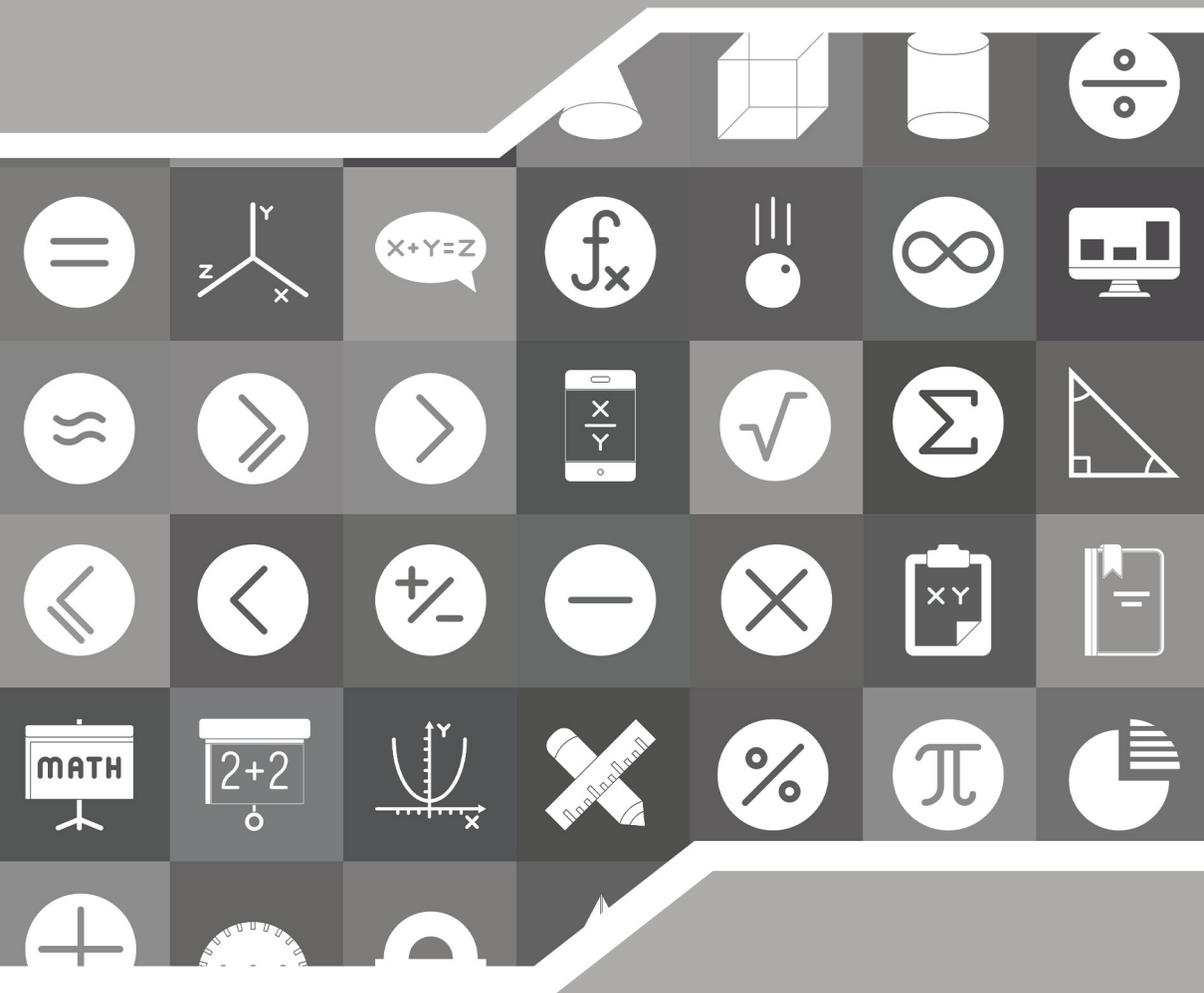


# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira  
(Organizadores)

# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira  
(Organizadores)

**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecário**

Maurício Amormino Júnior

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremona

Karine de Lima Wisniewski

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A Atena Editora não se responsabiliza por eventuais mudanças ocorridas nos endereços convencionais ou eletrônicos citados nesta obra.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

## **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves -Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

## **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof<sup>ª</sup> Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Me. Adalto Moreira Braz – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa  
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina

Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Dr. Fabiano Lemos Pereira – Prefeitura Municipal de Macaé  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza  
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR  
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Ma. Lillian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal

Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

## Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 2

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
**Bibliotecário:** Maurício Amormino Júnior  
**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizadores:** Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

P966 Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 2 [recurso eletrônico] / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-362-0

DOI 10.22533/at.ed.620200809

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas e soluções. I. Silva, Américo Junior Nunes da. II. Vieira, André Ricardo Lucas.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

O contexto social, histórico e cultural contemporâneo, fortemente marcado pela presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC, entendidas como aquelas que têm o computador e a internet como instrumentos principais, gera demandas sobre a escola e sobre o trabalho docente. Não se trata de afirmar que a presença das tecnologias na sociedade, por si só, justifica sua integração à educação, mas de considerar que os nascidos na era digital têm um perfil diferenciado e aprendem a partir do contexto em que vivem, inclusive fora da escola, no qual estão presentes as tecnologias.

É nesta sociedade altamente complexa em termos técnico-científicos, que a presença da Matemática, alicerçada em bases e contextos históricos, é uma chave que abre portas de uma compreensão peculiar e inerente à pessoa humana como ser único em sua individualidade e complexidade, e também sobre os mais diversos aspectos e emaranhados enigmáticos de convivência em sociedade. Convém salientar que a Matemática fornece as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras ciências. Faz-se necessário, portanto, compreender a importância de se refletir sobre as estratégias pedagógicas utilizadas no ensino desta ciência.

Ensinar Matemática não se limita em aplicação de fórmulas e regras, memorização, aulas expositivas, livros didáticos e exercícios no quadro ou atividades de fixação, mas necessita buscar superar o senso comum através do conhecimento científico e tecnológico. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem matemática priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático.

A prática pedagógica intrínseca ao trabalho do professor é complexa, e buscar o “novo” exige o enfrentamento de situações inusitadas. Como a formação inicial representa a instância formadora dos esquemas básicos, a partir dos quais são desenvolvidas outras formas de atuação docente, urge analisá-la a fundo para identificar as problemáticas que implicam diretamente no movimento de profissionalização do professor que ensina matemática.

É neste sentido, que o livro **“Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas”**, em seu *volume 2*, reúne trabalhos de pesquisa e experiências em diversos espaços, como a escola por exemplo, com o intuito de promover um amplo debate acerca das variadas áreas que o compõe.

