



Franciele Braga Machado Tullio
Lucio Mauro Braga Machado
(Organizadores)

A Aplicação do Conhecimento Científico na Engenharia Civil

3


Ano 2020



Franciele Braga Machado Tullio
Lucio Mauro Braga Machado
(Organizadores)

A Aplicação do Conhecimento Científico na Engenharia Civil

3

Atena
Editora
Ano 2020

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação: Camila Alves de Cremo

Edição de Arte: Lorena Prestes

Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa

Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia

Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá

Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões

Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros

Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice

Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão

Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador

Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Fernando José Guedes da Silva Júnior – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Prof^a Dr^a Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Prof^a Dr^a Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof^a Dr^a Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Me. Adalto Moreira Braz – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof^a Dr^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof^a Dr^a Andrezza Miguel da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof^a Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
Prof^a Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Prof^a Dr^a Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof^a Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Prof^a Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Prof^a Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Dr. Fabiano Lemos Pereira – Prefeitura Municipal de Macaé
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Prof^a Dr^a Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Prof^a Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof^a Ma. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco

Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA
 Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
 Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR
 Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
 Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
 Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
 Prof. Me. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
 Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
 Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
 Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos
 Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
 Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
 Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
 Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
 Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
 Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
 Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
 Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
A642	<p>A aplicação do conhecimento científico na engenharia civil 3 [recurso eletrônico] / Organizadores Franciele Braga Machado Tullio, Lucio Mauro Braga Machado. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader. Modo de acesso: World Wide Web. Inclui bibliografia ISBN 978-65-5706-169-5 DOI 10.22533/at.ed.695200907</p> <p>1. Engenharia civil – Pesquisa – Brasil. 2. Construção civil. I. Tullio, Franciele Braga Machado. II. Machado, Lucio Mauro Braga.</p> <p style="text-align: right;">CDD 338.4769</p>
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

Em “A Aplicação do Conhecimento Científico na Engenharia Civil 3” trazemos vinte e um capítulos que trazem estudos com boas contribuições para a Engenharia Civil.

Temos vários estudos a respeito da utilização da simulação numérica e computacional na resolução de problemas no projeto e execução de estruturas.

O estudo sobre o comportamento de estruturas utilizando determinados materiais proporciona sua validação como alternativa construtiva. Trazemos também análises a respeito de estruturas submetidas a calor intenso, o que permite otimizar os projetos, considerando situações de incêndio.

Tendo em vista a crescente preocupação com o meio ambiente e a escassez de recursos naturais, torna-se imprescindível os estudos que visem soluções ligadas a otimização na utilização de materiais e desenvolvimento de materiais sustentáveis.

A análise de ferramentas computacionais para o desenvolvimento de projetos de engenharia permite realizar comparativos com a finalidade de subsidiar o projetista a optar por ferramentas mais adequadas e seguras, proporcionando uma melhor qualidade em projetos.

Esperamos que esta coletânea seja útil aos seus estudos. Boa leitura!

Franciele Braga Machado Tullio
Lucio Mauro Braga Machado

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
ANÁLISE DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO COM SUBSTITUIÇÃO DO AGREGADO MIÚDO POR RESÍDUO DA SCHEELITA PARA PAVIMENTOS RÍGIDOS	
Manoel Domiciano Dantas Filho Dandara Pereira Moura de Assis Hérculys Guimarães Carvalho Larissa Santana Batista Damião Araújo dos Santos Júnior Jéniffer Paloma da Cruz Leal Nayla Kelly Antunes de Oliveira Adriano Lopes Gualberto Filho Wily Santos Machado Carlos Alexandre da Silva Vieira	
DOI 10.22533/at.ed.6952009071	
CAPÍTULO 2	15
ANÁLISE COMPARATIVA DA ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFICAÇÕES DE CONCRETO ARMADO	
Maurel Dreyer Roberto Domingos Rios	
DOI 10.22533/at.ed.6952009072	
CAPÍTULO 3	32
ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL EM EDIFÍCIOS ALTOS DE CONCRETO ARMADO COM ESTRUTURAS DE LAJES PLANAS	
Camila de Melo Tavares André Felipe de Oliveira Lopes Hildo Augusto Santiago Filho Giuliana Furtado Franca Bono Gustavo Bono	
DOI 10.22533/at.ed.6952009073	
CAPÍTULO 4	48
ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA SÍLICA ATIVA NO DESEMPENHO DO CONCRETO EM SIMULAÇÃO DA AGRESSIVIDADE MARINHA	
André Luiz Louzeiro Carvalho Luciano Carneiro Reis Leandro Almeida Santos Mauricio Cavalcante Cutrim Fonseca Wesley da Cruz Gomes	
DOI 10.22533/at.ed.6952009074	
CAPÍTULO 5	60
ANÁLISE DE MODELOS DE CÁLCULO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS AO CISCALHAMENTO COM PRFC	
Daniel Marlon Rodrigues Guedes Ailín Fernández Pérez Paulo Fernando Matos de Santana Luiz Gustavo Dantas Gonçalves Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo Marcos Honorato de Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.6952009075	

CAPÍTULO 6	77
ANÁLISE DINÂMICA NA FLAMBAGEM DE UMA COLUNA ESBELTA DE CONCRETO ARMADO COM CRITÉRIOS DA NBR 6118/14	
Alexandre de Macêdo Wahrhaftig Kaique Moreira Matos Magalhães	
DOI 10.22533/at.ed.6952009076	
CAPÍTULO 7	90
ANÁLISE DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE COMPÓSITOS CIMENTÍCIOS REFORÇADOS COM TECIDOS ESTRUTURAIS DE FIBRAS DE SISAL	
Sande dos Santos Batista Mariana Santos Nunes Adilson Brito de Arruda Filho Paulo Roberto Lopes Lima Ricardo Fernandes Carvalho José Humberto Teixeira dos Santos Sandro Fábio César	
DOI 10.22533/at.ed.6952009077	
CAPÍTULO 8	99
ANÁLISE ESTRUTURAL E CONSTRUTIVA DA PONTE ESTAIADA DA RODOVIA DO PARQUE – (BR-448)	
Rafael Cariolato Dorneles Paula Manica Lazzari	
DOI 10.22533/at.ed.6952009078	
CAPÍTULO 9	113
ANÁLISE LINEAR E NÃO LINEAR DE UM EDIFÍCIO DE VINTE PAVIMENTOS EM CONCRETO ARMADO	
Fernanda Fonseca Lima Gabriel Rodrigues Gomes Denilda Silva Costa Leonardo Moreira Santana Jaciera Santos Brandão Marcelo Rassy Teixeira	
DOI 10.22533/at.ed.6952009079	
CAPÍTULO 10	125
ANÁLISE LINEAR ELÁSTICA E ANÁLISE NÃO LINEAR FÍSICA DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO DESTINADO À INSTALAÇÃO DE DUAS SEDES ADMINISTRATIVAS DA PREFEITURA DE PARAUAPEBAS APÓS A UTILIZAÇÃO DE REFORÇO PARA REVITALIZAÇÃO DO PRÉDIO	
Denilda Silva Costa Jaciera Santos Brandão Allyson Corrêa Dias Fernanda Fonseca Lima	
DOI 10.22533/at.ed.69520090710	
CAPÍTULO 11	138
ANÁLISE NUMÉRICA COMPARATIVA DE MODELOS APLICÁVEIS AO PROJETO DE LAJES DE CONCRETO	
Edmilson Lira Madureira Eduardo Morais de Medeiros Arthur Leandro de Azevedo Silva Gabriel de Bessa Spinola	
DOI 10.22533/at.ed.69520090711	

CAPÍTULO 12 151

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO TERMOMECAÂNICO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Andreia Romero Fanton
Luiz Carlos de Almeida
Leandro Mouta Trautwein

DOI 10.22533/at.ed.69520090712

CAPÍTULO 13 164

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS APROXIMADOS E MÉTODO GERAL DE CÁLCULO DO EFEITO LOCAL DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE CONCRETO

