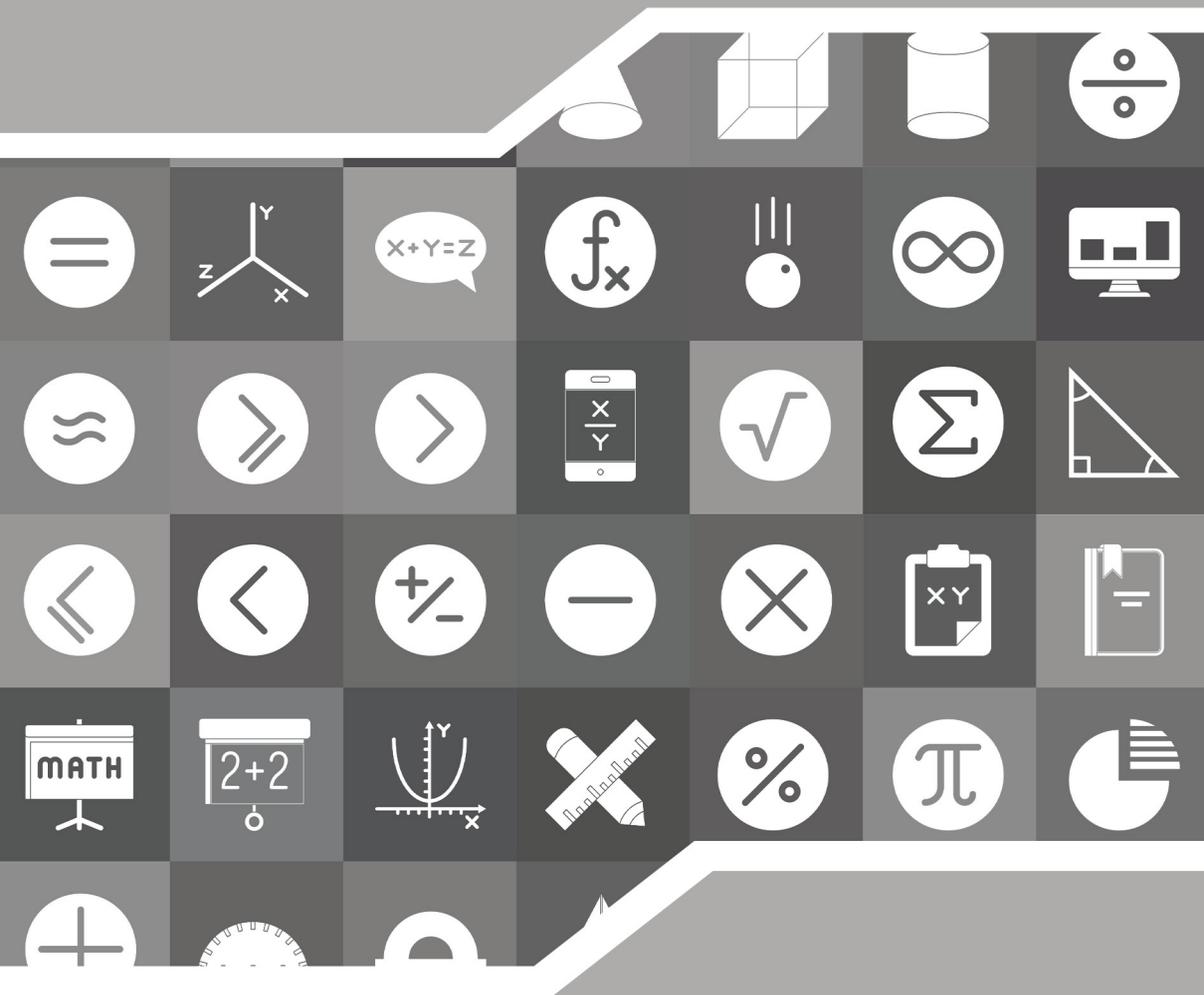


# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira  
(Organizadores)

# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira  
(Organizadores)

**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecário**

Maurício Amormino Júnior

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremo

Karine de Lima Wisniewski

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A Atena Editora não se responsabiliza por eventuais mudanças ocorridas nos endereços convencionais ou eletrônicos citados nesta obra.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

## **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves -Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

## **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Me. Adalto Moreira Braz – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa  
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina

Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Dr. Fabiano Lemos Pereira – Prefeitura Municipal de Macaé  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR  
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Ma. Lillian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal

Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

## Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 2

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
**Bibliotecário** Maurício Amormino Júnior  
**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizadores:** Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

P966 Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 2 [recurso eletrônico] / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-362-0

DOI 10.22533/at.ed.620200809

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas e soluções. I. Silva, Américo Junior Nunes da. II. Vieira, André Ricardo Lucas.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

O contexto social, histórico e cultural contemporâneo, fortemente marcado pela presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC, entendidas como aquelas que têm o computador e a internet como instrumentos principais, gera demandas sobre a escola e sobre o trabalho docente. Não se trata de afirmar que a presença das tecnologias na sociedade, por si só, justifica sua integração à educação, mas de considerar que os nascidos na era digital têm um perfil diferenciado e aprendem a partir do contexto em que vivem, inclusive fora da escola, no qual estão presentes as tecnologias.

É nesta sociedade altamente complexa em termos técnico-científicos, que a presença da Matemática, alicerçada em bases e contextos históricos, é uma chave que abre portas de uma compreensão peculiar e inerente à pessoa humana como ser único em sua individualidade e complexidade, e também sobre os mais diversos aspectos e emaranhados enigmáticos de convivência em sociedade. Convém salientar que a Matemática fornece as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras ciências. Faz-se necessário, portanto, compreender a importância de se refletir sobre as estratégias pedagógicas utilizadas no ensino desta ciência.

Ensinar Matemática não se limita em aplicação de fórmulas e regras, memorização, aulas expositivas, livros didáticos e exercícios no quadro ou atividades de fixação, mas necessita buscar superar o senso comum através do conhecimento científico e tecnológico. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem matemática priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático.

