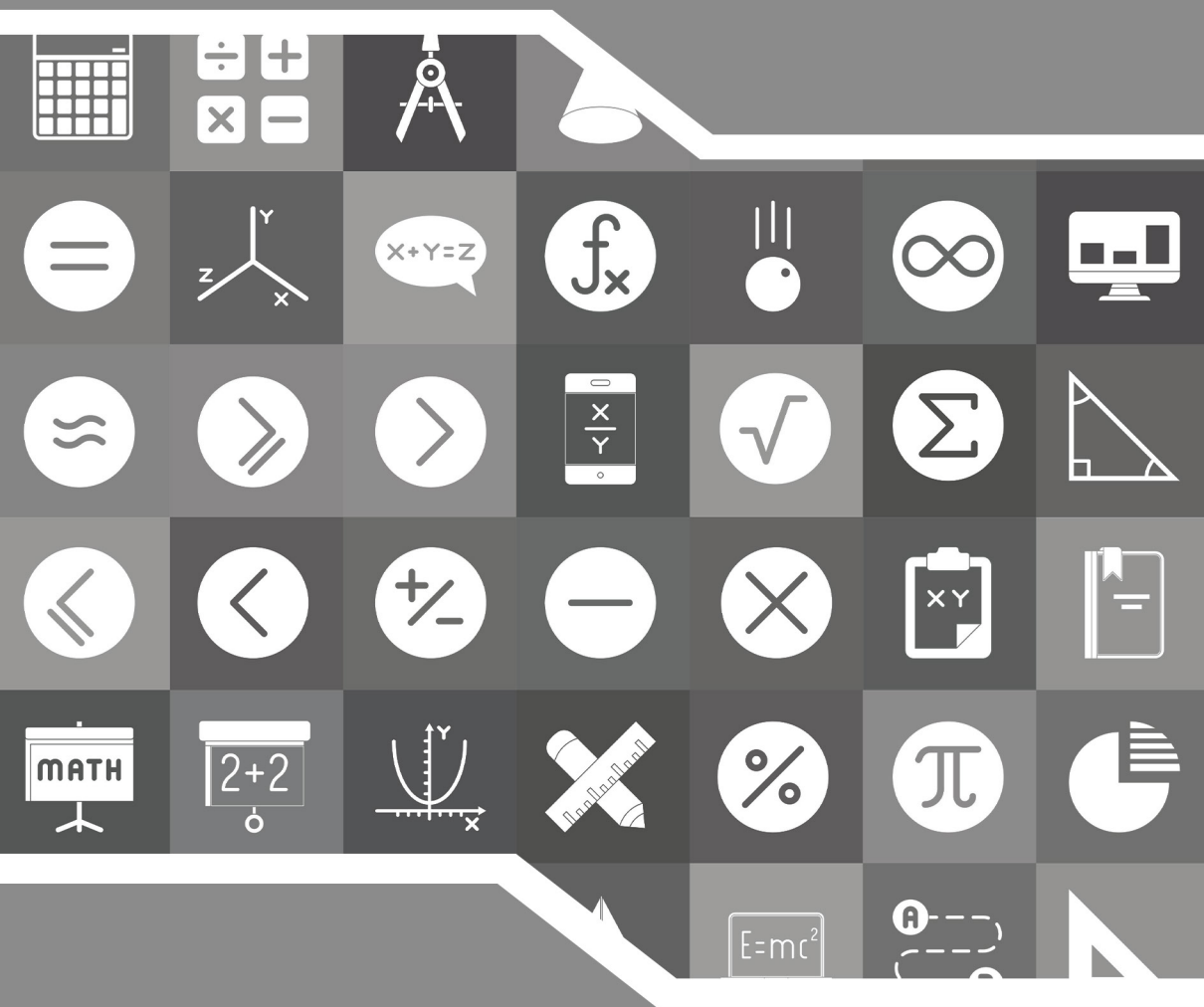


Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3



Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3



Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira
(Organizadores)

Editora Chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Assistentes Editoriais

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

Bibliotecário

Maurício Amormino Júnior

Projeto Gráfico e Diagramação

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremona

Karine de Lima Wisniewski

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

Imagens da Capa

Shutterstock

Edição de Arte

Luiza Alves Batista

Revisão

Os Autores

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A Atena Editora não se responsabiliza por eventuais mudanças ocorridas nos endereços convencionais ou eletrônicos citados nesta obra.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Prof^ª Dr^ª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof^ª Dr^ª Débora Luana Ribeiro Pessoa – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves -Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Prof^ª Dr^ª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Prof^ª Dr^ª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof^ª Dr^ª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof^ª Dr^ª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia
Prof^ª Dr^ª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Jefferson Thiago Souza – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas
Prof^ª Dr^ª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof^ª Dr^ª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Prof^ª Dr^ª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
Prof^ª Dr^ª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino
Prof^ª Dr^ª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof^ª Dr^ª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof^ª Dr^ª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Prof^ª Dr^ª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof^ª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Prof^ª Dr^ª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Linguística, Letras e Artes

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Me. Adalto Moreira Braz – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Andrezza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Clécio Danilo Dias da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina

Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Dr. Fabiano Lemos Pereira – Prefeitura Municipal de Macaé
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza
Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Ma. Lillian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal

Prof. Me. Robson Lucas Soares da Silva – Universidade Federal da Paraíba
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 3

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Bibliotecário Maurício Amormino Júnior
Diagramação: Camila Alves de Cremo
Edição de Arte: Luiza Alves Batista
Revisão: Os Autores
Organizadores: Américo Junior Nunes da Silva
André Ricardo Lucas Vieira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

P966 Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas 3 [recurso eletrônico] / Organizadores Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5706-357-6

DOI 10.22533/at.ed.576200809

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas e soluções. I. Silva, Américo Junior Nunes da. II. Vieira, André Ricardo Lucas.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

O contexto social, histórico e cultural contemporâneo, fortemente marcado pela presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC, entendidas como aquelas que têm o computador e a internet como instrumentos principais, gera demandas sobre a escola e sobre o trabalho docente. Não se trata de afirmar que a presença das tecnologias na sociedade, por si só, justifica sua integração à educação, mas de considerar que os nascidos na era digital têm um perfil diferenciado e aprendem a partir do contexto em que vivem, inclusive fora da escola, no qual estão presentes as tecnologias.

É nesta sociedade altamente complexa em termos técnico-científicos, que a presença da Matemática, alicerçada em bases e contextos históricos, é uma chave que abre portas de uma compreensão peculiar e inerente à pessoa humana como ser único em sua individualidade e complexidade, e também sobre os mais diversos aspectos e emaranhados enigmáticos de convivência em sociedade. Convém salientar que a Matemática fornece as bases do raciocínio e as ferramentas para se trabalhar em outras ciências. Faz-se necessário, portanto, compreender a importância de se refletir sobre as estratégias pedagógicas utilizadas no ensino desta ciência.

Ensinar Matemática não se limita em aplicação de fórmulas e regras, memorização, aulas expositivas, livros didáticos e exercícios no quadro ou atividades de fixação, mas necessita buscar superar o senso comum através do conhecimento científico e tecnológico. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem matemática priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático.

