduardo Rodrigues Aguiar  
Yasmim dos Santos Alves  
Tatiana de Almeida Silva  
Bruna Barbosa Maia da Silva  
Jaqueline Ferreira Ramos  
Josefa Aqueline da Cunha Lima  
Jadson de Farias Silva  
Juliano Carlo Rufino Freitas

**DOI 10.22533/at.ed.12321130114**

**CAPÍTULO 15..... 184**

**O USO DO SIG NO DESENVOLVIMENTO DOS GRUPOS DE ESTUDOS: O CASO DO GRUPO “ANÁLISE GEOAMBIENTAL E SUAS PAISAGENS DE EXCEÇÃO” - ANGEO**

Ana Carla Alves Gomes  
Ana Lúcia Moura Andrade  
Emerson Rodrigues Lima  
Gabriely Lopes Farias  
Thaís Helena Nunes da Silva  
Maria Lúcia Brito da Cruz

**DOI 10.22533/at.ed.12321130115**

<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>196</b>
POTENCIAL SOLAR NA ILHA DE FLORIANÓPOLIS – PROPOSTA DE MÉTODO	
Vivian da Silva Celestino Reginato	
<b>DOI 10.22533/at.ed.12321130116</b>	
<b>CAPÍTULO 17</b> .....	<b>211</b>
QUEIJOS COLONIAIS COMERCIALIZADOS NA MICRORREGIÃO DE FRANCISCO BELTRÃO, PARANÁ: AVALIAÇÃO MICROBIOLÓGICA E FÍSICO-QUÍMICA E PERFIL DE RESISTÊNCIA BACTERIANA	
Kérley Braga Pereira Bento Casaril	
Katiana Henning	
Caroline Giane de Carli	
Ariane Spiassi	
Débora Giaretta Zatta	
<b>DOI 10.22533/at.ed.12321130117</b>	
<b>CAPÍTULO 18</b> .....	<b>228</b>
SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: A MATEMÁTICA PRESENTE NA NATUREZA	
José Augusto Pereira Nogueira	
Antonia Erineide Cavalcante	
<b>DOI 10.22533/at.ed.12321130118</b>	
<b>CAPÍTULO 19</b> .....	<b>235</b>
SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES VETORIAIS	
Maurício do Socorro Rodrigues Ferreira	
José Francisco da Silva Costa	
Nélio Santos Nahum	
Walber Do Carmo Farias	
José Augusto dos Santos Cardoso	
Rosenildo da Costa Pereira	
Reginaldo Barros	
Rodinely Serrão Mendes	
Rosana dos Passos Corrêa	
Márcio José Silva	
Joana Darc de Sousa Carneiro	
Genivaldo dos Passos Corrêa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.12321130119</b>	
<b>CAPÍTULO 20</b> .....	<b>250</b>
TERMOS/SINAIS DA TABELA PERIÓDICA: POSSIBILIDADE DE ACESSO E APRENDIZAGEM DOS ALUNOS SURDOS	
Vanessa Argolo Oliveira	
Jorge Fernando Silva de Menezes	
<b>DOI 10.22533/at.ed.12321130120</b>	

<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>263</b>
<b>EFFECT OF <i>Luehea divaricata</i> AND <i>Pterodon emarginatus</i> EXTRACTS ON THE OXIDATIVE STABILITY OF SOYBEAN BIODIESEL</b>	
Anelize Felício Ramos	
Lucas Lion Kozlinskei	
José Osmar Castagnolli Junior	
Thiago Mendanha Cruz	
Eder Carlos Ferreira de Souza	
Sandra Regina Masetto Antunes	
Pedro Henrique Weirich Neto	
Maria Elena Payret Arrúa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.12321130121</b>	
<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>275</b>
<b>ANODO DE ALUMÍNIO COM NANOPOROS CONTENDO NIÓBIO PARA USO EM SISTEMA ARMAZENAMENTO DE ENERGIA RENOVÁVEL</b>	
Guilherme Arielo Rodrigues Maia	
Paulo Rogério Pinto Rodrigues	
Josealdo Tonholo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.12321130122</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>286</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>287</b>



## SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES VETORIAIS

Data de aceite: 04/01/2021

### **Maurício do Socorro Rodrigues Ferreira**

**José Francisco da Silva Costa**

<http://lattes.cnpq.br/9492719731740641>

**Nélio Santos Nahum**

<http://lattes.cnpq.br/2474290454840252>

**Walber Do Carmo Farias**

<http://lattes.cnpq.br/7811074488344625>

**José Augusto dos Santos Cardoso**

<http://lattes.cnpq.br/4878996043755919>

**Rosenildo da Costa Pereira**

<http://lattes.cnpq.br/7733457193346475>

**Reginaldo Barros**

<http://lattes.cnpq.br/9658271624403087>

**Rodinely Serrão Mendes**

<http://lattes.cnpq.br/4638320632598603>

**Rosana dos Passos Corrêa**

<http://lattes.cnpq.br/1993293477854728>

**Márcio José Silva**

<http://lattes.cnpq.br/6448665450868365>

**Joana Darc de Sousa Carneiro**

<http://lattes.cnpq.br/5081650215660850>

**Genivaldo dos Passos Corrêa**

<http://lattes.cnpq.br/6321452953013620>

**RESUMO:** A escassez de materiais que servissem de apoio para o desenvolvimento dos gráficos de funções vetoriais no software Geogebra foi o que nos motivou no desenvolvimento desta pesquisa. Este trabalho tem como proposta o uso do software Geogebra no ensino das funções vetoriais, servindo de material de apoio para o processo de ensino-aprendizagem. Utilizamos como ferramenta o Geogebra 6, que é um software matemático muito prático e pode auxiliar os docentes em suas aulas de matemática. Enfatizamos o estudo de funções, em particular o de funções vetoriais, já que representa um grande desafio para os professores, quando se trata de representar graficamente o comportamento dessas funções no quadro, pois muitas vezes não ajudam os alunos a ter a interpretação pretendida com o que está sendo desenhado. Esperamos como resultado uma melhor assimilação do conteúdo e maior dinamicidade nas aulas de matemática.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensino de Matemática, Geogebra, Funções Vetoriais.

