



# EDUCAÇÃO:

ATUALIDADE E CAPACIDADE  
DE TRANSFORMAÇÃO DO  
CONHECIMENTO GERADO

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA  
(ORGANIZADOR)

Atena  
Editora

Ano 2020



# EDUCAÇÃO:

ATUALIDADE E CAPACIDADE  
DE TRANSFORMAÇÃO DO  
CONHECIMENTO GERADO

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA  
(ORGANIZADOR)

**Atena**  
Editora

Ano 2020

**Editora Chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Assistentes Editoriais**

Natalia Oliveira

Bruno Oliveira

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecário**

Maurício Amormino Júnior

**Projeto Gráfico e Diagramação**

Natália Sandrini de Azevedo

Camila Alves de Cremona

Karine de Lima Wisniewski

Luiza Alves Batista

Maria Alice Pinheiro

**Imagens da Capa**

Shutterstock

**Edição de Arte**

Luiza Alves Batista

**Revisão**

Os Autores

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A Atena Editora não se responsabiliza por eventuais mudanças ocorridas nos endereços convencionais ou eletrônicos citados nesta obra.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa

Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Profª Drª Carla Cristina Bauermann Brasil – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jael Soares Batista – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

#### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Siqueira de Almeida Chaves – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Helio Franklin Rodrigues de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Jesus Rodrigues Lemos – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Jônatas de França Barros – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Regiane Luz Carvalho – Centro Universitário das Faculdades Associadas de Ensino  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

#### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

#### **Linguística, Letras e Artes**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Drª Carolina Fernandes da Silva Mandaji – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

#### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Me. Adalto Moreira Braz – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí  
Prof. Me. Alexsandro Teixeira Ribeiro – Centro Universitário Internacional  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Ma. Anne Karynne da Silva Barbosa – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Faculdade da Amazônia  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof. Me. Armando Dias Duarte – Universidade Federal de Pernambuco  
Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Profª Drª Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Profª Ma. Daniela Remião de Macedo – Universidade de Lisboa  
Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Me. Edevaldo de Castro Monteiro – Embrapa Agrobiologia  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eduardo Henrique Ferreira – Faculdade Pitágoras de Londrina  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Ernane Rosa Martins – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Me. Eivaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Dr. Fabiano Lemos Pereira – Prefeitura Municipal de Macaé  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Profª Ma. Isabelle Cerqueira Sousa – Universidade de Fortaleza

Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. José Carlos da Silva Mendes – Instituto de Psicologia Cognitiva, Desenvolvimento Humano e Social  
Prof. Me. Jose Elyton Batista dos Santos – Universidade Federal de Sergipe  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
Profª Drª Juliana Santana de Curcio – Universidade Federal de Goiás  
Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFGA  
Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR  
Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Me. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos  
Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
Profª Ma. Maria Elanny Damasceno Silva – Universidade Federal do Ceará  
Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Me. Sebastião André Barbosa Junior – Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Profª Ma. Silene Ribeiro Miranda Barbosa – Consultoria Brasileira de Ensino, Pesquisa e Extensão  
Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
Profª Ma. Thatianny Jasmine Castro Martins de Carvalho – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Me. Tiago Silvio Dedoné – Colégio ECEL Positivo  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

## Educação: atualidade e capacidade de transformação do conhecimento gerado

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
**Bibliotecário:** Maurício Amormino Júnior  
**Diagramação:** Natália Sandrini de Azevedo  
**Edição de Arte:** Luiza Alves Batista  
**Revisão:** Os Autores  
**Organizador:** Américo Junior Nunes da Silva

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E24	<p>Educação [recurso eletrônico] : atualidade e capacidade de transformação do conhecimento gerado 1 / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-65-5706-283-8 DOI 10.22533/at.ed.838202008</p> <p>1. Educação – Pesquisa – Brasil. 2. Planejamento educacional. I. Silva, Américo Junior Nunes da.</p> <p style="text-align: right;">CDD 370</p>
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

Diante do cenário em que se encontra a educação brasileira, é comum a resistência à escolha da docência enquanto profissão. Os baixos salários oferecidos, as péssimas condições de trabalho, a falta de materiais diversos, o desestímulo dos estudantes e a falta de apoio familiar são alguns dos motivos que inibem a escolha por essa profissão. Os reflexos dessa realidade são percebidos pela baixa procura por alguns cursos de licenciatura no país, como por exemplo, os cursos das áreas de Ciências e Matemática.

Para além do que apontamos, a formação inicial de professores vem sofrendo, ao longo dos últimos anos, inúmeras críticas acerca das limitações que algumas licenciaturas têm para a constituição de professores. A forma como muitos cursos se organizam curricularmente impossibilita experiências de formação que aproximem o futuro professor do “chão da sala de aula”. Somada a essas limitações está o descuido com a formação de professores reflexivos e pesquisadores.

O cenário político de descuido e destrato com as questões educacionais, vivenciado recentemente, nos alerta para uma necessidade de criação de espaços de resistência. É importante que as inúmeras problemáticas que circunscrevem a formação de professores, historicamente, sejam postas e discutidas. Precisamos nos permitir ser ouvidos e a criação de canais de comunicação, como este livro, aproxima a comunidade, de uma forma geral, das diversas ações que são experienciadas no interior da escola e da universidade, nesse movimento de formação do professor pesquisador.

É nesse sentido, que o volume 1 do livro **Educação: Atualidade e Capacidade de Transformação do Conhecimento Gerado** nasceu, como forma de permitir que as diferentes experiências do [futuro] professor que ensina nas áreas de Ciência e Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para professores da Educação Básica e outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores de diferentes instituições do país.

Esperamos que esta obra, da forma como a organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso de licenciatura. Que, após esta leitura, possamos olhar para a sala de aula e para o ensino de Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejamos, portanto, uma ótima leitura a todos e a todas.