Por fim, ao levar em consideração todos esses elementos, a importância desta obra, que aborda de forma interdisciplinar pesquisas, relatos de casos e/

ou revisões, refletem-se nas evidências que emergem de suas páginas através de diversos temas que suscitam não apenas bases teóricas, mas a vivência prática dessas pesquisas.

Nessa direção, portanto, desejamos a todos e a todas uma boa leitura!

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
JOGOS DIGITAIS COMO FERRAMENTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	
Valdinei Cezar Cardoso	
Ana Paula Santos Pereira	
Arina de Jesus Rozario	
Camila Muniz de Oliveira	
Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008091</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>15</b>
OS CONCEITOS MATEMÁTICOS NO COTIDIANO DA FEIRA LIVRE: UMA INVESTIGAÇÃO FEITA PELOS ALUNOS DA EJA	
Tacio Vitaliano da Silva	
Francisca Vandilma Costa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008092</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>23</b>
O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO ESTRATÉGIA DE REFORÇO DE APRENDIZAGEM EM CÁLCULO MENTAL	
Julio Cezar Romero	
Juliano Schimiguel	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008093</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>35</b>
UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE TRANSFORMADA DE FOURIER	
Marcel Lucas Picanço Nascimento	
Vinícius Lemos dos Santos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008094</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>50</b>
EL USO DE GEOGEBRA PARA VISUALIZAR FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA: UNA EXPERIENCIA CON FUTUROS PROFESORES	
Cesar Martínez Hernández	
Rodolfo Rangel Alcántar	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008095</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>62</b>
A MATEMÁTICA DAS PENSÕES EM PORTUGAL: HISTÓRIA RECENTE	
Onofre Alves Simões	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6202008096</b>	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>75</b>
O AUXÍLIO DA TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	
Jonathan Bregochi Delmondes	

Roseni Aparecida Pereira de Macedo

**DOI 10.22533/at.ed.6202008097**

**CAPÍTULO 8..... 87**

**OS TRILHOS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES**

Isabel Vale

Ana Barbosa

**DOI 10.22533/at.ed.6202008098**

**CAPÍTULO 9..... 99**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO CAMPO**

Daniel Freitas Martins

Mehran Sabeti

Nicolly Ramalho Silva

**DOI 10.22533/at.ed.6202008099**

**CAPÍTULO 10.....110**

**A DIVISÃO EM PARTES UTILIZADA NA PESCA ARTESANAL: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE EMBASADA NA MODELAGEM MATEMÁTICA SOCIOCÍTICA**

Deusarino Oliveira Almeida Júnior

Saul Rodrigo da Costa Barreto

Marcelo Baía da Silva

Fábio José da Costa Alves

**DOI 10.22533/at.ed.62020080910**

**CAPÍTULO 11 ..... 126**

**TEOREMA DE CARNOT: UMA VALIDAÇÃO COM GEOMETRIA DINÂMICA**

Giancarlo Secci de Souza Pereira

Cristiane Ruiz Gomes

Antônio Carlos Ferreira

Paulo Vilhena da Silva

**DOI 10.22533/at.ed.62020080911**

**CAPÍTULO 12..... 138**

**OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA ESTUDO DE PERÍMETRO, ÁREA E PROPORCIONALIDADE DE POLÍGONOS VIA HOMOTETIA**

Saul Rodrigo da Costa Barreto

Marcelo Baía da Silva

Fábio José da Costa Alves

Deusarino Oliveira Almeida Júnior

**DOI 10.22533/at.ed.62020080912**

**CAPÍTULO 13..... 152**

**UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DE BOÉCIO E DA OBRA *DE INSTITUTIONE ARITHMETICA* PARA A MATEMÁTICA**

Francisco Aureliano Vidal

Márcio Alisson Leandro Costa

**DOI 10.22533/at.ed.62020080913**

<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>161</b>
UMA VISÃO HELLERIANA DA INSERÇÃO SOCIAL NA EAD: ANÁLISE DO COTIDIANO E DA COTIDIANIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)	
Débora Gaspar Soares	
Márcio Rufino Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080914</b>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>173</b>
A REGRAS DE TRÊS E O ENSINO DE PROPORCIONALIDADE COM FUNDAMENTOS NA PROPOSIÇÃO CINCO DO <i>LIBER QUADRATORUM</i>	
Denivaldo Pantoja da Silva	
José dos Santos Guimarães Filho	
João Cláudio Brandemberg	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080915</b>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>187</b>
AS CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO DE UMA SALA DE AULA DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Thaís Cristina Barros Machado	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080916</b>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>200</b>
O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE EPISTÊMICA DAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES BRASILEIRAS	
Miriam Ferrazza Heck	
Carmen Teresa Kaiber	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080917</b>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>210</b>
HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: RESULTADOS DO USO DE UM DIAGRAMA METODOLÓGICO NA GRADUAÇÃO	
Jessie Heveny Saraiva Lima	
Miguel Chaquiam	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080918</b>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>224</b>
A MATEMÁTICA X UMA PRÁTICA INTERDISCIPLINAR	
Keith Gabriella Flenik Moraes	
Angelita Minetto Araújo	
Tiago Skroch de Almeida	
<b>DOI 10.22533/at.ed.62020080919</b>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>240</b>
O USO DE JOGOS PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES AFINS E FUNÇÕES QUADRÁTICAS	
Ana Lorena Miranda Gomes	

Éllen Beatriz Araújo da Silva  
Francisco das Chagas Ferreira Carvalho  
Maria Iêda Rodrigues de Oliveira Silva  
Wanderson de Oliveira Lima

**DOI 10.22533/at.ed.62020080920**

**CAPÍTULO 21 ..... 245**

**ENSINO DE FATORAÇÃO: ALUNO APRENDENDO A FAZER MATEMÁTICA**

Daniellen Costa Protazio  
Cinara Damacena Cardoso  
Aline Lorinho Rodrigues  
Danielle de Jesus Pinheiro Cavalcante  
Ashiley Sarmiento da Silva  
Yara Julyana Rufino dos Santos Silva  
Camila Americo Neri  
Izabel Cristina Gemaque Pinheiro  
Odivânia Ferreira de Moraes  
Izaías Silva Rodrigues  
Priscila da Silva Santos  
Cristiane Matos Oliveira