**ABSTRACT:** The scarcity of materials that would support the development of vector function graphs in Geogebra software was what motivated us in the development of this research. This work proposes the use of Geogebra software in the teaching of vector functions, serving as support material for the teaching-learning process. We use Geogebra 6 as a tool, which is a very practical mathematical software and can help teachers in their math classes. We emphasize the study of functions, in particular that of vector functions, since it represents a great challenge for teachers

when it comes to graphically represent the behavior of these functions in the framework, because they often do not help students to have the interpretation intended with the that is being drawn. We expect as a result a better assimilation of content and greater dynamicity in math classes.

**KEYWORDS:** Mathematics teaching, Geogebra, Vector Functions.

## 1 | INTRODUÇÃO

O Geogebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um programa de geometria dinâmica criado para ser utilizado em sala de aula. Esse software foi desenvolvido pelo austríaco Markus Hohenwater com o objetivo de ser um recurso didático. Ele iniciou o projeto do Geogebra na Universitat Salzburg em 2001 e, desde então, segue em processo de desenvolvimento e aprimoramento na Florida Atlantic University. A popularidade desse software cresce dia após dia desde sua criação.

Com ele se podem fazer construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, bem como funções e mudá-los dinamicamente depois. Podem ser incluídas equações e coordenadas diretamente. Assim, é capaz de lidar com variáveis e para números, vetores e pontos; derivar e integrar funções e ainda, oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função. De acordo com Ferreira (2010), em seu artigo “Ensinando Matemática com o Geogebra”

Uma das vantagens do GeoGebra em relação a outros programas de geometria dinâmica é que não se precisa dominar todas as ferramentas do programa para usá-lo. Também tem uma quantidade maior de recursos.

Assim sendo este artigo tem como objetivo geral desenvolver um material que sirva de apoio para o ensino-aprendizagem das funções vetoriais, utilizando o software Geogebra e como objetivos específicos, Mostrar as definições e os conceitos básicos de funções vetoriais; Benefícios do uso do Geogebra nas aulas de funções vetoriais para visualizar gráficos em 2D e 3D; Visualizar o comportamento das funções vetoriais no  $e$ ,  $e$ ; exemplificar o conteúdo trabalhado.

## 2 | FUNÇÕES VETORIAIS E GRADIENTE

### 2.1 Definição de Vetores

Vetor, fisicamente falando, é uma forma matemática de representar entidades físicas que possuem mais de uma característica em sua descrição. Por exemplo, quando você está no seu carro a 60 km/h, você percebe que ela tem uma intensidade (um valor), uma direção e um sentido (não confunda sentido e direção, são conceitos diferentes! Por exemplo, quando você percorre a rua que vai ao seu colégio (direção), você pode percorrer o sentido casa-colégio ou colégio-casa.).

Todas as chamadas grandezas físicas podem ser chamadas grandezas vetoriais

se elas possuírem essas três características: módulo, direção e sentido. Exemplos de grandezas assim: a força, a própria velocidade, a aceleração, o deslocamento, etc.

Na matemática, um vetor é representado através de uma seta orientado para a direção de seu sentido, conforme mostra a Figura 1, desenvolvida com o auxílio do Geogebra. E vetores também podem ser adicionados, subtraídos, multiplicados por um número ou mesmo ter seu sentido invertido (quando o multiplicamos por  $-1$ , e essas operações obedecem: comutatividade, associatividade e distributividade). A multiplicação de um número (ou divisão) por um vetor altera sua intensidade, podendo torná-la mais ou menos intensa (geralmente a esse número damos o nome de escalar). Na Figura 1 veremos a representação do vetor no Plano Cartesiano.

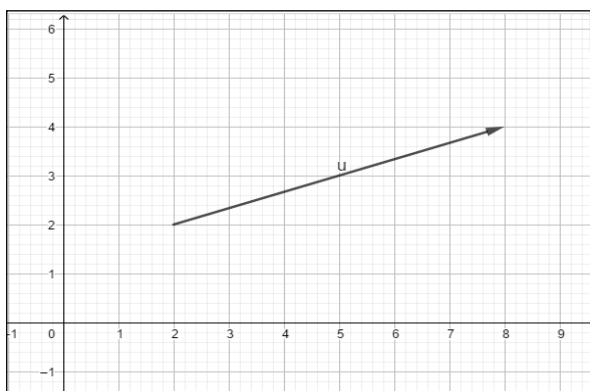


Figura 1 - Vetor no Plano Cartesiano

Fonte: Autor, 2018.

Nas Figuras 2 e 3 demonstramos o vetor representado no  $\mathbb{R}^3$  e sua base canônica, respectivamente, com a utilização do software Geogebra.

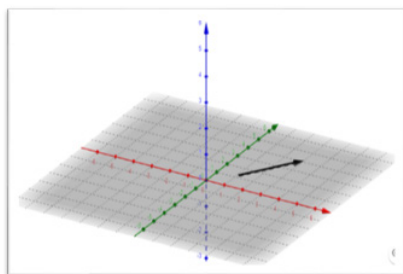


Figura 2 - Vetor no  $\mathbb{R}^3$

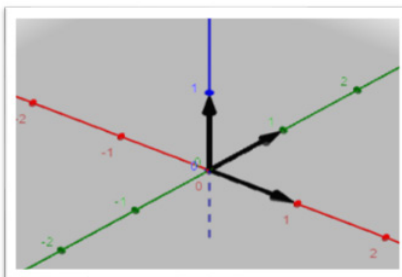


Figura 3 - Base canônica  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$

Fonte: Acervo dos autores

## 2.2 Definição de Função Vetorial

Uma função vetorial de uma variável real a valores em  $\mathbb{R}^n$  é uma função  $F: I \rightarrow \mathbb{R}^n$ , onde  $I$  é um subconjunto de  $\mathbb{R}$ , que associa cada número real  $t$  a um único vetor da forma:

$$F(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)) \quad (1)$$

Onde cada função  $f_i(t)$  é uma função real definida ao intervalo, denominada função componente. O vetor  $F(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t))$  também é denominado vetor posição.

