



**Atena**  
Editora

Ano 2020

João Dallamuta  
Henrique Ajuz Holzmann  
Marcelo Henrique Granza  
(Organizadores)

**Engenharia Elétrica  
e de Computação:  
Atividades Relacionadas com  
o Setor Científico e Tecnológico**

**2**

A black and white photograph of a hand holding a square microchip. The chip has a grid of pins around its perimeter and several smaller components on its surface. The background is a blurred electronic circuit board with various components like capacitors and resistors.

**Atena**  
Editora

Ano 2020

João Dallamuta  
Henrique Ajuz Holzmann  
Marcelo Henrique Granza  
(Organizadores)

**Engenharia Elétrica  
e de Computação:  
Atividades Relacionadas com  
o Setor Científico e Tecnológico**

**2**

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

**Editora Chefe:** Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo

**Edição de Arte:** Lorena Prestes

**Revisão:** Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia

Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá

Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões

Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice

Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador

Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Fernando José Guedes da Silva Júnior – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Me. Adalto Moreira Braz – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Andrezza Miguel da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
Prof<sup>a</sup> Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Prof<sup>a</sup> Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas  
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Prof<sup>a</sup> Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília  
Prof<sup>a</sup> Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás  
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases  
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí  
Prof<sup>a</sup> Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
Prof. Dr. Fabiano Lemos Pereira – Prefeitura Municipal de Macaé  
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina  
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro  
Prof<sup>a</sup> Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
Prof<sup>a</sup> Ma. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará  
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco

Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA  
 Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis  
 Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR  
 Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
 Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
 Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
 Prof. Me. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe  
 Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
 Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná  
 Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos  
 Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior  
 Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo  
 Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
 Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
 Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
 Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
 Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
 Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E57	<p>Engenharia elétrica e de computação [recurso eletrônico] : atividades relacionadas com o setor científico e tecnológico 2 / Organizadores João Dallamuta, Henrique Ajuz Holzmann, Marcelo Henrique Granza. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.</p> <p>Formato: PDF            Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader            Modo de acesso: World Wide Web            Inclui bibliografia            ISBN 978-65-5706-168-8            DOI 10.22533/at.ed.688200707</p> <p>1. Ciência da computação – Pesquisa – Brasil. 2. Engenharia elétrica – Pesquisa – Brasil. I. Dallamuta, João. II. Holzmann, Henrique Ajuz. III. Granza, Marcelo Henrique.</p> <p style="text-align: right;">CDD 623.3</p>
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

Não há padrões de desempenho em engenharia elétrica e da computação que sejam duradouros. Desde que Gordon E. Moore fez a sua clássica profecia tecnológica, em meados dos anos 60, a qual o número de transistores em um chip dobraria a cada 18 meses - padrão este válido até hoje – muita coisa mudou. Permanece porém a certeza de que não há tecnologia na neste campo do conhecimento que não possa ser substituída a qualquer momento por uma nova, oriunda de pesquisa científica nesta área.

Produzir conhecimento em engenharia elétrica e da computação é, portanto, atuar em fronteiras de padrões e técnicas de engenharia. Algo desafiador para pesquisadores e engenheiros.

Neste livro temos uma diversidade de temas nas áreas níveis de profundidade e abordagens de pesquisa, envolvendo aspectos técnicos e científicos. Aos autores e editores, agradecemos pela confiança e espírito de parceria.

Boa leitura!

João Dallamuta  
Henrique Ajuz Holzmann  
Marcelo Henrique Granza

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
PARADOXOS, RISCOS E REQUISITOS DA NOVA MATRIZ DE ENERGIA ELÉTRICA BRASILEIRA	
Vitor Silva Duarte	
Mario Jorge Daher	
Alex Nunes de Almeida ( <i>in memoriam</i> )	
Maria Aparecida Martinez	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007071</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>14</b>
ANÁLISE DO IMPACTO DE GERAÇÕES RENOVÁVEIS SOBRE A MARGEM DE ESTABILIDADE DE TENSÃO POR MEIO DE REGIÕES DE SEGURANÇA	
Paulo Andrade Novaes	
Antonio Carlos Zambroni de Souza	
Fábio da Costa Medeiros	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007072</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>28</b>
APLICAÇÃO DE MODELO MULTIOBJETIVO DE ALOCAÇÃO DE GERADORES DISTRIBUÍDOS EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO CONSIDERANDO OBRAS DE CONEXÃO DA REDE	
Paulo Sérgio Zanin Júnior	
Lina Paola Garcés Negrete	
Gelson Antônio Andrêa Brigatto	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007073</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>43</b>
COMPLEXIDADES DA OPERAÇÃO DO SIN E SEUS IMPACTOS NO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO	
Vinicius Ragazi David	
Daniela Souza	
Leonardo Calabro	
João Carlos Mello	
Xisto Vieira Filho	
Edmundo P. Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007074</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>61</b>
ESTRATÉGIAS DE O&M UTILIZADAS NA GESTÃO DE DESEMPENHO DOS PARQUES EÓLICAS, EM TEMPO REAL, PÓS OPERAÇÃO E ENGENHARIA DE MANUTENÇÃO NO CURTO E MÉDIO PRAZO, MOSTRANDO OS RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE BIGDATA, BUSINESS INTELLIGENCE E MACHINE LEARNING	
Flávio Martins ribeiro	
Marcus Antonius Queiroz da Cunha	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007075</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>72</b>
IMPACT OF HOURLY PRICES ON FUTURE WIND FARM CONTRACTS IN BRAZIL	
João Carlos De Oliveira Mello	
Cláudio Ferreira	
Lucas Soares	
André Castro	
Daniela Souza	
Evelina Neves	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007076</b>	



<b>CAPÍTULO 7 .....</b>	<b>83</b>
DESAFIOS ENCONTRADOS NA IMPLANTAÇÃO DE SISTEMA DE MONITORAMENTO CONTÍNUO DE EMISSÕES ATMOSFÉRICAS NO COMPLEXO TERMELÉTRICO JORGE LACERDA	
Liliana Dutra dos Santos	
Rofferson Rosa Izidoro	
Daniel José Schmitz de Aguiar	
Fábio Silveira Costa	
Juceli Locks Junior	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007077</b>	
<b>CAPÍTULO 8 .....</b>	<b>96</b>
AVALIAÇÃO DE ESFORÇOS DINÂMICOS EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DE PARÂMETROS ENVOLVIDOS NO CÁLCULO PARA ESTRUTURAS DE SUBESTAÇÕES	
Rafael Faria da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007078</b>	
<b>CAPÍTULO 9 .....</b>	<b>108</b>
ESTUDO E SIMULAÇÃO DE PROTEÇÃO DE ZONA MORTA EM SUBESTAÇÃO DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	
Rodrigo Niederauer da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.6882007079</b>	
<b>CAPÍTULO 10 .....</b>	<b>121</b>
ELETROENCEFALÓGRAFO DE BAIXO CUSTO: CONCEITOS E PROJETO	
Vitor Nestro Rauffmann	
Pedro Bertemes Filho	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070710</b>	
<b>CAPÍTULO 11 .....</b>	<b>135</b>
FONTES DE CORRENTE EM TOMOGRAFIA DE IMPEDÂNCIA ELÉTRICA MULTIFREQUENCIAL: ESTADO DA ARTE	
Lucas Cordeiro Butzke	
Pedro Bertemes Filho	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070711</b>	
<b>CAPÍTULO 12 .....</b>	<b>148</b>
TEORIA E ESTUDOS DE APLICAÇÕES DA TRANSFORMADA FRACIONAL DE FOURIER	
Leonardo Audalio Ferreira do Nascimento	
Adailton Braga Júnior	
Beatriz Cristina Reis Cordeiro	
Marcelo Luiz de Carvalho Ribeiro	
Pierre Teixeira Rodrigues	
Petrus Luiz Luna Pequeno	
Antônio Carlos Duarte Ricciotti	
Viviane Barrozo da Silva Duarte Ricciotti	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070712</b>	