A prática pedagógica intrínseca ao trabalho do professor é complexa, e buscar o “novo” exige o enfrentamento de situações inusitadas. Como a formação inicial representa a instância formadora dos esquemas básicos, a partir dos quais são desenvolvidas outras formas de atuação docente, urge analisá-la a fundo para identificar as problemáticas que implicam diretamente no movimento de profissionalização do professor que ensina matemática.

É neste sentido, que o livro **“Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas”**, em seu *volume 3*, reúne trabalhos de pesquisa e experiências em diversos espaços, como a escola por exemplo, com o intuito de promover um amplo debate acerca das variadas áreas que o compõe.

Por fim, ao levar em consideração todos esses elementos, a importância desta obra, que aborda de forma interdisciplinar pesquisas, relatos de casos e/ou revisões, refletem-se nas evidências que emergem de suas páginas através de

diversos temas que suscitam não apenas bases teóricas, mas a vivência prática dessas pesquisas.

Nessa direção, portanto, desejamos a todos e a todas uma boa leitura!

Américo Junior Nunes da Silva

André Ricardo Lucas Vieira

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
DESARROLLO DE ESTÁNDARES DE MATEMÁTICAS Y FINANZAS FUNCIONALES EN ADOLESCENTES Claudia María Lara Galo DOI 10.22533/at.ed.5762008091	
CAPÍTULO 2	9
APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: UMA NOVA PERSPECTIVA ATRAVÉS DA CONTEXTUALIZAÇÃO E INTEGRAÇÃO Samara de Kássia Saraiva Rodrigues Izabel Cristina Gemaque Pinheiro Daniellen Costa Protazio Danielle de Jesus Pinheiro Cavalcante Aline Lorinho Rodrigues Cristiane Matos Oliveira Nascimento Camila Americo Neri Priscila da Silva Santos Yara Julyana Rufino dos Santos Silva Ashiley Sarmento da Silva Odivânia Ferreira de Moraes Alex Gonçalo da Costa Maciel DOI 10.22533/at.ed.5762008092	
CAPÍTULO 3	17
A MATEMÁTICA UTILIZADA PELOS FANDANGUEIROS NA CONSTRUÇÃO DA RABECA: POSSIBILIDADES DE DIÁLOGOS COM A MATEMÁTICA ESCOLAR Josiane Ferreira Gomes Lourenço Marcos Aurelio Zanlorenzi DOI 10.22533/at.ed.5762008093	
CAPÍTULO 4	27
OS ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS NO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL E OS ERROS DE ALUNOS Leila Pessôa da Costa Regina Maria Pavanello DOI 10.22533/at.ed.5762008094	
CAPÍTULO 5	38
MATEMÁTICA E SOCIEDADE NO MUNDO MULTIDIMENSIONAL DA PLANOLÂNDIA, DE EDWIN ABBOTT Amanda Uneida Vieira Giovanna Fonseca Couto Lara Silva Alves Luísa Tinoco Thomazini Nicole Zuccolotto Viana Claudia Alessandra Costa de Araujo Lorenzoni DOI 10.22533/at.ed.5762008095	

CAPÍTULO 6.....	46
SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA O ENSINO BÁSICO CONTEMPLANDO HABILIDADES DA BNCC	
Gustavo Henrique da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.5762008096	
CAPÍTULO 7.....	56
PRÁTICA DOCENTE: A UTILIZAÇÃO DO LÚDICO PARA O APRENDIZADO DAS OPERAÇÕES COM COMPLEXOS	
Bruno Sebastião Rodrigues da Costa	
Lauro dos Reis Costa Neto	
Rafael Silva Patrício	
Jonas Souza Barreira	
Aline Lorinho Rodrigues	
Bianca Sousa Geber	
Érica Pantoja da Silva	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes	
Marcelo Costa Cordeiro	
Marcos Vinicius Silva Alves	
Mayanna Cayres Oliveira	
Rayanna Karolina da Silva Corrêa	
DOI 10.22533/at.ed.5762008097	
CAPÍTULO 8.....	68
PSEUDOPRIMOS, QUEM SÃO? COMO VIVEM? COMO SE REPRODUZEM?	
Zulaianny Regina de Araújo Azevedo	
Alex de Moura Batista	
Désio Ramirez da Rocha Silva	
DOI 10.22533/at.ed.5762008098	
CAPÍTULO 9.....	73
EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE Y RECONCEPTUALIZACIÓN GEOMÉTRICA: UNA PROPUESTA PARA LA REORGANIZACIÓN DE LA PRÁCTICA DOCENTE	
Karla Gómez Osalde	
Landy Sosa Moguel	
Eddie Aparicio Landa	
DOI 10.22533/at.ed.5762008099	
CAPÍTULO 10.....	85
UMA EXPERIÊNCIA COM AS FERRAMENTAS DO APLICATIVO “GOOGLE SALA DE AULA” NO ENSINO DE MATEMÁTICA	
Helenice Maria Costa Araújo	
Jhone Caldeira Silva	
Élida Alves da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.57620080910	

CAPÍTULO 11	91
AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO COMO FERRAMENTAS MOTIVADORAS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	
Michele Cristina da Silva	
Élida Alves da Silva	
Jhone Caldeira Silva	
DOI 10.22533/at.ed.57620080911	
CAPÍTULO 12	97
POSSIBILIDADES PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ACADÊMICOS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO	
Sheila Cristina Teixeira	
Élida Alves da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.57620080912	
CAPÍTULO 13	103
DIFICULTADES EN EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO DE PROFESORES DE SECUNDARIA AL GENERALIZAR UN PATRÓN CUADRÁTICO	
Landy Sosa Moguel	
Eddie Aparicio Landa	
DOI 10.22533/at.ed.57620080913	
CAPÍTULO 14	116
UMA ANÁLISE DOS NÍVEIS DE CONHECIMENTO DIDÁTICO-MATEMÁTICO DE LICENCIANDOS PARA O ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS	
Patrícia Pujol Goulart Carpes	
Eleni Bisognin	
DOI 10.22533/at.ed.57620080914	
CAPÍTULO 15	128
UNA APROXIMACIÓN A LA RECONCEPTUALIZACIÓN DEL CONCEPTO DE TRANSFORMACIÓN GEOMÉTRICA EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS	
Eddie Aparicio Landa	
Landy Sosa Moguel	
DOI 10.22533/at.ed.57620080915	
CAPÍTULO 16	140
PIBID: FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES, UM OLHAR PARA SUAS CONTRIBUIÇÕES A PARTIR DA EXPERIÊNCIA NA ESCOLA ANTÔNIO DE OLIVEIRA GORDO EM MOJU-PA	
Marcos Vinicius Silva Alves	
Alex Gonçalo da Costa Maciel	
Lucas Felipe Souza de Oliveira	
Rafael Silva Patrício	
Ashiley Sarmiento da Silva	
Bruno Sebastião Rodrigues da Costa	
Danielle de Jesus Pinheiro Cavalcante	
Leandro Santos Marques	