**DOI 10.22533/at.ed.62020080921**

**SOBRE OS ORGANIZADORES ..... 252**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 253**

# CAPÍTULO 15

## A REGRA DE TRÊS E O ENSINO DE PROPORCIONALIDADE COM FUNDAMENTOS NA PROPOSIÇÃO CINCO DO *LIBER QUADRATORUM*

Data de aceite: 26/08/2020

**Denivaldo Pantoja da Silva**

Universidade Federal do Pará  
Belém/PA

<http://lattes.cnpq.br/0767953869085054>

**José dos Santos Guimarães Filho**

Universidade Federal do Pará  
Belém/PA

<http://lattes.cnpq.br/3097821995908518>

**João Cláudio Brandemberg**

Universidade Federal do Pará  
Belém/PA

<http://lattes.cnpq.br/3873561463033176>

**RESUMO:** Neste trabalho, pretendemos apresentar alguns ajustes que julgamos ampliar a discussão, mantendo a originalidade das ideias, realizada em artigo publicado cujo propósito foi buscar na proposição 5 do *Liber Quadratorum* fundamentos que permitam apresentar a Regra de Três como dispositivo didático eficaz, uma ferramenta de modelização matemática para auxiliar o estudo da noção de proporcionalidade geométrica. Para isso, buscamos na História da Matemática uma abordagem metodológica aliada à noção de praxeologia. Os resultados mostram a Regra de Três como um dispositivo didático para iniciação ao estudo da proporcionalidade geométrica por meio da modelização matemática possível na educação básica e, conseqüentemente, um dispositivo eficaz de formação de professores e com potenciais didáticos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Liber Quadratorum, Praxeologia, Modelização Matemática, Proporcionalidade, Regra de Três.

### THE RULE OF THREE AND THE TEACHING OF PROPORTIONALITY BASED ON THE FIVE PROPOSITION OF THE LIBER QUADRATORUM

**ABSTRACT:** In this work, we intend to present some adjustments that we believe to expand the discussion, maintaining the originality of the ideas, carried out in a published article whose purpose was to seek in the proposition 5 of the *Liber Quadratorum* the fundamentals that allow presenting the Rule of Three as an effective didactic device, a modeling tool mathematics to assist the study of the notion of geometric proportionality. For this, we seek in the History of Mathematics a methodological approach combined with the notion of praxeology. The results show the Rule of Three as a didactic device to initiate the study of geometric proportionality through possible mathematical modeling in basic education and, consequently, an effective device for teacher training and with didactic potentials.

**KEYWORDS:** Liber Quadratorum, Praxeology, Mathematical Modeling, Proportionality, Rule of Three.

## 1 | INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem sido objeto de pesquisas em Didática das Matemáticas e da Educação Matemática buscando compreender determinadas problemáticas de sala de aula, por

vezes, centradas nas aprendizagens, condições de desenvolvimento e organizações praxeológicas de objetos de ensino tradicionais nos currículos escolares tais como proporcionalidade, Regra de Três entre outros (SILVA, 2011, 2017).

Em geral, as pesquisas que se ocupam do ensino da Matemática encaminham o uso de estratégias inovadoras capazes de estabelecer relações entre o que se considera aula “teórica” e as práticas de uso ordinário que acontecem na vida das pessoas. Tais relações têm como elemento facilitador relacionado principalmente ao uso de materiais concretos que parece encontrar abrigo no ambiente das aprendizagens prazerosas assim consideradas por alunos e professores.

No entanto, na aprendizagem da Matemática sabemos que o saber em jogo pode organizar o ensino e aprendizagem e os objetos concretos e qualquer dispositivo destinado ao ensino, a nosso ver, desempenham papel construtivo somente quando participam efetivamente do processo de construção do conhecimento matemático, vai além da motivação, da cooperação e do desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Nesse sentido, vimos na História da Matemática potencialidades didáticas com respeito à transmissão e difusão das ideias matemáticas promovendo ao professor oportunidade de desenvolver uma prática de ensino alternativa e diferenciada para seu trabalho em sala de aula de forma contextualizada. Para além disso, pode contribuir para a aprendizagem interdisciplinar e com significados resistentes ao esquecimento imediato que geralmente acontecem com a aprendizagem dos alunos no decorrer da formação acadêmica, na mudança de uma série para outra.

Assim, ousamos propor alguns ajustes que julgamos promover a possibilidade de ampliar as discussões, mantendo as ideias originais, propostas em Silva e Guimarães Filho (2020) cujo objetivo foi buscar na proposição 5 do *Liber Quadratorum* fundamentos que nos possibilitem apresentar a Regra de Três como dispositivo didático eficaz, no sentido de apresentá-la como uma ferramenta de modelização matemática para auxiliar o estudo da noção de proporcionalidade geométrica, na educação básica. Desse modo, anunciamos a referida proposição da seguinte maneira: *Encontre dois números de modo que a soma de seus quadrados faça um quadrado formado pela soma dos quadrados de outros dois outros números dados* (SIGLER, 1987, tradução nossa).

Portanto, para alcançar nosso objetivo, será desenvolvido na primeira seção um breve histórico do *Liber Quadratorum* para apresentar a praxeologia da proposição 5. Em seguida, trataremos da proposição 5 como fundamento matemático na busca por elementos que encaminhem a construção de uma compreensão da mesma como um dispositivo didático seguindo a questão: **Como podemos desenvolver a noção de proporcionalidade geométrica, utilizando a Regra de Três como dispositivo didático?** Por fim, nas considerações finais abordaremos de forma mais precisa algumas conclusões as quais poderão se constituir em respostas

possíveis à questão posta, e ainda apontar as potencialidades identificadas neste e para trabalhos futuros.

## 2 I **LIBER QUADRATORUM: BREVE HISTÓRICO E APRESENTAÇÃO DA PROPOSIÇÃO 5**

O século XIII deixou muitos legados para a história da ciência, em meio a estes, temos Leonardo de Pisa, ou Fibonacci, como ficou comumente conhecido, o qual, é considerado por Castillo (2007) o primeiro matemático medieval. Este preeminente matemático, deixou contribuições reconhecidamente até hoje, entre elas a obra denominada *Liber Quadratorum*, apresentado por Oliveira (2013) como o Livro dos Quadrado.

Escrito em 1225, este livro partilhou de um período de estabilidade na Europa, o que favoreceu Leonardo Fibonacci (daqui em diante, Fibonacci) aprofundar seus estudos viajando pelo norte da África. A Europa neste período estava sendo regida por Frederico II, um rei intelectual que apreciava a arte e a ciência. A seu pedido foi organizado um torneio matemático, que tem por convidado especial, Fibonacci, o qual, participou com maestria deste torneio, resolvendo os três problemas propostos a ele (CASTILLO, 2007).