A prática pedagógica intrínseca ao trabalho do professor é complexa, e buscar o “novo” exige o enfrentamento de situações inusitadas. Como a formação inicial representa a instância formadora dos esquemas básicos, a partir dos quais são desenvolvidas outras formas de atuação docente, urge analisá-la a fundo para identificar as problemáticas que implicam diretamente no movimento de profissionalização do professor que ensina matemática.

É neste sentido, que o livro **“Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas”**, em seu *volume 2*, reúne trabalhos de pesquisa e experiências em diversos espaços, como a escola por exemplo, com o intuito de promover um amplo debate acerca das variadas áreas que o compõe.

Por fim, ao levar em consideração todos esses elementos, a importância desta obra, que aborda de forma interdisciplinar pesquisas, relatos de casos e/

ou revisões, refletem-se nas evidências que emergem de suas páginas através de diversos temas que suscitam não apenas bases teóricas, mas a vivência prática dessas pesquisas.

Nessa direção, portanto, desejamos a todos e a todas uma boa leitura!

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
JOGOS DIGITAIS COMO FERRAMENTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	
Valdinei Cezar Cardoso	
Ana Paula Santos Pereira	
Arina de Jesus Rozario	
Camila Muniz de Oliveira	
Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008091</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>15</b>
OS CONCEITOS MATEMÁTICOS NO COTIDIANO DA FEIRA LIVRE: UMA INVESTIGAÇÃO FEITA PELOS ALUNOS DA EJA	
Tacio Vitaliano da Silva	
Francisca Vandilma Costa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008092</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>23</b>
O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO ESTRATÉGIA DE REFORÇO DE APRENDIZAGEM EM CÁLCULO MENTAL	
Julio Cezar Romero	
Juliano Schimiguel	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008093</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>35</b>
UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE TRANSFORMADA DE FOURIER	
Marcel Lucas Picanço Nascimento	
Vinícius Lemos dos Santos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008094</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>50</b>
EL USO DE GEOGEBRA PARA VISUALIZAR FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA: UNA EXPERIENCIA CON FUTUROS PROFESORES	
Cesar Martínez Hernández	
Rodolfo Rangel Alcántar	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008095</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>62</b>
A MATEMÁTICA DAS PENSÕES EM PORTUGAL: HISTÓRIA RECENTE	
Onofre Alves Simões	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008096</b>	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>75</b>
O AUXÍLIO DA TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	
Jonathan Bregochi Delmondes	

Roseni Aparecida Pereira de Macedo

**DOI 10.22533/at.ed.6202008097**

**CAPÍTULO 8..... 87**

**OS TRILHOS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES**

Isabel Vale

Ana Barbosa

**DOI 10.22533/at.ed.6202008098**

**CAPÍTULO 9..... 99**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO CAMPO**

Daniel Freitas Martins

Mehran Sabeti

Nicolly Ramalho Silva

**DOI 10.22533/at.ed.6202008099**

**CAPÍTULO 10.....110**

**A DIVISÃO EM PARTES UTILIZADA NA PESCA ARTESANAL: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE EMBASADA NA MODELAGEM MATEMÁTICA SOCIOCÍTICA**

Deusarino Oliveira Almeida Júnior

Saul Rodrigo da Costa Barreto

Marcelo Baía da Silva

Fábio José da Costa Alves

**DOI 10.22533/at.ed.62020080910**

**CAPÍTULO 11 ..... 126**

**TEOREMA DE CARNOT: UMA VALIDAÇÃO COM GEOMETRIA DINÂMICA**

Giancarlo Secci de Souza Pereira

Cristiane Ruiz Gomes

Antônio Carlos Ferreira

Paulo Vilhena da Silva

**DOI 10.22533/at.ed.62020080911**

**CAPÍTULO 12..... 138**

**OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA ESTUDO DE PERÍMETRO, ÁREA E PROPORCIONALIDADE DE POLÍGONOS VIA HOMOTETIA**

Saul Rodrigo da Costa Barreto

Marcelo Baía da Silva

Fábio José da Costa Alves

Deusarino Oliveira Almeida Júnior

**DOI 10.22533/at.ed.62020080912**

**CAPÍTULO 13..... 152**

**UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DE BOÉCIO E DA OBRA *DE INSTITUTIONE ARITHMETICA* PARA A MATEMÁTICA**

Francisco Aureliano Vidal

Márcio Alisson Leandro Costa

**DOI 10.22533/at.ed.62020080913**

<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>161</b>
UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)	
Débora Gaspar Soares Márcio Rufino Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080914</b>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>173</b>
A REGRAS DE TRÊS E O ENSINO DE PROPORCIONALIDADE COM FUNDAMENTOS NA PROPOSIÇÃO CINCO DO <i>LIBER QUADRATORUM</i>	
Denivaldo Pantoja da Silva José dos Santos Guimarães Filho João Cláudio Brandemberg	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080915</b>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>187</b>
AS CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO DE UMA SALA DE AULA DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Thaís Cristina Barros Machado	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080916</b>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>200</b>
O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE EPISTÊMICA DAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES BRASILEIRAS	
Miriam Ferrazza Heck Carmen Teresa Kaiber	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080917</b>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>210</b>
HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: RESULTADOS DO USO DE UM DIAGRAMA METODOLÓGICO NA GRADUAÇÃO	
Jessie Heveny Saraiva Lima Miguel Chaquiam	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080918</b>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>224</b>
A MATEMÁTICA X UMA PRÁTICA INTERDISCIPLINAR	
Keith Gabriella Flenik Moraes Angelita Minetto Araújo Tiago Skroch de Almeida	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080919</b>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>240</b>
O USO DE JOGOS PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES AFINS E FUNÇÕES QUADRÁTICAS	
Ana Lorena Miranda Gomes	