<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>166</b>
RELÉ INTELIGENTE BASEADO NA LÓGICA PARACONSISTENTE ANOTADA DE 4 VALORES MULTIFUNCIONAL - RI LPA4V	
<a href="#">Viviane Barrozo da Silva</a> <a href="#">Ghendy Cardoso Júnior</a> <a href="#">Antonio Carlos Duarte Ricciotti</a> <a href="#">Pierre Teixeira Rodrigues</a> <a href="#">Marcelo Luiz De Carvalho Ribeiro</a>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070713</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>179</b>
OPEN SOURCE MODULAR DIDACTIC PLATFORM FOR POWER ELECTRONICS TEACHING	
<a href="#">Lucas Koleff</a> <a href="#">Gustavo Soares Valentim</a> <a href="#">Luciana da Costa Marques</a> <a href="#">Victor Praxedes Rael</a> <a href="#">Adrian D'Lucas Cardoso Gonçalves</a> <a href="#">Wilson Komatsu</a> <a href="#">Lourenço Matakas Junior</a>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070714</b>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>204</b>
AUTOMAÇÃO DA CABINE DE LIMPEZA DE IMPRESSÃO 3D BINDER JETTING	
<a href="#">João Batista Machado Silva</a> <a href="#">Leonardo Bevilaqua dos Santos</a> <a href="#">Lucas Leandro Gomes</a> <a href="#">Mariana Silva do Nascimento Gonçalves</a> <a href="#">Vinícius de Moares Barboza</a> <a href="#">Rogério Luis Spagnolo da Silva</a>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070715</b>	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>218</b>
USO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS PARA OBTENÇÃO DE UM SENSOR AR/COMBUSTÍVEL VIRTUAL APLICADO A UM MOTOR MONOCILÍNDRICO	
<a href="#">Leonardo Faure Nardini Paschoa</a> <a href="#">Sergio Ribeiro Augusto</a>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070716</b>	
<b>CAPÍTULO 17</b> .....	<b>229</b>
INVESTIGAÇÃO DOS MÉTODOS NORMATIVOS PARA O CÁLCULO E ESTIMAÇÃO DA TEMPERATURA DO TOPO DO ÓLEO EM TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA	
<a href="#">Daniel Carrijo Polonio Araujo</a> <a href="#">Gabriel De Souza Pereira Gomes</a> <a href="#">Mateus Batista De Moraes</a> <a href="#">Rafael Prux Fehlberg</a>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070717</b>	
<b>CAPÍTULO 18</b> .....	<b>242</b>
MELHORIA DA EFICIÊNCIA ENERGÉTICA COM A UTILIZAÇÃO DE MANTA TÉRMICA: ESTUDO DE CASO DE UMA INJETORA DE PEÇAS PLÁSTICAS	
<a href="#">Ivo Carlos Guarato Júnior</a> <a href="#">Lúcio Rogério Júnior</a> <a href="#">Antônio Manoel Batista da Silva</a> <a href="#">Guilherme Henrique Alves</a>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070718</b>	

<b>CAPÍTULO 19 .....</b>	<b>254</b>
DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DE UM SISTEMA PARA PESQUISA DE PRODUTOS DE SUPERMERCADO	
<a href="#">Marcelo Garcia Palma</a>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.68820070719</b>	
<b>SOBRE OS ORGANIZADORES.....</b>	<b>271</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO .....</b>	<b>272</b>

## TEORIA E ESTUDOS DE APLICAÇÕES DA TRANSFORMADA FRACIONAL DE FOURIER

Data de aceite: 01/06/2020

Data da submissão: 03/04/2020

### **Leonardo Audalio Ferreira do Nascimento**

Fundação Universidade Federal de Rondônia,  
Departamento de Engenharia Elétrica  
Porto Velho - RO

<http://lattes.cnpq.br/9465411495928667>

### **Adailton Braga Júnior**

Fundação Universidade Federal de Rondônia,  
Departamento de Engenharia Elétrica  
Porto Velho - RO

<http://lattes.cnpq.br/5914795787360469>

### **Beatriz Cristina Reis Cordeiro**

Fundação Universidade Federal de Rondônia,  
Departamento de Engenharia Elétrica  
Porto Velho - RO

<http://lattes.cnpq.br/6109459940410639>

### **Marcelo Luiz de Carvalho Ribeiro**

Gera Geradora de Energia do Amazonas S/A.  
Manaus - AM

<http://lattes.cnpq.br/7652123700396894>

### **Pierre Teixeira Rodrigues**

Jordão Engenharia  
Rio de Janeiro - RJ

<http://lattes.cnpq.br/2423817783390317>

### **Petrus Luiz Luna Pequeno**

Fundação Universidade Federal de Rondônia,  
Departamento de Engenharia Civil  
Porto Velho - RO

<http://lattes.cnpq.br/4952012589605929>

### **Antônio Carlos Duarte Ricciotti**

Fundação Universidade Federal de Rondônia,  
Departamento de Engenharia Elétrica  
Porto Velho - RO

<http://lattes.cnpq.br/9613876404612535>

### **Viviane Barrozo da Silva Duarte Ricciotti**

Fundação Universidade Federal de Rondônia,  
Departamento de Engenharia Elétrica  
Porto Velho - RO

<http://lattes.cnpq.br/9428968456380501>

**RESUMO:** A transformada fracional de Fourier (*fractional Fourier transform* - FrFT) é uma generalização da transformada clássica de Fourier (*Fourier transform* - FT) cujo pressuposto básico exige que existam potências não inteiras para o operador ordinário de Fourier. A FrFT tem origem em publicações do século XX, em que o tratamento da transformada de Fourier como a aplicação de um operador linear a uma função permitiu a generalização da operação para um conjunto contínuo de domínios fracionais, ou seja, domínios intermediários entre tempo e frequência. As aplicações da transformada fracional de Fourier vão desde técnicas de criptografia e multiplexação de sinais até aplicações em resolução de equações diferenciais que descrevem fenômenos

quânticos. O objetivo deste trabalho é apresentar as propriedades principais do operador de Fourier de ordem  $a$  e do núcleo da transformação, para a obtenção da forma discreta da ferramenta. A FrFT implementada foi utilizada para realizar análises iniciais de sinais que representam distúrbios na rede elétrica e foram estudadas novas aplicações para a FrFT como: Detecção de ilhamento e curto circuito no sistema elétrico de potência.

**PALAVRAS-CHAVE:** Transformada de Fourier; Processamento de Sinais; Transformada fracional de Fourier.

## THEORY AND APPLICATION STUDIES OF THE FRACTIONAL FOURIER TRANSFORM

**ABSTRACT:** The fractional Fourier transform is a generalization of the classic Fourier transform, and if  $F^a$  is the Fourier operator,  $a$  is a real number, however if  $F^a$  is a FrFT operator,  $a$  is a non integer number. FrFT has its origins in publications of the 20th century, in which the treatment of the Fourier transform as the application of a linear operator to a function allowed the generalization of the operation for a continuous set of fractional domains, that is, intermediate domains between time and frequency. The applications of the Fourier fractional transform range from cryptography and signal multiplexing techniques to applications in solving differential equations that describe quantum phenomena. The objective of this work is to present the main properties of the Fourier operator of order  $a$  and of the transformation kernel, to obtain the discrete form of the tool. The implemented FrFT was used to perform initial analysis of signals that represent disturbances in the electrical network and new applications for FrFT were studied, such as: Island detection and short circuit in the electrical power system.

**KEYWORDS:** Fourier Transform; Signal Processing; Fractional Fourier Transform.

## 1 | INTRODUÇÃO

O campo do processamento digital de sinais sempre se beneficiou de uma estreita conexão entre teoria e aplicações práticas em novas tecnologias (NETO, 2019). Em engenharia elétrica os conceitos de processamento digital de sinais permitem que sejam aplicados algoritmos eficientes na resolução de uma vasta classe de problemas que, sob o ponto de vista do paradigma analógico de processamento de sinais, não podem ser tratados.

Existem diversos estudos a respeito de transformadas em corpos finitos cujas aplicações são desenvolvidas desde os anos 1970 quando John M. Pollard apresentou “The fast Fourier transform in a finite field” onde foram apresentadas as definições da transformada discreta de Fourier aplicada em corpos finitos e também são apresentados os algoritmos para o cálculo da transformada (NETO, 2019). A transformada discreta de Fourier (*discrete Fourier transform*- DFT) é, provavelmente, o exemplo mais conhecido de

uma transformada de comprimento finito com diversas aplicações em engenharia elétrica e processamento de sinais.