Dentre os problemas propostos a Fibonacci, temos no primeiro uma atenção especial, pois motiva a construção do livro em questão. Este problema consiste em *encontrar um número quadrado que adicionado ou subtraído cinco permaneça um número quadrado* (SIGLER, 1987, tradução nossa). Outro ponto a ser evidenciado é que este livro foi dedicado ao rei Frederico II, que se tornou um admirador dos trabalhos de Fibonacci o tornando uma pessoa ilustre para sua época (GUIMARÃES FILHO, 2018).

O *Liber Quadratorum* é composto de vinte e quatro problemas, apresenta segundo Oliveira (2013) em seu conteúdo, problemas envolvendo a Teoria dos Números que, dentre outros, examina métodos para encontrar as ternas pitagóricas de várias formas, os quais, partem de uma ideia inicial de Fibonacci ao perceber que a soma de números ímpares tem uma relação direta com os números quadrados, apresentado na introdução do livro e demonstrado na quarta proposição deste.

Estes problemas serão denominados por nós de proposições, pois Fibonacci organiza de forma que as proposições apresentadas se constituam como axiomas para subsidiar uma apresentação (demonstração) concisa de uma resposta ao primeiro problema proposto a ele no torneio, que é designada de proposição dezessete no *Liber Quadratorum*.

Neste trabalho, na tentativa de alcançar nosso objetivo de buscar na proposição 5 fundamentos para apresentar a Regra de Três como um dispositivo

didático para iniciação ao estudo da proporcionalidade geométrica, reconstruímos o enunciado da referida proposição, como segue: *Encontre dois números quaisquer de modo que a soma de seus quadrados forme um quadrado, e que este quadrado possa ser formado pela soma de dois quadrados quaisquer diferentes dos dois primeiros.*

Para apresentar a demonstração dada por Fibonacci, a referida proposição e nossas inferências, estarão em itálico, as partes traduzidas diretamente do trabalho de Sigler (1987). Vale ressaltar também, que Fibonacci faz suas explicações em primeira pessoa, assim, todas as partes que traduzimos estarão em primeira pessoa, bem como, são preservadas as simbologias utilizadas por Fibonacci.

Esse matemático italiano, inicia a demonstração da proposição fazendo o seguinte comentário: *Deixe dois números .a. e .b. serem dados para que então a soma de seus quadrados forme um número quadrado .g.; deve-se encontrar dois outros números para que então a soma de seus quadrados seja igual ao número quadrado .g..*

*Deixe quaisquer outros dois números serem encontrados para que a soma de seus quadrados seja um número quadrado. Esses dois números são representados com os segmentos .de. e .ez., e são colocados de modo que formem um ângulo reto, assim é nomeado o ângulo .dez.. Também, o segmento .dz. é localizado estando oposto aos lados .de. e .ez.. O número quadrado formado pelo segmento .dz. é igual ao número .g. ou não.*

Desta forma, teremos três situações: ser igual a .g.; ser maior que .g.; ser menor que .g.. Assim, seguiremos com a condição de ser igual, e para esta, Fibonacci apresenta que: *Primeiro, se igual, então os dois outros números pelos quais a soma de seus quadrados seja igual a .g. são encontrados, um desses é igual ao segmento .de. e o outro ao segmento .ez. expressas no triângulo da figura seguinte:*

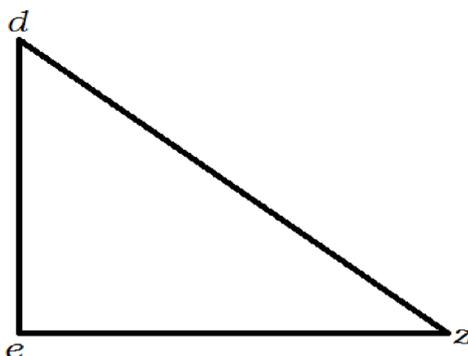


Figura 1: Representação geométrica da proposição 5.

Fonte: Guimarães Filho (2018).

Assim, segundo Leonardo Fibonacci temos que,

- $a^2 + b^2 = g$ .
- $g$  é um número quadrado
- $dez = b$

$$\text{Se } dz^2 = g \rightarrow de^2 + ez^2 = g = dz^2$$

Seguindo esta proposição temos o comentário de Leonardo Fibonacci para a situação de não ser igual: *Se não, o número quadrado feito pelo segmento .dz., que é o número .g., não é igual ao número .g., ele será maior ou menor que .g..*

Dessa forma, temos para segunda situação  $dz^2 > g$ . Leonardo Fibonacci comenta: *Primeiro, se maior, o quadrado formado pelo número .dz. é maior que a raiz quadrada de .g.; portanto, a raiz do número .g. é tomada igual ao número .i., e é colocada sobre o comprimento .dz., e é denotada por .tz.. E do ponto .t. se faz .tk., perpendicular a .ez.; .tk. é portanto paralelo a .de. Pelo triângulo .tkz. ser similar ao triângulo .dez., .zd. é para .zt., como .de. é para .tk.. Mas a proporção de .zd. para .zt. é conhecida; ambos os comprimentos são de fato conhecidos.*

*Similarmente, é mostrado que o segmento .zk. é conhecido com a proporção dele para .ze. assim como .zt. para .zd.; são portanto, conhecidos .tk. e .kz., que tem a soma de seus quadrados igual ao quadrado feito pelo segmento .tz.. Mas o quadrado do número .tz. é igual ao quadrado do número .i., e .i. é de fato a raiz quadrada do número .g.. Portanto, o quadrado de .tz. é igual ao número .g.; dois números .tk. e .kz. são então encontrados com a soma de seus quadrados igual ao número quadrado .g..*

Dessa forma,  $dz^2 > g$ , temos  $tz = i$ . logo, tomando o triângulo (figura 2) teremos as relações seguintes, onde  $C$  denominamos de constante de proporcionalidade.

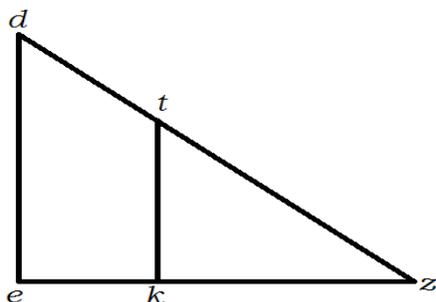


Figura 2 – Representação geométrica do comentário da proporção 5.1

Fonte: Guimarães Filho (2018).