Américo Junior Nunes da Silva

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
DESENVOLVIMENTO DE JOGOS MATEMÁTICOS PARA DISPOSITIVOS MÓVEIS UTILIZANDO A PLATAFORMA APP INVENTOR COMO FACILITADOR DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICAS PARA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Carla Saturnina Ramos de Moura Lucília Batista Dantas Pereira Anderson Dias da Silva Wedson Pereira da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8382020081</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>14</b>
O LÚDICO NO ENSINO DE QUÍMICA: USO DA ROLETA PERIÓDICA COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA	
Aldenir Feitosa dos Santos Rubens Pessoa de Barros José Atalvanio da Silva Radja Silva Santos Venâncio Paulo Rogério Barbosa de Miranda Juliana dos Santos Natividade Alice Karla Lopes Paixão Cristiana Alves de Souza Ericleia da Silva Oliveira Jonata Caetano Bispo Jonathan Henrique da Silva Nunes Vanilson da Silva Santos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8382020082</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>21</b>
VENDINHA DO SISTEMA MONETÁRIO: PRÁTICAS SENSORIAIS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA COM BASE NOS PRINCÍPIOS DO DESENHO UNIVERSAL PARA APRENDIZAGEM	
Evelize Hofelmann Bachmann Fabíola Sucupira Ferreira Sell Ivani Teresinha Lawall	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8382020083</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>36</b>
O EXPERIMENTO DE PITÁGORAS COM O MONOCÓRDIO: UMA ABORDAGEM HISTÓRICO-DIDÁTICA	
Oscar João Abdounur	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8382020084</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>48</b>
CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO: UM REFERENCIAL PARA PESQUISA SOBRE OS CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS PARA A DOCÊNCIA NO ENSINO DE CIÊNCIAS	
Gabriela Santiago de Carvalho Robson Macedo Novais	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8382020085</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>59</b>
CIRCUITO DOS REINOS: UMA PROPOSTA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS	
Bruno Edson-Chaves Rafael Domingos de Oliveira Aldair de França-Neto	

Lydia Dayanne Maia Pantoja  
Renata dos Santos Chikowski  
**DOI 10.22533/at.ed.8382020086**

**CAPÍTULO 7 ..... 75**

A ORGANIZAÇÃO DO ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO DE UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Susimeire Vivien Rosotti de Andrade  
Patrícia Sandalo Pereira  
Kely Fabrícia Pereira Nogueira  
Edinalva da Cruz Teixeira Sakai

**DOI 10.22533/at.ed.8382020087**

**CAPÍTULO 8 ..... 86**

ENSINO DE GEOMETRIA EM UMA TURMA DE 1º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL USANDO OS JOGOS E MATERIAIS MANIPULÁVEIS COMO RECURSOS DIDÁTICOS

Ana Lúcia Pinto Sousa  
Edlauva Oliveira dos Santos

**DOI 10.22533/at.ed.8382020088**

**CAPÍTULO 9 ..... 98**

O ENSINO DE NÚMEROS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM MAPEAMENTO DAS ÚLTIMAS EDIÇÕES DO ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Patrícia Barbosa da Silva  
Raimundo Santos Filho  
Vinícius Christian Pinho Correia  
Américo Junior Nunes da Silva

**DOI 10.22533/at.ed.8382020089**

**CAPÍTULO 10 ..... 116**

EXPERIMENTAÇÕES EM SALA DE AULA: UM RELATO DE CASO

Heloisa de Almeida Freitas  
Ana Kelly da Silva Fernandes Duarte  
Ana Karoline da Silva Fernandes Duarte  
Lucas de Almeida Silva

**DOI 10.22533/at.ed.83820200810**

**CAPÍTULO 11 ..... 122**

UMA ANÁLISE SOBRE A FORMAÇÃO SUPERIOR DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Anny Hellen Silva de Araújo  
Juliana Caroline Farias Teixeira  
Lucas Cezar Carvalho da Costa

**DOI 10.22533/at.ed.83820200811**

**CAPÍTULO 12 ..... 133**

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DA PERCEPÇÃO DOS EDUCADORES

Elton Henrique Leal Das Chagas  
Lucas Cezar Carvalho da Costa

**DOI 10.22533/at.ed.83820200812**

**CAPÍTULO 13 ..... 138**

ABORDAGEM DO ENSINO DE QUÍMICA UTILIZANDO A PROGRAMAÇÃO NEUROLINGÜÍSTICA (PNL) COMO FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM

Rafaela dos Santos Sobrinho  
Cristiane Duarte Alexandrino Tavares  
Cristiane Maria Sampaio Forte  
Micheline Soares Costa Oliveira

**DOI 10.22533/at.ed.83820200813**

**CAPÍTULO 14 ..... 148**

TEORIA DOS GRAFOS: UMA PERSPECTIVA DE ENSINO EM COMBINATÓRIA NO ENSINO SUPERIOR

Francisco Sales Garcia de Oliveira  
Anny Hellen Silva de Araújo

**DOI 10.22533/at.ed.83820200814**

**CAPÍTULO 15 ..... 163**

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA EM AMBIENTES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS

Dilson Henrique Ramos Evangelista  
Cristiane Johann Evangelista

**DOI 10.22533/at.ed.83820200815**

**CAPÍTULO 16 ..... 173**

DIVERTINDO A MENTE – APLICAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Bianca Vitti Cincoto  
Júlia Nunes dos Santos  
Thaís Cristina Rodrigues Tezani

**DOI 10.22533/at.ed.83820200816**

**CAPÍTULO 17 ..... 182**

O ENSINO DE DIVISÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Peterson da Paz

**DOI 10.22533/at.ed.83820200817**

**CAPÍTULO 18 ..... 194**

CIÊNCIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: EDUCAÇÃO E PRESERVAÇÃO AMBIENTAL DA BIODIVERSIDADE COSTEIRA DO MUNICÍPIO DE BERTIOGA

Verena Camargo Mota  
Pedro Henrique da Silva Fernandes  
Marcos Hikari Toyama  
Caroline Ramos da Cruz Costa  
Mariana Novo Belchor

**DOI 10.22533/at.ed.83820200818**

**CAPÍTULO 19 ..... 205**

ROLEPLAYNG GAME (RPG) NO ENSINO DE EVOLUÇÃO

Allysson do Nascimento  
Fábio de Oliveira

**DOI 10.22533/at.ed.83820200819**

<b>CAPÍTULO 20</b> .....	<b>216</b>
“APRENDER FÍSICA NA UTFPR-PB” – UM PROJETO DE PROTAGONISMO ESTUDANTIL	
Eliane Terezinha Farias Domingues Nadia Sanzovo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.83820200820</b>	
<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>230</b>
UTILIZAÇÃO DE UM APLICATIVO DE SMARTPHONE NO ENSINO DE FÍSICA	
Jean Louis Landim Vilela Anderson Claiton Ferraz Mauro Sérgio Teixeira de Araújo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.83820200821</b>	
<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>240</b>
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS NO PROCESSO DE TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DAS FUNÇÕES ELEMENTARES	
Vanessa Araujo Sales Antonia Dália Chagas Gomes Cibelle Eurídice Araújo Torres Francisco Jucivânio Félix de Sousa Náldia Paula Costa dos Santos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.83820200822</b>	
<b>CAPÍTULO 23</b> .....	<b>249</b>
EXPLORING CONCEPT MAPS TO UNDERSTAND MORPHOLOGICAL AND TAXONOMICAL ASPECTS IN ENTOPROCTA	
Douglas de Souza Braga Aciole Elineí Araújo-de-Almeida Roberto Lima Santos Martin Lindsey Christoffersen	
<b>DOI 10.22533/at.ed.83820200823</b>	
<b>CAPÍTULO 24</b> .....	<b>263</b>
INDÍCIOS HISTÓRICOS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO MUNICÍPIO DE CARAVELAS – BA	
Marcos Antônio Guedes Caetano Lucia Maria Aversa Villela	
<b>DOI 10.22533/at.ed.83820200824</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>276</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>277</b>