A definição clássica da transformada de Fourier foi formalizada pelo matemático Jean-Baptiste Joseph Fourier durante o estudo da equação diferencial que modela a difusão do calor. Atualmente existem inúmeras variações da transformada clássica de Fourier cujas aplicações se estendem por diversos campos do conhecimento. Apesar da formulação original da transformada ser integral com tempo contínuo, a discretização da ferramenta escrevendo-a em termos de uma base composta de exponenciais complexas conferiu a possibilidade do desenvolvimento de algoritmos computacionais para o cálculo da transformada.

O objetivo deste trabalho é apresentar os conceitos fundamentais acerca da FrFT e as possíveis aplicações no contexto da engenharia elétrica. Diversas aplicações já foram estudadas como a multiplexação de sinais baseada na aplicação de transformações fracionais aos sinais, implementação de filtros fracionais, tecnologia de encriptação de sinais e outras aplicações (LIMA, 2012).

O trabalho investiga ainda a aplicabilidade da FrFT como ferramenta para análise de sinais que caracterizam eventos no SEP. Os eventos analisados foram: Curto-circuito e ilhamento. Os resultados obtidos evidenciam o fato de que é possível utilizar a FrFT como ferramenta para extrair características destes sinais.

## 2 | FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA DA TRANSFORMADA FRACIONAL DE FOURIER

A FrFT é uma generalização da FT que admite a existência de potências não inteiras para o operador ordinário de Fourier. Uma vez que a transformada de Fourier ordinária realiza a mudança do domínio de uma função do tempo para a frequência, a transformada fracional de Fourier de ordem  $\alpha$  levará esta função a um domínio intermediário no plano tempo-frequência (OZAKTAS; KUTAY; MENDLOVIC, 1999).

Para definir com precisão a transformada fracional de Fourier, é válido fazer algumas considerações a respeito da transformada clássica de Fourier. Antes de construir a transformada, propriamente, é necessário definir um espaço vetorial topológico onde estão contidas as funções de interesse. A metodologia utilizada será definir a transformada clássica de Fourier em um espaço de Fréchet, que é uma generalização localmente convexa dos espaços de Banach.

Então seja  $L$  o espaço de Fréchet que contém funções suaves  $f$  infinitamente diferenciáveis, é necessário estabelecer condições de existência para a FT. Uma condição suficiente para a existência da FT exige que o módulo do maior valor do produto entre a  $m$ -ésima potência de  $t$  e a  $n$ -ésima potência de  $f(t)$  seja sempre menor que infinito, ou seja:

$$\gamma_{m,n} f(t) = \sup |t^m f^n(t)| < \infty \text{ para todo } m, n = 0, 1, 2 \quad (1)$$

Se a condição estabelecida na equação se cumpre define-se o operador ordinário de Fourier para uma função  $f \in L$ :

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

A transformada clássica de Fourier é invertível e a expressão da operação inversa é dada pela equação abaixo:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (3)$$

As equações e são, respectivamente as expressões para análise e síntese de Fourier. Uma vez definidos os operadores de análise e síntese de Fourier no espaço estabelecido, é possível desenvolver os conceitos iniciais a respeito da transformada clássica de Fourier. Estas propriedades levam a uma interpretação geométrica das transformadas fracional e ordinária de Fourier.

A primeira propriedade a se definir para a FT é chamada de propriedade da paridade, o operador de paridade da FT é obtido através da aplicação sucessiva da FT. Então, seja  $f(t)$  uma função do tempo de frequência  $\xi$ , a aplicação sucessiva da FT em  $f(t)$  é dada por:

$$F^2f(t) = (F(Ff))(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (4)$$

Então, a equação pode ser escrita como:

$$F^2f(t) = (F(Ff))(t) = f(-t)$$

Seja  $F$  o operador ordinário de Fourier, então o operador de paridade é dado por  $F^2$ . De maneira análoga é possível verificar o comportamento de potências mais altas da FT. Então, seja  $F^3$ , o comportamento da FT é dado pela equação :

$$F^3f(t) = (F(F^2f))(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(-t)e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

Então:

$$F^3f(t) = (F(F^2f))(t) = f(-\omega)$$

A equação (5) evidencia o fato de que  $F^3$ , ou seja, aplicar a transformada de Fourier ordinária três vezes a uma função, é equivalente a aplicar a transformada inversa de Fourier nesta função. De maneira análoga é possível verificar o comportamento do operador  $F^4$ :

$$F^4 f(t) = f(t) = I \quad (6)$$

O operador  $F^4$  coincide com o operador  $F^0 = I$  que é o operador identidade de Fourier, desta maneira aplicar a transformada de Fourier quatro vezes consecutivas à mesma função tem como resultado a própria função. A equação (6) também permite verificar que a FT possui um período igual a 4, ou seja, potências maiores do que 4 para o operador ordinário vão ter comportamento semelhante ao que foi observado nos operadores identidade ( $F^0$  e  $F^4$ ), paridade ( $F^2$ ) e inversa de Fourier ( $F^3$ ).

Os operadores podem ser escritos como  $F^a$  com  $a \in \mathbb{Z}$ , e sintetizados de acordo com a equação (7), em que se define um ângulo de rotação  $\alpha$  cujo valor está relacionado ao parâmetro  $a$ .

$$\alpha = \frac{a\pi}{2} \text{ para todo } a \in \mathbb{Z} \quad (7)$$

E a FT pode ser escrita como uma matriz de rotação dependente do ângulo  $\alpha$  e, conseqüentemente, do parâmetro  $a$ .

$$\begin{bmatrix} t_a \\ \omega_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ \omega \end{bmatrix}$$

A interpretação geométrica da FT decorre da possibilidade de interpretá-la como uma rotação aplicada ao domínio de um sinal do tempo, levando-o para o domínio da frequência. De forma geral o que se considera é que a aplicação da transformada de Fourier rotaciona em um ângulo de  $\pi/2$  graus no sentido anti horário o domínio da função, ou seja, na transformada de Fourier  $a = 1$  na equação (7). Já para os operadores de paridade, inversa e identidade de Fourier o parâmetro  $a$  causa rotações de  $\pi$ ,  $3\pi/2$  ou  $-\pi/2$  e  $2\pi$  ou  $0$ , respectivamente, nos domínios das funções.

Os resultados podem ser observados em um sistema de coordenadas cartesiano em que o eixo  $x$  representa o domínio do tempo e o eixo  $y$  representa o domínio da frequência, vide Figura 1:



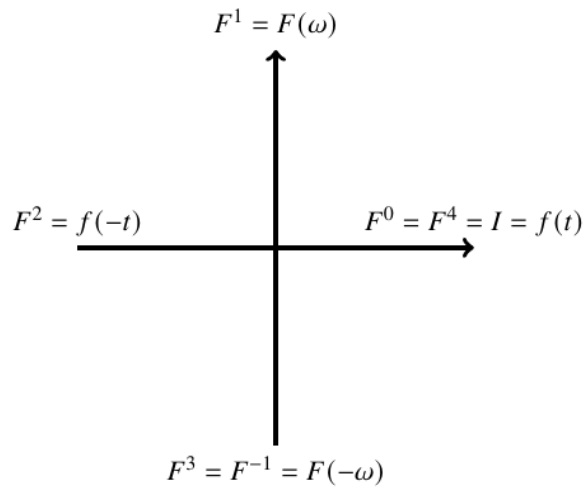


Figura 1: Interpretação dos operadores no plano tempo frequência.

Fonte: Elaborado pelos autores.

As propriedades da transformada clássica de Fourier no plano tempo frequência evidenciam o aspecto de rotação da transformada de Fourier. Formalizar a transformada de Fourier a este ponto exigiu, em um primeiro momento, a definição de um espaço vetorial topológico que contém as funções em que a transformada está sendo aplicada. Neste mesmo espaço considerado anteriormente é possível formalizar a transformada fracional de Fourier e, através da mesma metodologia e verificar o caráter de rotação da FrFT.