Éllen Beatriz Araújo da Silva  
Francisco das Chagas Ferreira Carvalho  
Maria Iêda Rodrigues de Oliveira Silva  
Wanderson de Oliveira Lima

**DOI 10.22533/at.ed.62020080920**

**CAPÍTULO 21 ..... 245**

**ENSINO DE FATORAÇÃO: ALUNO APRENDENDO A FAZER MATEMÁTICA**

Daniellen Costa Protazio  
Cinara Damacena Cardoso  
Aline Lorinho Rodrigues  
Danielle de Jesus Pinheiro Cavalcante  
Ashiley Sarmiento da Silva  
Yara Julyana Rufino dos Santos Silva  
Camila Americo Neri  
Izabel Cristina Gemaque Pinheiro  
Odivânia Ferreira de Moraes  
Izaías Silva Rodrigues  
Priscila da Silva Santos  
Cristiane Matos Oliveira

**DOI 10.22533/at.ed.62020080921**

**SOBRE OS ORGANIZADORES ..... 252**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 253**

## EL USO DE GEOGEBRA PARA VISUALIZAR FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA: UNA EXPERIENCIA CON FUTUROS PROFESORES

*Data de aceite: 26/08/2020*

*Data de submissão: 15/07/2020*

**Cesar Martínez Hernández**

Facultad de Ciencias de la Educación,  
Universidad de Colima  
Colima, México  
<https://orcid.org/0000-0002-9958-8152>

**Rodolfo Rangel Alcántar**

Facultad de Pedagogía, Universidad de Colima  
Colima, México  
<https://orcid.org/0000-0002-4130-054X>

**RESUMEN:** En este trabajo se presenta una experiencia del uso de GeoGebra para visualizar funciones de variable compleja por parte de futuros profesores de matemáticas en México. En este sentido, el estudio se enmarca dentro del campo de formación de profesores, específicamente respecto al uso tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El uso de GeoGebra fue considerado ya que su potencial permite visualizar funciones en variable compleja mediante el método de mapeo o transformación, utilizando las dos vistas gráficas. La investigación, de corte cualitativo, se sustentó en los elementos teóricos de las representaciones semióticas y la aproximación instrumental. A partir del tipo de función propuesta a los participantes, se identifican que son capaces de entender y describir las funciones en variable compleja como transformaciones.

**PALABRAS - CLAVE:** GeoGebra, Funciones en

variable compleja, Formación de profesores.

### THE USE OF GEOGEBRA TO VISUALIZE FUNCTIONS OF A COMPLEX VARIABLE: AN EXPERIENCE WITH PRESERVICE MATHEMATICS TEACHERS

**ABSTRACT:** This report presents an experience of using GeoGebra to visualize complex functions by futures Mexican mathematics teachers. In this sense, the study is framed in the research area of mathematics teacher education, especially in the use of the new technologies for mathematics teaching and learning. GeoGebra software was considered due its potential to visualize complex functions trough the transformation method using the two windows for graphics. The study, qualitative in nature, is based on the semiotic representations and in the instrumental approach to tool use. Based on the given function to the participants, it is possible to identify that they can understand and describe the complex functions as a mapping or transformation.

**KEYWORDS:** GeoGebra, Complex functions, Teacher education.

## 1 | INTRODUCCIÓN

Uno de los intereses de la educación matemática gira en torno a la formación de profesores y el uso herramientas tecnológicas. En compilaciones como la de HUANG y ZBIEK (2017) se distingue que las investigaciones sobre uso de tecnología y la formación de profesores se pueden caracterizar en los siguientes tipos: investigaciones sobre tecnología y contenidos

matemáticos, sobre tecnología y aspectos pedagógicos, y sobre la práctica del futuro profesor en medios tecnológicos. El presente capítulo se ubica en el primer tipo. De esta manera, se reconoce que el uso de tecnología para el aprendizaje matemático de futuros profesores es una categoría específica de investigación (HUANG y ZBIEK, 2017).

El conocimiento matemático, su aprendizaje, es uno de los elementos en la formación y profesionalización de profesores necesarios para la enseñanza de las matemáticas. De acuerdo con BALL, THAMES y PHELPS (2008), el Conocimiento Común del Contenido Matemático es uno de los tipos de conocimiento que el profesor en formación debe desarrollar, este conocimiento refiere al conocimiento disciplinar de las matemáticas. En el nivel universitario, la enseñanza y aprendizaje de la matemáticas no está exento de dificultades. Por ejemplo, en los números complejos, de acuerdo con AZNAR, DISTEFANO, MOLER y PESA (2018) indican que en cursos de álgebra sobre variable compleja no se logran aprendizajes robustos en estudiantes de ingeniería debido al poco uso de diferentes registros semióticos, particularmente estos autores proponen una secuencia didáctica para favorecer la conversión de representaciones de curvas y regiones del plano complejo, y con ello mejorar el aprendizaje.

Por su parte, VILLARRAGA, SIGARRETA Y ROJAS (2017, p.31) indican que en la enseñanza y aprendizaje de los números complejos en licenciaturas de matemáticas se basa en un enfoque deductivo, donde se favorece la definición de los conceptos matemáticos como conocimientos ya acabados, lo que obstaculiza que los estudiantes construyan los conceptos subyacentes al de variable compleja. En este sentido, las investigadoras proponen un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje del concepto de función de variable compleja, de acuerdo con las autoras, su propuesta promueve el uso de software para visualizar puntos, rectas y subconjuntos, ya que permiten la visualización y asimilación de conceptos abstractos, particularmente debido a que el aprendizaje de propiedades geométricas de funciones en variable compleja conlleva dificultades en una enseñanza tradicional.