Para uma função vetorial em  $\mathbb{R}^2$ , é comum escrever:

$$F(t) = (x(t), y(t)) \quad (2)$$

E para uma função vetorial em  $\mathbb{R}^3$ :

$$F(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (3)$$

## 2.3 Campo Vetorial

Diariamente, temos contato com campos vetoriais, muitas vezes de forma inconsciente e a maioria de nós não sabe disso. Por exemplo:

Quando você abre uma torneira para lavar as mãos, cada molécula de água que está dentro daquela tubulação possui certa velocidade, caminha em certa direção e segue certo sentido; se o fluxo de água nessa torneira se mantiver constante, estaremos diante de um campo vetorial cujos vetores estarão associados à velocidade do líquido naquela tubulação.

Da mesma forma, um fio elétrico possui carga elétrica que o percorre em toda a extensão com certa velocidade elevada e possui certo sentido e fluxo constante, conforme exemplificado na Figura 4, pode ser associado a um campo vetorial semelhante ao da tubulação de água. Uma panela quente que perde calor para o meio externo pode também ser associada a um campo vetorial: se considerarmos a forma que o calor flui (de fora para dentro; do ambiente mais quente para o ambiente mais frio), como mostra a Figura 5, teremos um campo vetorial bem definido.

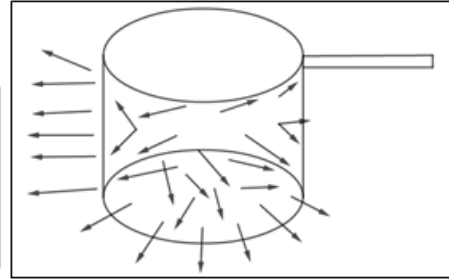
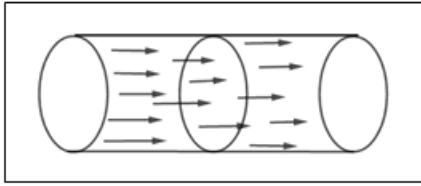


Figura 4 - Secção de um fio      Figura 5 - Fluxo de calor em uma panela

Fonte: Acervo dos autores

Uma definição matemática de campos vetoriais é:

*Um campo de vetores em  $A \subset \mathbb{R}^n$  é uma função com valores vetoriais tais que  $F: A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ .*

Assim, em relação ao referencial do  $\mathbb{R}^2$  (i, j) ou o referencial do  $\mathbb{R}^3$  (i, j, k) a função que define o campo terá por expressão:

$$F(x,y) = [P(x,y), Q(x,y)] \tag{1}$$

$$\text{ou ainda, } F(x,y) = [P(x,y)i, Q(x,y)j] \text{ (no caso do } \mathbb{R}^2) \tag{2}$$

$$\text{ou } F(x,y,z) = [P(x,y,z), Q(x,y,z), R(x,y,z)] \tag{3}$$

$$\text{ou ainda, } F(x,y,z) = [P(x,y,z)i, Q(x,y,z)j, R(x,y,z)k] \text{ (no caso do } \mathbb{R}^3) \tag{4}$$

Assim, um campo vetorial fica determinado pelas funções P, Q ou R definidas no domínio 'A' a valores reais. Essas funções são chamadas de funções componentes do campo vetorial.

Dizemos ainda que um campo vetorial é contínuo e de classe  $C^k$  (uma função é de classe  $C^k$  se suas derivadas até a ordem k são contínuas) se suas funções componentes P, Q (para o  $\mathbb{R}^2$ ) ou P, Q, R (para o  $\mathbb{R}^3$ ) também forem de classe  $C^k$ . A partir de um campo dado, podem-se obter novos campos que fornecem informações sobre o campo original, sendo os exemplos mais conhecidos: o campo gradiente, o campo divergente e o campo rotacional.

## 2.4 Campo Vetorial Gradiente

Um campo vetorial Gradiente é aquele campo que está definido em um subconjunto aberto A do  $\mathbb{R}^2$  (ou do  $\mathbb{R}^3$ ) de tal forma que, para cada ponto P de um certo campo vetorial T definido em  $\mathbb{R}^2$  (ou  $\mathbb{R}^3$ ) ele associa o vetor  $(dT/dX, dT/dY)$  – no caso de T ser do  $\mathbb{R}^2$ ;

ou  $(dT/dX, dT/dY, dT/dZ)$ – no caso de  $T$  ser do  $\mathbb{R}^2$ . O gradiente de um campo vetorial é denominado por:

$$\text{grad}T = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}\right) \text{ ou } \frac{\partial T}{\partial x}(x, y)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x, y)j \text{ (para o } \mathbb{R}^2) \quad (1)$$

$$\text{grad}T = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) \text{ ou } \frac{\partial T}{\partial x}(x, y, z)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x, y, z)j + \frac{\partial T}{\partial z}(x, y, z)k \text{ (para o } \mathbb{R}^3) \quad (2)$$

Outra notação usada para o gradiente é a representada abaixo:

$$\nabla(T) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}\right) \text{ ou } \frac{\partial T}{\partial x}(x, y)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x, y)j \text{ (para o } \mathbb{R}^2) \quad (3)$$

$$\nabla(T) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) \text{ ou } \frac{\partial T}{\partial x}(x, y, z)i + \frac{\partial T}{\partial y}(x, y, z)j + \frac{\partial T}{\partial z}(x, y, z)k \text{ (para o } \mathbb{R}^3) \quad (4)$$

$\nabla$  : lê-se nabla ou del

Uma justificativa física do gradiente é para calcular a taxa de variação de um fluxo qualquer de um ponto  $P$  de um campo definido em um domínio  $A$  por uma função  $T$  na direção de um vetor  $v$ . Se a função  $T$  que forma o campo é diferenciável, então ela admite derivadas parciais em  $P$ , então a derivada direcional de  $T$ , relativa a  $P$  é:

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) \cdot (a, b, c) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right) \cdot v \quad (5)$$

O que motivou a definição de gradiente dada acima.