Wesley de Vasconcelos Rodrigues da Silva
Maria de Lourdes Teixeira Moreira

DOI 10.22533/at.ed.69520090713

CAPÍTULO 14 178

COMPUTER AIDED DESIGN VERSUS BUILDING INFORMATION MODELING: APLICAÇÃO EM PROJETOS DE SISTEMAS PREDIAIS

Jayron Alves Ribeiro Junior
Thainá Maria da Costa Oliveira
Moisés de Araujo Santos Jacinto
Bruna da Costa Silva
Mariana de Sousa Prazeres
Paulo Rafael Nunes e Silva Albuquerque
Leticia Maria Brito Silva
Camilla Gomes Arraiz
Marcos Henrique Costa Coelho Filho
Yara Lopes Machado

DOI 10.22533/at.ed.69520090714

CAPÍTULO 15 187

DESLOCAMENTO VERTICAL DE UMA VIGA DE EULER-BERNOULLI: SIMULAÇÕES NUMÉRICAS SOB A HIPÓTESE DO MÓDULO DE ELASTICIDADE PROBABILÍSTICO

Ana Carolina Carius
Alex Justen Teixeira
João Vitor Curioni de Miranda
Leonardo de Souza Corrêa

DOI 10.22533/at.ed.69520090715

CAPÍTULO 16 204

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DE ENGESSER-COURBON E MODELOS COMPUTACIONAIS EM PONTES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Felipe Gomes da Silva
Maria de Lourdes Teixeira Moreira

DOI 10.22533/at.ed.69520090716

CAPÍTULO 17 217

ESTUDO DE CASO EM BRASÍLIA: EDIFICAÇÃO EM DESACORDO COM NORMAS EXECUTIVAS E DE PROJETO

João da Costa Pantoja
Bruno Camozzi Fedato Faria
Nathaly Sarasty Narváez

DOI 10.22533/at.ed.69520090717

CAPÍTULO 18	235
INFLUÊNCIA DO USO DA TECNOLOGIA BIM NA REDUÇÃO DE MANIFESTAÇÕES PATOLÓGICAS NA FASE DE CONCEPÇÃO E PROJETO DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO	
Rafael Azevedo Lino	
Orieta Soto Izquierdo	
Iutah Cristal Dezidério de Veras Barbosa	
DOI 10.22533/at.ed.69520090718	
CAPÍTULO 19	251
ENSAIOS DE PROVA DE CARGA EM ACORDO COM A NBR 9607 (ABNT, 2012): ESTUDO DE CASO	
Clayton Reis de Oliveira	
Armando Lopes Moreno Júnior	
Luis Gustavo Simão de Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.69520090719	
CAPÍTULO 20	269
PERÍCIA EM SISTEMA DE TRATAMENTO DE ESGOTO	
Marcelo de Jesus Rodrigues da Nóbrega	
DOI 10.22533/at.ed.69520090720	
CAPÍTULO 21	278
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO O MODELO DE DANO PLÁSTICO	
Paulo César de Oliveira Júnior	
Jerfson Moura Lima	
Bruno Rodrigues Amorim	
DOI 10.22533/at.ed.69520090721	
SOBRE OS ORGANIZADORES	295
ÍNDICE REMISSIVO	296

DESLOCAMENTO VERTICAL DE UMA VIGA DE EULER-BERNOULLI: SIMULAÇÕES NUMÉRICAS SOB A HIPÓTESE DO MÓDULO DE ELASTICIDADE PROBABILÍSTICO

Data de aceite: 01/06/2020

Ana Carolina Carius

Universidade Católica de Petrópolis

Petrópolis – RJ

<http://lattes.cnpq.br/0145449984395405>

Alex Justen Teixeira

Universidade Católica de Petrópolis

Petrópolis – RJ

João Vitor Curioni de Miranda

Universidade Católica de Petrópolis

Petrópolis – RJ

<http://lattes.cnpq.br/8059023775752266>

Leonardo de Souza Corrêa

Universidade Católica de Petrópolis

Petrópolis – RJ

<http://lattes.cnpq.br/4291002792893950>

RESUMO: O presente trabalho objetiva analisar a interferência do módulo de elasticidade probabilístico, na solução do problema de deslocamento vertical de uma viga de Euler-Bernoulli. A norma NBR 6118:2014 considera o módulo de elasticidade do concreto como uma grandeza determinística. A metodologia da pesquisa se constituiu de ensaios laboratoriais, os quais concluíram o caráter semi probabilístico para o módulo de elasticidade do concreto. Acrescentou-se a esta conclusão uma revisão

de literatura, a qual permitiu a elaboração do modelo matemático que descrevesse a hipótese experimental para o módulo de elasticidade. Descreveu-se o Método de Elementos Finitos Estocástico (MEFE) para o problema em questão. Conclui-se que, ao incorporar as hipóteses estocásticas sobre os parâmetros de rigidez, obtém-se uma solução aproximada mais próxima da situação real para o modelo.

PALAVRAS-CHAVE: Módulo de Elasticidade. Concreto. Deslocamento vertical de uma viga. Probabilidade. Método de Elementos Finitos Estocástico.

VERTICAL DISPLACEMENT OF AN EULER-BERNOULLI BEAM: NUMERICAL SIMULATIONS UNDER THE HYPOTHESIS OF THE PROBABILISTIC ELASTICITY MODULE

ABSTRACT: The present work aims to analyze the interference of the probabilistic elasticity module, in the solution of the problem of vertical displacement of an Euler-Bernoulli beam. The standard NBR 6118:2014 considers the modulus of elasticity of concrete as a deterministic quantity. The research methodology consisted of laboratory tests, which concluded the semi-

probabilistic character for the concrete elasticity module. A literature review was added to this conclusion, which allowed the development of the mathematical model that described the experimental hypothesis for the elasticity module. The Stochastic Finite Element Method (MEFE) was described for the problem in question. It is concluded that, by incorporating the stochastic assumptions about the stiffness parameters, an approximate solution is obtained, closer to the real situation for the model.

KEYWORDS: Modulus of elasticity. Concrete. Deflection of a beam. Probability. Stochastic Finite Element Method.

1 | INTRODUÇÃO

Estruturas apoiadas são amplamente utilizadas na engenharia civil, sobretudo na engenharia estrutural. A posição e o comportamento mecânico dos suportes são determinantes na resposta mecânica do conjunto (HIDALGO, 2014). Devida à simplicidade geométrica, estruturas apoiadas podem ser adequadamente avaliadas utilizando-se modelos lineares. Nesse sentido, para efeitos de estudo, destacam-se as vigas de Euler-Bernoulli, objeto de estudo deste trabalho.

“Com o avanço dos computadores domésticos, no início dos anos 1980, foi possível melhorar o acesso aos cálculos que essas máquinas eram capazes de realizar e tornar esses resultados aplicáveis aos problemas cotidianos” (LÉVY, 1999). Nesse sentido, a engenharia não esteve a parte do desenvolvimento promovido pela entrada dos microcomputadores no dia a dia da sociedade. A Análise Estrutural, em particular, pode contar com ferramentas computacionais mais robustas para solucionar problemas de cálculo de difícil resolução até então. Diversos programas comerciais passaram a atuar neste ramo como o TQS, SAP 2000, ABAQUS e ANSYS, entre outros.

O modelo matemático que descreve a linha elástica para uma viga bi apoiada inclui, em sua formulação, a contribuição do módulo de elasticidade ou módulo de Young. Por definição, o módulo de elasticidade é a razão entre a tensão aplicada sobre um corpo e a deformação específica sobre o corpo. Para os materiais idealizados por Robert Hooke, verifica-se uma proporcionalidade entre a força aplicada e a deformação verificada. No entanto, o concreto não mantém esta proporcionalidade, variando-se o módulo de elasticidade de acordo com a carga aplicada (PACHECO et al., 2014). Em geral, o módulo de elasticidade é obtido através de métodos experimentais, uma vez que diversos fatores afetam o valor para o mesmo, tais como: o tempo de cura do concreto, a temperatura da cura, proporções da mistura e propriedades dos agregados, destacando-se a proporção água/cimento, tamanho e forma do corpo de prova, entre outros (DIÓGENES et al., 2011).