- $.g. = i^2$
- $\Delta .dez. \approx \Delta .tkz.$
- $\frac{.tz.}{.dz.} = C$
- $\frac{.tk.}{.de.} = C$
- $\frac{.kz.}{.ez.} = C$
- $.tk.^2 + .kz.^2 = .tz.^2 = .i.^2 = .g.$

Continuando a demonstração dada por Fibonacci, temos por fim,  $.dz^2 < .g.$ , para tanto  $.lz. = i$ , assim, tomando o triângulo (figura 3) teremos as seguintes relações, onde  $C$  continua sendo uma constante de proporcionalidade.

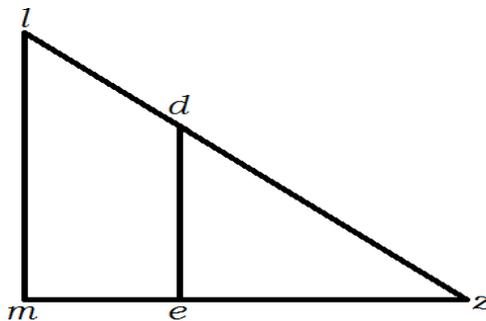


Figura 3 – Representação geométrica do comentário da proposição 5.2

Fonte: Guimarães Filho (2018).

- $.g. = i.^2$
- $\Delta .dez. \approx \Delta .lmz.$
- $\frac{.dz.}{.lz.} = C$
- $\frac{.de.}{.lm.} = C$
- $\frac{.ez.}{.mz.} = C$
- $.lm.^2 + .mz.^2 = .lz.^2 = .i.^2 = .g.$

Afim de esclarecer sua demonstração, Fibonacci exemplifica esta proposição da seguinte forma, para:

- $.a. = 5$
- $.b. = 12$
- $.g. = 169$
- $.i. = 13$

Com isso temos que,

$$.a.^2 + .b.^2 = .g. \Rightarrow 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow 25 + 144 = 169 = 13^2$$

E se temos  $.dz^2 > .g.$  e admitindo,

- $.de. = 15$
- $.ez. = 8$
- $.dz. = 17$
- $.tz. = 13$

Temos que,

$$.tk. = \frac{.zt. \times .de.}{.dz.}$$

$$.tk. = \frac{13 \times 15}{17} = \frac{195}{17} = 11 \frac{8}{17}$$

$$.kz. = \frac{.zt. \times .ez.}{.dz.}$$

$$.kz. = \frac{13 \times 8}{17} = \frac{104}{17} = 6 \frac{2}{17}$$

E dessa forma temos que,

$$.tk.^2 + .kz.^2 = .tz.^2 \Rightarrow \left(\frac{195}{17}\right)^2 + \left(\frac{104}{17}\right)^2 = 13^2 \Rightarrow \frac{38025}{289} + \frac{10816}{289} = 13^2$$

$$\Rightarrow \frac{48841}{289} = 169 = 13^2 = .g.$$

E se temos  $.dz^2 < .g.$  e admitindo que,

- $.de. = 4$
- $.ez. = 3$
- $.dz. = 5$
- $.lz. = 13$

Temos que,

$$.lm. = \frac{.zl. \times .de.}{.dz.}$$

$$.lm. = \frac{13 \times 4}{5} = \frac{52}{5} = 10 \frac{2}{5}$$

$$.mz. = \frac{.zl. \times .ez.}{.dz.}$$

$$.kz. = \frac{13 \times 3}{5} = \frac{39}{5} = 7 \frac{4}{5}$$

E desta forma temos que,

$$\begin{aligned}
 .lm.^2 + .mz.^2 = .lz.^2 &\Rightarrow \left(\frac{52}{5}\right)^2 + \left(\frac{39}{5}\right)^2 = 13^2 \Rightarrow \frac{2704}{25} + \frac{1521}{25} = 13^2 \\
 &\Rightarrow \frac{4225}{25} = 169 = 13^2 = .g.
 \end{aligned}$$

Logo,

- Para  $.dz^2 = .g.$ , temos  $.a.^2 + .b.^2 = .g. = .de.^2 + .ez.^2$ ;
- Para  $.dz^2 > .g.$ , temos  $.a.^2 + .b.^2 = .g. = .tk.^2 + .kz.^2$ ;
- Para  $.dz^2 < .g.$ , temos  $.a.^2 + .b.^2 = .g. = .lm.^2 + .mz.^2$ .

Desta maneira, Fibonacci demonstra como podem ser encontrados infinitos valores para esta proposição, bem como, foi possível perceber que basta encontrar uma constante de proporcionalidade e multiplicá-la por qualquer valor para encontrar valores que obedeçam à relação expressa nesta proposição.

### 3 I A PROPOSIÇÃO CINCO: FUNDAMENTO DE UM DISPOSITIVO DIDÁTICO

Pensar um método de ensino eficaz de encaminhar a aprendizagem matemática na escola básica, demanda concentrar esforços na articulação de mecanismos, procedimentos e estratégias que possibilitem a ajuda ao estudo de objetos matemáticos escolares de modo objetivo e sistematizado, que promova o encontro às perspectivas de alunos e professores para uma aprendizagem com significados, mesmo que seja na própria Matemática e a partir daí transpor para o enfrentamento de outras situações.

Sobre a questão de como ensinar Matemática na escola, cabe refletir sobre a afirmação de Lacroix (2013) quando afirma que a eficácia do ensino consiste principalmente em colocar ordem nas proposições, tornar evidente o encadeamento que as liga entre si e manter, tanto quanto possível, as oportunidades que se oferecem de lançar adiante algumas dessas visões fecundas que guiaram os inventores.

Nesse sentido, uma estratégia que consideramos eficaz em acordo com o proposto por Lacroix (2013), para atender à essa necessidade de significação da aprendizagem matemática, é iniciar pelo estudo histórico-epistemológico do objeto matemático e seguir o processo de transposição discutindo possíveis sutilezas interpostas, isso permitirá certamente uma reflexão sobre o desenvolvimento criativo de noções matemáticas estudadas na escola, além disso afastaria a ideia de que o uso da História da Matemática se aplicam somente interpretações ingênuas (SCHUBRING, 2018).

Pais (2006) ao discutir o fazer matemático escolar nos faz pensar sobre a importância de considerar com atenção nas práticas docentes a dimensão didática ao evidenciar a função das estratégias de ensino: devem contribuir para que o aluno possa fazer matemática sob a orientação do professor, o qual deve buscar dinâmicas apropriadas que intensifique as interações realizadas entre o aluno e o conhecimento matemático valorizando suas ações ao mobilizar noções e procedimentos para solução de problemas.

