

Inovação, Gestão Estratégica e Controladoria nas Organizações

2

Gabriella de Menezes Baldão
(Organizadora)



 **Atena**
Editora

Ano 2018

Gabriella de Menezes Baldão
(Organizadora)

Inovação, Gestão Estratégica e Controladoria nas Organizações 2

Atena Editora
2018

2018 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Geraldo Alves e Natália Sandrini

Revisão: Os autores

Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

158 Inovação, gestão estratégica e controladoria nas organizações 2
[recurso eletrônico] / Organizadora Gabriella de Menezes Baldão.
– Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2018. – (Inovação, Gestão
Estratégica e Controladoria nas Organizações; v. 2)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-85107-70-3

DOI 10.22533/at.ed.703183110

1. Controladoria. 2. Planejamento estratégico. I. Baldão,
Gabriella de Menezes. III. Série.

CDD 658.151

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de
responsabilidade exclusiva dos autores.

2018

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos
autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “Inovação, Gestão Estratégica e Controladoria nas Organizações” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora. Em seu II volume, apresenta, em seus 22 capítulos, os novos conhecimentos para Administração na área de Estratégia.

A área temática de Estratégia engloba estudos de suma importância para o bom andamento de projetos e organizações, uma vez que compõe desde a base da organização (missão, visão, valores para a construção da cultura organizacional), até os meios pelos quais as metas serão atingidas e, caso não sejam, quais ferramentas utilizar a fim de buscar constante melhorias no processo.

Este volume dedicado à Administração traz artigos que tratam de temas que vão desde planejamento estratégico e ferramentas administrativas até a utilização de ferramentas da qualidade para melhorar o processo e prevenir futuros erros.

Aos autores dos diversos capítulos, pela dedicação e esforços sem limites, que viabilizaram esta obra que retrata os recentes avanços científicos e tecnológicos nas áreas de Inovação e Gestão, os agradecimentos dos Organizadores e da Atena Editora.

Por fim, desejo que este livro possa colaborar e instigar mais estudantes e pesquisadores na constante busca de novas tecnologias para a área de Administração e, assim, garantir incremento quantitativos e qualitativos na produção de alimentos para as futuras gerações de forma sustentável.

Gabriella de Menezes Baldão

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
A INCLUSÃO DE PESSOAS COM TRANSTORNO MENTAL NA LEI DAS COTAS: UM ESTUDO DE CASO SOBRE RESPONSABILIDADE SOCIAL ORGANIZACIONAL	
Maria de Lurdes Costa Domingos Ana Cecilia Alvares Salis	
CAPÍTULO 2	15
A UTILIZAÇÃO DO <i>BALANCED SCORECARD</i> - BSC COMO FERRAMENTA ESTRATÉGICA DE GESTÃO: UM ESTUDO DE CASO REALIZADO EM UM FRIGORÍFICO DE PEIXES LOCALIZADO EM SORRISO-MT.	
Anderson Ricardo Silvestro	
CAPÍTULO 3	31
ANÁLISE DA INTERFERÊNCIA DO <i>SUPPLY CHAIN MANAGEMENT</i> NO MERCADO DE DEFENSIVOS AGRÍCOLAS	
Rodrigo Pozzer Centeno Paloma de Mattos Fagundes	
CAPÍTULO 4	47
ANÁLISE DE CENÁRIOS: UMA FERRAMENTA EFICAZ DO PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO PARA EVENTOS ACADÊMICOS	
Leandro Dorneles dos Santos Edio Polacinski Jovani Patias Juliane de Freitas Battisti	
CAPÍTULO 5	65
APLICAÇÃO DA NBR ISO 9001:2015 COMO FERRAMENTA DE REAVALIAÇÃO DA EFICÁCIA NOS PROCESSOS DA QUALIDADE EM SERVIÇOS DE SAÚDE DE UM HOSPITAL ESCOLA DO SUS	
Eder Júlio Rocha De Almeida Nathália Stephanie Costa Arthur Guimarães Gonçalves dos Santos Douglas De Freitas Tasende Maria do Socorro Pacheco Pena Tiziane Rogerio Madureira Júnia Cordeiro dos Santos Jussara Basílio de Souza	
CAPÍTULO 6	79
A POSSIBILIDADE DA APLICAÇÃO DOS INVENTÁRIOS DE PATRIMÔNIO ARQUITETÔNICO REALIZADOS EM PEQUENAS CIDADES DO RIO GRANDE DO SUL COMO PROMOTOR DO TURISMO CULTURAL	
Denise de Souza Saad Danielle de Souza Saad Marcos Vinícios Machado Machado	
CAPÍTULO 7	96
A TEORIA DAS FILAS COMO FERRAMENTA DE APOIO PARA ANÁLISE DE UMA EMPRESA DE	

LAVA-RÁPIDO EM VOLTA REDONDA

Byanca Porto de Lima
Bruna Marta de Brito do Rego Medeiros
Camilla Mota Melo
Juliana Mattos Gonçalves Pinto
Sérgio Ricardo Bastos de Mello

CAPÍTULO 8 110

AVALIAÇÃO DO PODER DE COMPRA DO SALÁRIO MINÍMO NO PERÍODO DE 1994 – 2010

Juliana Ivaniski Sansonowicz
Liane Maria Panerai Gavioli
Marcos Vinícios Machado Machado

CAPÍTULO 9 127

PROGRAMA BOLSA FAMÍLIA: UMA ANÁLISE DOS MOTIVOS QUE LEVARAM AO DESLIGAMENTO DE UM GRUPO DE BENEFICIÁRIOS

Diego Pretto
Reisoli Bender Filho

CAPÍTULO 10 144

CONTEXTO DO TRABALHO E ESTRESSE OCUPACIONAL: UM ESTUDO COM SERVIDORES DE UMA INSTITUIÇÃO DE ENSINO SUPERIOR

Andressa Michels
Edilson Bacinello
Vinícius Costa da Silva Zonato

CAPÍTULO 11 163

CONTROLE INTERNO NO TERCEIRO SETOR: UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DO COMITTEE OF SPONSORING ORGANIZATIONS (COSO II)