## O EXPERIMENTO DE PITÁGORAS COM O MONOCÓRDIO: UMA ABORDAGEM HISTÓRICO-DIDÁTICA

*Data de aceite: 03/08/2020*

**Oscar João Abdounur**

Professor associado da Universidade de São Paulo

**RESUMO:** Realizada por volta o século 6 a.C., a experiência de Pitágoras com o monocórdio consistiu em fixar uma corda em dois pontos, variando o sons produzidos por meio de um dispositivo móvel para pressioná-la em várias posições. Para os pitagóricos, as razões matemáticas subjacentes aos intervalos musicais de oitava, quinta e quarta – consonâncias perfeitas – eram respectivamente 1:2, 2:3 e 3:4 teriam sido reveladas neste experimento. O experimento de Pitágoras com o monocórdio lança questões não apenas na música, mas em arquitetura e em vários outros contextos, tendo como base razões matemáticas. Ele ainda nos diz que às composições de intervalos musicais subjazem composições de razões matemáticas. Esta apresentação pretende explorar o potencial didático de tal experimento sob a perspectiva cultural da matemática particularmente concernente ao papel da música teórica no desenvolvimento de estruturas vinculadas ao conceito de razão matemática. O trabalho

propõe oficinas com problemas envolvendo monocórdios que possibilitam caminhos matemáticos e musicais de solução, contexto este que resgatando o sentido histórico original dos conceitos de razão e proporção, possibilita uma abordagem conceitual histórica heurística de tais conceitos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Monocórdio, composição de razões, matemática/música, razões, Experimento de Pitágoras.

**ABSTRACT:** Held around the 6th century BC, Pythagoras' experience with the monochord consisted of fixing a string at two points, varying the sounds produced by means of a mobile device to press it in various positions. For the Pythagoreans, the mathematical reasons underlying the musical intervals of octave, fifth and fourth - perfect consonances - were 1: 2, 2: 3 and 3: 4, respectively, would have been revealed in this experiment. Pythagoras' experiment with the monochord raises questions not only in music, but in architecture and in various other contexts, based on mathematical reasons. He also tells us that compositions of musical intervals underlie compositions of mathematical reasons. This presentation intends to explore the didactic potential of such an experiment from the cultural perspective of mathematics

particularly concerning the role of theoretical music in the development of structures linked to the concept of mathematical reason. The work proposes workshops with problems involving monochordions that enable mathematical and musical paths of solution, a context that rescuing the original historical sense of the concepts of reason and proportion, enables a heuristic historical conceptual approach of such concepts.

**KEYWORDS:** Monochord, compounding ratios, mathematics / music, ratios, Pythagorean Experiment.

## INTRODUÇÃO

Neste trabalho, será considerado o potencial educacional de um operador matemático semânticamente e estruturalmente próximo a procedimentos presentes na música teórica ao longo da história. Trata-se da ideia de composição de razões, que a rigor não possui historicamente o *status* de um conceito matemático, mas ocorre tacitamente em tratados de matemática e de música teórica ao longo da história desde *Os Elementos* de Euclides, em que as evidências apontam ser o primeiro momento que se tem registro desta ideia.

A ideia de composição de razões apresenta-se como uma operação peculiar presente na estrutura dos conceitos matemáticos de razão e proporção desde o período clássico. Tal operação possui semelhança estrutural com a operação multiplicação, transformando-se ao longo de sua história de forma irregular até aproximar-se deste último conceito, o que é representativo do papel do contexto teórico-musical na aritmetização de razões. O caso considerado possui ainda potencial didático a serviço de evidenciar diferenças entre identidade e proporção, na medida em que a abordagem matemático-musical neste caso distancia semanticamente tais conceitos, tornando suas demarcações mais nítidas.

O contexto matemático-musical permite elucidar diferenças semânticas existentes entre conceitos de composição e de multiplicação, assim como entre conceitos de proporção e de identidade, que praticamente desaparecem quando consideradas sob uma perspectiva puramente aritmética. Para tal, um pressuposto necessário é a correspondência entre razão matemática e intervalo musical, cujo fundamento histórico é determinante para a compreensão da abordagem aqui considerada.

A prática grega clássica de lidar com razões, realizada predominantemente até o período moderno, inseriu-se em uma importante tradição no tratamento de razões, passível de estimular o estabelecimento de analogias estruturais subjacentes a tais conceitos pertencentes a princípio, sob uma perspectiva classificativa atual, a diferentes campos do conhecimento. Tal abordagem promove uma compreensão de estruturas segundo as quais conceitos matemáticos foram tratados e, reciprocamente, uma compreensão da maneira aparentemente sem sentido -- se desconsiderada tal abordagem -- em que tais conceitos matemáticos foram manipulados por um longo período de tempo antes de

atingir a estrutura atual.

A consciência dessas práticas possibilita a aquisição de uma atitude flexível em relação às estruturas existentes anteriormente ao enfrentar problemas em geral, bem como de uma ferramenta a serviço da resolução de problemas e de modo geral da heurística matemática. A abordagem considerada também auxilia na revelação, por meio de conceitos simples tais como razões matemáticas e proporções, processos epistemológicos envolvidos na construção de novas teorias matemáticas, como por exemplo o de tomar emprestadas estruturas de teorias análogas pré-existentes para então se desenvolverem de maneira autônoma em seu novo contexto, adaptando-se aos problemas práticos os quais essas novas teorias passam a enfrentar ao longo do seu desenvolvimento.