Um dos maiores desafios para a construção civil, atualmente, é a sustentabilidade. A intensidade de uso de recursos naturais, nessa perspectiva, deve ser feita selecionando-se os materiais mais adequados para cada necessidade. A otimização do uso de materiais

e recursos só é possível com a redução da variabilidade do módulo de elasticidade, da mesma forma como a variabilidade é percebida hoje para o controle da resistência à compressão, onde trabalha-se com valores característicos, baseados na teoria de probabilidades (DE MARCHI, 2011).

Apesar de considerar para o parâmetro de resistência à compressão a variabilidade intrínseca do concreto, não se considera tal variabilidade para o módulo de elasticidade. Entretanto, valores determinísticos para o módulo de elasticidade nem sempre são confirmados pelo controle tecnológico realizado em campo, fato que pode acarretar situações problemáticas nas obras. Nesse sentido destaca-se a importância do controle de qualidade, pois irá fornecer os dados para análise e decisão sobre o atendimento às especificações de projeto, de forma a garantir a otimização no uso de materiais e recursos, gerando menores custos financeiros e ambientais, proporcionando sustentabilidade aos projetos (DE MARCHI, 2011).

Baseados na hipótese de não consideração do módulo de elasticidade para o concreto como um parâmetro determinístico, obtido através de fórmulas matemáticas pré-determinadas pela NBR 6118:2014, estudou-se a influência desta hipótese na formulação matemática para o problema da viga de Euler-Bernoulli bi apoiada.

2 | O PROBLEMA

A fim de estudar o comportamento da linha elástica desta viga, considerando-se contribuições, no modelo, das diferentes formas com as quais o módulo de elasticidade pode ser obtido, propôs-se a seguinte equação diferencial de quarta ordem para o problema de deslocamento vertical de uma viga de comprimento L , submetida a uma força pontual, bi apoiada em suas extremidades:

Encontrar $u \in C^4(0,L)$ tal que

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) \right] = f(x),$$

$$u(0) = u(L) = 0,$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} (0) = \frac{d^2 u}{dx^2} (L) = 0,$$

onde f representa a força aplicada a esta viga e u representa a função que define a linha elástica para a viga.

Observa-se que, caso os parâmetros de rigidez EI fossem considerados constantes, a equação diferencial de quarta ordem seria resolvida analiticamente através de integrações sucessivas. No entanto pretende-se, a partir da formulação acima, avaliar as soluções obtidas através de um método de elementos finitos.

A partir do estudo realizado por Hidalgo (2014) para uma viga de Euler- Bernoulli, apoiada em fundação de Pasternak com o método de Galerkin estocástico, desenvolveu-se o Método de Elementos Finitos Estocástico (MEFE) aplicado ao problema de flexão de uma viga, considerando-se que os parâmetros de rigidez não fossem constantes. Incluiu-se, na formulação parametrizada para o módulo de elasticidade do concreto, valores experimentais obtidos através de experimentos laboratoriais realizados pelos autores. A partir das simulações realizadas, comparou-se os resultados clássicos da literatura, apresentados por Hibbeler (2010), com os resultados das simulações numéricas, discutindo-se as diferenças e semelhanças entre eles.

3 | REVISÃO DE LITERATURA: MÓDULO DE ELASTICIDADE PARA O CONCRETO COMO GRANDEZA PROBABILÍSTICA

A NBR 6118:2014 versa sobre o cálculo do módulo de elasticidade para o concreto, tanto o módulo de elasticidade tangencial quanto o módulo de elasticidade secante. A NBR 6118:2014 indica uma fórmula matemática determinística

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}},$$

a qual o cálculo do módulo de elasticidade é obtido a partir do f_{ck} . Destaca-se que E_{ci} tem, por finalidade, oferecer uma estimativa para o valor do módulo de elasticidade quando este não pode ser obtido de forma experimental a partir dos valores para o f_{ck} .

De acordo com De Marchi (2011), o valor do módulo de elasticidade para o concreto possui interferências dos agregados graúdos e miúdos, da concentração água/cimento, assim como de aditivos que compõem o concreto. Visto que as possibilidades de combinações destes elementos são inúmeras, é razoável considerar-se, por hipótese, que o módulo de elasticidade pode ser representado por um fenômeno probabilístico e que tal consideração também interfere no cálculo do deslocamento vertical de uma viga de Euler-Bernoulli.

A revisão de literatura foi realizada na plataforma Google Acadêmico, utilizando-se os seguintes termos chave: processos estocásticos AND módulo de elasticidade AND deflexão de vigas. Para esta escolha, 329 trabalhos foram elencados. Outra opção de termos chave utilizada foi módulo de elasticidade estocástico AND concreto AND vigas. Para esta busca foram elencados 314 trabalhos. Para fins de análise dos trabalhos listados, considerou-se como critérios de exclusão trabalhos que efetivamente versaram sobre concreto ou envolviam estruturas e métodos numéricos para a obtenção de soluções computacionais.

A partir dos critérios de exclusão descritos, analisou-se sete trabalhos sob três aspectos: hipóteses sobre o módulo de elasticidade, modelo matemático aplicado e o

método numérico utilizado para simulações computacionais.

Dentre os oito trabalhos estudados, três deles se relacionam ao mesmo grupo de pesquisa: Hidalgo (2014), Santos (2015) e Júnior e Krajne (2008). Nesse sentido, prevalece a hipótese do módulo de elasticidade ou dos parâmetros de rigidez EI como processo randômico ou probabilístico. Para estes trabalhos, sobressai a escolha do Método Estocástico de Galerkin, realizando-se Simulações de Monte Carlo. Os três trabalhos modelam, também, uma viga de Euler-Bernoulli apoiada sob uma fundação de Pasternak.

O trabalho de Zonatto (2017) modela uma viga de Euler-Bernoulli, no entanto considera que os parâmetros de rigidez EI são constantes. O método numérico utilizado é o Método de Galerkin.

Os três trabalhos restantes estudam o comportamento do módulo de elasticidade para o concreto (DE MARCHI, 2011), (PACHECO, *et al.*, 2014) e (DIOGENES *et al.*, 2011) independente da aplicação em uma viga ou utilização de métodos numéricos para soluções computacionais para o problema da viga de Euler-Bernoulli. Nestes trabalhos é possível verificar o caráter heterogêneo do concreto, assim como se analisa as diferentes formas de cálculo experimental para o módulo de elasticidade. O trabalho de De Marchi (2011) explora o caráter semi probabilístico do módulo de elasticidade do concreto, verificando-se que este se comporta como uma distribuição normal de probabilidades.

Como a proposta deste trabalho foi analisar as contribuições provenientes da heterogeneidade do concreto para o módulo de elasticidade, incorporando-as em simulações computacionais as quais considerou-se, por hipótese, os parâmetros de rigidez com comportamento probabilístico, os trabalhos de Hidalgo (2014), Santos (2015) e Júnior e Krajne (2008) foram utilizados como parâmetro para a determinação do método numérico adequado ao problema proposto. Uma vez que houve um programa experimental para a obtenção de valores experimentais para o módulo de elasticidade do concreto, os trabalhos de De Marchi (2011), Pacheco *et al.* (2014) e Diógenes *et al.* (2011) contribuíram na elaboração de testes de significância e análise estatística dos dados obtidos experimentalmente.

4 | ENSAIOS LABORATORIAIS: CÁLCULO EXPERIMENTAL PARA O MÓDULO DE ELASTICIDADE

A discussão sobre o módulo de elasticidade do concreto se inicia a partir do caráter heterogêneo do próprio concreto e das formas experimentais que são utilizadas no cálculo desta grandeza.

De acordo com MEHTA e MONTEIRO apud DE MARCHI (2008), o módulo de elasticidade pode ser definido como a relação entre a tensão aplicada e a deformação

instantânea dentro de um limite de proporcionalidade do material. Em alguns casos, este limite é simplesmente adotado por uma norma que padroniza o ensaio, como acontece na norma brasileira.

O concreto é um material compósito, cujas características de suas ligações químicas são semelhantes a materiais cerâmicos, sendo um material heterogêneo e multifásico. A fração volumétrica, a densidade e o módulo dos principais componentes, além de características da zona de transição na interface determinam o comportamento elástico do concreto (DE MARCHI, 2011). De forma geral, pode-se definir o concreto como uma mistura de dois materiais bem distintos: o agregado, definido como o material rígido, incluindo os agregados miúdos e os agregados graúdos e a pasta de cimento, a qual se caracteriza por um material poroso e flexível. Portanto ao se calcular o módulo de elasticidade do concreto, mede-se a grandeza resultante da interação destas duas partes. De acordo com Neville (1997), o comportamento do concreto pode ser descrito de forma intermediária entre o comportamento do agregado e da pasta de cimento.