Para obter a FrFT através da mesma metodologia utilizada até aqui, deve ser possível que as potências do operador  $F$  sejam números não inteiros. Então, assume-se que a equação (7) pode ser escrita como:

$$\alpha = \frac{a\pi}{2} \text{ para todo } a \in \mathbb{R} \quad (8)$$

Com o parâmetro  $a$  pertencendo ao conjunto dos números reais, o ângulo de rotação  $\alpha$ , que descreve a rotação do domínio das funções pode assumir valores diferentes de  $\pi/2$ ,  $\pi$ ,  $3\pi/2$  e  $2\pi$ . Então, ao aplicar a FrFT à uma função, o resultado obtido é uma função cujo domínio está definido em uma reta não colinear com o domínio do tempo e não colinear com o domínio da frequência.

Eventualmente, o resultado da FrFT é idêntico ao da FT, uma vez que o conjunto  $\mathbb{Z}$  está contido em  $\mathbb{R}$  e, assim a FT é, na verdade, um caso especial da FrFT que acontece quando o parâmetro  $a$  é um número inteiro.

Para definir a matriz de rotação da FrFT, com  $a$  associado a equação (8) é conveniente definir variáveis adimensionais para os resultados da FrFT, uma vez que os resultados não serão definidos nos domínios da frequência e do tempo. Então seja  $x_a$  a variável independente após a aplicação da FrFT e  $\xi_a$  a variável dependente, a matriz de rotação pode ser definida por:

$$\begin{bmatrix} x_a \\ \xi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}$$

O plano tempo frequência pode ser definido para as variáveis da FrFT como mostrado na Figura 2.

A continuidade do parâmetro  $a$  na FrFT é garantida através da demonstração do comportamento do *kernel* da transformação quando o ângulo de rotação aplicado é  $\alpha = 0$  e  $\alpha = \pi / 2$ . As consequências da aplicação de transformadas fracionais com estas dimensões serão vistas na seção que trata das propriedades do *kernel* da transformada e será visto que, para estes casos especiais, a FrFT se comporta como a função  $\delta$ .

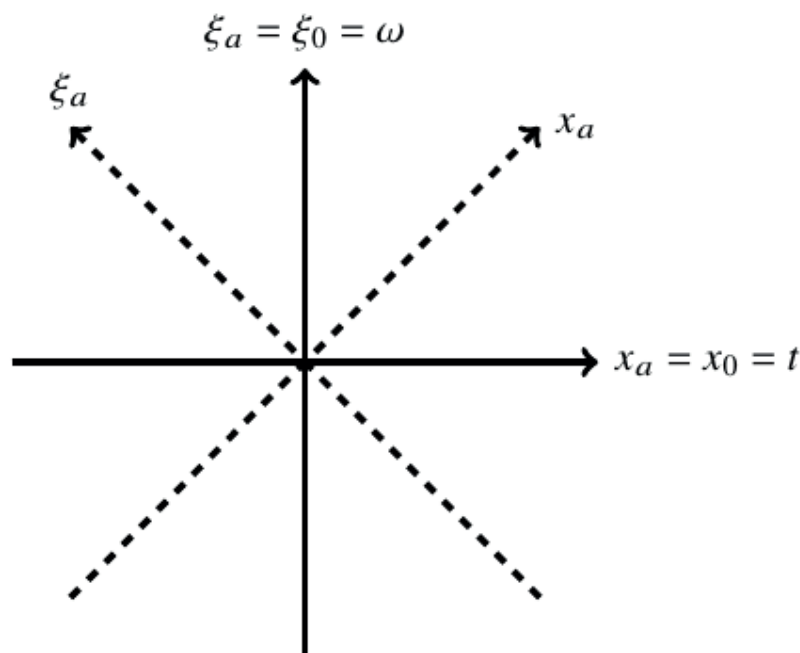


Figura 2: Resultados da FrFT no plano tempo frequência.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com as propriedades vistas até aqui, é possível prosseguir para a definição da expressão integral da FrFT:

$$f_a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} k_a(x, \xi) f(x) dx \quad (9)$$

O termo  $k_a(x, \xi)$  na equação (9) é o *kernel* da FrFT e admite uma expansão espectral em termos de autofunções da FT, caso em que os autovetores da FrFT e da FT são compartilhados, porém com os autovalores da FT elevados a  $a$ -ésima potência fracional da FrFT. A definição da FT como uma equação de autovalores leva a investigação da

autoestrutura das transformadas, campo em que várias pesquisas são desenvolvidas com o objetivo de obter conjuntos de autovetores que aproximem o resultado numérico e as propriedades da FrFT.

Para a definição da FrFT através da autoestrutura da FT, é necessário definir primeiro uma base do espaço  $L$ . A base do espaço que deseja-se obter é um conjunto de autovetores da FT. Uma vez que  $i$ , todos os autovalores da transformada de Fourier estão no conjunto  $\{1, -i, -1, i\}$  e, portanto, existem apenas quatro autovalores e quatro espaços próprios diferentes, todos com dimensão infinita. Deve-se considerar que o conjunto de autovetores, neste caso, não é único (devido as multiplicidades dos autovalores da FT), porém os autovetores pertencentes a diferentes espaços próprios serão automaticamente ortogonais uma vez que  $F$  é auto adjunto no espaço  $L$  munido de produto interno. Dentro de cada espaço próprio a escolha de um conjunto ortonormal de autovetores pode ser arbitrária (BULTHEEL; SULBARAN, 2002).

Um conjunto ortonormal de autofunções, neste caso é chamado de funções Hermite-Gaussianas. Escolhendo este conjunto específico de autofunções a transformada de Fourier pode ser escrita como:

$$F^1 \phi_n = e^{-in\frac{\pi}{2}} \phi_n \quad (10)$$

Aqui, o autovalor para  $\phi_n$  é dado por  $\lambda_n = e^{-in\frac{\pi}{2}}$  com  $\lambda_1 = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$  representando uma rotação por um ângulo de  $\pi / 2$ . Como as funções Hermite-Gaussianas são um conjunto de autofunções da transformada de Fourier no espaço  $L$ , isto é suficiente para definir a FrFT neste conjunto de autofunções. Assim a transformada fracional de Fourier de ordem  $a$  é dada por:

$$F^a \phi_n = e^{-ian\frac{\pi}{2}} \phi_n \quad (11)$$

A expansão espectral do *kernel* da FT é dada por:

$$k(t, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \phi_n(\omega) \phi_n(t) \text{ com } \lambda_n = e^{-in\frac{\pi}{2}} \quad (12)$$

Enquanto que expansão espectral do *kernel* da FrFT, em termos das mesmas autofunções, é dado por:

$$k(x_a, \xi_a) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n^a \phi_n(\xi_a) \phi_n(x_a) \text{ com } \lambda_n^a = e^{-ian\frac{\pi}{2}} \quad (13)$$

Em que  $\phi_n(x_a)$  é a  $n$ -ésima função Hermite-Gaussiana e  $e^{-ian\frac{\pi}{2}}$  corresponde a  $a$ -ésima potência do autovalor  $\lambda_n^a$  da transformada de Fourier ordinária. A expansão espectral

do *kernel* da transformada fracional em polinômios Hermite-Gaussianos fundamenta métodos de discretização da transformada a partir do conhecimento da sua autoestrutura. O estudo da autoestrutura das transformadas discretas sobre os reais tornou o horizonte de pesquisas e aplicação destas transformadas mais amplo e expandiu as pesquisas no campo das transformadas fracionais (NETO, 2019). Em Lima (2012) é possível observar alguns exemplos de aplicações da FrFT e métodos utilizados para obter as suas versões discretizadas.