## 2.5 Propriedades

Sejam funções escalares tais que existam **grad** $f$  e **grad** $g$  e seja  $c$  uma constante, então:

- $\text{grad}(cf) = c\text{grad}f$ ;
- $\text{grad}(f + g) = \text{grad}f + \text{grad}g$ ;
- $\text{div}(fg) = f\text{grad}g + g\text{grad}f$ ;
- $\text{grad}(f + g) = \text{grad}f + \text{grad}g$ ;
- $\text{grad}\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{f\text{grad}g - g\text{grad}f}{g^2}$ .

## 2.6 Interpretação geométrica do gradiente e direção máxima

Consideremos uma função escalar  $f(x, y, z)$  e suponhamos, que para cada constante  $k$ , em um intervalo  $I$ , a equação  $f(x, y, z) = k$  representa uma superfície no espaço. Fazendo

$k$  tomar todos os valores, obtemos uma família de superfícies, que são as superfícies de nível da função  $f$ .

#### Proposição

Seja  $f$  uma função escalar tal que, por um ponto  $P$  do espaço, passa uma superfície de nível de  $S$  de  $f$ . Se  $\text{grad} f \neq 0$  em  $P$ , então  $f$  é normal a  $S$  em  $P$ .

Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que possui derivadas parciais de 1ª ordem contínuas. Então, em cada ponto  $P$  para o qual  $\nabla f \neq 0$ , o vetor  $\nabla f$  aponta na direção em que  $f$  cresce mais rapidamente. O comprimento do vetor  $\nabla f$  é a taxa máxima de variação de crescimento de  $f$ .

### 3 I CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS COM A TILIZAÇÃO DO GEOGEBRA

Para representar uma função vetorial no Geogebra, basta digitar no campo de entrada a função desejada. Por exemplo, digitando  $F(t)=(t,2t)$ , aparecerá a função na seguinte forma:

$$F:X = (t,2t) \quad (1)$$

$$\rightarrow X = (0,0) + t(1,2) \quad (2)$$

E o seu respectivo gráfico na janela de visualização abaixo demonstrada na Figura 6

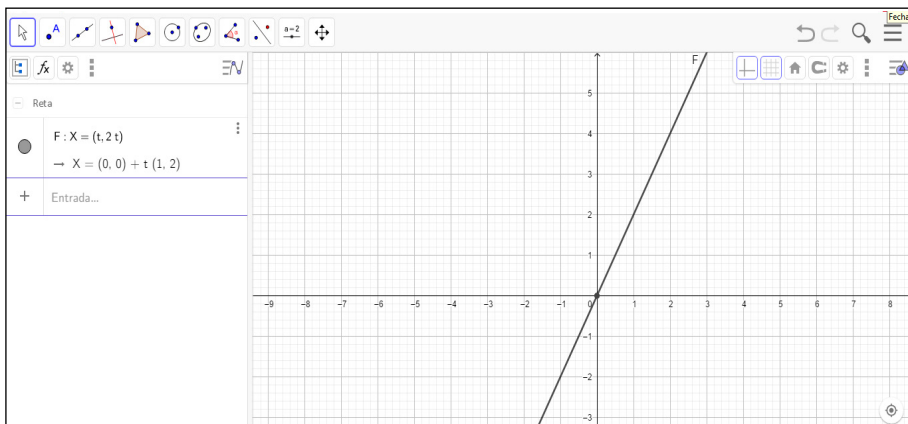


Figura 6: Gráfico de  $F(t) = (t,2t)$  no Geogebra

Fonte: Acervo dos autores

### 3.1 Exemplos com a utilização do Geogebra

**Exemplo 1:** Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

$$F(t) = (\cos(t), \sin(t)), \text{ onde } t \in [0, 2\pi] \quad (3)$$

- Passo 1: digitar no campo de entrada  $t=1$  para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até  $6.28$ );
- passo 2: digitar  $(0,0)$  para criar o ponto de origem do vetor;
- passo 3: digitar  $(\cos(t), \sin(t))$  para representar a extremidade do vetor;
- passo 4: clicar no ícone “vetor” e criar o vetor a partir da origem  $A=(0,0)$  e da extremidade  $B=(\cos(t), \sin(t))$ ;
- passo 5: clicar no ícone “configurações” e: no ponto  $A=(0,0)$  – desmarcar a opção “exibir objeto”; no ponto  $B=(\cos(t), \sin(t))$  – desmarcar a opção “exibir rótulo”, depois marcar a opção “exibir rastro”; alterar a cor do vetor e do ponto  $B=(\cos(t), \sin(t))$  (opcional);
- passo 6: clicar no ícone “play” na área referente ao “controle deslizante”.

Os passos 1 a 5 são representados na Figura 7 e o passo 6 na Figura 8.

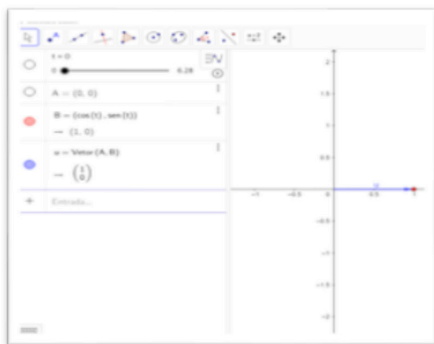


Figura 7: Passos de 1 a 5.

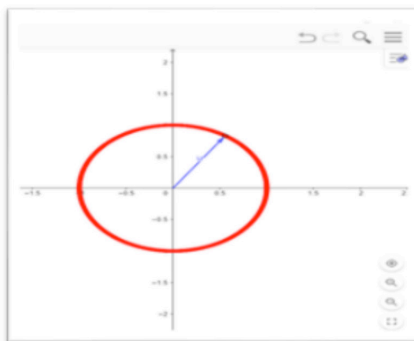


Figura 8: Passo 6 do exemplo 1

Fonte: Acervo dos autores

**Exemplo 2:** Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

$$F(t) = (\cos(t), 2\sin(t)), \text{ onde } t \in [0, 2\pi] \quad (4)$$

- Passo 1: digitar no campo de entrada  $t=1$  para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até  $6.28$ );
- passo 2: digitar  $(0,0)$  para criar o ponto de origem do vetor;
- passo 3: digitar  $(\cos(t), 2\sin(t))$  para representar a extremidade do vetor;



d) passo 4: clicar no ícone “vetor” e criar o vetor a partir da origem  $A=(0,0)$  e da extremidade  $B=(\cos(t), 2\text{sen}(t))$ ;

e) passo 5: clicar no ícone “configurações” e: no ponto  $A=(0,0)$  – desmarcar a opção “exibir objeto”; no ponto  $B=(\cos(t), 2\text{sen}(t))$  – desmarcar a opção “exibir rótulo”, depois marcar a opção “exibir rastro”; alterar a cor do vetor e do ponto  $B=(\cos(t), 2\text{sen}(t))$  (opcional);

f) passo 6: clicar no ícone “play” na área referente ao “controle deslizante”.