Mauro Sérgio Santos de Oliveira
Pedro Augusto Lopes Rosa
Samara de Kássia Saraiva Rodrigues

DOI 10.22533/at.ed.57620080916

CAPÍTULO 17..... 151

O PRINCÍPIO DO BURACO DOS POMBOS FOI DESENVOLVIDO POR DIRICHLET? APRESENTANDO DIRICHLET E SEUS TRABALHOS

Alison Luan Ferreira da Silva

Giselle Costa de Sousa

DOI 10.22533/at.ed.57620080917

CAPÍTULO 18..... 164

UM ESTUDO DO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM ÊNFASE NA REFORMA CURRICULAR DE MATEMÁTICA DA FRANÇA

Júlio César Deckert da Silva

Ruy César Pietropaolo

DOI 10.22533/at.ed.57620080918

CAPÍTULO 19..... 176

MATEMÁTICA COM TECNOLOGIAS: CUBO DE RUBIK E ROBÓTICA

Cassiano Marques Barbosa

Alexandre Henrique Afonso Campos

Fernando da Costa Barbosa

DOI 10.22533/at.ed.57620080919

CAPÍTULO 20..... 187

A ESTRUTURA MATEMÁTICA QUANTO À CRIAÇÃO DE AEROPORTOS E AS IMPLICAÇÕES DE VOO E POUSO DE AVIÕES

Sthefany Caroline Souza Raia

DOI 10.22533/at.ed.57620080920

CAPÍTULO 21..... 195

GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA ALUNOS DO 7º ANO DA EDUCAÇÃO BÁSICA COM ENFOQUE DA TAD

Karina de Oliveira Castro

Marlene Alves Dias

Anderson Alves

DOI 10.22533/at.ed.57620080921

SOBRE OS ORGANIZADORES.....206

ÍNDICE REMISSIVO..... 207

CAPÍTULO 13

DIFICULTADES EN EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO DE PROFESORES DE SECUNDARIA AL GENERALIZAR UN PATRÓN CUADRÁTICO

Data de aceite: 26/08/2020

Landy Sosa Moguel

Universidad Autónoma de Yucatán
Mérida –Yucatán, Méxicos
<http://orcid.org/0000-0002-8771-0800>

Eddie Aparicio Landa

Universidad Autónoma de Yucatán
Mérida –Yucatán, México
<http://orcid.org/0000-0003-4400-3919>

RESUMEN: El objetivo de este estudio consistió en identificar las dificultades en el razonamiento inductivo de profesores de matemáticas de secundaria al resolver un problema de generalización. El problema consistió en inducir la regla general correspondiente al comportamiento cuadrático de los valores de una variable, y se aplicó a diecinueve profesores quienes lo resolvieron por escrito de manera individual. El análisis de los datos se llevó a cabo a través de comparar y contrastar los procesos inductivos empleados por los profesores que obtuvieron la regla general del patrón, con respecto a quienes no alcanzaron a generalizar. Las dificultades halladas radican principalmente en el proceso para establecer el patrón y están asociadas a la observación de una regularidad global entre los datos, al establecimiento de relaciones entre variables y a la abstracción de lo general.

PALABRAS-CLAVE: Dificultades, Razonamiento inductivo, Generalización, Patrón cuadrático, Profesores.

DIFFICULTIES IN INDUCTIVE REASONING OF MIDDLE SCHOOLTEACHERS WHEN GENERALIZING A QUADRATIC PATTERN

ABSTRACT: The goal of this study is to identify the difficulties in inductive reasoning of secondary school mathematics teachers when solving a generalization problem. The problem was to induce the general rule corresponding to the quadratic behavior of the values of a variable; the problem was given to nineteen teachers who worked it individually and in writing. The data analysis was carried out by comparing and contrasting the inductive processes used by the teachers who obtained the general rule of the pattern, with respect to those who failed to generalize. The difficulties encountered lie mainly in the process to establish the pattern; they are associated with the observation of a global regularity between the data, the establishment of relationships between variables, and the abstraction of the general.

KEYWORDS: Difficulties, Inductive reasoning, Generalization, Quadratic pattern, Teachers.

1 | INTRODUCCIÓN

El razonamiento inductivo es un proceso esencial para generalizar en matemáticas (Castro, Cañada y Molina, 2010; Pólya, 1966), siendo de suma utilidad para descubrir propiedades, patrones y teoremas matemáticos. Asimismo, mejora la habilidad de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes al propiciar la adquisición de

conocimiento y el desarrollo de estrategias de generalización (Klauer & Phye, 2008; Molnár, 2011; Mousa, 2017). Por consiguiente, en el estudio de las matemáticas fundamentales para resolver problemas que involucran hacer generalizaciones, pues apoya el reconocimiento de patrones, la abstracción y formulación de reglas generales (Cañadas, Castro, & Castro, 2008; Haverty, Koedinger, Klahr, & Alibali, 2000; Murawska & Zollman, 2015; Sriraman & Adrian, 2004).

En educación secundaria, es necesario que los estudiantes usen razonamiento inductivo para reconocer relaciones matemáticas y generalizar distintas clases de patrones numéricos y geométricos (NCTM, 2000). Es por ello que, para entender cómo favorecer este razonamiento en niños y jóvenes, diversas investigaciones han analizado las acciones y procesos de los estudiantes cuando resuelven problemas de manera inductiva. Estos se han enfocado en describir los procesos cognitivos que usan para reconocer regularidades (Christou & Papageorgiou, 2007), la forma en que reconocen patrones en datos numéricos a fin de establecer relaciones funcionales (Haverty et al., 2000) y las estrategias inductivas que emplean en problemas de generalización sobre sucesiones (Cañada et al., 2008). Los resultados reafirman la importancia del razonamiento inductivo como proceso mental que soporta el aprendizaje matemático en contextos de generalización; incluso se ha demostrado que es posible desarrollarlo en la escuela desde edades tempranas (e.g. Molnár, 2011; Papageorgiou, 2009).

No obstante, aun cuando el profesor es el principal actor en promover esta y otras formas de razonamiento en los estudiantes, escasos estudios se han centrado en analizar el razonamiento inductivo en profesores de matemáticas en servicio al generalizar (Sosa & Cabañas, 2017). Existe convergencia en los resultados de diversas investigaciones (e.g. Alajmi, 2016; Hallagan, Rule, & Carlson, 2009; Manfreda et al., 2012; Rivera & Becker, 2003; Yeşildere & Akkoç, 2010) que evidencian dificultades en la generalización de patrones no lineales por parte de profesores de matemáticas en formación. En particular, aun cuando algunos profesores llegan a percibir un patrón cuadrático de manera numérica, el paso a la obtención de la regla general se trunca (Manfreda et al., 2012).

Debido a que el razonamiento inductivo es un medio para reconocer la característica invariante de instancias particulares y describirlas mediante una regla general (Bills & Rowland, 1999), se asume que este tipo de dificultades están asociadas y podrían explicarse con base en esta forma de razonamiento matemático.