Para melhor compreender tais reflexões, considera-se primeiramente a introdução de alguns aspectos históricos dos conceitos de razão e de proporção matemáticas, bem como do operador que chamaremos de composição de razões matemáticas em contextos matemático-musicais, assim como de estruturas correspondentes em que a composição faz sentido, para então considerar exemplos da prática de composição no monocórdio, assim como aspectos didático-epistemológicos subjacentes a tal prática.

## **METODOLOGIA**

Matemática e música possuem vínculos desde a Antiguidade. No conhecido experimento de Pitágoras com o monocórdio, que estabelece correspondência entre intervalos musicais e razões matemáticas de uma corda, relacionou-se, sob uma perspectiva aritmética, consonâncias musicais a razões matemáticas simples, de modo que aos intervalos musicais de oitava, de quinta e de quarta, subjaziam razões matemáticas 1:2, 2:3 e 3:4, respectivamente. A descoberta de Pitágoras com o experimento do monocórdio lança luz sobre inúmeras discussões no âmbito da música teórica tendo por fundamento os conceitos matemáticos de razão e de proporção.

É plausível que, por razões culturais, matemáticos gregos juntamente com seus contemporâneos e predecessores, tenham concebido razões matemática como generalização de intervalos musicais e de maneira mais ampla, teorias da razões e proporções matemáticas como generalização da música, na medida em que propriedades de cordas e comparações entre tons, assim como cálculos relacionados a tais magnitudes através dos conceitos de razão e proporção, consistiam em uma importante parte da matemática desde os pitagóricos até Euclides (Abdounur, 2001, p.8; Grattan-Guinness, 1996, p.367).

O estabelecimento de tal vínculo levanta ainda questões referentes a teorias matemáticas subjacentes às manipulações com razões matemáticas desde a Antiguidade até o final da Idade Média, tanto em contextos matemáticos como em contextos teórico-

musicais. A influência tanto de problemas teóricos quanto práticos confrontados pela música ao longo de sua história possibilita à historiografia da matemática, bem como à educação matemática, uma consciência epistemológica mais ampla do desenvolvimento dos conceitos de razão e de proporção matemática.

Tal consciência dá subsídios, por exemplo, à criação de contextos que esclareçam diferenças entre conceitos relacionados e/ou resultantes de razões e proporções, tais como as que existem entre composição e multiplicação, identidade e proporção dentre outros pares, diferenças estas mais difíceis à percepção, quando tais conceitos são abordados, por exemplo, apenas em contextos aritméticos.

Há diversos temas acerca da relação entre matemática e música, e em particular, entre razões matemáticas e intervalos musicais, passíveis de ser explorados em educação matemática. Aqui concentra-se nesta característica intrigante da estrutura originalmente associada a razões e proporções matemáticas, a saber, o conceito de composição de razão, embora este nunca tenha tido o *status* de um termo técnico em matemática (Sylla, 1984, p. .19). Tal operador manifestou-se tacitamente em contextos envolvendo razões e proporções matemáticas desde o período clássico até o século XVII, aproximando-se finalmente do conceito aritmético de multiplicação.

A mudança estrutural ocorre de teorias envolvendo concepções de operações semanticamente vinculadas a intervalos musicais contíguos para teorias admitindo a composição de razões de forma irrestrita - multiplicação - com um caráter essencialmente aritmético, que inclui por exemplo, a aproximação semântica entre razão e número. Uma questão desafiadora neste contexto seria como abordar, do ponto de vista didático, tal mudança epistemológica no desenvolvimento histórico do conceito de razão matemática, de tal forma a criar-se um domínio em que tal diferença se manifeste mais claramente do que em domínios puramente aritméticos.

Quando se observa que tal estrutura transitória, com a qual razões matemáticas foram parcial e irreversivelmente unidas durante um longo período, deriva de contextos musicais e que a composição não faz sentido fora de tais contextos, é razoável considerar a música como cenário para abordar tais diferenças, uma vez que em tal cenário se destaca a estrutura original vinculada ao conceito de razão. Antes de introduzir aspectos educacionais de tal tema, considera-se aqui alguns antecedentes históricos da composição de razões.

Indicadores de diferentes teorias ligadas ao conceito de razão são encontrados associados a questões como a restrição de Euclides na operação de composição com razões presentes nas definições 9 e 10 do Livro V, bem como na proposição 23 do Livro VI (Heath, 1956, p.248). Tais operações consistiam na composição de razões do tipo  $a:b$  com  $b:c$  para produzir  $a:c$ , o que permite a repetição recursiva deste processo com  $c:d$  e assim por diante (Abdounur, 2001, p.5).

Com fortes afinidades musicais, esta operação exigia, em geral, que, dada uma

seqüência de razões matemáticas a serem compostas, o segundo termo de uma razão fosse igual ao primeiro termo da razão subsequente. Matematicamente falando, não há razão para operar-se desta maneira e provavelmente isto não ocorreria desta forma sem uma remissão ao seu significado musical, a saber, a composição (agrupamento) de intervalos musicais contíguos.

Por exemplo,  $(2:3)(3:4)::(1:2)$  é estruturalmente equivalente à composição musical do intervalo musical de quinta com o de quarta para gerar um intervalo musical de oitava. Sob tal perspectiva, o experimento de Pitágoras parece fornecer a princípio dois resultados importantes, cujas implicações didático-epistemológicas tentaremos apontar em seguida.

O primeiro resultado e mais geral é que razões matemáticas subjazem a intervalos musicais. Além disso, tal experimento também significa, mais especificamente, que a composição de razões matemáticas explica a composição de intervalos musicais contíguos, e talvez, devido a este vínculo, a composição de razões matemáticas em contexto euclidiano é tratada desta maneira. Tal diferença possui potencial para despertar interesse merecendo ainda atenção em contextos educacionais.

A partir de tais considerações, propõe-se explorar em contextos didático-pedagógicos estes dois entendimentos diferentes e complementares do conceito de razão, um geométrico-musical em que razão consiste em uma comparação entre grandezas homogêneas (dois comprimentos, duas notas, etc) e não possui proximidade semântica com número e outro, em que razão se identifica semanticamente com o conceito de número, passível de ser multiplicado da mesma forma com que os números são multiplicados. Para tornar clara tal mudança epistemológica presente no desenvolvimento histórico do conceito de razão, faz-se uso de contextos musicais.

## DESENVOLVIMENTO

Em seguida, são descritos alguns problemas envolvendo razões e proporções matemáticas no monocórdio, a partir dos quais se estabelece reflexões acerca das implicações educacionais de atividades envolvendo matemática e música. De modo geral, ao reproduzir uma situação histórica, tais atividades reproduzem direta ou indiretamente estruturas presentes simultaneamente em matemática e em música, criando circunstâncias que propiciem experiências de similaridade entre esquemas por trás das situações originais e reconstruídas.