Maria Izabella Silva de Sá
Cíntia Vanessa Monterio Germano Aquino
Clayton Robson Moreira da Silva

CAPÍTULO 12 178

ECONOMIA CIRCULAR: PERSPECTIVAS DE GESTÃO ESTRATÉGICA

Camila Avosani Zago
Ana D'arc Maia Pinto
Katherine Restrepo Quintero
Luiz Henrique Avosani Zago

CAPÍTULO 13 189

ESTUDO SOBRE A IMPORTANTE INFLUÊNCIA DA CONTABILIDADE NO MOMENTO DE TOMAR UMA DECISÃO FINANCEIRA E SUAS FERRAMENTAS FUNDAMENTAIS

Angelo Cesar Tozi Christo,
Beatriz Fiorese,
Carolaine Pereira Zagoto,
Denise Santos Lorenção,
Maria Ester Bueno,
Sandra Maria Pereira,

CAPÍTULO 14	200
IMPLEMENTAÇÃO DAS FERRAMENTAS DE GESTÃO DA QUALIDADE COMO MEDIDA ESTRATÉGICA DE OTIMIZAÇÃO DE RESULTADOS EM UM HOSPITAL PRIVADO DE BELO HORIZONTE	
Lilian Kelly Barbosa Lima Eder Júlio Rocha de Almeida Selme Silqueira de Matos Alexandre da Silveira Sete	
CAPÍTULO 15	211
LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON: RESOLUÇÃO POR EDO E MÉTODO DE EULER	
Gabriela Duarte Bariviera Graziane Mariana Mumberger Lucas Arnold dos Santos Ângela Cristina de Melo Carlos Rezende de Pádua Junior Súzan Grazielle Benetti de Pádua	
CAPÍTULO 16	226
MENSURAÇÃO DO NÍVEL DE MATURIDADE DOS CONTROLES GERENCIAIS PELO MÉTODO DE COBIT: UM ESTUDO APLICADO AOS PRODUTORES RURAIS DO NORTE DO ESTADO DE MATO GROSSO	
Anderson Ricardo Silvestro	
CAPÍTULO 17	242
O ENDIVIDAMENTO DE ESTUDANTES EM UM CURSO DE GRADUAÇÃO	
Vanessa Piovesan Rossato Nelson Guilherme Machado Pinto	
CAPÍTULO 18	258
PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO NA GESTÃO EMPRESARIAL DAS MICRO E PEQUENAS EMPRESAS - ESTUDO DE CASO NA EMPRESA ND BISCOITOS EM SANTIAGO-RS.	
Liane Maria Panerai Gavioli Berenice Beatriz Rossner Wbatuba Francine Minuzzi Gorsky Juliana Ivaniski Sansonowicz Lucas Urach Sudati	
CAPÍTULO 19	274
PROPOSTA DE IMPLANTAÇÃO DE MELHORIAS ESTRATÉGICAS NA ADMINISTRAÇÃO DE UMA INDÚSTRIA DE SORVETES, COM FOCO NA GESTÃO DA QUALIDADE E PROCESSOS	
Graziele Cristina Ribeiro Lopes	
CAPÍTULO 20	292
PRODUTIVIDADE DO TRABALHADOR BRASILEIRO: DIAGNÓSTICO FRENTE AO CENÁRIO POLÍTICO-ECONÔMICO MUNDIAL ENTRE 1995 E 2015	
Alessandra Kimie Hiro Ana Paula Alves Bleck Duque Cristina de Carvalho Ares Elisei Luciana Tomé de Souza Castilho	

Paulo César Ribeiro Quinteiros
Sérgio Roberto Montoro
Mônica Borchart Nicolau
Fernando Gomes da Silva
Elizana Lorenzetti Treib
Valter André Treib
Eloisa Lorenzetti
Luciana Hazin Alencar

CAPÍTULO 21 315

SISTEMA DE INFORMAÇÃO COMO APOIO A CONTABILIDADE

Mônica Borchart Nicolau
Fernando Gomes da Silva
Elizana Lorenzetti Treib
Valter André Treib
Eloisa Lorenzetti
Luciana Hazin Alencar

CAPÍTULO 22 331

UTILIZAÇÃO DE FERRAMENTAS ADMINISTRATIVAS EM MICRO E PEQUENAS EMPRESAS

Roberto Schuster Ajala
Anelise Sacks Schein
Luciana Scherer
Raquel Duzsinski Borghetti

SOBRE A ORGANIZADOR 351

LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON: RESOLUÇÃO POR EDO E MÉTODO DE EULER

Gabriela Duarte Bariviera

Universidade do Estado de Mato Grosso –
UNEMAT, Engenharia Civil
Tangará da Serra-MT

Graziane Mariana Mumberger

Universidade do Estado de Mato Grosso –
UNEMAT, Engenharia Civil
Tangará da Serra-MT

Lucas Arnold dos Santos

Universidade do Estado de Mato Grosso –
UNEMAT, Engenharia Civil
Tangará da Serra-MT