4.1 Como calcular o módulo de elasticidade para o concreto: normas brasileiras vigentes

Considerando o trabalho de De Marchi (2011) o módulo de elasticidade para o concreto pode ser obtido, de forma experimental, por três definições distintas:

- **Módulo tangente:** recebe esta nomenclatura por ser definido a partir do coeficiente angular da reta tangente a qualquer ponto da curva tensão por deformação. Quanto não se especifica um ponto da curva, o mesmo se refere à origem, ou seja, o módulo tangente inicial E_{ci} .
- **Módulo secante:** é dado pela relação entre uma tensão qualquer e a deformação a ela correspondente, ou seja, o coeficiente angular da reta que liga os pontos da curva tensão por deformação correspondente a essa tensão e à tensão igual a zero. Quando a tensão não é mencionada, infere-se que o módulo secante seja relativo a uma tensão entre 40 e 50 % da resistência à compressão.
- **Módulo cordal:** É definido pela reta que liga dois pontos quaisquer da curva tensão por deformação.

No presente trabalho, a forma de cálculo adotada para o módulo de elasticidade foi o módulo tangente, cujos ensaios seguiram a NBR 8522:2017. Conforme descrito na Seção 2, a NBR 6118:2014 prevê o cálculo teórico do módulo de elasticidade do concreto a partir do f_{ck} do traço em questão.

4.2 Variabilidade do módulo de elasticidade experimental do concreto

Os agregados ocupam, em média, 75 % do volume do concreto, impactando diretamente na variabilidade do mesmo e alterando significativamente o valor do módulo de elasticidade (DE MARCHI, 2011). Sbrichi Neto (2005) apresenta os principais tipos de rochas utilizados como agregados para o concreto e seus respectivos módulos de

elasticidade. Estes valores estão indicados na Tabela 1.

Tipo de rocha	Módulo de elasticidade (GPa)
Arenito	20-40
Basalto	60-100
Calcário	30-50
Gnaisse	40-70
Granito	40-70
Quartzito	50-100
Xisto	25-40

Tabela 1. Módulo de elasticidade de agregados.

Fonte: Sbrichi Neto, 2005.

É possível observar que o tipo de agregado escolhido determina um intervalo de variação para os valores do módulo de elasticidade. De acordo com METHA e MONTEIRO (2008), a porosidade do agregado determina a sua rigidez e, desta forma, controla a capacidade do agregado de restringir deformações da matriz da pasta de cimento, sendo a variação do módulo de elasticidade do agregado diretamente proporcional ao aumento do módulo de elasticidade do concreto.

Assim como para os agregados graúdos, a porosidade desempenha um papel fundamental no módulo de elasticidade da pasta de cimento endurecida. Esse fenômeno está diretamente atrelado à relação água/cimento, teor de ar incorporado, adições minerais e grau de hidratação do cimento (MEHTA e MONTEIRO, 2008).

A zona de transição entre a matriz da pasta de cimento e o agregado é normalmente considerada como a parte mais fraca do concreto de resistência normal. Para o concreto de alta resistência, a resistência da argamassa e da zona de transição pode ser comparável com a resistência do agregado graúdo (DE MARCHI, 2011).

Entre os parâmetros influenciadores para o módulo de elasticidade relacionados à fatores externos aos materiais, tem-se a composição dos corpos-de-prova, compreendendo-se a forma e a dimensão da seção transversal, a relação entre o comprimento e essa dimensão e a direção de concretagem (SHEHATA, 2005). Já os parâmetros relacionados ao procedimento de ensaio estão o teor de umidade do corpo-de-prova, a velocidade de aplicação da tensão, a restrição à deformação nas extremidades do corpo-de-prova causada pela placa de carregamento, o comprimento ao longo do qual se mede a deformação, o diâmetro do prato transmissor de carga e a rigidez da prensa.

De Marchi apud Montija (2007) sinaliza que o uso de uma fórmula que exige uma aproximação matemática contribui para a interpretação do resultado de ensaio do módulo de elasticidade do concreto. Portanto, é necessário garantir que os limites do trecho retilíneo estejam bem definidos e confiáveis. Também são citados pelo autor como fontes de variabilidade inerentes ao ensaio, a velocidade de aplicação da carga, a definição do

plano de carga e o tipo de instrumentação para a medição das deformações.

Para os ensaios do módulo de elasticidade, seguiu-se as recomendações da norma NBR 8522:2017. São indicados 5 corpos de prova cilíndricos, de forma que a altura do corpo de prova seja o dobro do diâmetro do mesmo corpo de prova. O diâmetro deve ser dado de acordo com o tamanho do agregado graúdo, de forma que o diâmetro seja, no mínimo, 4 vezes o tamanho máximo do agregado graúdo. Primeiramente deve ser feito um ensaio de resistência à compressão para dois corpos de prova, de acordo a NBR 5739:2007. Este ensaio tem por objetivo determinar o nível de carregamento a ser aplicado no ensaio de módulo.

Objetivando a determinação do módulo de elasticidade através da tangente inicial, posiciona-se o corpo de prova em relação aos medidores que serão usados e aplica-se o carregamento até uma tensão de 30% da resistência à compressão obtida no ensaio anterior (σ_b), a uma velocidade de 0,25 MPa/s, podendo-se variar esta velocidade em 0,05 MPa/s, tanto positivamente quanto negativamente. Esse nível de carregamento deve ser mantido por 60 segundos e, em seguida, reduzido à mesma velocidade do processo de carregamento até o nível de tensão básica (considerado $\sigma_a = 0,5$ MPa, com variação de 0,1 MPa, tanto positivamente quanto negativamente). Devem ser realizados mais ciclos de carregamento adicionais, entre σ_a e σ_b , mantendo essas tensões por 60 segundos. Depois do último ciclo de carga são medidas as deformações específicas.

Após o término das leituras de deformação, o corpo de prova deve ser carregado até a sua ruptura. Se a resistência efetiva à compressão do corpo de prova diferir de f_{ck} em mais de 20 %, os resultados do corpo de prova devem ser descartados.

O módulo de elasticidade, com tensão fixa σ_a , pode ser calculado pela seguinte equação

$$E_{ci} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} 10^{-3} = \frac{\sigma_b - 0,5}{\varepsilon_b - \varepsilon_a} 10^{-3}$$

onde

σ_b é a tensão maior, em MPa ($\sigma_b = 0,3 f_{ck}$) ou outra tensão especificada em projeto, de até 40 % de f_{ck} ;

0,5 é a tensão básica em MPa;

ε_b é a deformação específica média, sob a tensão maior;

ε_a é a deformação específica média, sob a tensão básica de 0,5 MPa.

4.3 Programa experimental

O programa experimental foi realizado objetivando-se verificar o caráter semi probabilístico para o módulo de elasticidade do concreto e compará-lo ao valor determinístico esperado pela norma NBR 6118:2014. Para tanto, foram moldados 50 corpos-de-prova para um traço de concreto de 40 MPa.

O cimento utilizado na pesquisa foi o CP II, E-32, da marca TUPI. Foram usados 38 kg de cimento, de um mesmo saco (mesmo lote). Como agregado miúdo foi usada uma areia média (diâmetro de 0,42 a 2 mm) de origem natural, na quantidade de 63 kg, de uma mesma amostra. Para os agregados graúdos foram utilizados na composição de brita 0 e brita 1, de origem granítica, na proporção de 60 % de brita 0 (diâmetro de 4,8 a 9,5 mm) e 40 % de brita 1 (diâmetro de 9,5 a 19,0 mm). Foram utilizados 13,5 litros de água, fornecidos pela concessionária de água do município de Petrópolis (Águas do Imperador), dentro dos limites normais de potabilidade. Por fim, foram usadas 228 g de aditivo, TecFlow 9030 da GRACE. A dosagem do concreto utilizado encontra-se na Tabela 2. Adotou-se, para este trabalho, quatro casas decimais de significância e o critério de arredondamento para os valores.