As situações apresentadas a seguir consistem basicamente de compor intervalos/razões por meio do monocórdio, onde a composição no sentido euclidiano não se coloca na mesma categoria da multiplicação, embora o primeiro apresente semelhanças estruturais com o segundo. Tanto diferenças quanto semelhanças entre composição e multiplicação em contextos musical e aritmético, respectivamente, tornam-se evidentes e

melhor compreendidas com auxílio de uma reconstrução enriquecida do experimento do monocórdio.

Tal reconstrução pode ocasionar o interesse pela matemática por meio da música e vice-versa, capacidade esta que não apenas estimula a relação entre duas áreas e as habilidades relacionadas, mas também exige habilidades matemáticas em contextos musicais e habilidades musicais em contextos matemáticos por meio de um arranjo simples envolvendo conceitos elementares.

Estas atividades exigem inicialmente, no caso de alunos não familiarizados com música, a experiência com a percepção musical especialmente de intervalos tais como oitava, quinta e quarta – as consonâncias perfeitas –, pressuposto para as atividades com o monocórdio. Após tal familiarização, é importante a reprodução do experimento de Pitágoras, identificando tais consonâncias perfeitas no monocórdio, cujas razões matemáticas correspondentes são 1: 2, 2: 3 e 3: 4.

Envolvendo conceitos matemáticos e musicais, pode-se considerar alguns problemas no monocórdio, tais como:

- Seja  $L$  o comprimento que produz uma determinada nota no monocórdio. Qual é o comprimento de corda necessário para produzir uma altura, que resulta da elevação do tom original por uma oitava e uma quinta, seguindo-se da descida de dois intervalos de quarta? Ouça o tom resultante no monocórdio e compare com o tom obtido no piano. Comente.
- Seja  $do$  a nota correspondente ao comprimento  $L$ . Qual é a nota obtida pelo comprimento  $32L/27$ ? Indique, em termos de superposição de quartas, quintas e oitavas, os sucessivos passos para obter esta nota. Ao subir uma quarta a partir de uma nota dada, quais são a nota e o comprimento obtidos? Ouça a nota resultante no monocórdio comparando-a com a nota obtida no piano.

Tais problemas em particular, talvez por exigirem simultaneamente aptidões musicais e matemáticas, podem despertar a curiosidade de estudantes que, a princípio, se interessem exclusivamente por matemática ou por música. Dependendo do potencial de cada aluno, pode-se resolver esse tipo de problema encontrando o intervalo musical e verificando a composição de razões que o produz ou encontrando a combinação de razões matemáticas que, quando combinadas, fornecem tal intervalo, verificando-o em seguida.

Estes problemas oferecem ainda a oportunidade não apenas de vivenciar, talvez inconscientemente, a composição de razões matemáticas, mas também de simular operações com razões em contextos musicais gregos e medievais, tendo como elementos operacionais básicos as consonâncias perfeitas, cujas razões discretas subjacentes 1: 2, 2: 3 e 3: 4 não possuem relação categórica com números, mas são meros instrumentos de comparação.

Para ilustrar esses pontos, comenta-se questões relacionadas à solução desses problemas. Limita-se ainda a discussão a algumas abordagens do primeiro problema,

bem como questões levantadas como consequência. Neste caso, as soluções passaram basicamente de uma abordagem geométrica para uma aritmética.

Na abordagem de problemas desta natureza, familiariza-se o aluno inicialmente, com intervalos e composição de intervalos musicais/razões matemáticas no monocórdio. Tal experiência permite compor intervalos musicais contíguos/razões matemáticas, em que a segunda magnitude da primeira razão matemática coincide com a primeira magnitude da segunda razão - razões do tipo  $a:b$  com  $b:c$  - que é o que se observa no monocórdio durante a familiarização. Pode-se neste caso trabalhar com grupos de diferentes tendências, a fim de não somente obter diferentes tipos de interpretações dos problemas, mas também de avaliar o potencial diversificado de cada grupo, uma vez que os problemas tratados exigem pelo menos, habilidades matemático e musicais.

Pode-se solicitar inicialmente, que se resolva o problema utilizando uma régua com apenas quatro divisões e um compasso. Depois de visualizar como as composições ocorrem no monocórdio, há basicamente duas tendências na resolução do problema: uma tendência é fazer o cálculo transferindo sempre as razões matemáticas para a corda e dividindo a corda em tantas partes quanto o denominador da razão em questão, levando-se depois o número de partes presentes no numerador - no caso de  $2:3$ , duas partes da corda previamente dividida em 3 partes - que corresponde à composição no sentido clássico. Uma outra tendência possível é encontrar a nota resultante - no caso a nota lá - tentando verificar tal resultado ao compor as razões matemáticas  $1:2$ ,  $2:3$  e decompondo as razões  $3:4$  duas vezes, como no primeiro caso.

Em geral, pode-se ainda encontrar por percepção musical a parte da corda que, quando tocada, resulta na nota lá sem saber precisamente a que razão matemática ou nota tal ponto ou nota corresponda. Então, pode-se resolver o procedimento como na obtenção das consonâncias, compondo-se adequadamente as razões correspondentes para obter a nota em questão, utilizando-se no caso de régua e compasso para construir triângulos semelhantes, a fim de dividir um segmento em 2, 3 e 4 partes, o que resultaria em diferentes soluções. Aqui caberiam, por exemplo, perguntas relacionadas a alterações no resultado ao mudar a ordem do procedimento, o que não é difícil descobrir do ponto de vista musical, uma vez que a composição não é senão a “adição” e a “subtração” de intervalos musicais.

Tal interpretação torna a comutatividade dessa operação intuitiva, assim como mostra também, até certo ponto, como o contexto musical pode elucidar o significado de tal propriedade na estrutura da razão. Estes problemas também fornecem um contexto adequado para refletir sobre como se pode compor intervalos musicais, quando se sabe apenas os comprimentos das cordas, cuja razão fornece cada intervalo, ainda sem régua métrica.

Neste caso, cabe-se tentar adaptar por tentativa e erro o primeiro termo da segunda razão ao segundo termo do primeiro, tomando razões equivalentes ao segundo

termo expressas como múltiplos de suas duas grandezas originais. Uma solução musical também caberia aqui, por exemplo, tentando ouvir os intervalos definidos por cada par de cordas cantando suas composições e, às vezes, mantendo o resultado parcial em um teclado para manter a afinação.