Con el interés de contribuir a entender la naturaleza de las dificultades enfrentadas por profesores para generalizar desde casos particulares, se examinó el uso de razonamiento inductivo en profesores de secundaria en la resolución de un problema de generalización matemática. El objetivo consistió en identificar las dificultades que enfrentan al resolver el problema, quedando a barazonar

inductivamente para generalizar el patrón cuadrático de los valores de una variable continua. La detección de tales dificultades proporciona información relevante para apoyar el desarrollo de la competencia de los profesores para razonar de manera inductiva y la configuración de programas de aprendizaje profesional docente.

2 I RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y PROCESOS SUBYACENTES

Filosófica e históricamente, el razonamiento inductivo ha sido una vía de estudio para descubrir principios universales o leyes de fenómenos, los cuales son abstraídos de la observación empírica de hechos particulares (Pineda, 2009; Poincaré, 1948). Es un tipo de razonamiento que posibilita el paso de los hechos singulares a las proposiciones generales (Frolov, 1984).

El razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que involucra inferir conclusiones generales acerca de una totalidad de elementos a partir de un subconjunto de ellos (Glaser & Pellegrino, 1982). Pólya (1957) lo define como “el proceso de descubrir leyes generales mediante la observación y la combinación de casos particulares” (p.114). En la literatura sobre el tema, una manera de analizar este razonamiento ha sido elucidando los procesos o fases que permiten pasar de la observación de un conjunto finito de casos particulares a la inferencia de una regla general (e.g. Cañadas & Castro, 2007; Christou & Papageorgiou, 2007; Haverty et al., 2000; Klauer, 1996). Estos estudios han coincidido en señalar que el razonamiento empieza con el trabajo con casos particulares dirigido a la observación de regularidades y se cristaliza en la generalización, como producto del proceso inductivo. Sin embargo, también han reportado que no todos los sujetos alcanzan tal generalización, esto es, extender el patrón a todos los casos de una clase o categoría general.

Por lo antes mencionado, en este estudio la atención se centró en indagar las dificultades en el razonamiento inductivo de profesores de secundaria cuando intentan generalizar un patrón desde casos particulares. Para analizar cuál(es) procesos inductivos conectan o no los profesores al transitar de lo particular a lo general, se adoptó el marco de referencia descrito en Sosa, Aparicio y Cabañas (2019, p. 566). En este marco, los procesos subyacentes al razonamiento inductivo son:

- **Observación de una regularidad.** Este proceso se basa en la acción mental de comparar, con el fin de identificar alguna similitud, diferencia o lo que permanece invariante en un conjunto de objetos o casos particulares
- **Establecimiento de un patrón.** Es un proceso cognitivo esencial para obtener una regla general desde casos particulares. El patrón representa

lo que se repite con regularidad en un conjunto de casos u objetos particulares. Implica conectar regularidades y estructuras matemáticas.

- **Formulación de una generalización.** Consiste en pasar de una clase de objetos particulares a una mayor que contiene a la primera, es decir, conectar lo individual con cierta totalidad o clase general. Cognitivamente, requiere la abstracción del general, aislando el patrón del contexto y la representación de los casos particulares.

3 | MÉTODO

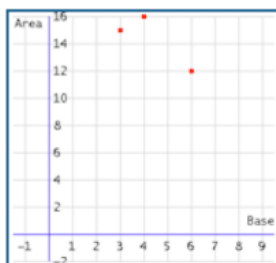
El estudio realizado fue empírico de tipo descriptivo, basado en la comparación y contraste de datos. Estos se obtuvieron por medio de la aplicación y resolución de un problema de razonamiento inductivo que involucraba generalizar el patrón cuadrático inmerso en una relación entre variables continuas.

3.1 Problema matemático de generalización

El problema se diseñó con base en la propiedad genérica de las tareas del razonamiento inductivo: “requerir que el individuo induzca una regla que gobierna un conjunto de elementos” (Glaser & Pellegrino, 1982, p. 200). En el problema propuesto a los profesores, la regla correspondía a la expresión de una relación funcional que representa la generalización de un comportamiento cuadrático, esto significa que la variación entre las variables es lineal (Villa, 2008).

El problema consistió en inducir una regla general para determinar la medida del área de cualquier rectángulo de una familia de estos (Figura 1). Para ello, se proporcionó información de tres rectángulos mediante tres puntos en una gráfica cartesiana, cuyas coordenadas representaban las medidas de su base (b) y área (A). La regla general podía inducirse a partir de reconocer el siguiente patrón asociado a las medidas de la base y la altura de los rectángulos: la suma de las medidas de la base y la altura (el semiperímetro) de la familia de rectángulos mide 8 unidades, o bien, identificando el patrón numérico en las medidas de las áreas de los rectángulos. La expresión algebraica de la regla es de la forma: $A=b(8-b)$, con $0 < b < 8$.

Problema. En la gráfica se representan las medidas de la base y el área de tres rectángulos de una familia de estos.



A partir de dicha información, genere una expresión algebraica para calcular la medida del área de cualquier rectángulo de esa familia.

Figura 1. Problema planteado para generalizar usando razonamiento inductivo.

3.2 Participantes

El estudio fue conducido con un grupo de 19 profesores de matemáticas en educación básica (secundaria), que laboran en escuelas públicas en México. Disponían de conocimientos matemáticos básicos sobre sucesiones y funciones lineales y cuadráticas, debido a su formación profesional en Escuelas Normales o en alguna ingeniería. Asimismo, enseñaban esos contenidos como parte del currículo matemático de educación secundaria en este país.

3.3 Recolección y análisis de datos

El problema fue planteado a los profesores por escrito y lo resolvieron de manera individual con una duración aproximada de 20 a 30 minutos. Los datos se analizaron en dos etapas. En la primera, las soluciones dadas al problema fueron examinadas para identificar aquellos profesores que alcanzaron a formular una generalización y expresarla de manera verbal o escrita. De este modo, se clasificaron las respuestas formando dos grupos de profesores, según si lograron generalizar (Grupo 1) o no lo lograron (Grupo 2). En la segunda etapa, se compararon y contrastaron las soluciones de estos dos grupos, a fin de reconocerlos procesos inductivos que estuvieron ausentes en el razonamiento de los profesores del Grupo 2, en relación con los del Grupo 1. Esto permitió identificar dificultades en su razonamiento inductivo para generalizar, las cuales se exponen a continuación. Para preservar el anonimato de los profesores, en los resultados se hará referencia a ellos con las letras del alfabeto castellano.

4 | DIFICULTADES PARA GENERALIZAR RAZONANDO INDUCTIVAMENTE

Todos los profesores iniciaron el proceso de razonamiento para la solución del problema mediante la obtención y organización de casos particulares. Esto se realizó interpretando las coordenadas de los puntos en la gráfica cartesiana dada. Así, los profesores obtuvieron los valores 3, 4 y 6 unidades, como medida de la base (b) de tres rectángulos y los valores 15, 16 y 12 unidades cuadradas, respectivamente, como medida de su área (A). Después, determinaron los valores de las alturas (h), utilizando la fórmula para calcular la medida del área de rectángulos: $A = b \times h$. Dichos valores constituyeron los casos particulares observados, y se organizaron en tablas o en columnas de datos. Sin embargo, solamente 3 de los 19 los profesores pasaron del trabajo con casos particulares a la obtención de una regla general.