Nesse sentido, vislumbramos a Regra de Três como prática social provida de história na evolução e difusão das ideias matemáticas, constituir-se potencialmente em um dispositivo didático capaz de cumprir o papel deflagrador de organizações praxeológicas, no sentido de promover por meio de praxeologias a iniciação do aluno ao processo de construção do conhecimento matemático de forma eficaz e consistente, cujo fundamento reside, neste caso, no fazer matemático da proposição 5 do *Liber Quadratorum* de Fibonacci, ou seja, proporciona a iniciação ao estudo da proporcionalidade geométrica tema da Matemática escolar. Para além disso, o fazer matemático desenvolvido na demonstração de Fibonacci, por meio da álgebra geométrica, poderá encaminhar para estudos em níveis mais avançados da Matemática.

Mas, alertamos que não é nosso propósito aqui esgotar todas as possibilidades de uso e aplicação da proposição 5 no ensino da Matemática, nem explorar na sua totalidade o rigor teórico e axiomático que exige a Álgebra Geométrica, mas, sim, explorar de acordo com o previsto em nosso objetivo proposto, alguns pontos que consideramos potencialmente favoráveis ao didático, tomado aqui como “tudo aquilo que está relacionado com o estudo e com a ajuda para o estudo da Matemática” (CHEVALLARD, BOSCH, GASCON, 2001, p.46).

Desse modo, buscamos possíveis respostas para a seguinte questão: **Como podemos desenvolver a noção de proporcionalidade geométrica, utilizando a Regra de Três como dispositivo didático?** Para enfrentá-la, consideramos fundamental a proposição 5 demonstrada por Fibonacci como uma praxeologia matemática relativamente completa (CHEVALLARD, 1999; 2005).

Inicialmente vamos retomar a proposição 5 já enunciada anteriormente do seguinte modo: *Encontre dois números quaisquer de modo que a soma de seus quadrados forme um quadrado, e que este quadrado possa ser formado pela soma de dois quadrados quaisquer diferentes dos dois primeiros.* Para atender nossos propósitos, passaremos a anunciá-la convenientemente adaptada a um problema protótipo de Regra de Três, o que permite recorrer a todo instrumental disponível no escopo deste gênero de problemas, da seguinte forma: Se conhecidos dois números quadrados cuja soma resulta em um quadrado, quais outros dois números quaisquer diferentes dos primeiros que também formam o mesmo quadrado?

Nesse caso, ater-se somente na leitura do enunciado, a resposta parece não ser imediata. Precisamos de outros modos de ler e pensar no modo matemático, vamos então usar o pensamento aritmético para nos auxiliar. O enunciado nos permite escolher dois números: o primeiro 5 e o segundo 12. A soma de seus quadrados é 169, isto é,  $5^2 + 12^2 = 169$ . Esse resultado corresponde a  $13^2$  como era de se esperar! Para os números desconhecidos, no entanto, sua escolha dependerá de duas situações fundamentais que devem conduzir o desenvolvimento da resposta procurada: Se os números tomados formarem o mesmo número quadrado ou formarem um número quadrado diferente. No primeiro caso, é trivial, não há o que fazer, pois atende plenamente as condições do problema.

No segundo caso, temos que o número quadrado é diferente, logo, duas possibilidades devem ser consideradas impreterivelmente: (i) o número quadrado é maior que o número quadrado dado (169); (ii) o número quadrado é menor que o número quadrado dado (169). Desse modo, teremos:

(i): Tomando os números 8 e 15, teremos que  $8^2 + 15^2 = 289$ , observe que  $289 > 169$  e ambos são números quadrados. Esse número foi tomado como referência para o cálculo dos dois números quaisquer desconhecidos que formarão o mesmo número quadrado dado inicialmente (169). Para isso estabeleceremos relações adequadas de proporcionalidade do número 13 que corresponde a raiz quadrada de 169 a partir da relação do 17, raiz quadrada de 289, com o 8 para determinar o primeiro valor desconhecido. Em seguida repete-se o mesmo procedimento para o número 15. Dessa forma teremos as seguintes sentenças: 17 está para 8, assim como 13 está para o primeiro número desconhecido, que juntas formam a proporção. Do mesmo modo, 17 está para 15 assim como 13 está para o segundo número desconhecido. Da primeira sentença chegamos a  $\frac{104}{17}$  e da segunda,  $\frac{195}{17}$ , que são os dois números procurados. Prova:

$$\left(\frac{104}{17}\right)^2 + \left(\frac{195}{17}\right)^2 = \left(\frac{10816}{289}\right) + \left(\frac{38025}{289}\right) = \frac{48841}{289} = 169 = 13^2.$$

(ii): tomando os números 3 e 4, teremos que  $3^2 + 4^2 = 25$ , observe que  $25 < 169$  e ambos são números quadrados. Esse número foi tomado como referência para o cálculo dos dois números quaisquer desconhecidos que formarão o mesmo número quadrado dado inicialmente (169). Para isso estabeleceremos relações adequadas de proporcionalidade do número 13 que corresponde a raiz quadrada de 169 a partir da relação do 5, raiz quadrada de 25, com o 3 para determinar o primeiro valor desconhecido. Em seguida repete-se o mesmo procedimento para o número 4. Dessa forma teremos: 5 está para 3, assim como 13 está para o primeiro número desconhecido formando a proporção. Do mesmo modo 5 está para 4 assim como 13 está para o segundo número desconhecido. Da primeira sentença chegamos a  $\frac{39}{5}$  e

da segunda,  $\frac{52}{5}$ , que são os dois números procurados. Prova:

$$\left(\frac{39}{5}\right)^2 + \left(\frac{52}{5}\right)^2 = \left(\frac{1521}{25}\right) + \left(\frac{2704}{25}\right) = \frac{4225}{25} = 169 = 13^2.$$

Portanto, finalizamos a resolução do problema proposto utilizando o pensamento aritmético analítico nesse desenvolvimento. Essa resolução adaptada de Fibonacci que acabamos de apresentar, pode ser trabalhada pelo professor inicialmente sem maiores problemas de ordem operatória, mas exigiria dos alunos certa habilidade para análise, que se adquire durante o desenvolvimento de estudos aritméticos. Por outro lado, podemos recorrer à Regra de Três que jogará, nesse caso, o papel de dispositivo didático eficiente e com a vantagem de ser um instrumento de caráter prático, rápido e seguro para resolução de problemas dessa natureza. Senão vejamos:

De acordo com os dados do enunciado do problema, podemos iniciar dispondo-os de modo adequado no quadro seguinte:

17	8
13	x

Formamos, então, a proporção geométrica usando  $x$  para denotar o número desconhecido e determinamos seu valor aplicando a técnica de cálculo “produto cruzado”, assim teremos:.

$$\frac{17}{13} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{104}{17}$$

Do mesmo modo, chegaremos ao valor do outro número desconhecido.

$$\frac{17}{13} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{195}{17}$$

Portanto, chegaremos aos valores dos números procurados,  $\frac{104}{17}$  e  $\frac{195}{17}$ .