Ângela Cristina de Melo

UNIC Tangará – UNITAS, Análise e
Desenvolvimento de Sistemas
Tangará da Serra-MT

Carlos Rezende de Pádua Junior

Universidade do Estado de Mato Grosso –
UNEMAT, Matemática
Tangará da Serra-MT

Súzan Grazielle Benetti de Pádua

Universidade do Estado de Mato Grosso –
UNEMAT, Matemática
Tangará da Serra-MT

RESUMO: O presente trabalho direciona-se ao estudo das Equações Diferenciais, as quais apresentam suma importância e um enorme potencial para descrever vários fenômenos reais, auxiliando na resolução de diversos

problemas. A modelagem dessa equação é realizada, portanto, para que atenda aos critérios da equação física que trata sobre a Lei de Resfriamento de Newton. Assim, seguindo esse contexto, o objetivo deste trabalho é descrever a variação de temperatura de um corpo em relação ao tempo e a algumas outras variáveis, bem como calcular o tempo necessário para que o material construído retornasse à temperatura ambiente após ser aquecido até determinada temperatura, encontrando, então, o que denomina “constante de resfriamento”. Os erros dos cálculos através do método de Euler foram levados em consideração para que os dados pudessem ser analisados de forma mais correta e cautelosa. Os resultados do trabalho realizado com embasamento experimental indicam que o artifício físico-matemático se mostra eficaz na determinação do fator resfriamento que envolve diretamente a área da construção Civil.

PALAVRAS-CHAVE: Equações Diferenciais, Método de Euler, Lei de Resfriamento de Newton.

ABSTRACT: The present work directs to the study of Differential Equations, which feature the utmost importance and enormous potential to describe several real phenomena, assisting in the resolution of various problems. The modeling of this equation is held, therefore, that meets the criteria of physical equation about

Newton's law of Cooling. So, following this context, the objective of this work is to describe the variation of temperature of a body in relation to time and some other variables, as well as calculating the time required for the material built to return to room temperature after being heated to a particular temperature, finding, then, what is called "constant of cooling". The errors of the Euler method calculations have been taken into consideration so that the data could be analyzed in a more correct and cautious. The results of work performed with experimental basis indicate that the physical-mathematical artifice proves effective in determining cooling factor that directly involves the construction area.

KEYWORDS: Differential Equations, Euler Method, Newton's law of Cooling.

1 | INTRODUÇÃO

O estudo das Equações Diferenciais, segundo Nóbrega (2016), bem como a análise e conhecimento de métodos numéricos, permite a modelagem de funções para descrever e solucionar problemas cotidianos envolvendo todas as ciências, inclusive várias áreas da física, a qual é de fundamental importância dentro do ramo da Engenharia Civil. Sendo assim, se faz necessário o uso e aprimoramento dos métodos existentes a fim de facilitar a obtenção de resultados.

O presente trabalho utiliza como embasamento a Lei de Resfriamento de Newton, responsável por calcular a taxa de resfriamento de um corpo, relacionando a variação da sua temperatura com a temperatura do meio circundante. Para tanto, a modelagem de equações é realizada como forma de calcular o tempo em que duas "mini-paredes" construídas para experimento, ao serem aquecidas, levam para retornar à temperatura ambiente, obtendo assim, a constante de resfriamento do material.

Conhecer essa constante auxilia na determinação do calor específico de sólidos e líquidos, uma vez que ao ser determinado através da Lei de Resfriamento de Newton por meio dos dados experimentais, se torna dispensável o uso do calorímetro, material utilizado como técnica para determinação do calor específico de líquidos e sólidos.

Assim, de maneira experimental e prática, pode-se estudar e compreender o comportamento de dois corpos usuais na construção, sendo que um apresenta revestimento com a argamassa habitualmente utilizada, e o outro não, o que mostra claramente a diferença entre esses materiais quanto à queda de temperatura.

O reboco é um material de revestimento aplicado nas paredes após o chapisco e o emboço, e possui como finalidade isolar o corpo de umidade, bem como deixar a estrutura lisa para receber o acabamento. É de extrema importância que sejam conhecidas a qualidade do material utilizada para fazer essa massa, bem como a qualidade do tijolo empregado na construção da parede, já que essas propriedades evitam as imperfeições na parede, infiltrações e rachaduras.

Sendo assim, o estudo do aumento da temperatura, juntamente com o tempo necessário para os corpos de prova resfriarem, mostram ligação direta com o ramo da

construção, já que, se ocorrerem rachaduras em uma parede devido à sua demora para resfriar após condicionado a um aquecimento, a edificação poderá ficar comprometida. Fica claro, portanto, a necessidade de se conhecer os materiais empregados em uma obra, bem como e, principalmente, saber calcular de maneira eficaz o comportamento destes quando submetidos à determinadas condições.

1.1 As equações diferenciais ordinárias e o seu uso na modelagem de problemas

Equações diferenciais podem ser definidas como um método matemático utilizado para calcular a evolução de um sistema, ou seja, são tidas como ferramentas que auxiliam na resolução de problemas envolvendo certa mudança de medida ou dimensão causada pelo próprio processo. Seu estudo teve início no século XVII através do matemático e filósofo alemão Gottfried Wilhelm von Leibniz e de Isaac Newton que, juntos, fundamentaram grande parte da base do cálculo (BOYCE E DIPRIMA, 2002).

É frequente o desejo e, principalmente, a necessidade, de se descrever ou modelar determinados comportamentos de um fenômeno ou de um sistema com base em modelos matemáticos a fim de auxiliar no estudo e observação de diversas áreas da ciência, incluindo a engenharia. Segundo Thomas (2013), a modelagem por meio de uma equação diferencial baseia-se em encontrar a taxa de variação ao decorrer do tempo das grandezas que individualizam o problema (temperatura, pressão, deformação, quantidade populacional, crescimento, decréscimo).

Estudar uma Equação Diferencial ou, mais especificamente, obter a sua solução, permite que o sistema em questão seja avaliado de forma a prever seu comportamento em um espaço de tempo maior do que o já analisado. Sua modelagem permite, portanto, na maioria dos casos, uma descrição aproximada e simplificada do processo real, o que pode ser utilizado como estimativa quase que exata do comportamento futuro do sistema em questão.