F_{ck} (MPa)	40 MPa
Relação a/c	0,3563
Cimento (kg/m ³)	480
Água (l/m ³)	171
Areia (kg/m ³)	850
Brita 0 (kg/m ³)	600
Brita 1 (kg/m ³)	400
Aditivo (0,6 %)/Massa cimento	28,8 L

Tabela 2. Traço do concreto.

Fonte: Os autores, 2018.

Foram submetidos ao ensaio do módulo de elasticidade tangencial 30 corpos-de-prova, sendo que um deles apresentou um valor espúrio. Portanto foram calculados 29 valores distintos para o módulo de elasticidade. O valor previsto para este, de acordo com (1) é

$$E_{ci} = 35,8575 \text{ GPa},$$

onde o f_{ck} aferido no início dos ensaios foi de 41 MPa. A Figura 1 mostra o aparato utilizado para o ensaio de módulo de elasticidade tangencial.

A fim de demonstrar que o módulo de elasticidade é uma grandeza semi probabilística, submeteu-se os 29 valores encontrados ao teste de Kolmogorov-Smirnov (KS), o qual avalia o grau de concordância entre a distribuição de um conjunto de valores amostrais e a distribuição normal de probabilidades, ou seja, considera-se como hipótese nula H_0 que o conjunto de dados se comporte como uma distribuição normal. A hipótese H_1 assume que a distribuição de dados em questão não se comporta como uma distribuição normal. Cabe ressaltar que o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) funciona bem para amostras pequenas. De acordo com Torman et al. (2012) o percentual de acerto do teste KS para uma amostra com $n=30$ dados é de 99,96 %. Em virtude desta precisão para um número

pequeno de amostras, o teste de Kolmogorov-Smirnov foi escolhido.

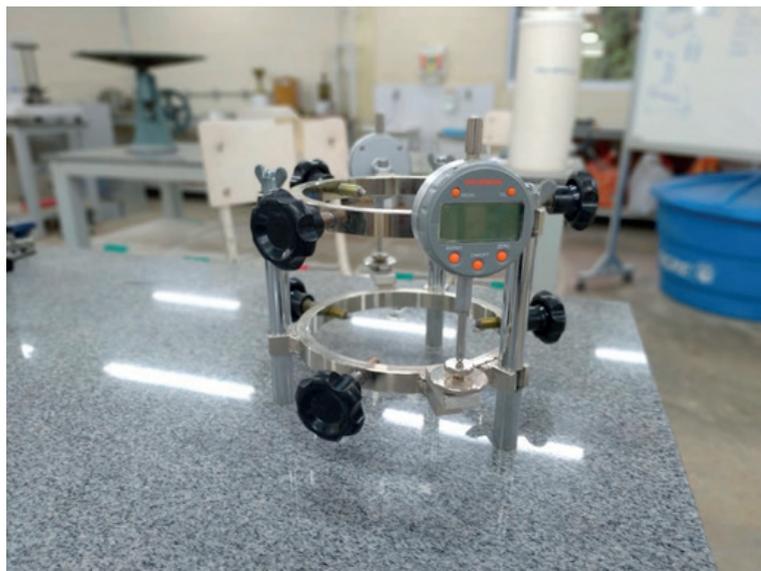


Figura 1. Aparato utilizado nos ensaios do módulo de elasticidade tangencial

Fonte: Os autores, 2019.

Para o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) a hipótese nula H_0 é aceita de o $D_{\text{máximo}}$ for inferior ao $D_{\text{crítico}}=0,3027$ para o nível de significância de 1 %, ou seja, a probabilidade de se aceitar a hipótese nula H_0 dada que a mesma é verdadeira é de 99 %. O $D_{\text{crítico}}$ considerado é dado, para significância de 1%, por $\frac{1,63}{\sqrt{n}}$, de acordo com o teste escolhido.

A avaliação dos valores para o módulo de elasticidade pelo teste KS estão sintetizados na Tabela 3.

Dados	Valores
Quantidade	29
Média aritmética	40,6035 GPa
Desvio Padrão	2,3309 GPa
Intervalo de confiança (amplitude)	1,1149 GPa
Limite inferior	39,4886 GPa
Limite superior	41,7184 GPa

Tabela 3. Valores de referência para o Teste de Kolmogorov-Smirnov

Fonte: Os autores, 2019.

A partir dos dados expostos na Tabela 3, o $D_{\text{máximo}}$ é dado por $0,2182 < D_{\text{crítico}} = 0,3027$, donde conclui-se que a hipótese nula, isto é, o conjunto de dados que representam o valor do módulo de elasticidade para o concreto de $f_{ck} = 40$ MPa representa uma distribuição normal de probabilidades, com 99% de certeza. O intervalo de confiança também foi medido com 99 % de certeza, ou seja, o valor do módulo de elasticidade para o concreto em questão pertence ao intervalo com 99 % de confiança, para valores dados em GPa.

A distribuição de probabilidades normal do conjunto de valores experimentais para o módulo de elasticidade está representada pelo gráfico na Figura 2.

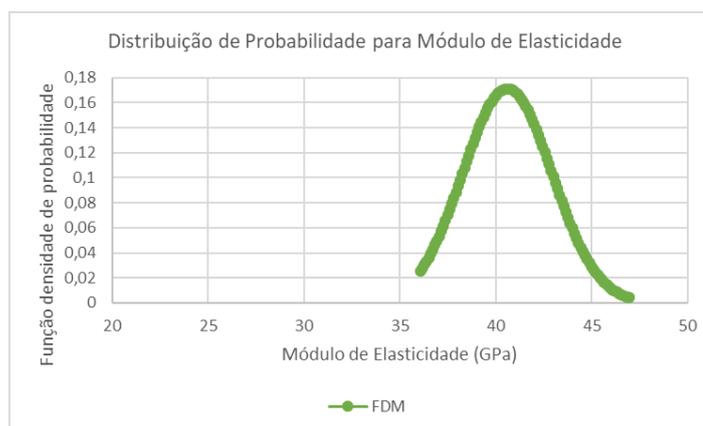


Figura 2. Distribuição de probabilidade para o módulo de elasticidade

Fonte: Os autores, 2019.

5 | SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS PARA O DESLOCAMENTO VERTICAL DA VIGA DE EULER-BERNOULLI

Conforme discutido na Seção 3, a incorporação de aleatoriedades pelo concreto, a partir da combinação de diferentes componentes, incluindo agregados graúdos e miúdos, a proporção água/cimento e a inserção de aditivos, tornam o material heterogêneo e imprevisível, dada a infinidade de combinações possíveis para os elementos citados.

A mecânica estocástica se ocupa de discutir problemas cuja aleatoriedade ou incerteza na formulação matemática dos problemas mecânicos seja extremamente relevante. A utilização de métodos numéricos, o desenvolvimento de novas técnicas e a melhoria dos computadores tem tornado a análise de sistemas estocásticos atrativa nos últimos anos (HIDALGO, 2014). O primeiro método numérico a trazer contribuições, do ponto de vista estocástico, foi o método de elementos finitos tradicional, combinado com as chamadas Simulações de Monte Carlo (SMC), que pode ser chamado também de Método Estocástico de Galerkin. Este método obtém, ao final de diversas realizações, momentos estatísticos para as variáveis em questão. Babuska et. al (2004) apresentaram, em seu trabalho, uma versão estocástica para o lema de Lax-Milgram, o que proporcionou, para os problemas de valores de contorno elípticos, a garantia da existência e unicidade de solução. Nesse sentido, o problema de flexão de uma viga de Euler-Bernoulli, considerando-se os parâmetros de rigidez estocásticos, foi modelado, através do Método de Elementos Finitos Estocásticos (MEFE) como segue.