É possível neste caso, confirmar o resultado musicalmente, às vezes, passo a passo, outras vezes no final da operação, com base na experiência musical inicial com intervalos e consonâncias. Pode-se fazer isso quase automaticamente, verificando subsequentemente o comprimento da corda que corresponde à altura descoberta. Para realizar tal operação, é sempre possível encontrar a quarta proporção “musical”, na medida em que em cada passo tem-se uma razão de referência e o primeiro termo de uma segunda razão que fornece a nota mais grave sobre a qual o intervalo de referência deve ser transladado.

Tal situação também fornece um contexto adequado para questionar como se pode compor intervalos musicais, quando se sabe apenas os comprimentos das cordas cuja razão fornece cada intervalo. Novamente sem régua métrica. Aqui também caberiam soluções mistas para encontrar por meio da audição a razão provável, a partir da qual se pode inferir acerca do fator pelo qual é necessário multiplicar ambos os fatores da segunda razão. Em todos os casos, pode-se fazer uso de um par proporcional de cordas, que não são iguais, mas que possuem alguma propriedade que as torna similares de alguma forma ao primeiro par.

Esta percepção de similaridade realizável pela audição é um ponto que eventualmente pode evidenciar a diferenciação entre proporcionalidade e igualdade, uma diferença que desaparece quando se enfrenta o problema com uma abordagem puramente aritmética fazendo uso por exemplo de uma régua métrica. A vantagem da abordagem musical em comparação com a aritmética consiste no fato de que a primeira fornece a intuição, baseada em uma habilidade perceptiva, de que ambos os pares de magnitudes não são iguais, mas que possuem um atributo comum, que é musicalmente o intervalo definido por eles, percepções estas que desaparecem em uma abordagem puramente aritmética.

O contexto mencionado possibilita ainda comentários que evidenciam a sentido do conceito de razão no sentido clássico, tais como o fato de que tais intervalos não são iguais, mas de que um é como se fosse o outro, linguagem condizente com aquela presente nos Elementos de Euclides. A racionalização de tal ideia pode ser refinada, quando não apenas as versões harmônicas, mas também melódicas de uma mesma razão são fornecidas, na medida em que a consciência logarítmica de intervalo musical pode ser traduzida por meio do conceito de proporção entre razões no fato de que as notas caminham uma mesma distância, o que também endossa o conceito de razão no sentido euclidiano diferenciando-o daquele de fração.

Uma outra questão decorrente consistiria em como proceder para compor  $a:b$  com

$c:d$ , quando não há inteiro  $m$  tal que  $mc = a$ . Quando se lida apenas com grandezas geométricas, tal questão não ocorre, já que se pode sempre adaptar diretamente uma magnitude a outra, mas isso não ocorreria com números inteiros a serem adaptados um ao outro fazendo uso de múltiplos inteiros. Neste caso, deve-se multiplicar o numerador e o denominador de ambas as razões, resultando como fatores  $c$  e  $b$ , respectivamente, que ao fazer a composição original proporcional a  $(ac:bc).(bc:bd):: ac:bd$ , a conforma ao sentido clássico pressuposto para a composição. Baseando-se, até certo ponto, em tentativa e erro feita antes com grandezas geométricas, tenta-se agora fazer algo análogo com o uso do Múltiplo Mínimo Comum entre  $b$  e  $c$ . Neste caso, a composição das razões pode ser realizada com intervalos, isto é, a partir de um intervalo determinado com uma nota mais grave, pode-se construir o intervalo correspondente equivalente - razão proporcional – pelo ouvido e sentindo o mesmo ‘crescimento’ de intervalo.

Os comentários e questões mencionados acima sobre a solução do primeiro problema refletem parcialmente como se pode fornecer um ambiente adequado para vivenciar o sentido geométrico-musical de razões, introduzindo essa abordagem antes de recorrer à régua métrica.

Tais problemas podem ser repetidos permitindo o uso da regra métrica e gradualmente razões matemáticas e composição de razões equiparam-se a números decimais e multiplicação de números decimais respectivamente, diminuindo assim a ênfase na diferenciação entre identidade e proporcionalidade.

Assim, possíveis restrições aos problemas por exemplo nos instrumentos fornecidos para suas soluções -- compasso, régua não métrica, régua métrica, instrumentos -- tornam-se mais interessantes, na medida em que induzem a reproduzir a maneira com que distintas tradições lidaram com razões ao longo da história. Estas restrições proporcionam significados diferentes à razão e proporção, podendo-se levar a operar por vezes com a composição e outras vezes com multiplicação. Tal arranjo enriquecido prova ser útil não apenas para ilustrar a importância da razão como um meio de comparação, mas também e mais importante para fornecer um contexto para praticar a diferenciação entre composição e multiplicação, bem como entre proporcionalmente e identidade dentro de uma situação prática significativa.

Além da diferença entre composição e multiplicação, há outras diferenças no contexto da aritmetização de razões, que se tornam transparentes pelo uso do arranjo mencionado anteriormente, como aquela entre identidade e proporção. Em Euclides, a ideia de igualdade de proporções não é natural quanto a dos números ou de grandezas. Tal maneira de estabelecer relações entre razões ganha maior significado quando se considera, que no monocórdio, por exemplo, do-sol e la-mi são os mesmos intervalos - neste caso, de quinta - mas que eles não são iguais, na medida em que este último é uma sexta acima do primeiro, ou até mesmo, que do - sol ‘é como’ la - mi. Neste caso, a identidade pode ser abordada na dinâmica de ensino/aprendizagem, enfatizando

a distinção entre identidade e proporção em contextos matemáticos/musicais, onde tais diferenças se tornam mais claras quando visíveis e “audíveis”.

Os problemas e o contexto mencionado também encorajam a percepção de tal diferença, na medida em que se pode ouvir os intervalos fornecidos por razões como 9:12 e 12:16 - ambos são intervalos de quarta, isto é, os mesmos intervalos, mas suas respectivas razões não são iguais - que são proporcionais, mas que não são idênticos. Isso elucidado, pelo uso da matemática e da música, as diferenças e semelhanças entre os dois conceitos, o que aborda o entendimento das identificações de *razão* e *fração* e de *proporção* e *igualdade*. Isto abre ainda outras possibilidades para a exploração de tais conceitos em ambos os contextos. Por exemplo, pode-se encontrar a quarta proporcional e deduzir qual é a nota associada ou reciprocamente, dado um intervalo, pode-se descobrir a nota que produzirá o mesmo intervalo dado uma determinado nota mais grave: ambas as situações lidam com magnitudes proporcionais em matemática e contextos musicais simultaneamente. A consciência do procedimento epistemológico subjacente a essa dinâmica não é um pressuposto ou um fim, o que é realmente importante é que se vivencie tal situação e, assim, se estabeleça uma referência com a qual se possa vincular a compreensão de outras situações envolvendo tais conceitos. Da mesma forma, a experiência permitirá desapegar-se de conceitos associados em princípio a áreas fixas.