Como se observa, por un lado, los investigadores se han interesado en proponer soluciones relativas a mejorar la enseñanza y aprendizaje de números complejos y de funciones de variable compleja, por otro, parte de las ideas propuestas considera la incorporación de herramientas tecnológicas. Esto último resulta fundamental en los futuros profesores, no sólo para su aprendizaje matemático, sino para su futura práctica docente, ya que como lo mencionan VILLARRAGA et al. (2017, p. 38), la tecnología es importante en el nivel universitario, ya que ofrece herramientas para la práctica docente del futuro profesor. En este sentido, en la construcción y reconstrucción de conocimientos matemáticos, la tecnología debe jugar un papel importante en el profesorado ya que en su formación no solo se les debe indicar el

portencial del uso de tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas sino que los profesores mismos, durante su formación y capacitación continua, deben tener oportunidades de experimentar tal potencial (MARTINEZ-HERNANDEZ y ULLOA-AZPEITIA, 2017).

De esta manera, en el presente capítulo se reporta una experiencia del uso de GeoGebra en la formación de futuros profesores de matemáticas, en el contexto Mexicano, respecto al aprendizaje del concepto de función de variable compleja. En este sentido, el estudio llevado a cabo tiene como objetivo dar cuenta del potencial del uso de GeoGebra para favorecer el aprendizaje del concepto de función en variable compleja. La pregunta guía fue la siguiente: a partir del uso de GeoGebra y sus capacidades técnicas ¿de qué manera el uso de GeoGebra permite una aproximación al concepto de función como una transformación o mapeo?

Desde hace décadas se reconoce (e.g. LAGRANGE, 2005) que las tecnologías digitales tienen capacidades numéricas gráficas, simbólicas y de programación, que juegan no solo rol como ayuda pedagógica, sino como una ruta para nuevas aproximaciones en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por ello, la incorporación de herramientas tecnológicas en la educación matemática de futuros profesores resulta relevante, particularmente en cursos donde pueden tener oportunidad de explorar el potencial para su propio aprendizaje. Particularmente GeoGebra es pertinente para el análisis de funciones de variable compleja, ya que es un software que permite la exploración y análisis a partir de diferentes representación, además de su carácter dinámico.

## 2 | REFERENTES TEÓRICOS

Para dar cuenta sobre la experiencia del uso de GeoGebra como un medio para construir y acceder al concepto de función de variable compleja, el estudio se sustenta en dos referentes teóricos. El primero de ellos es la Aproximación Instrumental del uso de herramientas tecnológicas en su enfoque antropológico (ARTIGUE, 2002; LAGRANGE, 2003, 2005). En este enfoque, la construcción del conocimiento matemático se considera como parte de una Actividad humana, que se puede explicar a través de tres conceptos: Tarea, Técnica y Teoría. La Tarea se define como el problema a resolver; la Técnica se entiende como la forma o maneras de resolver la Tarea, y la Teoría refiere a la explicación o justificación que sustenta la Técnica. Tomando como base este enfoque teórico, se considera que una herramienta tecnológica como GeoGebra, permite formas adicionales de resolver una Tarea, es decir, permite acceder a Técnicas basadas en la herramienta tecnológica (i.e., propias de la herramienta). Esto es importante, ya que, a las Técnicas se les suele asignar sólo un valor pragmático, sin embargo, Artigue y sus colegas, muestran

que una Técnica tiene también un valor epistémico, particularmente durante la construcción de las Técnicas (LAGRANGE, 2005). Además, las Técnicas son objeto de reflexión conceptual cuando son comparadas con otras y cuando su consistencia es discutida (LAGRANGE, 2003).

Dado que GeoGebra permite el trabajo con distintas representaciones y en distintos registros, el segundo elemento teórico considerado es el de los Registros Semióticos de Representación (RSR) (DUVAL, 2006). Como es ampliamente reconocido, de acuerdo con DUVAL (1999), el pensamiento matemático requiere la activación en paralelo de dos o tres RSR, por lo que la coordinación de registros se entiende como una condición necesaria en el aprendizaje de las matemáticas. Si bien GeoGebra permite el trabajo en distintos registros, el presente reporte sólo aborda el trabajo de los estudiantes en los registros algebraico y gráfico, ya que interesa que los futuros profesores reflexionen sobre la función en variable compleja como una transformación o mapeo. El papel epistémico de GeoGebra se observará en cómo los estudiantes interpretan lo que visualizan en GeoGebra a partir de utilizar dos vistas gráficas y la vista algebraica, al momento de introducir números complejos particulares y calcular sus correspondientes imágenes, o bien una familia de complejos a partir de las capacidades técnicas de GeoGebra.

### 3 | MÉTODO

**Participantes y toma de datos.** La toma de datos se llevó a cabo con 14 profesores en formación de una universidad pública de México, quienes al momento de la toma de datos se encontraban cursando el 8º semestre, en un curso optativo de introducción a la variable compleja, curso en el que de manera sistemática se utilizó GeoGebra para representar números complejos en el plano complejo. La toma de datos se llevó a cabo mediante una entrevista grupal en línea, en la que primero se solicitó a cada participante resolver de manera individual la Tarea diseñada, seguido de una discusión grupal de sus respuestas. De los 14 participantes, 12 completaron la actividad y es sobre quienes se tiene evidencia de su trabajo, debido a restricciones de espacio, en este capítulo ejemplificamos el tipo de trabajo desarrollado por los futuros profesores a partir de tres casos (PF1, PF2 y PF3, en adelante). Las fuentes de información provienen de las hojas de trabajo de los estudiantes, los archivos GeoGebra generados y la videograbación de la entrevista.

**Diseño de Actividad.** De acuerdo con PONCE (2020, p. 101) existen varios métodos para visualizar funciones complejas: graficar por separado sus componentes reales e imaginarias, mapear o transformar una región, el método de superficies analíticas y el método de dominio coloreado. Con base en el libro de texto que los participantes tenían como base del curso (CHURCHILL y WARD,

1992) se diseñó una actividad que involucra el uso de GeoGebra para visualizar las funciones en variable compleja como un mapeo o transformación de una región del plano complejo. Ello es posible por las múltiples vistas gráficas de GeoGebra para representar los dos planos complejos, uno para el dominio y otro para el codominio de funciones de variable compleja (D'AZEVEDO BREDA y DOS SANTOS, 2017). Con base en estos antecedentes, se diseñó una actividad que consta de los siguientes apartados.