5.1 Formulação variacional para o problema estocástico

A formulação forte para o problema estocástico para uma viga de Euler-Bernoulli, de comprimento L , bi apoiada, é dada por

Encontrar $u \in L^2((\Omega, F, P); H^4(0, L))$ tal que

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 u}{dx^2} \right) &= f, \quad \text{para todo } (x, \omega) \in (0, L) \times \Omega \text{ q.s.}, \\ u(0, \omega) &= u(L, \omega) = 0, \\ \frac{d^2 u}{dx^2} \Big|_{(0, \omega)} &= \frac{d^2 u}{dx^2} \Big|_{(L, \omega)} = 0 \quad \text{para todo } \omega \in \Omega \text{ q.s.}, \end{aligned} \quad (2)$$

onde u representa a função que descreve a linha elástica para a viga e f representa o carregamento. A tripla ordenada (Ω, F, P) representa o espaço amostral para o experimento aleatório, a função de distribuição de probabilidade e a probabilidade para a variável aleatória. ω é o evento elementar para o espaço amostral Ω .

A partir das considerações sobre o módulo de elasticidade da Seção 3, assume-se, por hipótese, EI como um processo estocástico.

As seguintes hipóteses são necessárias para a verificação de existência e unicidade do problema variacional, através do lema de Lax-Milgram variacional (BABUSKA et al., 2004).

$$H_1: \exists a, b \in \mathbb{R}^+ : P(\omega \in \Omega : EI(x, \omega) \in [a, b], \forall x \in [0, L]) = 1,$$

$$H_2: f \in L^2((\Omega, F, P); L^2(0, L)).$$

A hipótese H_1 é necessária a fim de garantir que qualquer evento elementar $\omega \in \Omega$, os parâmetros de rigidez são estritamente positivos e limitados em probabilidade (BABUSKA e CHATZIPANTELIDIS, 2002). A hipótese H_2 faz-se necessária na garantia de que o carregamento externo f seja um processo estocástico com variância finita.

Considere, para um evento fixo $\omega \in \Omega$, o espaço

$$Q = \{u(\cdot, \omega) \in H^2(0, L) | u(0, \omega) = u(L, \omega) = 0 \text{ e } \frac{d^2 u}{dx^2} \Big|_{(0, \omega)} = \frac{d^2 u}{dx^2} \Big|_{(L, \omega)} = 0\}.$$

Se, por outro, escolhe-se uma posição fixa $X \in (0, L)$ no domínio espacial,

$$u(x, \cdot) \in L^2(\Omega, F, P),$$

como uma variável aleatória, ou seja, $u(x; \cdot) : (\Omega, F, P) \rightarrow (\mathbb{R}, F_x)$, constrói-se o espaço de soluções teórico através do produto tensorial $L^2(\Omega, F, P) \otimes Q$, que será denotado, então, por V . A partir da definição para o espaço de soluções V , define-se o produto tensorial entre $g \in L^2(\Omega, F, P)$ e $W \in Q$ como

$$u := w \cdot g,$$

ou seja, é possível separar a solução u em duas partes: uma dependente apenas da posição espacial e outra dependente apenas do evento elementar. Baseados nesta definição, decorre uma definição específica para o operador derivada

$$D^\alpha: L^2(\Omega, F, P) \otimes Q \rightarrow L^2(\Omega, F, P) \otimes L^2(0, L)$$

$$D^\alpha u: \left(\frac{d^\alpha w}{dx^2} \right) (x) \cdot g(\omega),$$

no qual $\alpha \in \mathbb{N}$ e $\alpha \leq 2$.

Considerando o operador derivada definido acima, o produto interno no espaço V é

$$(u, v)_V = \int_{\Omega} \int_0^L (u \cdot v + Du \cdot Dv + D^2u \cdot D^2v)(x, \omega) dx dP(\omega).$$

Objetivando se obter a formulação variacional para o problema (2), considera-se uma função teste $v \in V$. Multiplicando-se ambos os lados de (2) por v , integrando em $[0, L] \times \Omega$ e aplicando integração por partes, a seguinte formulação variacional é obtida

Encontrar $u \in V$ tal que

$$a(u, v) = (f, v), \tag{3}$$

onde a forma bilinear $\alpha: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ é definida por

$$a(u, v) = \int_{\Omega} \int_0^L EID^2u \cdot D^2v \, dx \, dP(\omega) \tag{4}$$

$$\text{e } (f, v) = \int_{\Omega} \int_0^L (f \cdot v) \, dx \, dP(\omega).$$

Se a hipótese H_1 ocorre, é possível mostrar que a forma bilinear α é contínua, simétrica e coerciva, satisfazendo, portanto, as hipóteses do Lema de Lax-Milgram para problemas elípticos estocásticos. Desta forma é possível garantir que a solução variacional para o problema (3) existe e é única, além desta solução ser equivalente à solução para o problema forte (2).

5.2 Representação da incerteza para os parâmetros de rigidez

O primeiro passo para se obter uma solução, por método de elementos finitos, para um problema, é obter a formulação variacional para o problema forte e verificar a existência e a unicidade da formulação. Como o Lema de Lax-Milgram garante a existência e unicidade de solução para o problema (3), é necessário introduzir uma formulação para as incertezas nos parâmetros de rigidez. No entanto, as informações para as incertezas dos parâmetros de rigidez são incompletas. Nesse sentido assume-se, por hipótese, que o comportamento aleatório destes parâmetros pode ser representado em um espaço de dimensão finita.

De acordo com Hidalgo (2014), a incerteza sobre um dado parâmetro do problema (2), denominado genericamente por $\vartheta: (0, L) \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$, será representada em termos de um conjunto finito de variáveis aleatórias

$$\vartheta(x, \omega) = \vartheta(x, \xi(\omega)) = \vartheta(x, \xi_1(\omega), \dots, \xi_N(\omega)),$$

sendo $\xi: (\Omega, F, P) \rightarrow \mathbb{R}^N$ é um vetor randômico.

A partir desta escolha, a incerteza nos parâmetros de rigidez da viga será modelada através de processos estocásticos parametrizados (HIDALGO, 2014). Tais processos são expressos como combinações lineares de funções determinísticas e variáveis aleatórias

$$\vartheta(x, \omega) = \mu_\vartheta(x) + \sum_{i=1}^N \varphi_i(x) \xi_i(\omega), \quad (5)$$

no qual $\mu_\vartheta(x)$ é o valor esperado do processo estocástico $\vartheta(\cdot, \cdot)$. As funções $\varphi_i \in C_0(0, L) \cap C^2(0, L)$ para todo $i \in \{1, \dots, N\}$ e $\xi(\omega) = \{\xi_i(\omega)\}_{i=1}^N$ é um vetor de variáveis aleatórias independentes. A partir do lema de Doob-Dynkin, apresentado por Rao e Swift (2010) apud Hidalgo (2014), o processo estocástico para o deslocamento vertical de uma viga será função das variáveis aleatórias $\xi(\omega) = \{\xi_i(\omega)\}_{i=1}^N$, que descrevem os parâmetros de entrada

$$u(x, \omega) = u(x, \xi(\omega)) = u(x, \xi_1(\omega), \dots, \xi_N(\omega)). \quad (6)$$

5.3 Esquema de Askey-Wiener para obtenção dos polinômios para o espaço $L^2(\Omega, F, P)$

Objetivando-se obter uma aproximação para o problema variacional (3), é necessária uma discretização de dimensão finita para o espaço $L^2(\Omega, F, P)$. Os polinômios do esquema de Askey-Wiener formam uma base para o subespaço denso no espaço das variáveis aleatórias com variância finita $L^2(\Omega, F, P)$ (HIDALGO, 2014). O esquema de Askey-Wiener representa uma família de subespaços gerados por polinômios ortogonais, que são soluções de equações diferenciais ordinárias. Spanos e Ghanem (1989) utilizam polinômios ortogonais na representação de processos estocásticos. É possível relacionar o tipo de variável aleatória com o tipo de polinômio a ser utilizado nas aproximações no esquema de Askey-Wiener.