Las dificultades para razonar inductivamente en quienes no alcanzaron a generalizar se situaron en el paso de la observación de una regularidad a la formulación de una generalización, especialmente en el establecimiento de un patrón. Se identificaron las dificultades siguientes:

4.1 Dificultad para reconocer numéricamente una regularidad global

La búsqueda de regularidades para establecer un patrón se centró en el trabajo aritmético entre cantidades y el uso de una estrategia recursiva de cálculo de diferencias, pero se presentaron dificultades para observar una regularidad que englobe varios casos particulares.

Los profesores que reconocieron un patrón y generalizaron adecuadamente, se basaron en la observación de regularidades numéricas de manera global. Establecieron una relación aditiva entre los pares de valores (medidas de la base y la altura) obtenidos de la gráfica y compararon los resultados de la adición de esas medidas globalmente. Así, observaron que la suma es igual al valor 8 en todos los casos, independientemente de la variación en los valores de b y h , tal como puede verse en la solución del profesor A (Figura 2).

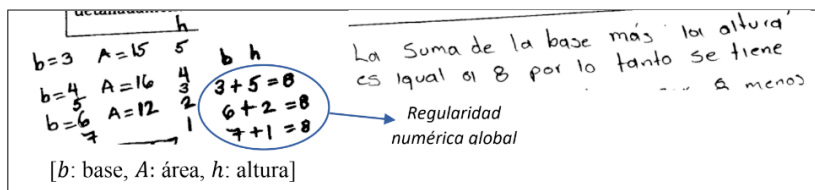


Figura 2. Regularidad global observada por el profesor A (Grupo 1).

Por el contrario, los profesores que solamente observan una regularidad

localmente, no logran transitar hacia una generalización correcta, pues su razonamiento no trasciende a la observación de una regularidad global (que relacione y agrupe los casos particulares). Por ejemplo, el profesor D identifica una regularidad geométrica y numérica en los casos particulares. Geométricamente, la regularidad observada es que los puntos de la gráfica son simétricos respecto a un eje vertical. Considera que los puntos corresponden a la gráfica de una parábola vertical y determina puntos simétricos, (5,3) a (3,5) y (2,6) a (6,2), respecto al eje focal de la parábola (Figura 3). Numéricamente, observa que los valores de la base y la altura de algunos rectángulos son los mismos, pero intercambiados, y así obtiene otros casos particulares tales como: (7,1) y (1,7).

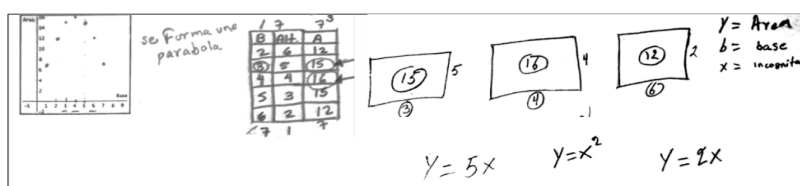


Figura 3. Solución del profesor D (Grupo 2).

No obstante, el razonamiento del profesor se caracterizó por un análisis puntual de los casos particulares, sin mostrar un análisis de qué y cómo se relacionan los pares de valores entre cada caso. Si bien determinó expresiones para la medida del área, éstas eran distintas y no correspondían a la familia de rectángulos en general, sino a cada uno en específico, tal como la ecuación $y = 5x$ para el rectángulo que mide 3 unidades de base y 15 unidades cuadradas de área. Esta dificultad para observar una regularidad global que relacione distintos casos particulares obstaculiza poder establecer un patrón para generalizar inductivamente.

4.2 Dificultad para asociar una regularidad observada con una estructura matemática

Los profesores que llegan a establecer un patrón son quienes logran asociar una estructura matemática a las regularidades observadas. La dificultad en este proceso consistió en determinar alguna relación matemática entre las variables del problema.

En el caso de los profesores que sí establecieron un patrón, lo hicieron a partir de asociar y representar con una relación aditiva a la regularidad numérica observada entre las medidas de la base y la altura de los rectángulos, y establecer una relación de igualdad entre lo variable (base y altura) y lo constante (el semiperímetro de la familia de rectángulos). Por ejemplo, el profesor A expresó el patrón verbalmente

como sigue: “la suma de la base más la altura es igual a 8” (Figura 2), mientras que el profesor B (Grupo 1) lo expresó tanto verbal como simbólicamente (Figura 4).

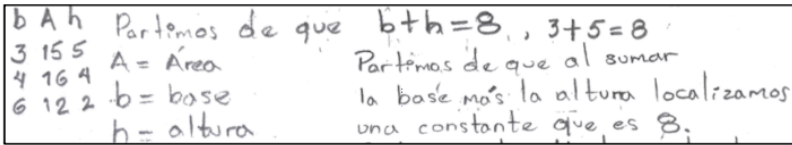


Figura 4. Expresión del patrón mediante una relación aditiva por el profesor B (Grupo 1).

Sin embargo, quienes no logran reconocer una relación matemática que conecte los casos particulares, no alcanzan a establecer el patrón. Esto es porque no identifican una relación que asocie lo variable con lo constante en la situación del problema. Tal fue el caso del profesor F (Grupo 2), por citar un ejemplo. Él trabajó con las medidas de la base (b) y el área de cada rectángulo por separado (Figura 5). Su atención estuvo en la forma de calcular la medida de la altura de los rectángulos, estableciendo una expresión lineal ($y=mx$) para la medida del área de cada uno, pero no identificó alguna relación entre las medidas de los distintos rectángulos para generar una fórmula general con la cual determinar el área de todos los rectángulos de la familia. En otras palabras, no mostró un análisis sistemático que le permitiera relacionar e interconectar las variables del problema en los distintos casos particulares por él considerados.

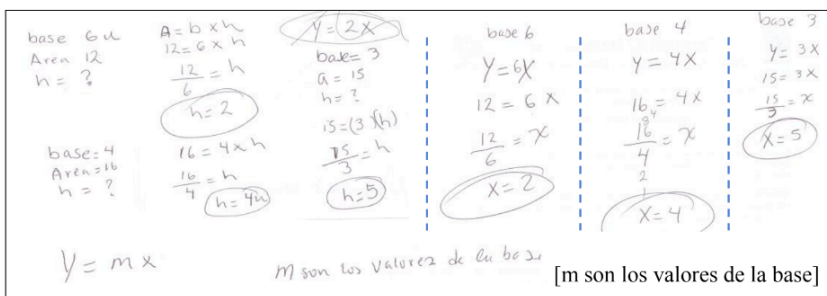


Figura 5. Solución del profesor F (Grupo 2).

Asimismo, se detectó que, si la relación establecida entre las variables del problema queda imprecisa, entonces tampoco se llega a establecer un patrón adecuado. Por ejemplo, el profesor E plantea una relación entre los valores de b y h que expresa como sigue “La b y h varían inversamente. Si la b aumenta una

unidad, la h disminuye una unidad” (Figura 6), pero resulta ambigua debido a que no establece con precisión la relación de dependencia entre tales variables.