Como podemos notar, essas resoluções apresentadas, de certa forma simples, mobilizam objetos e procedimentos matemáticos que podem ser utilizados pelo professor nos diferentes níveis de ensino sem maiores dificuldades. Particularmente, ressaltamos neste trabalho, que as potencialidades didáticas eleitas a partir da proposição 5 do *Liber Quadratorum* como iniciação ao estudo da proporcionalidade e da Regra de Três inter-relacionados, foram contempladas em conformidade com os limites de nosso objetivo. Mais ainda, podemos explorar

não só a proporcionalidade geométrica, mas a própria Regra de Três Algebrizada não explorados neste trabalho, do mesmo modo como estudado na escola atual ampliando as organizações praxeológicas que os manuais escolares apresentam.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como anunciado anteriormente, sobre a algebrização da Regra de Três foi iniciada uma discussão em Silva, Guimarães Filho e Brandemberg (2020), onde buscamos desenvolver por meio da noção de transposição didática uma praxeologia denominada da Regra de Três Algebrizada utilizando o processo axiomático de algebrização de forma evolutiva, consultando fontes históricas - *Liber Quadratorum* - como método de pesquisa.

Nestes trabalhos, percebemos que ao resgatar o *Liber Quadratorum* para fins didáticos, surgiu a presença de objetos com potenciais didáticos que podem auxiliar o fazer docente, seja no contexto escolar ou no acadêmico. De forma global, temos potencialidades didáticas nesta obra do século XIII já evidenciadas por Guimarães Filho (2018), quando aponta, em relação a conteúdo das séries escolares e que transcendem a obra.

Desta forma, Guimarães Filho (2018) sugere potencialidades diversas que o professor pode fazer uso tais como: explorar as ternas pitagóricas, elabora atividades envolvendo quadrados e potências, explorar a evolução da linguagem algébrica entre outros envolvendo a História da Matemática.

Aqui, centramos nossa atenção no fazer da proposição 5 para tentar mostrar um potencial evidente, a Regra de Três como um dispositivo didático. Vimos que esse dispositivo se mostra eficaz para inicialização do estudo da proporcionalidade geométrica, inclusive para Regra de Três, e mais, numa versão mais ampla pode ser tomada para preparação ao estudo de campos mais avançados da Matemática como a teoria das Proporções, Álgebra Geométrica entre outras, não evidenciado no trabalho de Guimarães Filho (2018).

Reafirmamos que há uma consequência imediata que decorre do tratamento da Regra de Três como dispositivo didático para o estudo da proporcionalidade geométrica desenvolvida no campo de práticas aritméticas, é que em continuidade ao estudo da proporcionalidade, esses problemas poderão ser modelizados por uma Regra de Três Algebrizada que de forma geral, deverá ser aplicada para tipos de problemas e até mesmo para gêneros de problemas. Nesse sentido, evidencia-se ainda certa ampliação no enfrentamento de situações em outros campos de saber utilizando como ferramenta a Regra de Três.

Postulamos que este trabalho proporcionou a possibilidade de explorar as proposições de Fibonacci e seu fazer matemático, evidenciando a Regra de

Três como dispositivo didático de modelização matemática capaz de integrar as dimensões aritmética, algébrica e geométrica.

Portanto, temos a convicção de que a resposta para nossa questão inicial - **Como podemos desenvolver a noção de proporcionalidade geométrica, utilizando a Regra de Três como dispositivo didático?** - pode ter sido descrita, mesmo que parcialmente, no desenvolvimento deste trabalho. Tentamos mostrar que é possível desenvolver o estudo da proporcionalidade por meio da Regra de Três, com potenciais didáticos aos temas da Matemática Escolar estudadas atualmente, seja pela prática docente ou por manuais escolares, com base nas proposições estabelecidas por Fibonacci, neste caso escolhemos a de número 5.

Enfim, esperamos que nosso trabalho possa contribuir para além de uma reflexão sobre o trabalho docente, no sentido de construir compreensões sobre os objetos matemáticos de ensino e que possam ajudar o professor na construção de organizações didático-matemáticas e estratégias inovadoras que evidencie o fazer matemático escolar como algo significativo promovendo aprendizagens duradouras.

Para aprofundamento deste e para trabalhos futuros deixamos as seguintes questões: Como podemos integrar as proposições do *Liber Quadratorum* para construir um modelo epistemológico de referência para o estudo da Álgebra Geométrica? De que maneira podemos construir uma organização matemática para uso nas aulas de geometria da escola básica a partir das proposições do *Liber Quadratorum*? Certamente que a busca por essas respostas demandará do pesquisador esforço, o qual será compensado pela qualidade da produção científica a ser alcançada em favor do Ensino da Matemática.

## REFERÊNCIAS

CASTILLO, R. M. **Fibonacci: El Primer Matemático Medieval**. 2ª ed. Coleção – La matemática em sus personajes. Espaha: Nivola, 2007.

CHEVALLARD, Yves. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Yves. *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, 2005.

CHEVALLARD, Yves. BOSCH, M. & GASCÓN, J. *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

FIBONACCI. **Liber Quadratorum**. Pisa, 1225.

GUIMARÃES FILHO, José dos Santos. **Um estudo do *Liber Quadratorum* (1225) de Leonardo Fibonacci (1180 – 1250) e suas Potencialidades para o Ensino de Matemática**. (Dissertação de Mestrado). Belém-PA, 2018.

LACROIX, Sylvestre-François. **Ensaio sobre o ensino em geral e o de matemática em particular**. Tradução Karina Rodrigues. 1 ed. Editora UNESP, São Paulo, 2013.

OLIVEIRA, J. J. **Sequências de Fibonacci**: possibilidades de aplicações no ensino básico. UFBA. Salvador, BA, 2013.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. Autêntica, 2006.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos: exemplos de obstáculos epistemológicos?**. Editora livraria da física, São Paulo, 2018.

SIGLER, L. E. **The Book of Squares**. An annotated translation into modern english. Academic Press, USA: 1987.

SILVA, Denivaldo Pantoja da. **Regra de três: prática escolar de modelagem matemática**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém-PA.