O contexto de ensino/aprendizagem mencionado acima, bem como a longa história de razões e proporções mostram que, dentro do amplo campo semântico associado a tais conceitos, o conceito de razão teve um papel importante como veículo para se comparar diferentes contextos por meio de proporções, isto é, analogias. Neste sentido, a proposição de que 3:2 corresponde a um intervalo de quinta, bem como a de que os intervalos de quartas são proporcionais, significam que esses dois conceitos pertencentes a campos matemáticos e/ou musicais podem ser comparados entre si por meios da razão de números e intervalo entre notas por meio de proporções. Nesse sentido, é possível vivenciar que a proposição geométrica/musical  $A : B :: C : D$  é semanticamente distinta, mas estruturalmente similar à proposição aritmética  $A/B = C/D$ , assim como os casos correspondentes em que as razões não são proporcionais e frações não são iguais.

Reciprocamente, fazendo uso do monocórdio, razões e proporções podem ser vistas como instrumentos para avaliar o grau de similaridade entre diferentes contextos. Tal dispositivo também possibilita a compreensão da distinção categórica entre razão e proporção - às vezes mal interpretada -, na medida em que a razão se torna claramente vista como uma comparação envolvendo duas magnitudes do mesmo tipo, enquanto que a proporção ocorre nas situações mencionadas como uma proposição lógica, a qual se pode atribuir um valor ou como uma ferramenta para tornar uma proposição verdadeira. No caso, tal diferença pode ser vivenciada por meio da questão acerca da plausibilidade da igualdade entre dois intervalos ou da proporção entre duas razões. As diferenças entre estes dois conceitos matemáticos tornam-se melhor demarcadas, quando entendidas no

âmbito geométrico-musical, do que quando vistas em contextos puramente aritméticos.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A presente abordagem musical amplia a compreensão de razões e proporções em matemática, não apenas devido à sua contextualização histórico-cultural e sua característica interdisciplinar, mas também pelo papel que o pensamento analógico desempenha neste caso para a construção dos conceitos de razão e proporção matemáticas. Neste contexto, é razoável considerar que o entendimento da ideia de razão matemática se amplia na medida em que se vivencia suas diversas interpretações.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo da história da matemática e da música teórica, razões e proporções assumiram diferentes significados com naturezas discretas ou contínuas com respeito à geometria, à música e/ou à aritmética. Dentre tais significados, a razão pode ser vista como uma ferramenta de comparação por meio de proporções, um intervalo musical, uma fração, um número, um invariante com relação à proporção, um fio comum entre contextos distintos com respeito a proporções, ao passo que proporções pode ser vista como um veículo para comparar razões, uma igualdade, uma relação, uma função, etc. Os contextos mencionados acima não somente fornecem um terreno fértil para a compreensão das diferenças sutis e semelhanças estruturais subjacentes à diversidade de interpretações associadas a razões e proporções, como também contribuem para construir e vivenciar de maneira mais ampla seus significados associados.

A percepção de esquemas comuns é uma maneira de construir conceitos que dizem respeito, em princípio, a diferentes áreas. Uma analogia ou metáfora pode reconfigurar uma situação de aprendizagem, possibilitando a compreensão de assuntos que escapam à intuição imediata, ou que possam parecer muito abstratos, como as interpretações associadas a razões e proporções, bem como a variedade de estruturas historicamente associadas a elas.

## REFERÊNCIAS

Abdounur, O. J. 'Ratios and music in the late Middle Ages: a preliminary survey'. Preprint 181. Max Planck Institut für Wissenschaftsgeschichte, 2001.

Grattan-Guinness, I. "Numbers, Magnitudes, ratios, and proportions in Euclid's Elements: How did he handle them?" *Historia Mathematica* 23 (1996): 355-375.

Grattan-Guinness, I. "Alguns aspectos negligenciados na compreensão e ensino de números e sistemas numéricos." *Zetetiké* 7, número: 11 (1999): 9-27.

Heath, T. L., ed. *Euclid. The thirteen books of the Elements*. vol.2. New York: Dover Publications, INC., 1956.

Katz, V.J. "The study of ratios." In *A history of mathematics: an introduction*, edited by V.J. Katz, 289-293. Columbia: Harper Collins College publishers, 1993.

Kieren, T.E. "On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational number" In *Number and measurement*, edited by Lesh, R.S., 101-144. Ohio: Eric Clearinghouse for Science, mathematics, and Environmental Education, 1976.

Sylla, E.D. "Compounding ratios. Bradwardine, Oresme, and the first edition of Newton's Principia." In *Transformation and tradition in the sciences. Essays in honor of I. Bernard Cohen*, edited by E. Mendelsohn, 11-43. Cambridge: Cambridge University Press, 1984.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Análise Combinatória 148, 149, 152, 154, 155, 158, 160, 161, 162

Anos Finais do Ensino Fundamental 98, 107

Anos Iniciais 82, 84, 89, 90, 92, 96, 97, 173, 176, 177, 182, 183, 184, 185, 186, 191, 192, 193, 263, 264, 265, 266, 267, 271, 272, 273, 274

Aplicativo para Smartphone 230

App inventor 1, 8, 12

Aprendizagem Matemática 21, 22, 26, 29, 30, 33, 99, 115, 136, 243

Aspectos legais 75, 76, 77, 80, 82, 83

Avaliação 73, 77, 174, 175, 230

### B

Biodiversidade 60, 61, 62, 71, 73, 194, 250, 261

Biodiversity disclosure 249

### C

Ciências 14, 20, 21, 48, 49, 50, 51, 54, 55, 56, 57, 59, 60, 61, 62, 65, 66, 67, 71, 72, 73, 74, 86, 88, 95, 96, 97, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 126, 127, 146, 147, 163, 172, 194, 195, 196, 197, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 231, 238, 239, 248, 258, 261, 274, 276