Apartado 1. Con el objetivo de que los alumnos recuperen la representación en GeoGebra de complejos en la forma  $z=x + iy$ , tanto en el vista algebraica como en la vista gráfica se propone que se introduzca en GeoGebra el complejo  $-2 + 3i$ .

Apartado 2. Se solicita visualizar en GeoGebra complejos  $z$  tales que su parte real sea 2 (en la Vista Gráfica), así como calcular imágenes de tales complejos a partir de la función  $f(z) = z^2$  y visualizarlos en la Vista Gráfica 2.

Apartado 3. Se solicita a los participantes utilizar algún comando o herramienta de GeoGebra para visualizar en la Vista Gráfica tantos complejos  $z$  como se quiera, de manera que su parte real sea siempre 2, y calcular sus imágenes  $w=f(z)$  a partir de la función dada. Los participantes, al tener experiencia con el uso de deslizadores de GeoGebra se espera que sean capaces de utilizar esta herramienta de deslizador para asociarle sus valores tanto a la parte real como imaginaria de un complejo, y así visualizarlos en la vista gráfica.

Apartado 4. En caso de que los participantes no utilicen la herramienta de deslizadores para visualizar una familia (región) de complejos, en este apartado se propone una secuencia de construcción a partir del uso de deslizadores y de las dos vistas gráficas de GeoGebra para visualizar subconjuntos del dominio y su correspondiente codominio. La secuencia de construcción es la siguiente:

- Trazar dos deslizadores  $a$  y  $b$  para representar las partes real e imaginaria de un complejo  $z$ .
- Introducir en la línea de entrada un complejo  $z$  a partir de los deslizadores, de manera que la parte real sea 2. Es decir  $z=a+bi$ , con  $a=2$ .
- Activar la vista gráfica 2 de GeoGebra para, para visualizar en ésta las imágenes  $w=f(z)$  a partir de calcularlos con base en la función planteada  $f(z) = z^2$ . Es decir, calcular  $w = z^2$ .
- Activar el rastro de los complejos  $z$  y  $w$  representados en la Vista Gráfica y Vista Gráfica 2, respectivamente.
- Apartado 5. Este corresponde a una pregunta de reflexión sobre la construcción propuesta. Específicamente la pregunta es: Explique cuál es el efecto, gráficamente hablando, de aplicar la función  $f(z)=z^2$ , al conjunto de complejos  $z$  cuya parte real siempre es igual a 2.

Apartado 6. En este se solicita a los estudiantes repetir el proceso de construcción, primero, cambiando el valor de la parte real, pero manteniéndolo fijo. Segundo mantener ahora fijo el valor de la parte imaginaria y hacer variar (mediante el deslizador) la parte real.

Apartado 7. Se les solicita a los participantes describir, a partir de la construcción realizada en GeoGebra, el significado de una función de variable compleja.

## 4 | RESULTADOS

El Apartado 1 tuvo como objetivo que los alumnos recuperaran la forma de introducir complejos de la forma  $x + yi$ , y observar que de manera automática GeoGebra traza un punto en el plano de coordenadas  $(x,y)$ . La Figura 1 muestra una recreación de lo solicitado en el Apartado 1 de la Actividad diseñada. Como se observa en la Figura 1, en la Vista Algebraica, GeoGebra reconoce la expresión como un número complejo, y en la Vista Gráfica se traza el punto que correspondiente.

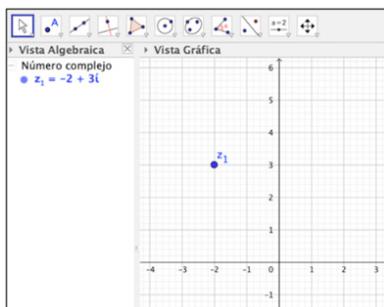


Figura 1. Construcción solicitada en el Apartado 1 de la Actividad.

Con base en esta primera construcción, en el Apartado 2 se solicitó graficar una serie de complejos tal que su parte real siempre fuera igual 2, así como sus imágenes correspondientes en la Vista Gráfica 2 a partir de la función  $f(z)=z^2$ . Esta idea se ejemplifica en la Figura 2.

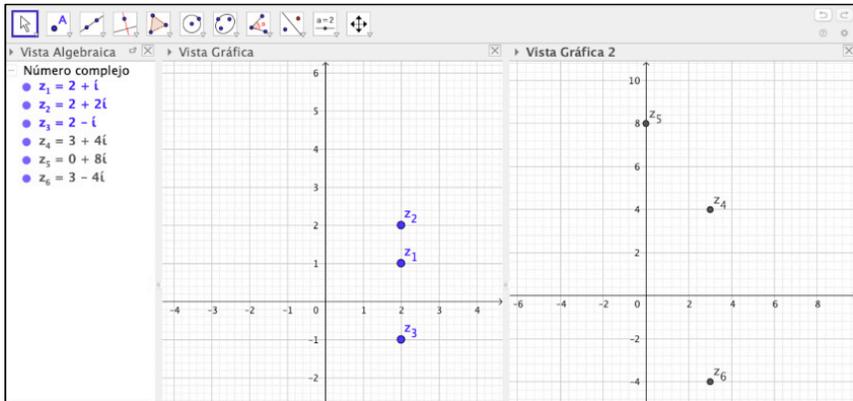


Figura 2. Construcción solicitada en el apartado 2 de la Actividad.