SILVA, Denivaldo Pantoja da. **A INVARIÁVEL PRÁTICA DA REGRA DE TRÊS NA ESCOLA**. 2017. Tese. (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém-PA.

SILVA, Denivaldo Pantoja da.; GUIMARÃES FILHO, José dos Santos. (no prelo). ENSINO DA REGRA DE TRÊS: a proposição cinco do *Liber Quadratorum* como um contexto de estudo em Matemática. Número Especial – IV Seminário Cearense de História da Matemática, **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática** - Volume 7, 2020.

SILVA, Denivaldo Pantoja da.; GUIMARÃES FILHO, José dos Santos.; BRANDEMBERG, João Cláudio. A praxeologia da regra de três algebrizada e a proposição cinco do *Liber Quadratorum*. **Amazônia I RECM I v.16 (35)** - Especial História da Matemática 2020. p. 61-73.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Área 2, 17, 26, 80, 85, 131, 132, 133, 138, 139, 140, 144, 145, 146, 149, 150, 164, 169, 188, 193, 195, 196, 197, 201, 204, 207, 210, 223, 228, 230, 232, 233, 234, 236, 243, 249, 252

Atividade matemática 26, 202, 204, 246

### B

Boécio 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159

### C

Cálculo mental 19, 20, 23, 25, 27

Computação 23, 24, 25, 26, 33, 34, 84, 157

Contextos não formais 87, 88

Cotidiano 15, 16, 17, 18, 20, 21, 76, 79, 83, 111, 161, 162, 163, 165, 166, 190, 206, 224, 230, 241, 245, 250

Criatividade 84, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 97, 190

Currículo de matemática 200

### D

De Institutione Arithmetica 152, 153, 154, 156, 157, 158, 159, 160

Dinâmica populacional 99, 101, 104, 105, 107, 109

Diretrizes curriculares 200

### E

Educação matemática 14, 21, 22, 33, 110, 111, 112, 118, 123, 124, 125, 126, 139, 159, 173, 186, 187, 198, 199, 212, 223, 239, 247, 250, 252

EJA 15, 16, 17, 18, 19, 21

Ensino da matemática 75, 76, 85, 86, 90, 127, 129, 185, 187, 188, 196, 241

Ensino fundamental 2, 14, 15, 17, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 32, 75, 76, 78, 79, 86, 112, 124, 129, 138, 139, 143, 151, 187, 188, 193, 197, 200, 201, 202, 203, 204, 206, 208, 209, 238, 250

Ensino médio 19, 110, 112, 113, 129, 130, 136, 223, 224, 225, 226, 227, 236, 237, 238, 240, 241, 244

Espaço de Schwartz 35, 41

### F

Fatoração 245, 246

Feira 15, 16, 17, 18, 19

Filosofia 152, 153, 154, 157, 159, 160, 252

Formação de professores 34, 87, 88, 89, 90, 161, 164, 165, 173, 211, 212, 224, 233, 234, 250, 252

Formulação de problemas 87, 88, 89, 90, 91, 94, 97, 191

Frações 1, 3, 9, 10, 11, 12, 13

Função afim 240

Função quadrática 240

Funciones en variable compleja 50, 51, 54

## **G**

GeoGebra 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 137, 138, 139, 140, 141, 143, 144, 148, 151

Geometria 2, 6, 94, 96, 126, 128, 129, 130, 131, 135, 136, 139, 155, 156, 159, 185, 200, 201, 203, 206, 208, 209, 234, 237

## **H**

História da matemática 126, 127, 130, 136, 137, 152, 154, 156, 158, 159, 160, 173, 174, 180, 184, 186, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223

História no ensino de matemática 210

Homotetia 138, 139, 140, 141, 142, 150, 151

## **I**

Interdisciplinaridade 219, 224, 227, 230, 239

## **J**

Jogo digital 1, 3, 9, 13, 14

Jogos matemáticos 240, 244

## **L**

Liber Quadratorum 173, 174, 175, 181, 183, 184, 185, 186

Linguagem algébrica 1, 3, 184

Ludicidade 244, 246, 252

## **M**

Matemática 1, 2, 4, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 33, 39, 48, 50, 52, 61, 62, 65, 72, 73, 75, 76, 77, 78, 80, 81, 82, 83, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 117, 118, 123, 124, 125, 126, 127, 129, 130, 135, 136, 137, 138, 139, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 167, 168, 169, 170, 171, 173, 174,

180, 181, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 227, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252

Matemática atuarial 62, 72

Modelagem matemática 99, 100, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 117, 118, 123, 124, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 196, 197, 198, 199, 232, 233, 234, 238

Modelagem matemática crítica 110, 112, 113, 123

## **P**

Pensamento computacional 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34

Pensões 62, 63, 65, 67, 69, 70, 71, 72, 73, 74

Perímetro 131, 132, 138, 139, 140, 144, 145, 146, 148, 149, 150, 234

Pesca artesanal 110, 111, 112, 114, 117, 119, 120, 121, 122, 123

PIBID 240, 241, 245, 246, 252

Portugal 62, 63, 64, 65, 73, 74, 87

Praxeologia 173, 174, 181, 184, 186

Proporção 20, 105, 110, 112, 122, 123, 177, 182, 183, 233, 234, 237

Proporcionalidade 112, 138, 139, 140, 149, 150, 173, 174, 176, 177, 178, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 207

## **R**

Realidade 21, 65, 66, 67, 78, 89, 92, 110, 111, 112, 113, 117, 124, 163, 187, 188, 189, 190, 192, 193, 198, 206, 212, 226, 230, 232, 238, 246

Recorrência linear 99, 102

Regra de Três 19, 173, 174, 175, 181, 183, 184, 185, 186

Resolução de problemas 23, 24, 26, 34, 37, 87, 89, 90, 91, 92, 112, 113, 129, 183, 191, 204, 207, 225, 237, 242, 244

## **S**

Scratch 1, 2, 3, 4, 34

Segurança social 62, 63, 65, 72, 73, 74

Softwares de ensino 75, 77

## **T**

Tecnologias 2, 3, 13, 26, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 83, 84, 85, 86, 127, 129, 136, 138, 139, 150, 161, 166, 201, 203, 252

Teorema de Carnot 126, 129, 130, 132

Territórios virtuais 161, 162, 163

Tilápia-do-nilo 99, 104, 107, 108, 109

Transformada de Fourier 35

Trilhos matemáticos 87, 88, 89, 91, 92, 94, 97

# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

@atenaeditora 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

# Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 2



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

@atenaeditora 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 