5.4 Método dos Elementos Finitos Estocástico (MEFE)

O Método dos Elementos Finitos Estocástico é uma importante ferramenta para abordagem de problemas em mecânica os quais consideram incertezas em suas formulações. Reddy (2006) apud Hidalgo (2014) procede à ortogonalização do resíduo sobre o espaço V , de modo análogo ao método de Galerkin tradicional. O espaço de soluções aproximadas é formado pelas funções teste $N_j(x, \xi(\omega))$ que, ao ser utilizado na formulação variacional (3), obtém-se a forma discretizada do mesmo

Encontrar $\{u_i\}_{i=1}^M \in \mathbb{R}^M$ tal que

$$\sum_{i=1}^M a(N_i, N_j) u_i = f(N_j), \quad \forall N_j \in V_M, \quad (7)$$

no qual

$$a(N_i, N_j) = \int_{\Omega} \int_{x_e}^{x_{e+1}} E I D^2 N_i D^2 N_j(x, \omega) dx dP(\omega) \quad (8)$$

e

$$f(N_j) = \int_{\Omega} \int_{x_e}^{x_{e+1}} f N_j(x, \omega) dx dP(\omega),$$

onde $[x_e, x_{e+1}]$ é o intervalo elementar para o problema local.

A solução aproximada, pelo MEF, no subespaço de dimensão finita V_M através de (7) é dada por

$$u_M(x, \omega) = \sum_{i=1}^M u_i N_i(x, \xi(\omega)), \quad (9)$$

sendo $N_i(x, \xi(\omega)) = \phi_j(x) \psi_k(\xi(\omega))$, onde ϕ_j para $j = \{1, 2, 3, 4\}$ são os polinômios de Hermite na variável posição x e ψ_k para $k = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ são os polinômios de Legendre para o evento elementar ω . Essa escolha deriva da hipótese H_1 que, ao considerar os parâmetros de rigidez limitados, proporciona a utilização das variáveis aleatórias uniforme como hipótese. Cabe ressaltar que as variáveis aleatórias uniformes se relacionam com os polinômios de Legendre pelo esquema de Askey-Wiener.

Uma vez que se considerou os parâmetros de rigidez EI como processos estocásticos, optou-se por modelar o módulo de elasticidade como um processo estocástico parametrizado

$$E(x, \xi(\omega)) = \mu_E + \sqrt{3} \sigma_E \sum_{n=1}^N \left[\xi_{2n-1}(\omega) \cos\left(\frac{x}{nL}\right) + \xi_{2n}(\omega) \sin\left(\frac{x}{nL}\right) \right], \quad (10)$$

o qual é descrito por quatro variáveis uniformes e independentes (HIDALGO, 2014). μ_E é a média aritmética para o módulo de elasticidade e σ_E é o desvio padrão para o módulo de elasticidade. O valor N representa a quantidade de realizações que serão feitas, ou seja, quantas soluções diferentes serão geradas para compor a solução média final.

6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho conjugou duas abordagens distintas para o módulo de elasticidade do concreto, considerando-se como problema motivador o deslocamento vertical de uma viga de Euler-Bernoulli. Ao analisar-se o modelo matemático clássico, o qual admite, por hipótese, que os parâmetros de rigidez são constantes, a interferência de materiais heterogêneos e com comportamentos não previsíveis não é considerada na

função solução para a equação diferencial ordinária, chamada de linha elástica.

Partindo-se da NBR 6118:2014, que considera o módulo de elasticidade experimental como um parâmetro determinístico dependendo, apenas, do f_{ck} do concreto em questão, realizou-se experimentos laboratoriais os quais aferiram o valor do módulo de elasticidade para um mesmo traço de concreto. Este conjunto de valores foi submetido ao teste de Kolmogorov-Smirnov, o qual indicou a similaridade de 99% deste conjunto de dados com uma distribuição normal de probabilidades. Portanto, a primeira etapa do trabalho procurou avaliar o caráter probabilístico do módulo de elasticidade do concreto, em contradição com o caráter determinístico do mesmo apresentado pela NBR 6118:2014.

A segunda etapa do trabalho se constituiu de uma modelagem numérica, objetivando a obtenção de soluções numéricas aproximadas para o problema de flexão da viga de Euler-Bernoulli, assumindo-se também processos estocásticos para elementos que constituem o modelo matemático da viga de Euler-Bernoulli. Nesse sentido, foi aplicado o Método de Elementos Finitos Estocástico (MEFE), o qual buscou obter soluções numéricas aproximadas para a linha elástica, considerando-se o módulo de elasticidade como um processo estocástico parametrizados.

Como trabalho futuro, pretende-se implementar o método desenvolvido, obter soluções numéricas e compará-las com experimentos laboratoriais envolvendo vigas.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522. Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão, 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739. Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

BABUSKA, I.; CHATZIPANTELIDIS, P.. On solving elliptic stochastic partial differential equations. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 191, n. 37-38, p.4093-4122, 2002.

BABUSKA, I.; TEMPONE, R.; ZOURARIS, G.E.. Galerkin finite element approximations of stochastic elliptic partial differential equations. **Society for Industrial and Applied Mathematics**, v.42, n.2, p. 800-825, 2004.
DIÓGENES, H. J. F.; COSSOLINO, L. C.; PEREIRA, A. H. A.; EL DEBS, M. K.;

EL DEBS, A. L. H. C. Determinação do módulo de elasticidade do concreto a partir da resposta acústica. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 4, n. 5, p. 792-813, dezembro 2011. Disponível em: <http://www.revistas.ibracon.org.br/index.php/riem/article/view/249>. Acesso em 16 de agosto de 2019.

HIBELLER, R.C., **Resistência dos materiais**. 7ª edição. São Paulo: Editora Pearson, 2010.

HIDALGO, F.L.C. **Quantificação da incerteza do problema de flexão estocástica de uma viga de Euler-Bernoulli, apoiada em fundação de Pasternak, utilizando o método estocástico de Galerkin e o método de elementos finitos estocástico**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica e de Materiais), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/150141999.pdf>. Acesso em 16 de agosto de 2019.

JÚNIOR, C. R. A. da S.; KRAJNE, M. Aplicação do Método de Galerkin ao problema de flexão de vigas apoiadas em uma fundação estocástica do tipo Pasternak. *In: V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM)*, 2008, Salvador: BA, 10 p. Disponível em: <http://www.abcm.org.br/anais/conem/2008/pdf/CON08-2093.pdf>. Acesso em: 16 de agosto de 2019.

LÉVY, P. **Cibercultura**, São Paulo: Editora 34, 1999.

MARCHI, R. D. **Estudo sobre a variabilidade do módulo de deformação do concreto associada a fatores intrínsecos, à produção do material**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3146/tde-23032012-102942/fr.php>. Acesso em 16 de agosto de 2019.

METHA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: Estrutura, propriedades e materiais**, São Paulo: Ed. PINI, 2008.

MONTIJA, F. C. **Aspectos da variabilidade experimental do ensaio do módulo de deformação do concreto**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3146/tde-01042009-135948/pt-br.php>. Acesso em 16 de agosto de 2019.

NEVILLE, A.M. **Propriedades do concreto**, São Paulo: Ed. PINI, 1997.

PACHECO, J.; BILESKY, P.; MORAIS, T.R.; GRANDO, F.; HELENE, P. Considerações sobre o módulo de elasticidade do concreto. *In: ANAIS DO 56º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO*, 2014, Natal: RN, 14 p. Disponível em: <https://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2014/06/269.pdf>. Acesso em: 16 de agosto de 2019.

RAO, M.M.; SWIFT, J. R.. **Probability Theory with applications**, 2nd edition, 2010.

REDDY, J.N.. **Na introduction to the finite element method**, 3rd edition, Mac Graw Hill, 2006.

RIOS, R. D. **Aplicações do método de elementos discretos em estruturas de concreto**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/2446/000319615.pdf?sequence=1>. Acesso em: 16 de agosto de 2019.

SANTOS, M. B. dos. **Estimativas dos momentos estocásticos para o problema de flexão estocástica de viga em uma fundação Pasternak**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica e de Materiais). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/1301>. Acesso em: 16 de agosto de 2019.

SBRICHI NETO, C., In ISAIA, G.C. (Ed.). **Concreto: ensino, pesquisa e realizações**, vol. 1, cap. 11, IBRACON. São Paulo, 2005.

SHERATA, L.D., In ISAIA, G.C. (Ed.). **Concreto: ensino, pesquisa e realizações**, vol. 1, cap. 21, IBRACON. São Paulo, 2005.