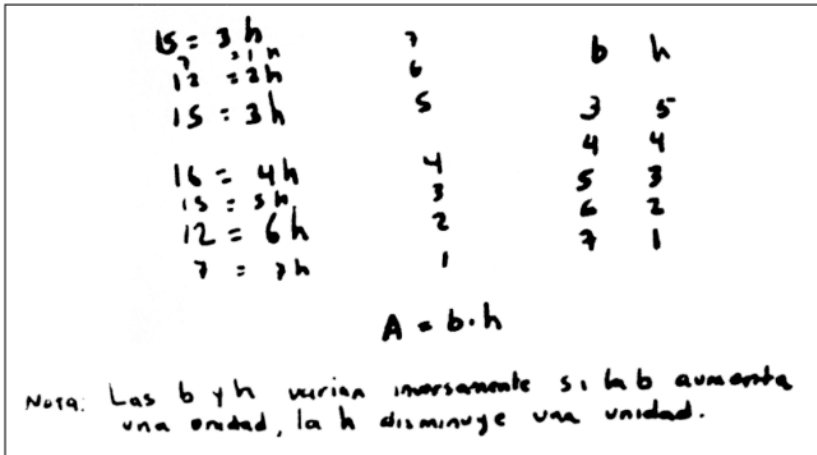


Figura 6. Relación entre los valores de b y h establecida por el profesor E (Grupo 2).

El razonamiento de quienes dieron una solución incompleta o no formularon una regla general para determinar la medida del área de los rectángulos, se caracterizó por no lograr establecer un patrón en los datos. La dificultad para establecerlo se atribuye a la imposibilidad de reconocer relaciones funcionales entre las variables implicadas en el problema. Adicionalmente, se plantea hipotéticamente que tal dificultad también podría ser relativa a la naturaleza covariacional de esas variables. Esto es, a la existencia de una dificultad específica en los profesores para determinar relaciones entre variables continuas que varían simultáneamente.

4.3 Dificultad para abstraer lo general en lo particular

Una dificultad en los profesores para culminar su proceso inductivo fue abstraer lo general en lo particular. Es decir, descontextualizar o aislar el patrón de la particularidad de los casos analizados y extenderlo a un conjunto que englobe una totalidad de casos, incluso no conocidos.

Los profesores que pasaron del establecimiento de un patrón a la formulación de una generalización evidenciaron la abstracción de relaciones invariantes en las tareas. Por ejemplo, abstraerón que al variar las medidas de la base y la altura de los rectángulos, la medida de su semiperímetro permanece constante (Figura 7). Asimismo, infirieron que para calcular la medida de la altura de cualquier rectángulo, debían restar 8 unidades a la medida correspondiente a su base. De este modo, generaron una regla general para determinar la medida del área de la familia de rectángulos, la cual expresaron como: $A = b(8 - b)$.

La suma de la base más la altura es igual a 8 por lo tanto se tiene que multiplicar la base, por 8 menos el valor de la base.

$A = \text{área}$
 $b = \text{base}$
 $0 < b < 8$

$A = b(8-b)$
 $A = 3(8-3)$
 $A = 3(5)$
 $A = 15$
 $A = b(8-b)$
 $A = 4(8-4)$
 $A = 4(4)$
 $A = 16$

Figura 7. Expresión de la generalización en la solución del profesor A (Grupo 1).

La dificultad para abstraer una relación matemática que relacione y englobe los casos en una clase general, fue centrarse en la particularidad de cada caso de forma separada, tal como puede notarse en la solución del profesor D (Figura 3). Si bien relacionó uno a uno cada par de medidas de la base y el área de los tres rectángulos con su área y, por ensayo y error, le asoció una expresión algebraica, ésta fue distinta para cada rectángulo. No consiguió abstraer las relaciones invariantes entre los datos ni una forma general para determinar la medida del área de cualquier rectángulo de la familia.

Se infiere en este estudio que, ambas dificultades referidas en los apartados anteriores imposibilitan la formulación de una generalización, ya que dificultan abstraer lo general en lo particular.

5 | CONCLUSIONES

Una de las tareas importantes de los profesores de educación secundaria es promover el razonamiento inductivo en sus estudiantes. Sin embargo, el diseño y la conducción de actividades para llevar a cabo con éxito esta tarea, puede verse obstaculizada si los profesores carecen de competencias para resolver problemas mediante procesos inductivos. Bajo este supuesto, el propósito de este estudio fue identificar aquellas dificultades ligadas a la producción de generalizaciones de manera inductiva por parte de profesores de secundaria en servicio.

Los resultados muestran que la mayoría de los profesores realizó esfuerzos infructuosos para transitar de la observación de regularidades a la formulación de una regla general, y esto se debió a un conjunto de dificultades que radican esencialmente en el proceso de establecer un patrón cuadrático, particularmente en los valores de variables continuas. Si bien se había detectado mayor dificultad en generalizar comportamientos cuadráticos que lineales en estudiantes (Ebersbach, & Wilkening, 2007) y profesores en formación (Manfreda et al., 2012), en este estudio

se concluye que dichas dificultades en los profesores se hallan por un lado, en la falta de asociación de las regularidades observadas en casos particulares de una situación, con una relación matemática que las describa; y por otro, en la complejidad para abstraer lo general en lo particular, debido a que no se logra reconocer la característica invariante en todos los casos analizados y aquello que norma su comportamiento.

La observación puntual o aislada de lo que se repite en un conjunto de casos particulares resultó insuficiente para que los profesores pudieran establecer el patrón, pues este proceso inductivo requiere del establecimiento de relaciones numéricas entre datos que varían por medio de estructuras matemáticas. Por tanto, se hace necesario que los profesores dispongan de conocimientos para interpretar y representar relaciones entre variables; en especial, para construir la expresión algebraica de relaciones funcionales cuadráticas con base en datos numéricos. Esto sugiere que, en experiencias de aprendizaje profesional docente, se favorezca el entendimiento y movilización de los procesos subyacentes al razonamiento inductivo y se otorgue mayor énfasis al estudio de estructuras matemáticas cuadráticas desde un enfoque conceptual (relaciones y significados).

REFERENCIAS

- ALAJMI, A. H. Algebraic Generalization Strategies Used by Kuwaiti Pre-service Teachers. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 14(8), 1517–1534. 2016.
- BILLS, L., & ROWLAND, T. Examples, generalisation and proof. **Advances in Mathematics Education**, 1(1), 103-116. 1999.
- CAÑADAS, M. C.; CASTRO, E. y CASTRO, E. Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3° y 4° de educación secundaria obligatoria en el problema de las baldosas. **PNA**, 2(3), 137–151, 2008.
- CAÑADAS, M. C., & CASTRO, E. A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. **PNA**, 1(2), 67-78. 2007.
- CASTRO, E.; CAÑADAS, M. C. y MOLINA, M. El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. **UNO**, 54, 55-67. 2010.
- CHRISTOU, C., & PAPAGEORGIOU, E. A framework of mathematics inductive reasoning. **Learning and Instruction**, 17(1), 55–66. 2007.
- EBERSBACH, M., & WILKENING, F. Children's intuitive mathematics: The development of knowledge about nonlinear growth. **Child Development**, 78(1), 296-308. 2007.
- FROLOV, I. **Diccionario de filosofía**. Moscú: Editorial Progreso. 1984.