Com os passos descritos podemos visualizar o gráfico nas Figuras 9 e 10.

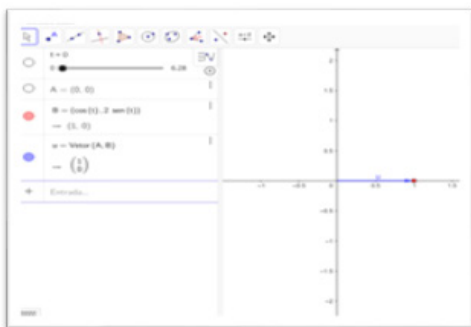


Figura 9: Passos de 1 a 5. Exemplo 2

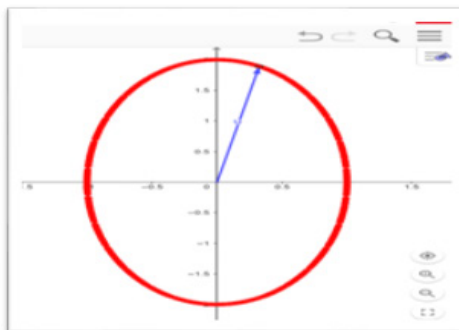


Figura 10: Passo 6 do exemplo 2

Fonte: Acervo dos autores

**Exemplo 3:** Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

$$F(t) = (\cos t, \text{sen} t, 2), \text{ onde } t \in [0, 2\pi] \quad (5)$$

a) Passo 1: no Menu “Exibir”, desmarcar o ícone “janela de visualização” e marcar o ícone “janela de visualização 3D”;

b) passo 2: digitar no campo de entrada  $t=1$  para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até 6.28);

c) passo 3: digitar  $(0,0,0)$  para criar o ponto de origem do vetor;

d) passo 4: digitar  $(\cos(t), \text{sen}(t), 2)$  para representar a extremidade do vetor;

e) passo 5: clicar no ícone “vetor” e criar o vetor a partir da origem  $A=(0,0)$  e da extremidade  $B = (\cos(t), \text{sen}(t), 2)$ ;

f) passo 6: clicar no ícone “configurações” e: no ponto  $A=(0,0)$  – desmarcar a opção “exibir objeto”; no ponto  $B=(\cos(t), \text{sen}(t), 2)$  – desmarcar a opção “exibir rótulo”, depois marcar a opção “exibir rastro”; alterar a cor do vetor e do ponto  $B=(\cos(t), \text{sen}(t), 2)$  (opcional). A imagem 42 demonstra esses passos, descritos anteriormente, no software geogebra;

g) Passo 7: clicar no ícone “play” na área referente ao “controle deslizante”. Na imagem seguinte podemos visualizar o comportamento da função e dos passos anteriores no Geogebra. A visualização está na Figura 7.

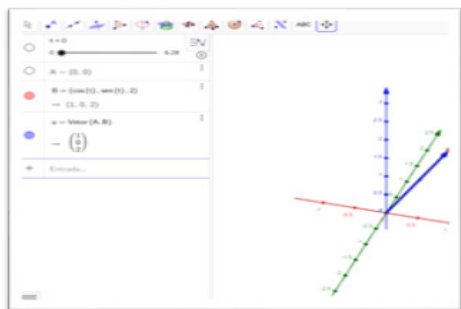


Figura 11: Passos de 1 a 6. Exemplo 3

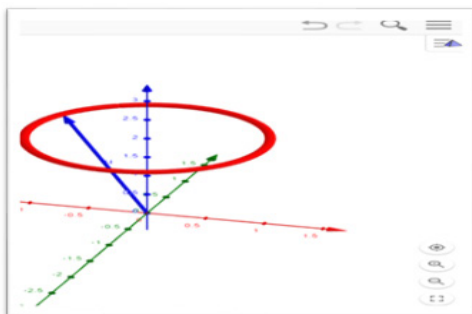


Figura 12: Passo 7 do exemplo 3

Fonte: Acervo dos autores

**Exemplo 4:** Construir, utilizando o Geogebra, o gráfico da função abaixo

$$F(t) = (\cos t, \sin t, t), \text{ onde } t \in [0, 2\pi]. \text{ (hélice circular reta)} \quad (6)$$

a) Passo 1: no Menu “Exibir”, desmarcar o ícone “janela de visualização” e marcar o ícone “janela de visualização 3D”;

b) passo 2: digitar no campo de entrada  $t=1$  para criar o controle deslizante, depois indicar o intervalo que o mesmo será utilizado (de 0 até 15);

c) passo 3: digitar  $(0,0,0)$  para criar o ponto de origem do vetor;

d) passo 4: digitar  $(\cos(t), \sin(t), t)$  para representar a extremidade do vetor;

e) passo 5: clicar no ícone “vetor” e criar o vetor a partir da origem  $A=(0,0)$  e da extremidade  $B = (\cos(t), \sin(t), t)$ ;

f) passo 6: clicar no ícone “configurações” e: no ponto  $A=(0,0)$  – desmarcar a opção “exibir objeto”; no ponto  $B=(\cos(t), \sin(t), t)$  – desmarcar a opção “exibir rótulo”, depois marcar a opção “exibir rastro”; alterar a cor do vetor e do ponto  $B=(\cos(t), \sin(t), t)$  (opcional). Todos os passos anteriores podem ser visualizados na imagem a seguir;

g) Passo 7: clicar no ícone “play” na área referente ao “controle deslizante”. Esta ação é demonstrada na Figura 14:

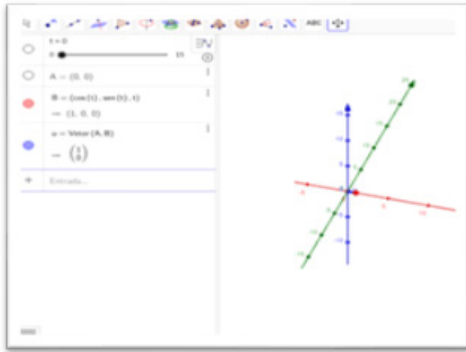


Figura 13 - Passo 1 a 6, do exemplo 4

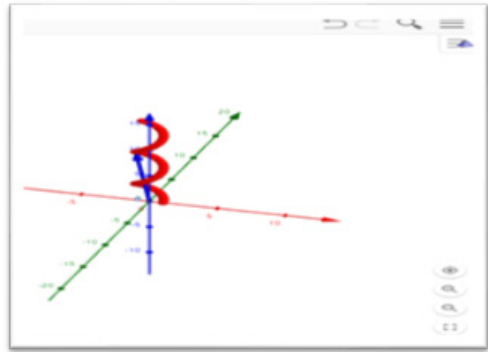


Figura 14 - Passo 7, do exemplo 6



Fonte: Acervo dos autores

**Exemplo 5:** este exemplo ilustrará os conteúdos relacionados a derivadas direcionais e gradiente. Calcular e representar graficamente o gradiente da função:

$$f(x, y) = \sqrt{4 - 3x - xy^2} \quad (7)$$

a) Passo 1: digitar na barra de comandos a função  $f(x,y)=\sqrt{4-3x-xy^2}$ , conforme ilustrado na Figura 15:

b) passo 2: digitar na barra de comando (-1,3,4) para inserir o ponto A pertencente ao gráfico, conforme a Figura 16;

c) passo 3: Clicar no ícone  e depois no ícone  para inserir a janela CAS (cálculo simbólico), de acordo com o demonstrado na Figura 17;

d) passo 4: Digitar na janela CAS o comando Derivada  $[f(x,y),x]$ , para calcular a derivada parcial de  $f(x)$  em relação a  $x$ , como mostra a Figura 18;

e) passo 5: Digitar na janela CAS o comando Derivada  $[f(x,y),y]$ , para calcular a derivada parcial de  $f(x)$  em relação a  $y$ , exemplificado na Figura 19;

f) passo 6: Substituir os valores dos pontos a e b nas derivadas parciais, utilizando os comandos a(-1,3) e depois b(-1,3), ilustrado na Figura 20;

g) Passo 7: Digitar o comando  $w=(-3/2,3/4,0)$  para representar o vetor gradiente. Este passo é demonstrado na figura 21 a seguir;

h) Passo 8: Digitar na barra de comandos  $w=(-3/2,3/4,0)$ , para representar o vetor gradiente no gráfico, visualizado na Figura 22;

Pode-se representar a direção máxima do ponto na função. Para isso é necessário construir um plano perpendicular ao eixo X que contenha o vetor gradiente, e em seguida construir um segundo plano paralelo ao primeiro e que contenha o ponto. Isto se observará nos próximos passos:

i) Passo 9: construir os pontos  $(0,0,0)$ ,  $(1,1,1)$  e  $(-3/2,3/4,0)$ ; em seguida selecionar o ícone “plano por três pontos” e criar o plano utilizando os três pontos criados. Podemos visualizar esta etapa na Figura 23;

j) Passo 10: selecionar o ícone “plano paralelo” e clicar no plano criado anteriormente e em seguida no ponto  $A=(-1,3,4)$ , para criar o plano onde será possível representar a direção máxima do ponto, conforme o exposto na Figura 24..