La Figura precedente muestra tres números complejos  $z_1 = 2 + i$ ,  $z_2 = 2 + 2i$  y  $z_3 = 2 - i$  en la Vista Algebraica y en la Vista Gráfica. A partir de la función  $f(z) = z^2$  en la Vista Algebraica y en la Vista Gráfica 2 se muestran sus imágenes  $z_4 = 3 + 4i$ ,  $z_5 = 0 + 8i$  y  $z_6 = 3 - 4i$ , respectivamente. Este es el tipo de construcción que indica D'AZEVEDO BREDA y DOS SANTOS (2017) se puede realizar en GeoGebra para el dominio y co-dominio de una función utilizando las dos vistas gráficas bidimensionales de GeoGebra. Con base en esta idea de construcción se esperaba que los participantes fueran capaces de utilizar deslizadores, por su familiaridad con esta herramienta, para visualizar un conjunto de complejos en la Vista Gráfica, como se muestra en la Figura 3.

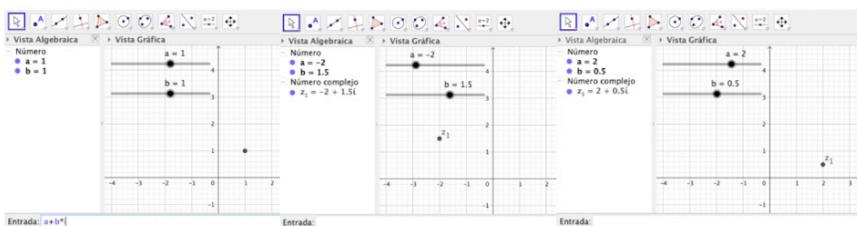


Figura 3. Uso de deslizadores para introducir números complejos.

La Figura 3 muestra el uso de dos deslizadores  $a$  y  $b$ , para escribir un número complejo en la forma  $z = a + bi$ , para valores distintos de los deslizadores se muestran tres casos, en los que de manera automática GeoGebra actualiza el número complejo, al estar asociado el valor de los deslizadores  $a$  y  $b$  con la parte real y parte imaginaria de  $z$ , respectivamente. Sin embargo, ninguno de los participantes

propuso esta forma de trazar los complejos en GeoGebra, sólo fueron capaces, en primera instancia, de intruducir complejos de manera directa, tal como se solicitó en el Apartado 1 de la Actividad. Por este motivo, durante la entrevista se procedió a discutir el trabajo realizado por ellos en el Apartado 4.

A pesar de que los estudiantes no propusieron por sí mismos el tipo de construcción planteada en la Figura 3, no tuvieron ninguna dificultad en entender y seguir la construcción propuesta en el Apartado 4. Las siguiente Figuras muestra las construcciones finales de PF1. En Figura 4 se muestra la región correspondiente a los complejos  $z$  (rojo) construidos a partir de dos deslizadores tal que  $Re(z)=2$  (Vista Gráfica), en la Vista Gráfica 2 se observa la región del codominio correspondiente (verde), a partir de  $f(z) = z^2$ .

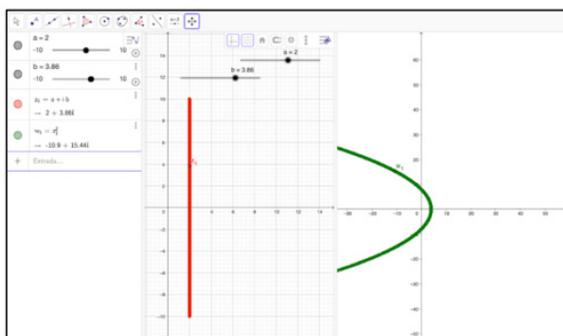


Figura 4. Complejos  $z$  tal que  $Re(z)=2$  y sus correspondiente codominio por PF1

Como se puede observar, con el uso de deslizadores para trazar complejos  $z$  en la Vista Gráfica y a través de activar el rastro, se genera una región de recta vertical que corresponde a  $x = 2$ ; de manera automática al generar la imagen  $w=f(z)$  en la Vista Gráfica 2 y activar su rastro se genera una curva. Es decir, mediante esta construcción se puede entender una función en variable compleja como un mapeo o transformación, de la región (en rojo) en el plano de la Vista Gráfica, a la región (en verde) en el plano de la Vista Gráfica 2. La Figura 5, muestra la construcción de la misma participante PF1, en este caso corresponde a una construcción de la región de los complejos tales que  $Im(z)=2$ , para la misma función  $f(z)=z^2$ .

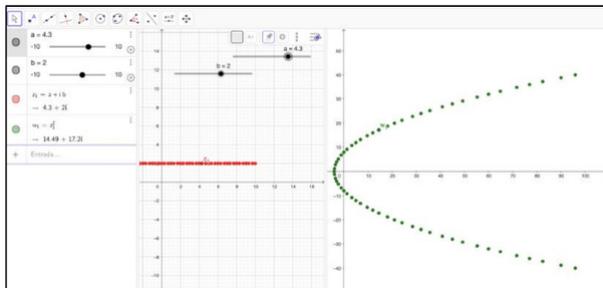


Figura 5. Complejos  $z$  tal que  $Im(z)=2$  y sus correspondiente codominio por PF1.

Las construcciones mostradas en las Figuras 4 y 5, corresponden a lo solicitado a los participantes en los Apartados 4 y 6, respectivamente. Como se mencionó, ningún participante presentó dificultades en realizar la construcción. A partir de estas construcciones, en el Apartado 5, primero, se les solicitó responder a una pregunta de reflexión sobre la construcción planteada y sobre el efecto de aplicar una función a un conjunto de números complejos de una región particular. Por el tipo de respuestas dadas por los futuros profesores, es posible mencionar que logran vincular ambas regiones, roja y verde, por ejemplo de la Figura 4. La siguiente Figura 6 muestra la respuesta de PF1 a la pregunta planteada en el Apartado 5.

Explique cuál es el efecto (gráficamente hablando) de aplicar la función  $f(z) = z^2$ , al conjunto de los complejos  $z$  cuya parte real es siempre igual a 2.  
 Generan una parábola que abre hacia la izquierda.

Figura 6. Respuesta de PF1 a la pregunta de reflexión del Apartado 5.