Entretanto, para empregar uma equação que estabelece a taxa segundo a qual determinados fenômenos acontecem, requer que se reconheça, primeiramente, a classificação das equações e a sua forma geral. Tomaremos como base de estudo apenas as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's), equações cuja solução é uma função de apenas uma variável.

1.2 Classificação pela ordem

Dentro das diversas classificações existentes, a ordem de uma equação diferencial ordinária está intimamente ligada à forma como ela é organizada e se correlaciona com a derivada desta equação.

Definição: “A ordem de uma equação diferencial é a ordem da derivada de maior ordem que aparece na equação.” (BOYCE E DIPRIMA, 2002, p. 10).

A representação da forma de uma equação linear ordinária de ordem n é dada pela equação (1).

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^n y}{dx^n}\right) = 0 \quad (1)$$

1.3 Classificação pela linearidade

Se trata de uma das mais cruciais classificações, já que os métodos para resolução de cada uma são distintos, considerando também que as ferramentas existentes para a resolução das não-lineares são mais complexas e apresentam resultados menos satisfatórios. Muitos problemas significativos em diversas áreas da física possuem como base as equações diferenciais ordinárias.

Definição: Segundo Boyce e DiPrima (2002), a EDO da equação (2):

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (2)$$

é dita linear se F é uma função linear das variáveis $y, y', \dots, y^{(n)}$. Assim, a equação diferencial ordinária linear geral de ordem n é definida pela equação (3).

$$a_n(t)y^n + a_{n-1}(t)y^{(n-1)} + \dots + a_1(t)y + a_0(t) = 0 \quad (3)$$

Uma equação que não segue essa forma da equação (3) é dita, portanto, não linear.

2 | LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON

No ano de 1701, quando tinha quase 60 anos, Newton publicou anonimamente um artigo intitulado “Scala Graduum Caloris”, onde descreve um método para medir temperaturas de até 1000 °C, algo impossível aos termômetros da época (SOUZA, 2007). O método era fundamentado no que atualmente recebeu o nome de “lei do resfriamento de Newton” que afirma que “a taxa de variação temporal da temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio circundante” (BRONSON E COSTA, 2008, p.64).

Para compreensão da fórmula criada por Newton, basta conhecer um fenômeno simples e natural da mudança de temperatura: o equilíbrio térmico, que é um dos principais conceitos da termodinâmica. Quando um corpo de temperatura T é exposto à um ambiente cuja temperatura é T_α (considerando que $T \neq T_\alpha$), o corpo atinge o equilíbrio térmico com o ambiente, ou seja, o calor é transferido de onde há maior temperatura para onde a temperatura é menor.

Ao analisar a forma como um objeto quente diminui sua temperatura com o passar do tempo mesmo estando em um sistema isolado (não perdendo calor por contato), Newton, através dos princípios de conservação de energia (calor) pode constatar que o equilíbrio térmico com o ambiente só é possível pois o calor retirado do corpo quente é levado pelo vento. Logo, pode-se verificar algumas variáveis das quais uma taxa de resfriamento depende, sendo elas:

A diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente.

Superfície exposta, sendo que, quanto maior for a superfície de contato entre o corpo e o meio externo (ambiente), mais rápido ocorrerá o resfriamento.

O calor específico do material constituinte do corpo, já que, quanto maior é o calor específico de um corpo, mais energia é necessária para variar sua temperatura.

As condições (umidade, temperatura, pressão, etc) do ambiente.

O tempo de contato entre o corpo e o meio externo.

O que pode ser representado através da equação de Newton, dada por:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \quad (4)$$

Sendo, T a temperatura do corpo no instante dado em graus Celsius, t o tempo de contato entre o corpo e o ambiente dado em segundos, T_a a temperatura desse ambiente dado em graus Celsius e k sendo uma constante de proporcionalidade que depende da superfície exposta e do material (e seu calor específico) que constitui o corpo.

O sinal negativo acompanhando a constante k sugere que a temperatura do corpo está diminuindo com o decorrer do tempo, tratando-se, portanto, de um processo de resfriamento.

Como a lei de resfriamento trata-se de uma EDO separável, sua montagem pode ser estabelecida da seguinte forma:

$$\frac{1}{T - T_a} \frac{dT}{dt} = -k \quad (5)$$

Integrando a equação (5) em relação ao tempo, obtemos

$$\ln(T - T_a) = -kt + k_0 \quad (6)$$

Ao aplicar a função exponencial na equação (6), obtemos

$$T - T_a = e^{-kt} e^{k_0} \quad (7)$$

Substituindo e^{k_0} pela constante C . Então, a solução da equação diferencial ordinária da equação (4) será definida pela equação (8).

$$T(t) = T_a + C e^{-kt} \quad (8)$$

Considerando que a temperatura inicial do corpo $T(0) = T_0$. A equação (8) ficará:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a) e^{-kt} \quad (9)$$

A equação (9) é a solução geral da EDO (4). Se $k > 0$ a solução (9) é estável e converge para T_a . Se $k < 0$, então a solução (9) diverge.

A Figura 1 apresenta o modelo típico do Campo de Direções da EDO (9) para constantes $k > 0$ e $T_a > 0$, como observa-se toda as soluções convergem para a temperatura ambiente T_a quando os valores de t são suficientemente grandes. A solução $T = T_a$ é uma solução de equilíbrio entre a temperatura do objeto e a temperatura do ambiente. Percebe-se também que todas as soluções em que a temperatura no tempo

zero é maior que T_a tem sua temperatura decrescendo ao longo do tempo até convergir para T_a . Por outro lado, todas as soluções que possuem a temperatura no tempo zero menor que T_a tem sua temperatura crescente ao longo do tempo até convergir para T_a . Portanto não importa qual a temperatura do objeto no tempo zero, em contato com o meio sua temperatura tende a estabilizar com a temperatura ambiente. Para mais informações referentes a Campo de Direções consultar Boyce e DiPrima (2002).