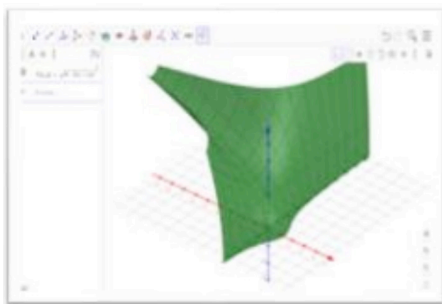


Figura 15 - Exemplo 5, passo 1

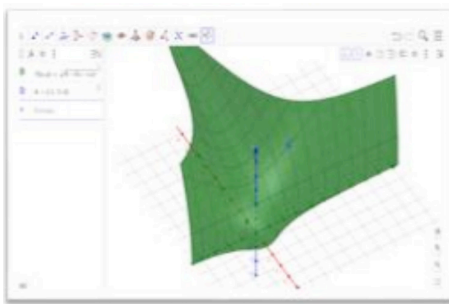


Figura 16 - Exemplo 5, passo 2

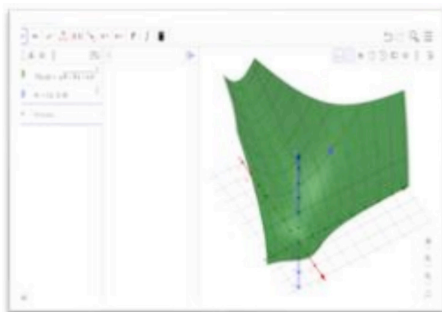


Figura 17 - Exemplo 5, passo 3

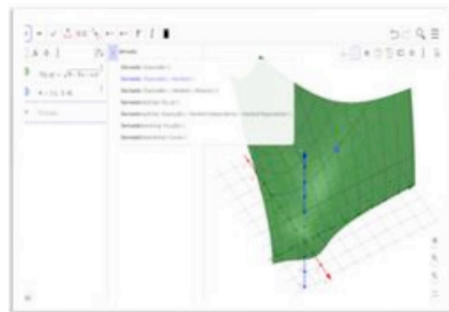


Figura 18 - Exemplo 5, passo 4

Fonte: Acervo dos autores

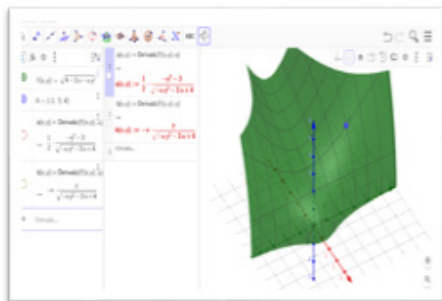


Figura 19 - Exemplo 5, passo 5

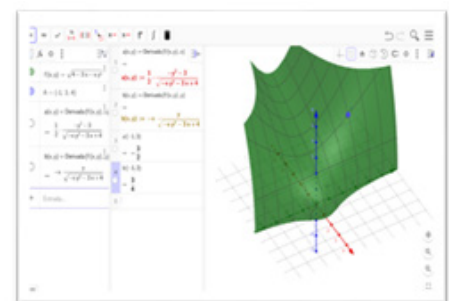


Figura 20 - Exemplo 5, passo 6

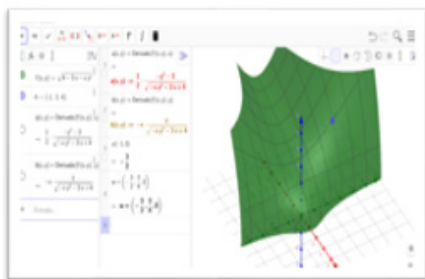


Figura 21 - Exemplo 5, passo 7

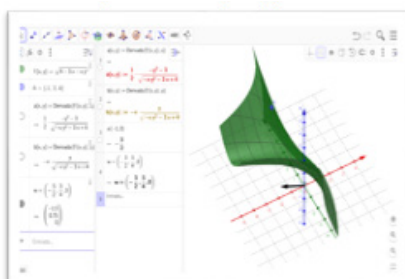


Figura 22 - Exemplo 5, passo 8

Fonte: Acervo dos autores

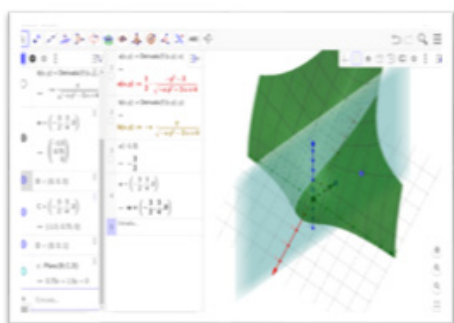


Figura 23 - Exemplo 5, passo 9

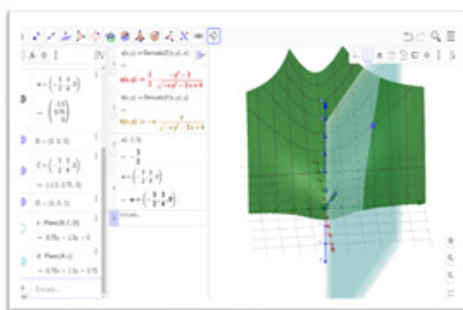


Figura 24 - Exemplo 5, passo 10

## 4 | CONCLUSÃO

Este trabalho pode ser utilizado como material de apoio para professores e alunos no processo educacional, pois além de servir de guia para a utilização do software Geogebra, apresenta algumas definições e conceitos básicos de funções vetoriais, mostrando o passo a passo de possíveis atividades a serem realizadas com o software em questão.

A proposta desse trabalho consiste em utilizar grande parte das ferramentas do Geogebra para construção de funções vetoriais e gráficos, ao fazer uma visão geral das ferramentas, considerou-se quais foram preciso para desenvolver atividades com o software.

Acreditou-se que com a utilização do Geogebra, o ensino das funções vetoriais se tornou mais atrativo, pois na medida em que o professor faz uso de tal ferramenta possibilita fazer demonstrações que com o uso do quadro seria mais difícil. O uso do software permite aos discentes realizarem construções, manipulação, visualização de diversas formas e ângulos, facilitando desta forma, a compreensão dos conceitos em relação aos elementos da aprendizagem envolvidos.

O Geogebra, desta maneira, nos mostrará a possibilidade de aprender a utilizar o software e ensinar matemática de forma dinâmica, para poder tornar a aula instigante e atrativa, na qual o aluno participa, interage com seus colegas, e através de suas construções vai formulando o seu próprio conhecimento. Tudo isso vem a contribuir para o aumento das habilidades e potencialidades dos educandos, que nada mais é, do que nosso objetivo como futuros docentes.

Este trabalho representa apenas um passo no processo contínuo de crescimento como pessoa, professor e educador. As tecnologias de informações não mudam necessariamente a relação pedagógica, elas não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções. Professores e alunos ficam mais próximos uns dos outros, o que pode contribuir para um maior dinamismo no processo ensino-aprendizagem. Esta situação só ocorrerá se o professor estiver atualizado, se conhecer as novas tecnologias, se as souber aplicar em contexto educativo.

Assim sendo, trabalhar com a inserção dos recursos tecnológicos no âmbito educacional, de forma geral, percebeu-se a importância na contribuição de uma boa aprendizagem, pois muitas são as contribuições que os mesmos podem proporcionar ao processo de ensino e aprendizagem, tornando-se possível ampliar as oportunidades de aprendizagem, além de contribuir na estruturação de um raciocínio diferenciado em termos de eficiência, rapidez e precisão.

## REFERÊNCIAS

BORBA, M. de C. e PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3ªed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003, p. 45.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura**. Brasília: CNE/CES, 2001.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

FERREIRA, Roberto Claudino. **Ensinando Matemática com o Geogebra**. 10. ed. Goiânia: Centro Científico Conhecer, 2010. Disponível em: <<http://www.conhecer.org.br/enciclop/2010b/ensinando.pdf>>. Acesso em: 16 de outubro de 2018.

FLEMMING, Dra. Diva Maria e GONÇALVES, Dra. Mirian Buss. **Cálculo B: funções de várias variáveis, integrais duplas e triplas**. São Paulo: MAKRON books, 1999.

GEOGEBRA. *GeoGebra*. 2017. Disponível em: <<https://www.geogebra.org>>. Acesso em: 28/06/2017.

GLADSCHEFF A. P.; ZUFFI, E.M.; SILVA, M. **Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental**. Anais do XXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Fortaleza, 2001.

GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo B: Funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais curvilíneas e de superfície**. 2 ed. São Paulo: Pearson Prentice hall, 2007.