Como se observa en la Figura 6, por la respuesta de PF1 es posible indicar que GeoGebra le permite visualizar una región en la Vista Gráfica 2 (ver Figura 4), asociada a la región de la Vista Gráfica. A partir de esta idea inicial en que logran vincular ambas regiones, en el apartado 7 les fue solicitada una explicación de lo que significa una función en variable compleja. Las Figuras 7 y 8, muestran ejemplos de respuesta de este último.

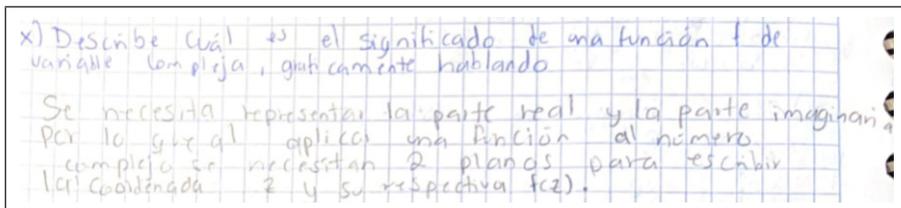


Figura 7. Explicación de PF2 sobre el significado de una función.

Con sus propias palabras, describa cuál es el significado de una función  $f$  de variable compleja, gráficamente hablando. La función de variable compleja es una regla de correspondencia que asigna a cada no. complejo del dominio otro no. complejo en la imagen. Gráficamente esto se puede observar en el momento que se transforma la curva perteneciente al plano  $z$  a una curva que pertenece al plano  $w$  o a los puntos de las imágenes de la función.

Figura 8. Explicación de PF3 sobre el significado de una función.

Como puede observarse en la explicación de PF2 (Figura 7), indica la necesidad de utilizar dos planos complejos, uno para el conjunto de los  $z$  y otro para las imágenes  $f(z)$ . En este sentido, hay indicios de una interpretación como un mapeo o una transformación por parte de PF2. En el caso de PF3 (Figura 8) explícitamente indica que “se transforma la curva perteneciente al plano  $z$  a una curva que pertenece al plano  $w$  o a los puntos de las imágenes de la función”. Es decir, además de indicar que se trata de una regla de correspondencia, como las funciones de variable real, esta regla de correspondencia la interpreta como una transformación de un plano complejo  $z$  a otro plano complejo  $w$ .

## 5 | CONCLUSIONES

En este trabajo se ha reportado cómo cuando se utiliza una herramienta como GeoGebra, y promover el uso de al menos dos representaciones, la algebraica y la gráfica para la visualización de funciones complejas, los participantes lograron coordinar la representación algebraica (Vista Algebraica) con la representación gráfica (Vista Gráfica y Vista Gráfica 2). Sin embargo, no es sólo el hecho del uso de dos representaciones, una parte importante es el carácter dinámico del uso de deslizadores. En términos de la Aproximación instrumental, esta técnica de GeoGebra permite visualizar de forma dinámica cómo la región del plano  $z$  (Vista gráfica) se corresponde con otra región del plano complejo  $w$  (Vista Gráfica 2). En este sentido, el papel epistémico de la Técnica GeoGebra se observa ya que el carácter dinámico de la construcción generó en los participantes una noción de la función compleja como una transformación.

Finalmente se pone de manifiesto cómo el uso de herramientas como GeoGebra son importantes en el desarrollo del conocimiento matemático para los futuros profesores, ya que este tipo de construcciones pueden ayudarles a comprender el potencial didáctico de las herramientas tecnológicas para su futura práctica.

## REFERENCIAS

ARTIGUE, M. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, 7, 245-274. 2002.

AZNAR, M-A., DISTÉFANO, M-L., MOLER, E. y PESA, M. Una secuencia didáctica para favorecer la conversión de representaciones semióticas de curvas y regiones en el plano complejo. **UNICIENCIA**, 32(1), 46-67. 2018. Recuperado el 15 de junio de <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/download/10171/12454/>

BALL, D., THAMES, M. y PHELPS, G. Content knowledge for teaching. What makes it special. **Journal of teacher education**, 59(5), 389-407. 2008.

CHURCHILL, R y WARD, J. **Variable compleja y aplicaciones**. España: McGraw-Hill. 1992

Duval, R. **Los Problemas Fundamentales en el Aprendizaje de las Matemáticas y las Formas Superiores en el Desarrollo Cognitivo** (M. Vega, Trad.). Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. 2006.

Duval, R. Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. En F. Hitt y M. Santos (Eds.), **Proceedings of the 21st North American PME Conference** (pp. 3-26). Cuernavaca, Morelos, Mexico: PME-NA. 1999.

HUANG, R. y ZBIEK, R. M. Prospective Secondary Mathematics Teacher Education Preparation and Technology. En M. E. Strutchens, R. Huang, L. Losano, Potari D. et al. (Eds.), **The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World**. ICME-13 Topical Surveys (pp. 17-24). Suiza: Springer. 2017.

LAGRANGE, J-B.. Using symbolic calculators to study mathematics. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), **The didactical challenge of symbolic calculators** (pp. 113- 135). New York: Springer. 2005.

LAGRANGE, J-B. Learning techniques and concepts using CAS: A practical and theoretical reflection. En J.T. Fey (Ed.), **Computer Algebra Systems in secondary school mathematics education** (pp. 269–283). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 2003.

MARTINEZ-HERNANDEZ, C. y ULLOA-AZPEITIA, R. Dynamic Geometry Software and tracing tangents in the context of the mean value theorem: technique and theory production. **International Journal for Technology in Mathematics Education**, 24(2), 75-82. 2017.