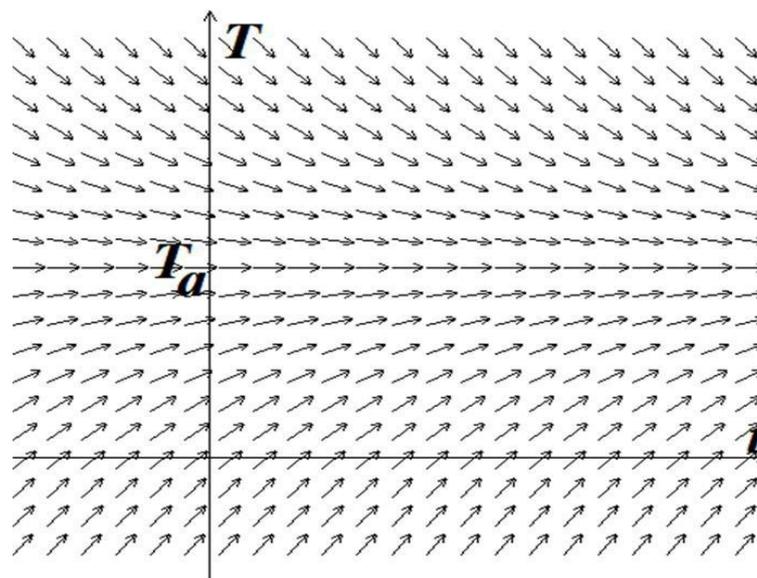


Figura 1 - Gráfico do Campo de direções da EDO (6) com $k > 0$

Fonte: Próprios Autores

3 | OS MÉTODOS NUMÉRICOS

Métodos Numéricos são um conjunto de técnicas e ferramentas pelas quais torna-se possível a resolução de problemas físicos e matemáticos por meio de operações aritméticas. Podem ser utilizados em problemas modelados por equações diferenciais ordinárias, surgindo como uma alternativa extremamente útil para a solução e obtenção do resultado final (SPERANDIO et al, 2003).

Trata-se de um algoritmo composto por uma série finita de números que determina a quantidade de operações necessárias para obter a solução do problema por meio de aproximação. Possui uma extensa ramificação quanto aos tipos existentes de processos numéricos (bisseção, Newton, posição falsa, ponto fixo, etc.), onde cada um apresenta características diferentes que devem ser observados durante a escolha do método a fim de obter o resultado de maneira mais simples (VALLE, 2012).

3.1 Método de Euler e de Euler melhorado

Dentre os diversos métodos numéricos utilizados na resolução de EDO's, os Métodos de Euler e de Euler Melhorado se destacam por sua simplicidade de implementação computacional, e também, pela facilidade em se obter as suas aproximações. Então, no caso do problema regido pela lei de resfriamento de Newton,

esses métodos numéricos podem facilmente ser utilizados no lugar dos métodos analíticos. (ROMAIS et al, 2009).

O método de Euler é o método numérico mais antigo e foi desenvolvido por Leonhard Euler por volta de 1768. É também conhecido como “método da linha tangente” e consiste em resolver uma equação diferencial ordinária, construindo soluções aproximadas de um PVI (problema de valor inicial). Pode-se considerar que esse método se trata de uma série de Taylor truncada na primeira derivada. Um resumo gráfico desse método está abaixo, onde a curva desconhecida do resultado está em azul e a sua aproximação em vermelho. (BOYCE E DIPRIMA, 2002)

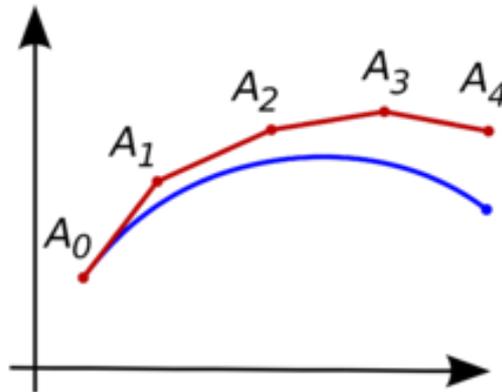


Figura 2 – Representação gráfica do método de Euler.

Fonte: Google Imagens

Segundo Ruggiero e Lopes (1996), por ser uma ramificação dos “métodos de passo um” ou, como conhecido, “passo simples”, esse processo numérico se baseia em um problema de valor inicial dado por: $y' = f(x, y)$, onde se conhece x_0 e y_0 , sendo possível encontrar $y'(x_0) = f(x_0, y_0)$. Logo, a reta de aproximação que passa por esses pontos com o coeficiente angular sendo $y'(x_0)$, é definida pela equação (10).

$$r_0(x) = y(x_0) + (x - x_0) y'(x_0) \quad (10)$$

Assim, o valor $Y(x_1)$ será aproximado pelo valor $r_0(x_1)$ na equação (10).

Definindo $h = (x_{(k+1)} - x_k)$, assim o processo se repete para (x_1, y_1) sendo definido $y_2 = y_1 + hf(x_1, y_1)$, e assim por diante, nos fornecendo, portanto:

$$y_{(k+1)} = y_k + hf'(x_k, y_k), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

4 | ERRO PERCENTUAL

O cálculo do erro percentual permite dizer o quão longe o resultado obtido em um experimento está a partir de um valor aceito, ou seja, o método admite uma comparação entre uma estimativa e um valor exato. Conhecer a margem de erro cometida durante o processo de um cálculo determina se o método utilizado torna-se eficaz ou não na resolução do problema em questão, sendo que, quanto maior for o erro, menos real

será o valor encontrado.

No caso do experimento realizado com os blocos cerâmicos, a verificação do erro utilizando a medida de erro percentual relativo será dada através da equação (12):

$$E = \frac{|S_{an} - S_{ap}|}{S_{an}} * 100 \quad (12)$$

Sendo, S_{an} a solução obtida por meio do processo analítico, aquele por equação diferencial; S_{ap} a solução obtida pelo processo aproximado, ou seja, pelo método de Euler.