Concept map 249, 253, 254, 255, 256, 257, 259

Conhecimento de professores 49, 50

Conhecimento Pedagógico do Conteúdo 48, 49, 57

### D

Desenho Universal para Aprendizagem 21, 22, 23, 24

### E

Educação Ambiental 17, 116, 118, 119, 120, 121

Educação Básica 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 20, 60, 71, 74, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 84, 87, 99, 100, 102, 110, 113, 121, 161, 171, 174, 175, 192, 194, 196, 202, 207, 240, 242, 276

Educadores 23, 24, 100, 133, 135, 137, 140, 166, 206, 210, 232, 241

Elementos sensoriais 22

Encontro Baiano de Educação Matemática 98, 100, 103, 104, 114, 115

Ensino 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 29, 33, 34, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 71, 72, 73, 74,

75, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 140, 141, 142, 143, 146, 147, 148, 149, 152, 154, 155, 157, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 187, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 220, 221, 222, 223, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 258, 259, 260, 261, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276

Ensino de Ciências 21, 48, 49, 51, 54, 55, 56, 57, 59, 72, 73, 96, 117, 120, 121, 172, 194, 204, 206, 215, 258, 261

Ensino de divisão 182, 187, 193

Ensino de Estatística 163, 165, 171

Ensino de Física 230, 239

Ensino de Números 46, 98, 100, 101, 102, 104, 106, 107, 108, 112

Ensino e Aprendizagem 3, 4, 12, 13, 24, 29, 67, 71, 98, 109, 111, 113, 114, 124, 133, 134, 136, 146, 155, 161, 162, 163, 164, 165, 169, 171, 175, 181, 196, 205, 206, 207, 208, 210, 223, 231, 241, 243, 244, 246, 273, 275

Ensino Fundamental 1, 6, 8, 9, 12, 20, 21, 26, 33, 62, 64, 65, 66, 68, 72, 73, 81, 82, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 92, 93, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 112, 113, 114, 116, 117, 118, 138, 141, 142, 146, 147, 173, 176, 177, 182, 183, 192, 193, 195, 202, 248, 264, 265, 267, 268, 271, 272, 274

Ensino Superior 19, 57, 71, 72, 77, 80, 83, 84, 110, 123, 126, 128, 130, 148, 149, 154, 161, 163, 175, 194, 202, 217, 259, 260, 276

Estágio Curricular Supervisionado 73, 75, 76, 77, 78, 80, 81, 83, 84

Estratégia didática 205, 206, 213, 215

Experimentos 119, 120, 144, 194, 203, 204

## F

Física 12, 24, 57, 92, 94, 131, 137, 143, 195, 197, 202, 216, 218, 219, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 230, 231, 232, 233, 235, 236, 237, 238, 239, 247, 248, 274

Formação de professor 122

Formação Inicial 76, 77, 78, 79, 80, 82, 83, 84, 86, 87, 112, 114, 260, 270, 271

## G

Geometria 7, 8, 46, 82, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 97, 99, 101, 152, 187, 218, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275

## H

Histórico-didática 36

## I

invertebrates 250, 259, 260, 262

## J

Jogo 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 86, 93, 112, 135, 137, 147, 205, 206, 209, 210, 212, 213, 214, 215, 245

Jogos Didáticos 111, 112, 114, 205, 206, 207

Jogos matemáticos digitais 1

## L

Learning 2, 15, 22, 34, 35, 86, 87, 99, 117, 133, 139, 163, 164, 174, 182, 195, 206, 216, 230, 231, 239, 241, 249, 250, 252, 253, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 264

Licenciatura em Matemática 1, 3, 6, 75, 76, 77, 80, 83, 84, 123, 126, 127, 128, 149, 152, 154, 161, 162, 240, 276

Lúdico 12, 14, 15, 16, 17, 18, 67, 68, 71, 72, 96, 110, 113, 173, 177, 180, 181, 209, 210, 214, 215

## M

Mapeamento 98, 100, 104, 106, 107, 113, 258

Matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 45, 46, 57, 72, 75, 76, 77, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 89, 91, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 107, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 133, 134, 136, 137, 141, 143, 146, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 158, 161, 162, 163, 165, 166, 168, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 182, 183, 184, 185, 187, 189, 190, 191, 192, 193, 217, 218, 227, 228, 230, 231, 232, 233, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 247, 248, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276

Material Concreto 86, 94, 135, 136

Monocórdio 36, 38, 40, 41, 42, 44, 45

## N

Neurolinguística 139, 140, 141

## P

Pesquisa em Ensino de Ciências 48, 258

PIBID 15, 17, 20, 86, 87, 88, 95, 96, 109, 110, 113, 114, 123, 127, 175

Pitágoras 36, 38, 40, 41

Procedimentos Metodológicos 26, 103, 240, 241, 242

Professor de Matemática 12, 84, 109, 240, 241

Programa Residência Pedagógica 177

Projetos 54, 61, 68, 72, 81, 82, 84, 113, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 171, 175, 214, 248, 265

Protagonismo Estudantil 216, 224

## Q

Química 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 48, 57, 72, 73, 121, 138, 139, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 195, 197, 202, 204, 216, 218, 226, 227

## R

Reações Químicas 138, 139, 141, 142, 143, 144, 145, 147

Recursos Didáticos 69, 70, 86, 87, 91, 93, 133, 134, 135, 136, 154, 232

Recursos Lúdicos 59, 60

Resolução de Problemas 38, 109, 114, 135, 148, 161, 164, 166, 182, 183, 185, 188, 193, 195, 210, 212

## S

Significados das Operações 102, 182, 188, 189

## T

Tecnologia 2, 11, 12, 68, 87, 95, 107, 113, 114, 131, 164, 165, 166, 172, 192, 230, 231, 233, 237, 238, 239, 240, 271, 276

Tecnologias Digitais 2, 3, 4, 12, 13, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 171, 172

Teoria dos Grafos 148, 149, 152, 154, 156, 161, 162

Transposição Didática 97, 240, 241, 248

## U

Universidade Tecnológica Federal do Paraná 216, 228, 229

## Z

Zoology 249, 252, 253, 258, 259, 261

# EDUCAÇÃO:

ATUALIDADE E CAPACIDADE  
DE TRANSFORMAÇÃO DO  
CONHECIMENTO GERADO

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

 **Atena**  
Editora

Ano 2020

# EDUCAÇÃO:

ATUALIDADE E CAPACIDADE  
DE TRANSFORMAÇÃO DO  
CONHECIMENTO GERADO

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

Atena  
Editora

Ano 2020