PONCE, J. C. Una introducción al método del dominio coloreado con GeoGebra para la visualización y estudio de funciones complejas. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, 9(1), 101-119. 2020. Recuperado el 15 de junio de 2020 de <https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/46753/31818>

VILLARRAGA, B. SIGARRETA, J. y ROJAS, O. Modelo didáctico para la formación del concepto de función de variable compleja mediante la resolución de problemas. *Acta Simposio de Matemáticas y Educación Matemática*, 4(2), 31-40. 2017. Recuperado el 10 de junio de 2020 de <http://funes.uniandes.edu.co/14176/1/Villarraga2017Modelo.pdf>

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Área 2, 17, 26, 80, 85, 131, 132, 133, 138, 139, 140, 144, 145, 146, 149, 150, 164, 169, 188, 193, 195, 196, 197, 201, 204, 207, 210, 223, 228, 230, 232, 233, 234, 236, 243, 249, 252

Atividade matemática 26, 202, 204, 246

### B

Boécio 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159

### C

Cálculo mental 19, 20, 23, 25, 27

Computação 23, 24, 25, 26, 33, 34, 84, 157

Contextos não formais 87, 88

Cotidiano 15, 16, 17, 18, 20, 21, 76, 79, 83, 111, 161, 162, 163, 165, 166, 190, 206, 224, 230, 241, 245, 250

Criatividade 84, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 97, 190

Currículo de matemática 200

### D

De Institutione Arithmetica 152, 153, 154, 156, 157, 158, 159, 160

Dinâmica populacional 99, 101, 104, 105, 107, 109

Diretrizes curriculares 200

### E

Educação matemática 14, 21, 22, 33, 110, 111, 112, 118, 123, 124, 125, 126, 139, 159, 173, 186, 187, 198, 199, 212, 223, 239, 247, 250, 252

EJA 15, 16, 17, 18, 19, 21

Ensino da matemática 75, 76, 85, 86, 90, 127, 129, 185, 187, 188, 196, 241

Ensino fundamental 2, 14, 15, 17, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 32, 75, 76, 78, 79, 86, 112, 124, 129, 138, 139, 143, 151, 187, 188, 193, 197, 200, 201, 202, 203, 204, 206, 208, 209, 238, 250

Ensino médio 19, 110, 112, 113, 129, 130, 136, 223, 224, 225, 226, 227, 236, 237, 238, 240, 241, 244

Espaço de Schwartz 35, 41

### F

Fatoração 245, 246

Feira 15, 16, 17, 18, 19

Filosofia 152, 153, 154, 157, 159, 160, 252

Formação de professores 34, 87, 88, 89, 90, 161, 164, 165, 173, 211, 212, 224, 233, 234, 250, 252

Formulação de problemas 87, 88, 89, 90, 91, 94, 97, 191

Frações 1, 3, 9, 10, 11, 12, 13

Função afim 240

Função quadrática 240

Funciones en variable compleja 50, 51, 54

## **G**

GeoGebra 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 137, 138, 139, 140, 141, 143, 144, 148, 151

Geometria 2, 6, 94, 96, 126, 128, 129, 130, 131, 135, 136, 139, 155, 156, 159, 185, 200, 201, 203, 206, 208, 209, 234, 237

## **H**

História da matemática 126, 127, 130, 136, 137, 152, 154, 156, 158, 159, 160, 173, 174, 180, 184, 186, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223

História no ensino de matemática 210

Homotetia 138, 139, 140, 141, 142, 150, 151

## **I**

Interdisciplinaridade 219, 224, 227, 230, 239

## **J**

Jogo digital 1, 3, 9, 13, 14

Jogos matemáticos 240, 244

## **L**

Liber Quadratorum 173, 174, 175, 181, 183, 184, 185, 186

Linguagem algébrica 1, 3, 184

Ludicidade 244, 246, 252

## **M**

Matemática 1, 2, 4, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 33, 39, 48, 50, 52, 61, 62, 65, 72, 73, 75, 76, 77, 78, 80, 81, 82, 83, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 117, 118, 123, 124, 125, 126, 127, 129, 130, 135, 136, 137, 138, 139, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 167, 168, 169, 170, 171, 173, 174,

180, 181, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 227, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252

Matemática atuarial 62, 72

Modelagem matemática 99, 100, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 117, 118, 123, 124, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 198, 199, 232, 233, 234, 238

Modelagem matemática crítica 110, 112, 113, 123

## **P**

Pensamento computacional 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34

Pensões 62, 63, 65, 67, 69, 70, 71, 72, 73, 74

Perímetro 131, 132, 138, 139, 140, 144, 145, 146, 148, 149, 150, 234

Pesca artesanal 110, 111, 112, 114, 117, 119, 120, 121, 122, 123

PIBID 240, 241, 245, 246, 252

Portugal 62, 63, 64, 65, 73, 74, 87

Praxeologia 173, 174, 181, 184, 186

Proporção 20, 105, 110, 112, 122, 123, 177, 182, 183, 233, 234, 237

Proporcionalidade 112, 138, 139, 140, 149, 150, 173, 174, 176, 177, 178, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 207

## **R**

Realidade 21, 65, 66, 67, 78, 89, 92, 110, 111, 112, 113, 117, 124, 163, 187, 188, 189, 190, 192, 193, 198, 206, 212, 226, 230, 232, 238, 246

Recorrência linear 99, 102

Regra de Três 19, 173, 174, 175, 181, 183, 184, 185, 186

Resolução de problemas 23, 24, 26, 34, 37, 87, 89, 90, 91, 92, 112, 113, 129, 183, 191, 204, 207, 225, 237, 242, 244

## **S**

Scratch 1, 2, 3, 4, 34

Segurança social 62, 63, 65, 72, 73, 74

Softwares de ensino 75, 77

## **T**

Tecnologias 2, 3, 13, 26, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 83, 84, 85, 86, 127, 129, 136, 138, 139, 150, 161, 166, 201, 203, 252

Teorema de Carnot 126, 129, 130, 132

Territórios virtuais 161, 162, 163

Tilápia-do-nilo 99, 104, 107, 108, 109

Transformada de Fourier 35

Trilhos matemáticos 87, 88, 89, 91, 92, 94, 97

# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

@atenaeditora 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

@atenaeditora 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 