HELLMEISTER, Ana Catarina P., BOUCHARA, Jacques C., CARRARA, Vera e SALVITTI, Reinaldo. et al. **Cálculo Integral Avançado**. 2ª ed. Ver., 1 reimpressão – São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2006.

HOHENWARTER, Markus. **Manual: Ajuda Geogebra**. 2009. Disponível em: <<https://app.geogebra.org/help/docuPT.pdf>>. Acesso em: 10/07/2017.

HOHENWATER, Markus. **Guia Rápida de Referência sobre GeoGebra**. Disponível em:<[http://www.essl.edu.pt/Dep/Mat/ano%2011/geometria/manual\\_geogebra.pdf](http://www.essl.edu.pt/Dep/Mat/ano%2011/geometria/manual_geogebra.pdf)>. Acesso em: 06/11/2017.

IMAFUKU, Roberto Seidi. **Funções vetoriais nos espaços bi e tridimensionais: uma intervenção com o software GeoGebra**. Disponível em: <[www.lematec.net.br/CDS/XVIIIIEBRAPEM/PDFs/GD4/imafuku4.pdf](http://www.lematec.net.br/CDS/XVIIIIEBRAPEM/PDFs/GD4/imafuku4.pdf)>. Acesso em: 22/12/2017.

MIRANDA, Daniele de. O computador na educação matemática – Brasil Escola. Disponível em: <<http://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/o-computador-na-educacao-matematica.htm>>. Acesso em: 17/10/2017.

O uso dos computadores na aprendizagem e no ensino da matemática. Disponível em: <[https://www.mat.uc.pt/~jaimecs/nonius/nonius11\\_2.html](https://www.mat.uc.pt/~jaimecs/nonius/nonius11_2.html)>. Acesso em: 22/11/2017.

SANTOS, Max Araújo dos. **NTICs: Uma Nova Aliada na Educação Matemática**. Disponível em: <[matematicafecea.blogspot.com/2012/08/artigo-novas-tecnologias-e-matematica.html](http://matematicafecea.blogspot.com/2012/08/artigo-novas-tecnologias-e-matematica.html)>. Acesso em: 11/01/2018.

SPIEGEL, Murray R. **Análise Vetorial: com Introdução a Análise Tensorial**. Coleção Schaum. 1. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1966.

VILCHES, Maurício A. e CORRÊA, Maria L. **Cálculo volume II**. IME-UERJ.

VILCHES, Maurício A. e CORRÊA, Maria L. **Cálculo volume III. Campos vetoriais**. Disponível em: <<https://docs.ufpr.br/~jcvb/online/UERJ-calculovolume3.pdf>>. Acesso em: 19/09/2018.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Abordagem Gamma-Gamma 162, 163, 166

Ácido Salicílico 173, 174, 175, 177, 179, 181, 183

Alquilação 173, 174, 177, 181

Artemia salina 173, 174, 176, 178, 182

Astrofísica 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46

### C

Capsicum spp 68, 69, 96, 97, 98

Caracterização Físico-Química 212, 227

Componentes Eletrônicos 22, 27, 28, 29, 34

Contaminação 49, 53, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 83, 84, 85, 88, 89, 90, 91, 92, 115, 143, 213, 217

### D

Dependência Espacial 99, 103, 106

Drenagem Urbana 150, 161

Dynamic Probing Light 107, 108, 110

### E

Efluente 49, 59, 66

Eletrodo de Grafite 125, 128, 129, 130, 131

Eletrólise 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 133

Energia Solar 196, 198, 199, 201, 207, 209, 276

Ensino de Matemática 235, 286

Equilíbrio Líquido-Líquido 162, 164, 165

### F

Físico-Química 125, 127, 133, 211, 212, 213, 227

Fitólitos 134, 135, 136, 137, 139, 140, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148

Funções Vetoriais 235, 236, 247, 249

### G

Geogebra 235, 236, 237, 241, 242, 243, 244, 247, 248, 249

Geografia 45, 134, 147, 184, 185, 186, 187, 192, 194

Geoprocessamento 115, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 199



GNV 15, 16, 18, 20, 21

Grupos Ecológicos 115, 116, 117, 121

## I

Impermeabilização 150, 153, 158, 159

Inclusão 20, 36, 40, 80, 250, 262

Induction Time 264

Investigação do Subsolo 107, 108, 111

## K

Krigagem 99, 100, 101, 104, 105

## L

Laser Superficial Refusão 1

Libras 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262

Luehea Divaricata 263, 264, 265, 267, 273

## M

Metais Pesados 49, 52, 67, 70, 71, 72, 81, 87, 127

Metrologia 15, 16, 17

Microdureza 1

Microestrutura 1

## N

Natural Antioxidants 264, 271, 273

## P

Produção Sustentável 68

Pterodon Emarginatus 263, 264, 265, 267, 272

## Q

Qualidade Microbiológica 211, 212, 213, 214, 224, 225, 226, 227

Queijo Artesanal 212

Química 21, 42, 48, 51, 66, 67, 70, 76, 88, 125, 126, 127, 128, 130, 132, 133, 162, 172, 173, 174, 182, 211, 212, 213, 227, 250, 251, 252, 253, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 272, 273, 275, 283, 284

Química Sintética 173, 174

## **R**

Radiografia de Alta Resolução 22, 28

Rayos-X 34

## **S**

Segurança Alimentar 68, 80, 82, 95, 212, 213

Semivariograma 99, 103, 104, 105

Sensoriamento Remoto 187, 195, 196, 197, 198

Sequência de Fibonacci 228, 229, 230, 231, 233, 234

Sinalário 250, 252, 253, 254, 255, 256, 259, 260

Sistemas de Informação Geográfica (SIG) 196, 197

SRTM 196, 197, 202, 203

Standard Penetration Test 107, 108, 109

## **T**

Tabela Periódica 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261

Tablillas Electrónicas 22

Técnicas de Extração 134

Tomografia Computarizada 22, 25, 26, 27, 31, 34

## **U**

Uniquac 162, 163, 166, 169, 170, 171

# Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias

## 3

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias

## 3

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 