Diminuir a margem de erro é, portanto, uma necessidade no cálculo para resolução de diversos empasses, a fim de se obter um resultado mais coerente. Para tanto, no experimento base aqui estudado, as medições das temperaturas foram realizadas todas da mesma altura, a fim de evitar uma maior discrepância entre os resultados.

5 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o objetivo de se obter as constantes de resfriamento do material trabalhado (“mini-paredes” expostas e revestidas), uma coleta de dados foi realizada, auxiliando na modelagem da EDO, bem como na comparação da resolução do problema pelos dois métodos físicos-matemáticos apresentados de forma a gerar o menor erro de aproximação possível. Segundo Susin et al (2013) a previsão de dados, como o tempo que levará para os corpos voltarem à temperatura ambiente depois de aquecidos, também é um resultado que foi obtido através dos modelos, o que mostra que a análise do comportamento de incógnitas pode ser realizada, mostrando as tendências comportamentais que segue de acordo com um dado intervalo de tempo.

5.1 Experimento

Para o estudo da Lei de Resfriamento de Newton utilizando o cálculo através de equações diferenciais e de métodos numéricos com embasamento na área da Engenharia Civil, um experimento foi realizado, feitas duas “mini-paredes” utilizando dois blocos cerâmicos cada, sendo que uma foi revestida e na outra os blocos foram deixados expostos, com argamassa apenas entre eles. A argamassa utilizada foi fabricada seguindo o traço 3:1:1, três partes de areia para uma parte de cimento e uma parte de cal, e a mesma foi utilizada tanto para o revestimento como para grudar um bloco ao outro. Quando já estavam secas, as “mini-paredes” foram inseridas, uma de cada vez, em um forno do tipo mufla durante trinta minutos, o qual foi aquecido até a temperatura de 120°C. Após esse tempo, foram retiradas e suas temperaturas foram mensuradas a cada dois minutos com a utilização de um termômetro a laser, sendo que esse era apontado entre os septos, a fim de formar uma tabela de dados experimentais.

Conhecendo esses dados, obteve-se as condições necessárias para encontrar a

constante de resfriamento do material e determinar o tempo de resfriamento utilizando a Lei de Resfriamento através da solução da equação diferencial ordinária (4), além de ser calculado por métodos numéricos (equação (11)) a temperatura do material a cada tempo e comparando a porcentagem de erro (equação (12)) do resultado obtido e da temperatura averiguada.

5.2 Materiais utilizados

Os materiais utilizados para a realização do experimento laboratorial foram quatro blocos cerâmicos, um termômetro Infravermelho laser, um forno Mufla Micro processado, modelo Q318M25T e a argamassa preparada conforme dosagem e são mostrados nas figuras (3), (4), (5) e (6).



Figura 3 - Forno Mufla
Fonte: Próprios Autores



Figura 4 -Termômetro Infravermelho
Fonte: Próprios Autores

5.3 Dados experimentais

Após a análise, os dados obtidos foram apresentados nos gráficos das figuras (7) e (8), com a finalidade de se observar evidentemente a curva formada pelo processo de resfriamento dos blocos.

Após a realização dos experimentos e montagem do gráfico, pode-se observar que há uma tendência natural dos corpos de prova, de entrarem em equilíbrio com o ambiente, ou seja, após um passar um tempo de serem aquecidos, passam a resfriar, tendendo cada vez mais à retornarem para a temperatura do meio circundante. Esse fato decorre das trocas de calor entre os corpos de prova e o ambiente.



Figura 5 - Bloco cerâmico aparente
Fonte: Próprios Autores



Figura 6 – Bloco cerâmico revestido
Fonte: Próprios Autores

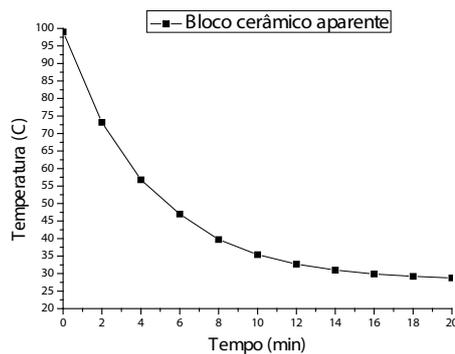


Figura 7 – Gráfico do tempo X temperatura do bloco cerâmico aparente
Fonte: Próprios Autores

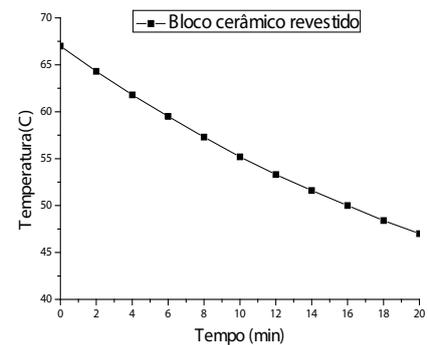


Figura 8 - Gráfico do tempo x temperatura do bloco cerâmico revestido
Fonte: Próprios Autores

5.4 Dados numéricos para o problema analítico

Nesta seção serão apresentadas as resoluções analíticas para o bloco cerâmico aparente e para o bloco cerâmico revestido.

5.4.1 Resolução analítica para o bloco cerâmico aparente

Considerando a equação (9) e os dados obtidos do experimento $T_{\alpha} = 28$ e $T_0 = 99$, tem-se:

$$T(t) = 28 + (99 - 28) e^{-kt} \quad (14)$$

Utilizando $T(2) = 73,2$ obtem-se o valor da constante $k = 0,225791395$.