Agora, se forem definidos os operadores de síntese e análise por  $T_\phi$  e  $T_\phi^*$ , respectivamente, e o operador que representa os autovalores por  $S_\lambda$ , então:

$$T_\phi : f \rightarrow c_n, \quad c_n = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\phi_n(x)dx$$

$$S_\lambda : \{\lambda_n c_n\}, \quad \lambda_n = e^{-in\frac{\pi}{2}}$$

$$T_\phi^* : \{d_n\} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} d_n\phi_n(x)$$

Então, pode-se escrever a equação da transformada clássica de Fourier:

$$F = T_\phi^* S_\lambda T_\phi \quad (14)$$

Para a FrFT é possível escrever a mesma equação, considerando as potências não inteiras do operador  $F$  e o fato de que as duas transformadas compartilham os mesmos autovetores, com a diferença de que os autovalores da transformada fracional de Fourier estão elevados também ao parâmetro não inteiro  $a$ , ou seja:

$$F^a = T_\phi^* S_\lambda^a T_\phi \quad (15)$$

Verifica-se que o operador  $T_\phi$  é unitário e  $T_\phi^*$  é o seu adjunto. Através desta representação é possível demonstrar várias propriedades fundamentais do operador  $F^a$ , as principais propriedades estão listadas abaixo:

1. Propriedade da FT: Para a transformada clássica de Fourier  $a=1$  e  $\alpha = \pi/2$  então  $Ff(t) = F(\omega)$ ;
2. Propriedade da identidade: Se  $a = 0$ ,  $F^a f(t) = 1 f(t) = f(t)$ ;
3. Propriedade da paridade: Se  $a = 2$ ,  $F^2 f(t) = f(-t)$ ;
4. Propriedade aditiva: Sejam os operadores  $F a$  e  $F b$ , para todo  $a, b \in \mathbb{R}$ , então  $(F a + F b) f(t) = F a f(t) + F b f(t)$ ;
5. Raiz quadrada: A FrFT de ordem  $a = 0,5$  é a raiz quadrada da FT, uma vez que  $(F^{0,5} + F^{0,5}) f(t) = F f(t) = F(\omega)$ ;
6. Propriedade da unitariedade:  $(F^a)^{-1} = (F^a)$ ;

7. Comutatividade:  $F^a F^b = F^b F^a$ ;
8. Associatividade:  $F^a (F^b F^c) = (F^a F^b) F^c$ .

Então valem as propriedades abaixo para o *kernel* da FrFT:

1. Simetria Diagonal:  $k_a(x, x) = k_{\square a}(x, x)$ ;
2. Complexo conjugado:  $k_{\square a}(x, x) = k_a^*(x, x)$ ;
3. Simetria Pontual:  $k_a(\square x, x) = k_a(x, \square x)$ ;
4. Aditividade:  $k_a(\square x, x) k_b(\square x, x) = k_{a+b}(\square x, x)$ ;
5. Ortogonalidade:  $k_a(x, x) k_a^*(x, x) = d(x \square x)$ .

### 3 | ALGORITMO PARA O CÁLCULO DA TRANSFORMADA FRACTIONAL DE FOURIER

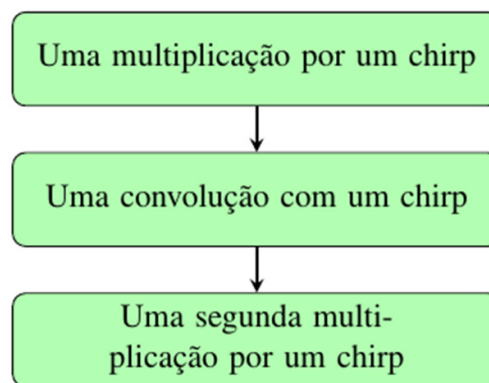


Figura 3: Algoritmo para o cálculo da transformada fracional de Fourier.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Em Ozaktas *et al* (1996) são apresentados dois métodos computacionais para o cálculo da FrFT, ambos baseados no fato de que transformações lineares canônicas, como é o caso da FrFT podem ser divididas em operações mais simples como multiplicação e convolução por um *chirp* e a transformação ordinária de Fourier. Em Ozaktas, Kutay, Mendlovic (1999), o processo para o cálculo da FrFT é definido através do seguinte procedimento:

Para definir a FrFT de acordo com o procedimento acima, assume-se que em todos os domínios fracionais, de variável  $x$ , a função  $f_\alpha$  está contida no intervalo  $[-\Delta x/2, \Delta x/2]$ . Essa definição é equivalente a assumir que a distribuição de Wigner das funções  $f$  está contida em um círculo de raio  $\Delta x/2$ , o que garante que boa parte da energia do sinal está contida no mesmo raio, desde que  $\Delta x$  seja suficientemente grande. A FrFT pode ser escrita, com a expressão do *kernel* simplificada, como:

$$F^a f(x) = A_\alpha e^{i\pi \cot(\alpha)x^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi \csc(\alpha)x_a x} e^{i\pi \cot(\alpha)x^2} f(x) dx \quad (16)$$

O parâmetro  $a$  (que determina o ângulo de rotação do domínio dos sinais) deve estar limitado ao intervalo  $0,5 \leq a \leq 1,5$  para que a função modulada  $e^{ip \cot(a) x^2}$  esteja contida no intervalo  $\pm \Delta x$ . Por fins de simplificação, assume-se que  $a^* = \cot(a)$  e  $b = \csc(a)$ .

Sabendo que a distribuição de Wigner é zero para um círculo de raio maior que  $\Delta x$  centrado na origem, aplica-se o método da interpolação de Shannon para reescrever  $e^{ip \cot(a) x^2} f(x)$  como:

$$e^{ip \cot(a) x^2} f(x) = \sum_{n=-N}^N e^{i\pi \alpha^* (n/2\Delta x_a)^2} f \alpha^* (n/2\Delta x_a) \text{sinc}(2\Delta x_a (x - (n/2\Delta x_a))) \quad (17)$$

Onde  $N = (\Delta x)^2$ . O somatório na equação (17) é realizado de  $-N$  até  $N - 1$  e assume-se que  $f(x)$  é igual a 0 fora do intervalo  $[-\Delta x/2, \Delta x/2]$ . Substituindo a equação (17) em (16) e mudando a ordem de integração e soma:

$$f_a(x_a) = A_\alpha e^{i\pi \alpha^* (x_a)^2} \sum_{n=-N}^{N-1} e^{i\pi \alpha^* (n/2\Delta x_a)^2} f(n/2\Delta x_a) \int e^{i\pi \beta x_a^2} x \text{sinc}(2\Delta x_a (x - (n/2\Delta x_a))) dx \quad (18)$$

Uma vez que a integral  $\text{rect}(\csc(a) / 2 \square x_a) = 1$  no intervalo  $|x| \leq \Delta x / 2$ . Então as componentes de  $f_a(x_a)$  podem ser calculadas por:

$$f_a(x_a) = (A_\alpha / 2\Delta u) \sum_{n=-N}^{N-1} e^{i\pi \alpha^2 x_a^2} e^{i\pi \beta (n/2\Delta x_a)} e^{i\pi \alpha^* (n/2\Delta x_a)^2} f(x / 2\Delta x) \quad (19)$$

A equação (19) é uma versão discretizada da FrFT que pode ser implementada computacionalmente, no entanto o esforço computacional exigido é proporcional ao número de operações que a operação exige. Para reduzir o número de operações, adota-se o método descrito no início desta seção, em que a FrFT é dividida em operações mais simples e, então, a equação (19) é escrita como uma convolução por  $e^{ipb(n/2 \square x)^2}$  como:

$$f_a(m / \Delta x_a) = (A_\alpha / 2\Delta u) e^{i\pi (\alpha^* - \beta)(m/2\Delta x_a)^2} \sum_{n=-N}^{N-1} e^{i\pi \beta ((m-n)/2\Delta x)^2} e^{i\pi (\alpha^* - \beta)(n/2\Delta x_a)^2} \quad (20)$$

A FrFT pode ser implementada através da equação 20 para qualquer domínio fracional, embora o parâmetro  $a$  esteja limitado ao intervalo  $0,5 \leq a \leq 1,5$ , graças a propriedade da aditividade, os domínios fracionais que não estão contidos no intervalo podem ser obtidos através de aplicações sucessivas de FrFT no intervalo de  $a$ .

A Figura 4 mostra a evolução da função retangular do domínio do tempo para o domínio da frequência, passando por dois domínios fracionais. Em (a), a FrFT aplicada é a identidade de Fourier, caso em que  $a = 0$ , em (b) é possível verificar o resultado da aplicação de uma FrFT com  $a = 0,5$ , caso em que o resultado obtido é a raiz quadrada da FT (de acordo com as propriedades já descritas anteriormente), em (c) a FrFT aplicada possui  $a = 0,7$  e, com o domínio fracional se aproximando do domínio da frequência, as componentes de frequência do sinal se destacam e o resultado se aproxima da FT.