GLASER, R., & PELLEGRINO, J. Improving the skills of learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), **How and how much can intelligence be increased** (p. 197-212). Norwood, NJ: Ablex. 1982.

HALLAGAN, J. E.; RULE, A. C., & CARLSON, L. F. Elementary school pre-service teachers' understandings of algebraic generalizations. **The Mathematics Enthusiast**, 6(1), 201-206. 2009.

HAVERTY, L.; KOEDINGER, K.; KLAHR, D., & ALIBALI, M. Solving Inductive Reasoning Problems in Mathematics: Not-so-Trivial Pursuit. **Cognitive Science**, 24(2), 249-298. 2000.

KLAUER, K. Teaching inductive reasoning: some theory and three experimental studies. **Learning and Instruction**, 6(1), 37-57. 1996.

KLAUER, K., & PHYE, G. Inductive reasoning: a training approach. **Review of Educational Research**, 78(1), 85-123. 2008.

MANFREDA, V.; SLAPAR, M., & HODNIK, T. Comparison of competences in inductive reasoning between primary teachers students and mathematics teacher students. In B. Maj-Tatsis & K. Tatsis (Eds.), **Generalization in mathematics at all educational levels** (p. 299-311). Rzeszów: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego. 2012.

MOLNÁR, G. Playful fostering of 6-to 8-year-old students' inductive reasoning. **Thinking Skills and Creativity**, 6(2), 91-99. 2011.

MOUSA, M. The influence of inductive reasoning thinking skill on enhancing performance. **International Humanities Studies**, 4(3), 37-48. 2017.

MURAWSKA, J. M., & ZOLLMAN, A. Taking it to the next level: Students using inductive reasoning. **Mathematics Teaching in the Middle School**, 20(7), 416-422. 2015.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and standards for school mathematics**. Reston: Author. 2000.

PAPAGEORGIU, E. Towards a teaching approach for improving mathematics inductive reasoning problem solving. In M. Tzekaki; M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 313-320), Vol. 4. Thessaloniki, Greece. 2009.

PINEDA, O. Inducción y deducción como origen de la ciencia. **Konvergencias: Filosofía y culturas en diálogo**, 21, 122-133. 2009.

POINCARÉ, H. **Science and Method**. New York: Dover Publications. 1948.

PÓLYA, G. **How to solve it**. 2. ed. New York: Doubleday. 1957.

PÓLYA, G. **Matemáticas y razonamiento plausible**. Madrid: Tecnos. 1966.

RIVERA, F. D., & BECKER, J. R. The Effects of Numerical and Figural Cues on the Induction Processes of Preservice Elementary Teachers. In N. Pateman; B. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Held Jointly with the 25th PME-NA Conference* (p. 63–70). Honolulu, HI. 2003.

SOSA, L.; APARICIO, E., & CABAÑAS, G. Characterization of Inductive Reasoning in Middle School Mathematics Teachers in a Generalization Task. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, 14(3), 563-581. 2019.

SOSA, L. & CABAÑAS, M. G. Analytical framework to study inductive reasoning in mathematical teachers while solving task. In E. Galindo, & J. Newton (Eds.), *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 1415-1418). Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators. 2017.

SRIRAMAN, B., & ADRIAN, H. The Pedagogical Value and the Interdisciplinary Nature of Inductive Processes in Forming Generalizations: Reflections from the Classroom. **Interchange**, 35(4), 407–422. 2004.

VILLA, A. El concepto de función: Una mirada desde las matemáticas escolares. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (p. 245-254), Vol. 21. México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A.C. 2008.

YEŞILDERE, S., & AKKOÇ, H. Algebraic generalization strategies of number patterns used by pre-service elementary mathematics teachers. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, 2(2), 1142–1147. 2010.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Aeronaves 187, 188, 190, 192, 193

Aeroportos 187, 188

Aprendizagem 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 20, 22, 26, 27, 28, 29, 30, 35, 36, 47, 55, 57, 58, 60, 66, 67, 85, 86, 87, 88, 89, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 101, 102, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 143, 144, 145, 147, 148, 149, 150, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 178, 179, 180, 183, 184, 185, 186, 198, 199, 201

Aritmética e sistemas numéricos 27

Atividade 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 47, 50, 51, 52, 53, 54, 65, 88, 95, 102, 120, 121, 123, 124, 125, 147, 179, 195, 200, 201, 203

B

BNCC 27, 46, 47, 51, 54, 55, 195, 196, 197, 200, 201, 202, 203, 205

C

Cálculo 31, 34, 35, 54, 73, 75, 78, 79, 80, 97, 98, 99, 101, 102, 108, 125, 172, 187

Conhecimento didático-matemático 116

Contextualização 9, 10, 11, 14, 16, 59

Cubo de Rubik 176, 180, 181

Currículo prescrito 164, 165

D

Desenvolvimento profissional 27, 148

Dificuldades 1, 75, 103, 104, 105, 107, 108, 112, 113

Dimensões 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 118, 150, 173, 174, 187, 190, 192

Dirichlet 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163

E

Educação 11, 12, 13, 16, 21, 26, 27, 28, 36, 38, 44, 46, 47, 55, 67, 85, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 96, 98, 102, 126, 127, 140, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 149, 164, 170, 171, 175, 176, 178, 181, 184, 185, 186, 195, 197, 198, 205, 206

Educação matemática 11, 16, 26, 27, 36, 90, 96, 102, 126, 127, 164, 176, 181, 185, 206

Emprendimiento en jóvenes 1

Ensino 9, 10, 11, 13, 16, 17, 22, 27, 28, 30, 34, 35, 36, 38, 40, 44, 46, 47, 48, 51, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 63, 64, 66, 67, 85, 86, 87, 88, 89, 91, 92, 93, 94, 95,

96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 124, 126, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 156, 157, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 177, 178, 179, 180, 182, 184, 185, 186, 195, 196, 197, 199, 200, 201, 202, 203, 205, 206

Ensino-aprendizagem 13, 16, 17, 55, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 143, 144, 145, 147, 149, 150

Ensino básico 46, 47, 54, 55, 99, 196

Ensino e aprendizagem 11, 17, 22, 57, 58, 60, 66, 67, 119, 124, 148, 185

Ensino fundamental 9, 27, 28, 48, 51, 55, 85, 88, 91, 117, 121, 140, 143, 150, 164, 165, 166, 170, 171, 172, 175, 177, 182, 195, 196, 197, 199, 200, 201, 202, 203