SPANOS, P.D.; GHANEM, R.. Stochastic finite element expansion for media random. **Journal Engineering Mechanics**, v. 125, n.1, p.26-40, 1989.

TORMAN, V.B.L; COSTER, R.; RIBOLDI, J. Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação. **Revista HCPA**, v. 32, n. 2, p. 227-234, 2012. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/hcpa/article/view/29874>. Acesso em: 16 de agosto de 2019.

ZONATTO, A. B. **Modelagem e caracterização de uma viga utilizando o modelo de Euler-Bernoulli**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017. Disponível em: <http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/10757>. Acesso em: 16 de agosto de 2019.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Agressividade Marinha 48, 50, 51, 56, 58, 59

Análise Geométrica 114

Análise Não Linear 113, 114, 115, 116, 121, 122, 123, 124, 125, 127, 134, 135, 137

Análise Numérica 138, 149, 151, 163, 294

Argamassa 13, 59, 90, 92, 93, 97, 193

B

BIM 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 235, 236, 239, 242, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250

C

CC 23, 27, 28, 33, 65, 81, 93, 95, 109, 116, 120, 122, 140, 141, 142, 143, 154, 156, 160, 161, 162, 169, 187, 189, 190, 200, 201, 280, 288, 289, 290, 292

Cisalhamento 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 73, 74, 75, 76, 128, 134, 136, 146, 241, 292, 293, 294

Coeficiente γ_z , 15

Compósitos 62, 74, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 98

Concreto 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 22, 30, 31, 32, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 86, 87, 88, 89, 103, 104, 105, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 123, 124, 125, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 136, 137, 138, 139, 140, 144, 145, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 172, 173, 177, 178, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 201, 202, 203, 204, 209, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 231, 232, 233, 234, 235, 237, 239, 240, 250, 251, 252, 253, 254, 258, 260, 261, 262, 264, 266, 267, 268, 278, 279, 280, 281, 282, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 293, 294

Concreto Armado 15, 16, 17, 18, 20, 22, 30, 31, 32, 35, 47, 60, 61, 62, 64, 66, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 88, 112, 113, 115, 116, 117, 124, 125, 127, 128, 130, 132, 133, 137, 138, 139, 149, 150, 151, 152, 155, 162, 163, 164, 165, 166, 172, 173, 177, 178, 204, 209, 215, 216, 217, 218, 219, 225, 235, 239, 240, 252, 253, 260, 261, 262, 266, 267, 278, 279, 280, 293, 294

Curvatura 115, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 175, 176, 177

D

Deslocamento 27, 96, 121, 147, 161, 187, 197, 206

E

Edifícios 15, 16, 17, 20, 30, 31, 32, 33, 35, 47, 113, 114, 116, 119, 124, 126, 127, 128, 129, 136, 137, 177, 183, 239, 240, 272, 274

Efeito 13, 24, 43, 50, 55, 58, 59, 105, 116, 149, 164, 165, 176, 183, 206, 214, 244, 266, 275

Elementos 15, 16, 17, 18, 19, 23, 30, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 60, 77, 78, 84, 96, 101, 103, 114, 115, 116, 122, 125, 127, 130, 136, 137, 138, 139, 141, 142, 144, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 156, 157, 158, 162, 163, 179, 181, 182, 184, 187, 189, 190, 197, 199, 200, 202, 203, 205, 208, 209, 213, 215, 217, 219, 220, 222, 223, 230, 231, 233, 238, 239, 241, 242, 243, 254, 258, 261, 262, 266, 267, 278, 279, 280, 285, 287, 288, 289, 293

Engesser-Courbon 204, 205, 206, 207, 212, 213, 215

Estabilidade Global 15, 16, 17, 22, 30, 32, 33, 36, 43, 47, 99, 108, 109, 114, 115, 116

Estais 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 112

Estocástico 187, 190, 191, 197, 198, 200, 201, 202

Estruturas 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 47, 48, 49, 58, 60, 64, 74, 75, 76, 77, 79, 89, 97, 100, 101, 103, 112, 114, 115, 116, 117, 118, 123, 124, 127, 128, 136, 137, 145, 150, 151, 152, 162, 163, 165, 166, 177, 178, 180, 188, 190, 202, 203, 209, 215, 216, 230, 233, 234, 235, 236, 237, 239, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 258, 266, 267, 268, 272, 279, 294

F

Fibra 60, 61, 62, 63, 65, 74, 75, 76, 90, 91, 92, 93, 94, 97

Fibra de Sisal 90, 91, 92, 97

Fluência 77, 79, 81, 82, 86, 88, 166

Fogo 151, 152, 153, 157, 162

G

Gestão 3, 150, 178, 179, 183, 186, 269

L

Lajes 17, 18, 20, 21, 24, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 47, 75, 119, 125, 128, 130, 132, 133, 134, 136, 137, 138, 139, 144, 145, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 155, 156, 158, 159, 160, 161, 162, 206, 207, 208, 209, 218, 220, 228, 243, 258, 260, 261, 262, 264, 265, 266

Lajes Nervuradas 32, 33, 34, 35, 41

M

Método 5, 9, 20, 29, 52, 62, 64, 67, 68, 69, 72, 79, 84, 104, 114, 116, 127, 130, 138, 139, 143, 144, 149, 150, 156, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 181, 187, 189, 190, 191, 197, 199, 200, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 212, 213, 214, 215,

216, 238, 239, 240, 249, 252, 279, 283, 287, 293

Método Geral 164, 165, 166, 168, 169, 171, 172, 173, 175, 176, 177

Minerais 2, 4, 13, 193

Modelos 21, 22, 24, 25, 26, 28, 29, 60, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 68, 70, 73, 74, 75, 107, 115, 116, 138, 144, 145, 146, 149, 150, 151, 153, 155, 185, 188, 204, 209, 212, 213, 214, 215, 216, 220, 235, 239, 248, 278, 279, 280, 281, 285, 286

Módulo de Elasticidade 17, 77, 81, 86, 87, 88, 140, 166, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 201, 202, 203, 282, 286

P

Parâmetro α 15, 25

Pavimento 1, 2, 3, 4, 13, 14, 21, 23, 27, 28, 38, 117, 118, 119, 130, 131, 132, 244, 261

Pilar de Concreto 164, 233

Placas 93, 96, 97, 138, 140, 144, 145, 146

Pontes 99, 100, 101, 103, 106, 107, 111, 112, 204, 205, 208, 209, 210, 213, 215, 216, 253, 258, 268

Potencial de Corrosão 48, 51, 52, 53, 57, 58

PRFC 60, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 69, 73, 75, 76

Probabilidade 53, 187, 196, 197, 198, 235

Projetos 15, 100, 111, 120, 128, 138, 139, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 189, 217, 218, 220, 224, 226, 232, 233, 235, 238, 239, 240, 242, 243, 244, 245, 246, 249, 250, 258

R

Reforço 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 73, 74, 75, 76, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 125, 129, 130, 131, 132, 134, 136, 234, 250, 258, 267, 293

Resíduos 1, 2, 3, 4, 11, 12, 13, 14

Resistência à Compressão 5, 48, 52, 54, 55, 56, 58, 59, 91, 103, 189, 192, 194, 217, 233, 282

Rigidez k 164, 165, 167, 171, 175, 176, 177

S

Sílica Ativa 48, 50, 51, 54, 55, 56, 58, 59, 92, 105

Simulação 48, 50, 51, 52, 56, 58, 59, 138, 155, 156, 157, 203, 278, 280, 281, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293

Sistemas 14, 15, 16, 17, 27, 32, 33, 37, 41, 44, 50, 75, 78, 88, 99, 143, 169, 178, 179, 180, 183, 184, 185, 197, 235, 237, 270, 272, 275, 276, 294, 295

Solução Analítica 77, 84

V

Vazios 7, 12, 48, 53, 56, 58, 59, 224, 227

Viga 42, 61, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 73, 103, 187, 188, 189, 190, 191, 197, 198, 200, 201, 202, 203, 206, 208, 213, 214, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 233, 241, 245, 248, 263, 264, 266, 278, 280, 285, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293

 **Atena**
Editora

2 0 2 0