Finalmente, em (d) a FrFT aplicada coincide com a FT com  $a = 1$  e o resultado obtido é a função *sinc*, que corresponde exatamente ao resultado esperado.

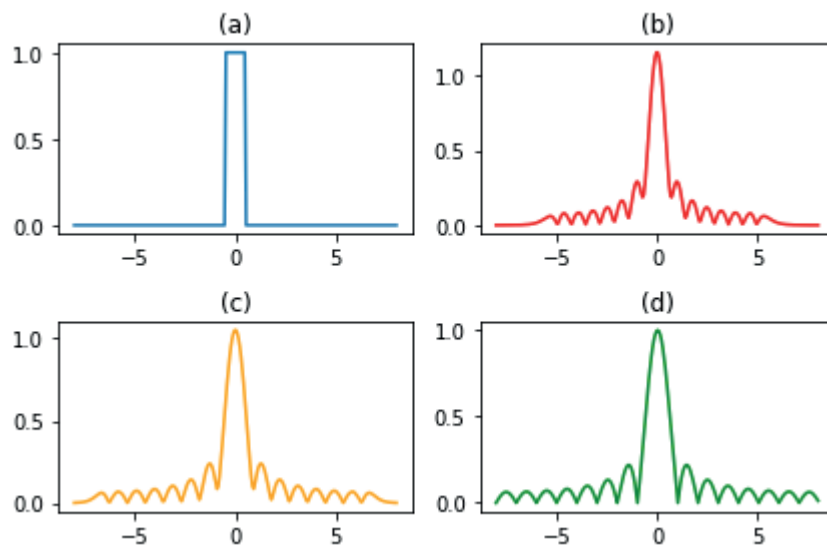


Figura 4: Módulo de diferentes transformadas fracionais da função retangular.

Fonte: Elaborado pelos autores.

## 4 | APLICAÇÕES DA TRANSFORMADA FRACTIONAL DE FOURIER

### 4.1 MULTIPLEXAÇÃO DE SINAIS

Uma das possíveis aplicações da FrFT, no âmbito da comunicação é utilizá-la na multiplexação de sinais. Multiplexar sinais significa transmiti-los através de um mesmo canal utilizando, para isto, ferramentas multiplexação e demultiplexação. A técnica de multiplexação baseada na FrFT consiste em rotacionar os domínios dos sinais a serem transmitidos em direções fixas no plano tempo frequência de modo a garantir um melhor aproveitamento do uso da largura de banda.

Nos trabalhos de Ozaktas *et al*, (1994), Martone (2001) e Erseghe, Laurenti e Cellini (2005) são tratados conceitos relacionados a multiplexação de sinais no domínio do tempo e da frequência e multiplexação de sinais em domínios fracionais contendo informação dos dois espaços. Os autores apresentam modelos em que é possível transmitir sinais através dos mesmos canais sem que haja sobreposição das informações, utilizando a FrFT.

Estudos mais recentes demonstram a possibilidade da utilização da FrFT em sistemas de multiplexação através de um sistema que procura otimizar o aproveitamento do plano tempo frequência. No sistema proposto em Tao, Meng e Wang (2010) é realizada a multiplexação de sinais baseada na ordem da transformada fracional aplicada. Nesse sistema, as funções de base dos sinais transmitidos são uniões dos *kernels* das transformadas fracionais aplicadas aos sinais.

## 4.2 FILTROS FRACIONAIS

Além da multiplexação de sinais, outra aplicação da FrFT em comunicações é a utilização para filtragem de sinais. A FrFT é utilizada para filtrar sinais cujas componentes indesejadas são sobrepostas nos domínios do tempo e da frequência, porém podem ser separadas em domínios fracionais.

O processo de filtragem fracional pode ser resumido através da Figura 5, o sinal em (a) é um pulso gaussiano modulado por um *chirp* e o objetivo de aplicar um filtro fracional a este sinal é recuperá-lo, no domínio do tempo, com o mínimo de componentes do *chirp* adicionado.

Em (b) é possível observar o primeiro estágio do processo de recuperação do sinal, uma FrFT de  $a = 0,8$  foi aplicada ao sinal de modo a observar, no domínio fracional, as componentes de frequência presentes. O pulso gaussiano (componente de maior magnitude) é mantido, enquanto que o restante da informação do sinal é eliminada através de um filtro passa faixa.

Em (c) é possível verificar o resultado após a filtragem, ainda no domínio fracional. Para recuperar o sinal, em (d) é necessário aplicar uma FrFT inversa de mesma ordem a que foi aplicada anteriormente.

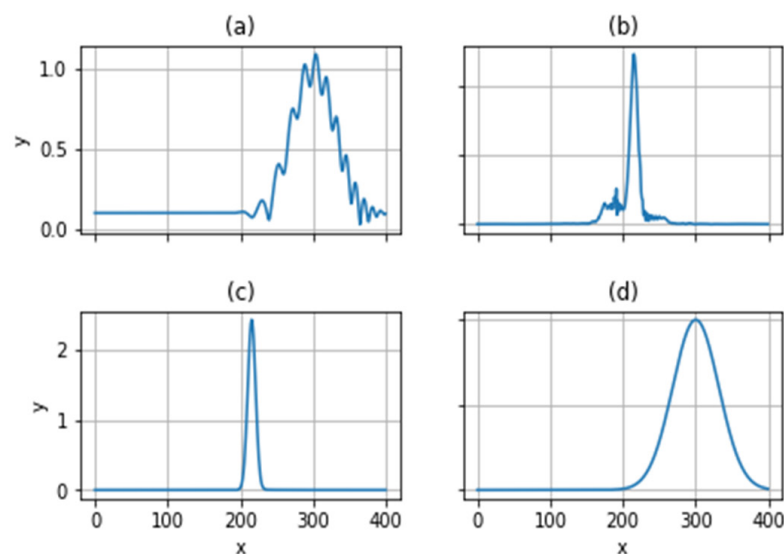


Figura 5: Aplicação de um filtro fracional para recuperação de um sinal.

Fonte: Modificado de Lima (2012).

## 4.3 DETECÇÃO DE FALHAS EM MÁQUINAS ELÉTRICAS

A utilização de ferramentas matemáticas avançadas à análise de vibração em máquinas elétricas é um campo com vasta aplicabilidade para transformadas de Fourier. A utilização da FrFT para identificação de falhas em motores é estudada no trabalho de



GU et al, (2018) em que são estudadas falhas no rotor de máquinas trifásicas de indução.

No estudo realizado por GU et al, (2018) foram obtidos resultados promissores com relação a utilização da FrFT na detecção de falhas em 4 experimentos distintos. Foram verificadas falhas do tipo: rotor danificado, uma barra do rotor oca e danos no rolamento da esfera. Além disso, foram introduzidos ruídos intencionais aos sinais de modo a verificar a eficiência do método desenvolvido para sinais com ruídos.

#### 4.4 ANÁLISE DE DISTÚRBIOS NO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA UTILIZANDO A TRANSFORMADA FRACIONAL DE FOURIER

O conceito de qualidade de energia está diretamente relacionado às formas de onda de tensão e corrente e com a frequência do SEP. Os limites de oscilação dos parâmetros do sistema elétrico são fixados através dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST (ANEEL, 2017).

Em operação normal, a frequência da rede deve ser tão próxima quanto possível do valor nominal de 60 Hz e as formas de onda da corrente e da tensão não devem apresentar distorções. Dentre os fenômenos que podem causar degradação da qualidade de energia podem se destacar: Harmônicos, flutuações de tensão, afundamento de tensão, transitórios eletromagnéticos, curto circuito, ilhamento, etc.

A análise de distúrbios no SEP pode ser realizada através de ferramentas de processamento digital de sinais que são utilizadas para extrair características e identificar anomalias nos sinais. Na Figura 6 é possível observar o resultado do módulo da FrFT aplicada ao sistema elétrico trifásico em operação normal.