Escola pública 176, 181

Estágio supervisionado 56, 57, 58, 59, 149

Estândaes 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8

Experiência em sala de aula 141

Experiencias de aprendizagem 73, 76, 77, 78, 83, 113

F

Fandango 17, 18, 19, 20, 22, 23, 26

Finanzas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8

Formação continuada 27, 149

Formação docente 67, 141, 142, 146, 149, 165

Formação inicial de professores 116, 117, 119, 140

G

Generalização 160, 195, 196, 197, 201, 203, 204

Geometria 45, 47, 59, 96, 164, 166, 172, 174, 175, 186, 191, 196, 200

Google sala de aula 85, 87, 89

H

História da matemática 26, 60, 62, 72, 95, 151

J

Jogos 57, 60, 61, 62, 63, 64

M

Matemática 1, 5, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 26, 27, 28, 30, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 44, 45, 46, 47, 51, 54, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 68, 69, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 104, 109, 110, 112, 113, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121,

122, 125, 126, 127, 128, 140, 141, 142, 143, 151, 152, 153, 154, 158, 163, 164, 165, 166, 170, 172, 176, 179, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 190, 193, 195, 196, 197, 199, 203, 205, 206

Maxima 97, 98, 101

N

Números complexos 57, 58, 59, 61, 62, 63, 64, 65, 67

Números primos 68, 69, 70, 71, 72

Números racionais 28, 116, 117, 118, 120, 121, 122, 124, 125, 126

P

Padrões numéricos 195, 203

Patrón cuadrático 103, 104, 105, 106, 112

Pensamiento geométrico espacial 73

PIBID 9, 10, 14, 140, 141, 142, 143, 148, 149, 206

Planolândia 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45

Princípio das gavetas de Dirichlet 151, 162

Profesores de matemáticas 73, 84, 103, 104, 107, 128, 130

Professor 10, 11, 12, 13, 14, 16, 28, 35, 36, 39, 48, 51, 57, 60, 61, 62, 63, 64, 66, 86, 87, 92, 93, 96, 98, 101, 102, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 125, 126, 127, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 153, 154, 155, 156, 157, 172, 173, 178, 180, 183, 184, 201, 202, 204, 206

Pseudoprimos 68, 69, 70, 71, 72

R

Rabeca 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26

Racionalidades matemáticas 17

Razonamiento inductivo 103, 104, 105, 106, 107, 112, 113

Reconceptualización 73, 75, 76, 77, 78, 82, 83, 128, 129, 130, 132, 133, 137

Reconceptualización de las matemáticas 73

Reforma curricular 164, 165, 171, 175

Reorganización de la práctica docente 73, 78

S

Sequência de Fibonacci 46, 47, 48, 50, 54, 55

Sequência numérica 51, 195, 197, 204

Sociedade 10, 12, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 86, 93, 98, 102, 144, 158, 161, 163, 177, 178, 181, 185

Software 5, 42, 92, 95, 97, 98, 101

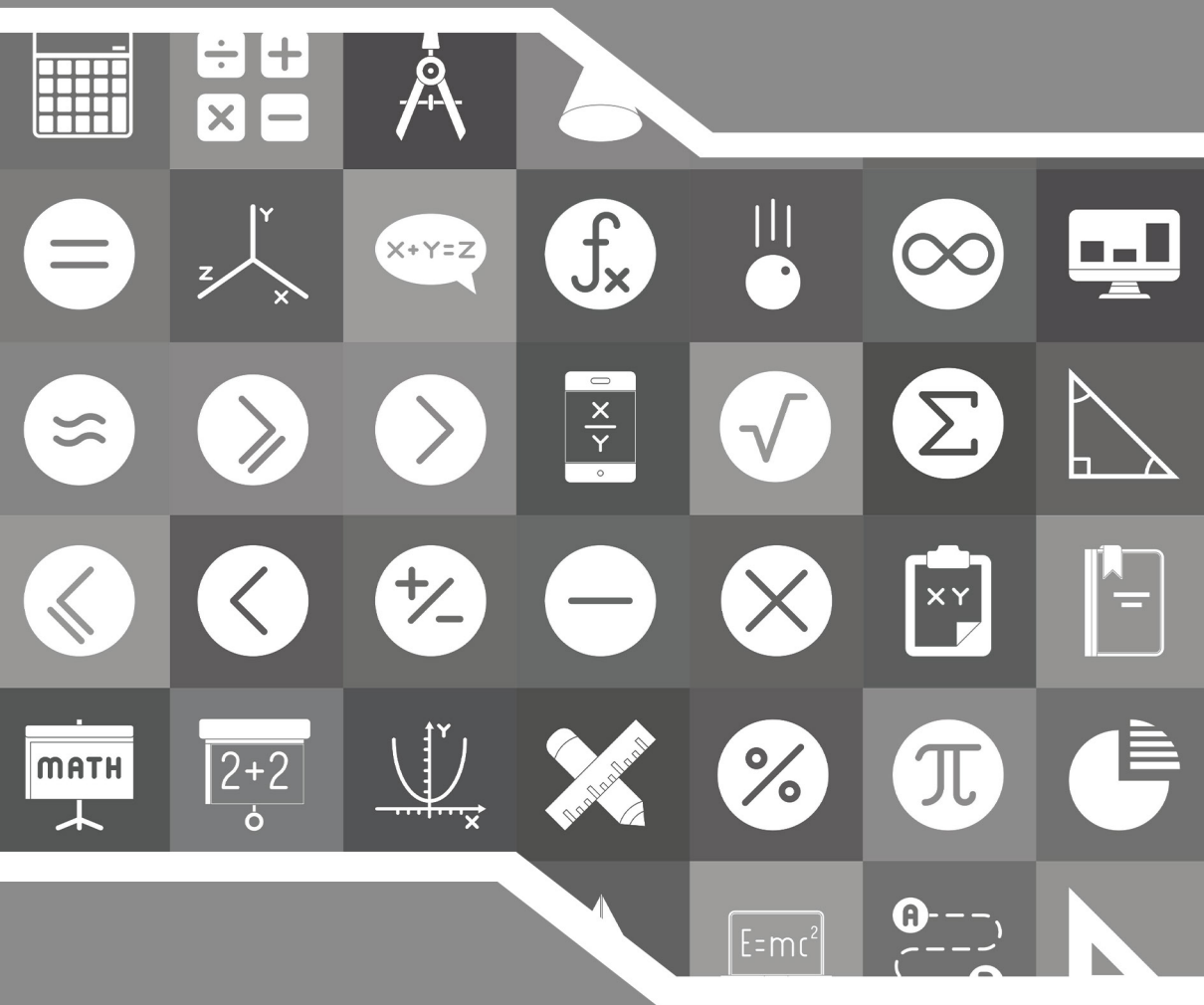
T

Tecnologias 44, 54, 60, 67, 85, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 98, 176, 178, 180, 181, 184, 192, 206

Testes de primalidade 68, 69, 70, 71

Transformações geométricas 164, 165, 166, 171, 172, 173, 174, 175

Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3



 www.atenaeditora.com.br

 contato@atenaeditora.com.br

 @atenaeditora

 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3



 www.atenaeditora.com.br

 contato@atenaeditora.com.br

 @atenaeditora

 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

 Atena
Editora

Ano 2020