Assim, a equação final do bloco cerâmico aparente será dada pela equação (15).

$$T(t) = 28 + 71 e^{-0,2258t} \quad (15)$$

Com a equação (15) consegue-se estimar quanto tempo o bloco levará para atingir um valor próximo à temperatura ambiente. Utilizando $T = 28,1$ na equação (15), que é uma média da temperatura ambiente de Tangará da Serra – MT, cidade onde o experimento foi realizado, obtemos o valor $t = 29,0755756$ minutos.

Portanto, a temperatura do bloco cerâmico aparente se aproximará da temperatura ambiente após 29 minutos. Como validação do modelo na Tabela 1 apresenta-se o valor determinado através da equação (15) para as temperatura nos 5 primeiros intervalos de tempo e o valor aferido pelo termômetro durante o experimento, apresentando temperaturas praticamente idênticas.

Intervalo	1	2	3	4	5
Tempo (min)	0	2	4	6	8
Temperatura aferida (°C)	99	73,2	56,8	47	39,7
Temperatura eq. (15) (°C)	99	73,1992	56,7742	46,3179	39,6613

Tabela 1 – Bloco cerâmico aparente

Fonte: Próprios Autores

5.4.2 Resolução analítica para o bloco cerâmico revestido

Considerando os dados obtidos do experimento para o bloco cerâmico revestido, temos que $T_{\alpha} = 28$ e $T_{\circ} = 67$, e substituindo na equação (9), obtemos a equação diferencial que rege o sistema:

$$T(t) = 28 + (67 - 28) e^{-kt} \quad (16)$$

Utilizando $T(2) = 64,3$, obtemos o valor da constante $k = 0,035871952$.

Utilizando uma aproximação para a constante k , obtemos a equação final do bloco cerâmico revestido:

$$T(t) = 28 + 39 e^{-0,0359t} \quad (17)$$

Para estimar quanto tempo a temperatura do bloco revestido levará para chegar à uma aproximação da temperatura ambiente, utiliza-se a equação (17) com o valor $T = 28,1$, obtendo-se $t = 166,19$ minutos.

Portanto, a temperatura do bloco cerâmico revestido se aproximará à temperatura ambiente após duas horas e quarenta e seis minutos, aproximadamente. Com o objetivo de validar o modelo obtido na equação (17), repetiu-se o processo realizado com o bloco cerâmico aparente e obteve-se a Tabela 2. Mas uma vez o modelo foi validado com êxito, pois os valores obtidos através da equação (17) são praticamente idênticos aos valores obtidos durante o experimento.

Intervalo	1	2	3	4	5
Tempo (min)	0	2	4	6	8
Temperatura aferida (°C)	67	64,3	61,8	59,5	57,3
Temperatura eq. (15) (°C)	67	64,2979	61,7831	59,4425	57,2641

Tabela 2 – Bloco cerâmico revestido

Fonte: Próprios Autores

5.4.3 Resolução pelo método de Euler para o bloco cerâmico aparente

Utilizando-se do método de Euler, apresentado na seção 3.1, e aplicando-se os valores, $T_\alpha = 28$, $T_0 = 99$, $T_1 = 73,2$, e $h = 2$, obtidos experimentalmente, sendo h a variação do tempo, utilizamos da equação (11) para obter-se o valor da constante k de resfriamento. E utilizando para $f'(x_k, y_k)$ a equação (4) obtemos:

$$73,2 = 99 + 2 \cdot -\bar{k} (99-28) \quad (18)$$

$$k = 0,18169014 \quad (19)$$

Assim a lei de recorrência para o bloco cerâmico aparente será definida pela equação (20).

$$T_{\bar{k}+1} = T_{\bar{k}} - 0,36338 (T_{\bar{k}} - 28) \quad (20)$$

Através da equação (20) são obtidos os valores apresentados na Tabela 3.

Tempo (t) minutos	$T_{\bar{k}+1} = T_{\bar{k}} - 0,36338 (T_{\bar{k}} - 28)$
$t_0 = 0$	99
$t_1 = 2$	73,20002
$t_2 = 4$	56,77523673
.	.
.	.
.	.
$t_{13} = 26$	28,20030969
$t_{14} = 28$	28,12752116
$t_{15} = 30$	28,08118252

Tabela 3 – Temperatura do bloco cerâmico aparente obtido pelo método de Euler

Fonte: Próprios Autores

Observa-se pela Tabela 3 que o método numérico é coerente com o método analítico em que o bloco cerâmico aparente atingiu a temperatura de $28,1^\circ\text{C}$, aproximadamente, em 29 minutos.

5.4.4 Resolução pelo método de Euler para o bloco cerâmico revestido

Aplicando-se a equação (11) para obter-se a constante k de resfriamento e utilizando-se os valores do bloco revestido, $T_\alpha = 28$, $T_0 = 67$, $h = 2$ e $T_1 = 64,3$. Para $f'(x_k, y_k)$ utilizou-se a equação (4) obtemos:

$$64,3 = 67 + 2 \cdot -k (67 - 28) \quad (21)$$

$$k = 0,034615384 \quad (22)$$

Assim a lei de recorrência para o bloco cerâmico revestido será definida pela equação (23).

$$T_{\bar{k}+1} = T_{\bar{k}} - 0,0692 (T_{\bar{k}} - 28) \quad (23)$$

Através da equação (23) são obtidos os valores apresentados na Tabela 4.

Tempo (t) minutos	$T_n = T_o + hf (t_o, T_o)$
$t_o = 0$	67
$t_1 = 2$	64,3012
$t_2 = 4$	61,78915696
.	.
.	.
.	.
$t_{80} = 160$	28,11706605
$t_{81} = 162$	28,10896508
$t_{82} = 164$	28,10142469
$t_{83} = 166$	28,0944061

Tabela 4 – Bloco cerâmico revestido

Fonte: Próprios Autores

Percebe-se pela Tabela 3 que o método numérico para o bloco cerâmico revestido também é coerente com o método analítico, assim como ocorreu com o bloco cerâmico aparente. No método analítico o bloco cerâmico revestido atingiu a temperatura de 28,1°C, aproximadamente, em 166,19 minutos.