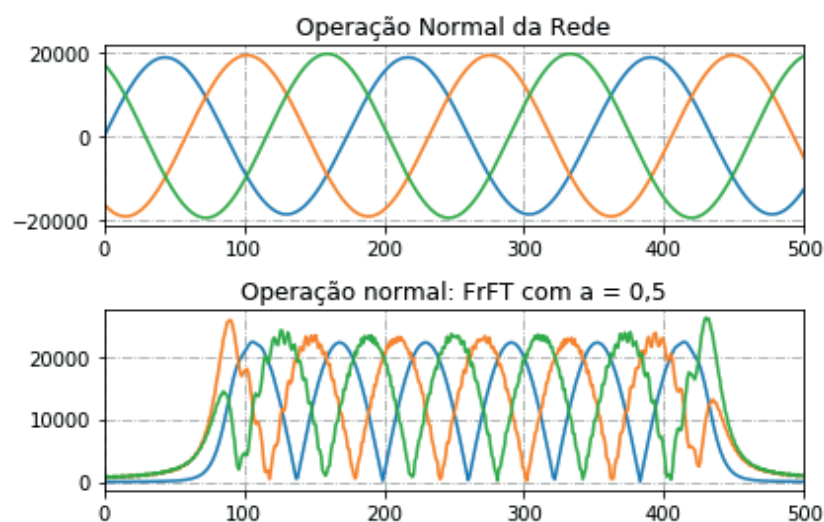


Figura 6: Representação das 3 fases do sistema elétrico no domínio do tempo e as respectivas FrFT's.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Uma das ocorrências que precisa ser detectada nos instantes iniciais, no sistema elétrico de potência, é o curto circuito. Um curto circuito ocorre quando a corrente elétrica flui através de um caminho de impedância que, teoricamente, tende a zero. Existem diferentes tipos de curtos circuitos e cada um deles possui características particulares. Podem ocorrer curtos trifásicos, curtos bifásicos e monofásicos, além disto os curtos bifásicos e trifásicos podem ou não ter envolvimento com a terra, entretanto o curto circuito monofásico acontece sempre entre uma das fases do sistema e a terra.

A ocorrência de curtos circuitos assimétricos SEP causa um desbalanço entre fases que pode ser observado nas formas de onda de cada uma das três fases do sistema. A FrFT pode ser utilizada para analisar sinais que representam curto-circuito no SEP. Na Figura 7 é possível verificar o resultado da aplicação de uma FrFT de ordem 0,5 (a raiz quadrada da FT) ao sinal de tensão durante um curto circuito bifásico entre as fases A e B do sistema.

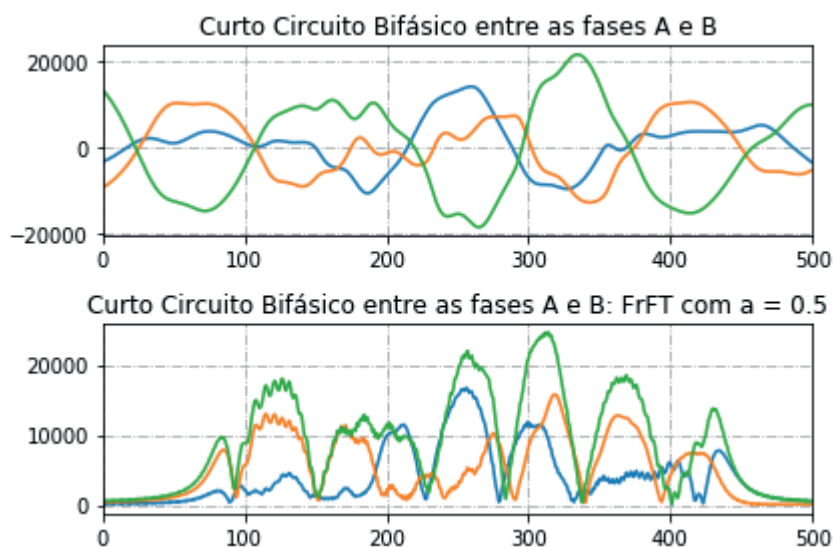


Figura 7: Módulo da FrFT aplicada a um sinal de curto circuito no SEP.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Além do curto circuito bifásico, foi verificado o resultado da FrFT ao analisar um curto circuito monofásico na fase A. O resultado obtido para os casos de curto circuito analisados evidenciam o fato de que a FrFT possui um maior grau de liberdade com relação a FT, uma vez que nos domínios fracionais, a informação contida nos sinais mantém relação com as informações do tempo e da frequência. O resultado obtido para o curto circuito monofásico pode ser visto na Figura 8, onde foi plotado o sinal de tensão durante o curto:

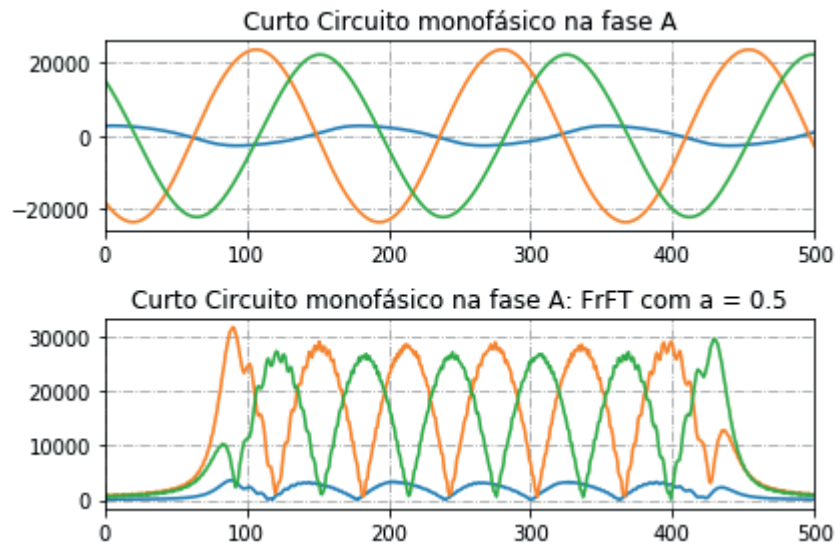


Figura 8: Módulo da FrFT aplicada a um sinal de curto circuito no SEP.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Outro evento analisado foi o ilhamento. Um ilhamento ocorre quando, por algum motivo, parte da rede elétrica é desconectada do sistema principal e permanece energizada por um gerador distribuído. Os sistemas de detecção de ilhamento devem ser capazes de distinguir entre os eventos do SEP de modo a evitar atuações indevidas. Além disso, é necessário que os sistemas sejam confiáveis, uma vez que a não detecção de ilhamento causa diversos problemas ao SEP como queda da qualidade de energia, perda de referência de tensão, entre outros problemas.

As principais técnicas de detecção de ilhamento podem ser classificadas em: Técnicas locais, que podem ser ativas, passivas ou híbridas; Técnicas remotas e Técnicas que utilizam processamento de sinais. As vantagens de se empregar técnicas baseadas em processamento de sinais são a não degradação da qualidade de energia, problema que ocorre em técnicas ativas, e a confiabilidade conferida ao sistema. O resultado obtido com a FrFT aplicada a um sinal de ilhamento pode ser visto na Figura 8.

Durante o ilhamento ocorre um valor elevado de transitórios no sinal da tensão. Componentes do sinal que se sobreponham nos domínios do tempo e da frequência serão perdidas com  $FrFT = FT$ , entretanto, é possível analisar as componentes transitórias nos domínios fracionais.

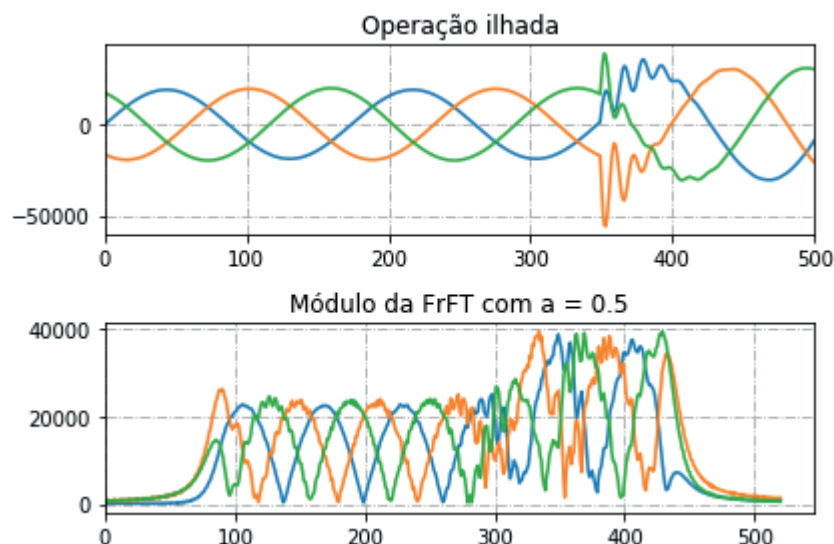


Figura 8: Módulo da FrFT aplicada a um sinal de ilhamento no SEP.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Outra possibilidade é utilizar a FrFT para tratar a energia do sinal, uma vez que é possível determinar domínios fracionais com um pequeno número de amostras que contém toda a energia do sinal.

## 5 | CONCLUSÃO

A transformada fracional de Fourier é uma ferramenta cujo campo de aplicações ainda está aberto a ser explorado, dada a vasta utilidade da ferramenta nos mais variados problemas.

Neste trabalho foram apresentados conceitos consagrados a respeito da FrFT, como a sua definição em termos de autofunções da FT, as propriedades do *kernel* da transformada, as propriedades fundamentais do operador fracional de Fourier e um dos métodos através dos quais é possível implementá-la computacionalmente.

Também foram vistos conceitos iniciais cujas aplicações ainda não foram desenvolvidas pela comunidade de processamento de sinais, como a análise de distúrbios no sistema elétrico de potência, sendo estes distúrbios o ilhamento e o curto circuito.

Embora a transformada de Fourier seja uma ferramenta consagrada no tratamento deste tipo de problema, o fato de a transformada fracional de Fourier possuir uma resposta mais geral, dada a continuidade do parâmetro  $a$ , abre uma nova gama de possibilidades em processamento de sinais.

A análise de sinais em domínios fracionais pode ser empregada em conjunto com técnicas de inteligência computacional para o reconhecimento de padrões em distúrbios do SEP e, assim, novos modelos de técnicas de detecção de ilhamento, curto circuito, oscilações de tensão e outros distúrbios podem ser tratados do ponto de vista do

processamento digital de sinais utilizando a transformada fracional de Fourier.

## AGRADECIMENTOS

A toda a equipe do Laboratório de Controle e Automação - LACA da Fundação Universidade Federal de Rondônia.

Agradecimento especial ao Engenheiro Marcelo Luiz de Carvalho Ribeiro pelo apoio com a pesquisa realizada.

## REFERÊNCIAS

ANEEL, Módulo. 3 (PRODIST). Acesso ao Sistema de Distribuição, Brasil, 2008.

BULTHEEL, A.; SULBARAN, H. M. **A shattered survey of the fractional fourier transform**. TW Reports, Department of Computer Science, KULeuven; Leuven, Belgium, 2002.

ERSEGHE, T.; LAURENTI, N.; CELLINI, V. **A multicarrier architecture based upon the affine fourier transform**. IEEE Transactions on Communications, IEEE, v. 53, n. 5, p. 853–862, 2005.

GU, F.-C. et al. **Rotor fault identification of induction motor based on discrete fractional fourier transform**. In: IEEE.2018 International Symposium on Computer, Consumer and Control (IS3C). [S.l.], 2018. p.205–208.

LIMA, J. B. **A transformada fracional de fourier: Conceitos e cenários de aplicação**. Revista de Tecnologia da Informação e Comunicação, v. 1, n. 2, p. 1-9, 2012.

MARTONE, M. **A multicarrier system based on the fractional fourier transform for time-frequency-selective channels**. IEEE Transactions on Communications, IEEE, v. 49, n. 6, p. 1011–1020, 2001.

NETO, J. R. d. O. **Construção de autovetores de transformadas discretas de fourier: novos métodos e aplicações**. Universidade Federal de Pernambuco, 2019.

OZAKTAS, Haldun M.; KUTAY, M. Alper; MENDLOVIC, David. **Introduction to the fractional Fourier transform and its applications**. In: Advances in imaging and electron physics. Elsevier, 1999. p. 239-291.

OZAKTAS, H. M. et al. **Digital computation of the fractional fourier transform**. IEEE Transactions on signal processing, IEEE, v. 44, n. 9, p.2141–2150, 1996.

OZAKTAS, H. M.; MENDLOVIC, D. **Fractional fourier transform as a tool for analyzing beam propagation and spherical mirror resonators**. Opticsletters, Optical Society of America, v. 19, n. 21, p. 1678–1680, 1994.

TAO, R.; MENG, X.-Y.; WANG, Y. **Transform order division multiplexing**. IEEE Transactions on Signal Processing, IEEE, v. 59, n. 2, p. 598–609, 2010.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Automação 10, 64, 94, 120, 133, 165, 204, 216, 256

### C

Compulsória 1, 12

Confiabilidade 2, 18, 43, 45, 47, 94, 95, 133, 163, 166, 167, 173, 176

### E

Eficiência energética 10, 242, 243, 244, 250, 252

Energética 10, 1, 2, 3, 8, 13, 37, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 58, 59, 242, 243, 244, 250, 252, 253

### G

Geração 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 31, 33, 34, 35, 36, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 55, 56, 57, 59, 61, 64, 67, 83, 166, 167, 168, 173, 177, 243, 256

Geração distribuída 28, 31, 42, 45, 166, 173, 177

Grau 1, 4, 5, 10, 30, 32, 65, 66, 137, 162, 169, 170, 171, 172, 173, 175, 263

### I

Ilhamento 149, 150, 161, 163, 164, 166, 167, 168, 169, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177

Impressão 3D 10, 204, 206

Intermitência 2, 8, 15, 16, 17, 31, 40, 43, 45, 47, 49, 50

### J

Jateamento 204, 207, 212, 213, 217

### M

Manta térmica 10, 242, 244, 246, 248, 249, 250, 251, 252, 253

Máquina injetora 242, 245, 246, 251

Matriz de energia elétrica brasileira 8, 1, 2

### N

Novas fontes 2, 43, 49

## O

Oferta 1, 3, 8, 9, 10, 16, 29, 44, 45, 48, 49, 50, 52, 53, 54, 57, 59, 167, 255

## P

Paraconsistente 10, 166, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 175, 176, 178

Pesquisa 7, 11, 6, 13, 37, 42, 44, 106, 120, 165, 204, 243, 244, 253, 254, 255, 256

Processamento 129, 130, 132, 133, 134, 137, 149, 150, 161, 163, 164, 165, 177, 243, 259, 261

Produtos 11, 44, 50, 206, 253, 254, 255, 256, 264, 265, 266

Proteção 9, 24, 29, 30, 34, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 116, 117, 118, 119, 120, 166, 167, 172, 177, 231, 241, 242, 244, 246, 248, 250, 251, 252

Proteção térmica 242, 244, 246, 248, 250, 251, 252

## R

Rede neural 166, 169, 173, 175, 176, 219, 220, 223, 224

Regularização 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 220, 225

Relé inteligente 10, 166, 168, 169, 171, 174, 175

## S

Sazonalidade 1, 2, 5, 8, 9, 10, 29

Segurança 8, 5, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 17, 18, 19, 21, 23, 25, 26, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 59, 88, 91, 92, 93, 94, 138, 166, 167, 171, 217, 231, 246

Sinais 11, 121, 122, 123, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 136, 137, 148, 149, 150, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 168, 169, 172, 174, 175, 214, 245

Supermercado 11, 254, 255, 256, 268

## T

Térmica 10, 1, 4, 8, 10, 11, 12, 21, 23, 44, 46, 47, 48, 50, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 206, 230, 231, 232, 234, 242, 244, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253

Transformada de Fourier 149, 152

Transformada fracional de Fourier 9, 148, 149, 150, 157, 159, 161, 165

 **Atena**  
Editora

**2 0 2 0**