5.5 Discussão acerca das constantes

A constante obtida através do cálculo do método de Newton pela modelagem de EDO para o bloco cerâmico aparente é 0,225791395 e a constante obtida para o bloco cerâmico revestido é 0,035871952. No entanto, as constantes encontradas não podem ser generalizadas, pois os blocos cerâmicos não são feitos de uma mesma forma.

Já para o método de Euler, as constantes encontradas foram 0,18169014 para o bloco cerâmico aparente e 0,034615384 para o bloco cerâmico revestido. Percebe-se que há uma diferença entre as constantes do mesmo bloco nos diferentes métodos, desta forma requer muita atenção ao utilizar uma constante, pois elas podem variar de método para método, além de outros fatores.

6 | CÁLCULO DO ERRO PERCENTUAL

O objetivo desta seção é determinar os erros percentuais entre os valores obtidos através dos dois métodos para os dois blocos utilizados.

6.1 Cálculo do erro percentual para o bloco aparente

Utilizando a equação (12), e os resultados obtidos pelo cálculo por EDO e pelo método de Euler, tem-se o erro percentual cometido para o tempo de 28 minutos:

$$E = \frac{|28,12748965 - 28,12752116|}{28,12748965} \cdot 100 \quad (24)$$

$$E = 0,000112025 \% \quad (25)$$

6.2 Cálculo do erro percentual para o bloco revestido

Através da mesma metodologia, foi determinado o erro percentual para o bloco revestido para o tempo de 166 minutos:

$$E = \frac{|28,10067695 - 28,0944061|}{28,10067695} \cdot 100 \quad (26)$$

$$E = 0,02231565457 \% \quad (27)$$

Se tratando de um erro relativo, seu valor varia conforme a grandiosidade do problema. No caso, se referindo à temperatura de um corpo em um ambiente termicamente controlado o erro se mostra praticamente nulo tanto para o bloco cerâmico aparente como para o bloco cerâmico revestido, o que torna os processos eficazes para a resolução da questão.

7 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da elaboração deste trabalho embasado em métodos experimentais, nota-se as diversas aplicações da modelagem de equações comumente utilizadas pela física a fim de se obter um resultado mais preciso e satisfatório. Trazendo um estudo sucinto sobre a Lei de Resfriamento de Newton, observa-se que as Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem e o método numérico de Euler se apresentam como uma boa alternativa para a solução da equação inicial.

Os resultados obtidos foram compreensíveis e satisfatórios, de modo em que durante os experimentos percebeu-se que a análise dos materiais é de suma importância, principalmente no ramo da engenharia civil. Conhecer as características de um material e a maneira como ele se comporta em determinadas condições é, portanto, a função de um engenheiro, o qual também deve saber trabalhar com as ferramentas numéricas existentes que auxiliam no estudo e observação do comportamento de um fenômeno ou sistema, dominando suas propriedades, a fim de evitar possíveis danos na construção, como rachaduras e infiltrações causadas pela trinca do revestimento.

Como Newton provou através dos princípios de conservação de energia, o equilíbrio térmico com o ambiente só se torna possível por causa da ação do vento. Sendo que a taxa de resfriamento do material depende do material com o qual foi fabricado, das condições ambientais e climáticas no momento do experimento, entre muitos outros fatores.

As constantes encontradas neste trabalho podem ser estendidas aos blocos cerâmicos de mesmo lote, mas devem estar nas mesmas condições ambientais e climáticas do bloco em estudo. Para a constante encontrada da parede revestida poder ser utilizada, além de seguir os mesmos critérios devem ser revestidas com argamassa de mesma dosagem da utilizada no estudo, sendo que, se houver alguma alteração mínima, os resultados esperados não serão os mesmos.

REFERÊNCIAS

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

BRONSON, Richard; COSTA, Gabriel. **Equações Diferenciais – Coleção Schaum**. 3. ed. São Paulo: Bookman, 2008.

NÓBREGA, Danielle Dantas. **Equações diferenciais ordinárias e algumas aplicações**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ensino Superior do Seridó, Departamento de Ciências Exatas e Aplicadas. Caicó - RN, 2016.

ROMAIS, R.; BENETTI, D.; CHRISTOFORO, A. L.; REIS Jr, D. V. **Aplicação de Alguns Métodos de Runge-Kutta na Resolução de equações diferenciais ordinárias**. II Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional da Região Centro-Oeste, UNEMAT, Sinop – MT, 2009.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico: Aspectos teóricos e computacionais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.

SOUZA, Luiz Fernando. **Um experimento sobre a dilatação térmica e a lei de resfriamento**. 2007. 25 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro- RJ, 2007.

SPERANDIO, D.; MENDES, J. T.; SILVA, L. H. M. **Cálculo Numérico: Características Matemáticas e Computacionais dos Métodos Numéricos**. 1. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

SUSIN, Robson; CARGNELUTTI, Jocelaine; SEGOBIA B. Pedro. **Aplicação da Lei do Resfriamento de Newton em blocos cerâmicos: modelagem, resolução analítica e comparação prática dos resultados**. I Semana da Matemática da UTFPR - Toledo Perspectivas do Ensino e da Pesquisa em Matemática. Toledo, 2013.

THOMAS, Lucas Rangel. **O uso de equações diferenciais na modelagem de sistemas naturais e outros**. Faculdade UnB Planaltina, Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

VALLE, K. N. F.. **Métodos Numéricos de Euler e Runge-Kutta**. 2012, 40 f. TCC (Graduação) - Monografia apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática para Professores com Ênfase em Cálculo da UFMG, Belo Horizonte - MG, 2012.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-85107-70-3

