

Ensino de Ciências e Educação Matemática

4

José Elyton Batista dos Santos

Organizador

Ensino de Ciências e Educação Matemática

4

José Elyton Batista dos Santos

Organizador

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação: Natália Sandrini de Azevedo

Edição de Arte: Lorena Prestes

Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa

Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia

Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá

Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões

Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes Claros

Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice

Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Luis Ricardo Fernando da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão

Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador

Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos – Universidade Federal da Grande Dourados
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Profª Drª Eysler Gonçalves Maia Brasil – Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Fernando José Guedes da Silva Júnior – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Luís Paulo Souza e Souza – Universidade Federal do Amazonas
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Prof^a Dr^a Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Prof^a Dr^a Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof^a Dr^a Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Prof^a Dr^a Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Me. Adalto Moreira Braz – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof^a Dr^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof^a Dr^a Andrezza Miguel da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
Prof^a Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
Prof^a Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
Prof^a Dr^a Cláudia Taís Siqueira Cagliari – Centro Universitário Dinâmica das Cataratas
Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof^a Ma. Daniela da Silva Rodrigues – Universidade de Brasília
Prof^a Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
Prof. Me. Douglas Santos Mezacas – Universidade Estadual de Goiás
Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
Prof. Me. Eduardo Gomes de Oliveira – Faculdades Unificadas Doctum de Cataguases
Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Prof. Me. Euvaldo de Sousa Costa Junior – Prefeitura Municipal de São João do Piauí
Prof^a Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
Prof. Dr. Fabiano Lemos Pereira – Prefeitura Municipal de Macaé
Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
Prof^a Dr^a Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
Prof. Dr. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
Prof. Me. Gustavo Krahl – Universidade do Oeste de Santa Catarina
Prof. Me. Helton Rangel Coutinho Junior – Tribunal de Justiça do Estado do Rio de Janeiro
Prof^a Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
Prof^a Ma. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Me. Jhonatan da Silva Lima – Universidade Federal do Pará
Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco

Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Profª Drª Kamilly Souza do Vale – Núcleo de Pesquisas Fenomenológicas/UFPA
 Profª Drª Karina de Araújo Dias – Prefeitura Municipal de Florianópolis
 Prof. Dr. Lázaro Castro Silva Nascimento – Laboratório de Fenomenologia & Subjetividade/UFPR
 Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
 Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
 Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
 Prof. Me. Lucio Marques Vieira Souza – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe
 Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
 Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual do Paraná
 Prof. Dr. Michel da Costa – Universidade Metropolitana de Santos
 Prof. Dr. Marcelo Máximo Purificação – Fundação Integrada Municipal de Ensino Superior
 Prof. Me. Marcos Aurelio Alves e Silva – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
 Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
 Prof. Me. Ricardo Sérgio da Silva – Universidade Federal de Pernambuco
 Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
 Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
 Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
 Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E59	<p>Ensino de ciências e educação matemática 4 [recurso eletrônico] / Organizador José Elyton Batista dos Santos. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-65-5706-113-8 DOI 10.22533/at.ed.138201606</p> <p>1. Educação. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Formação. I. Santos, José Elyton Batista dos.</p> <p style="text-align: right;">CDD 370.1</p>
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

O quarto volume da coletânea “Ensino de Ciências e Educação Matemática” aborda assim como os outros volumes, um vasto número de pesquisas científicas e relatos experienciais que contribuem significativamente para as diferentes dimensões educacionais.

Neste volume, concentra trabalhos que abordam sobre formação inicial, continuada, currículo no ensino de matemática, estratégias de ensino para a educação básica, debates e reflexões essenciais para todo o processo educacional. Isto é, apresenta temas diversos e interessantes, de modo, a contribuir para o embasamento teórico e a prática pedagógica do professor que está em exercício ou não.

Para os professores que estão em exercício, mais precisamente os professores que ensinam matemática, sem dúvida cada capítulo tem muito a contribuir para com sua prática de ensino, sendo possível conhecer numa dimensão geral ações curriculares acerca da educação financeira, função exponencial, função logarítmica, geometria espacial, literatura matemática, números racionais, entre outros.

Para os professores que não estão em exercício por está em processo formativo ou tentando uma vaga para adentrar no chão da sala de aula, os trabalhos apresentam discussões sobre temáticas contemporâneas que colaboram para ter uma compreensão panorâmica do cenário atual da educação, ou melhor, nesta coletânea também tem produções sobre BNCC e as tecnologias digitais, temáticas bastante mencionadas nos eventos nacionais e internacionais com pesquisadores de diferentes regiões e culturas.

Por fim, que você possa se debruçar em cada capítulo e assim possa enriquecer seu aporte teórico e prática pedagógica.

José Elyton Batista dos Santos

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
BNCC E CURRÍCULO PAULISTA: NOVAS OPORTUNIDADES PARA A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA	
Cassio Cristiano Giordano Fátima Aparecida Kian	
DOI 10.22533/at.ed.1382016061	
CAPÍTULO 2	12
A IMPORTÂNCIA DO PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	
Pedro Martins de Sousa Junior Tiago Ribeiro da Silva Lima Sinval de Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.1382016062	
CAPÍTULO 3	20
O PROJETO DE ENSINO E A FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: UMA INTEGRAÇÃO DA FORMAÇÃO ACADÊMICA COM A FUTURA ATIVIDADE PROFISSIONAL	
João Erivaldo Belo Mariana Martins Pereira Caroline Martins Araújo Teles Dias	
DOI 10.22533/at.ed.1382016063	
CAPÍTULO 4	29
TECNOLOGIAS DIGITAIS E FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UM PANORAMA POSSÍVEL	
Maria Francisca da Cunha Sueli Liberatti Javaroni	
DOI 10.22533/at.ed.1382016064	
CAPÍTULO 5	40
PROFESSORAS POLIVALENTES: ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS EM UMA ESCOLA DE BAGÉ-RS	
Antonio Mauricio Medeiros Alves Darlan Maurenre Rangel	
DOI 10.22533/at.ed.1382016065	
CAPÍTULO 6	52
DIMENSÕES EPISTÊMICAS DO SABER: UMA DISCUSSÃO SOBRE RACIOCÍNIO PROPORCIONAL	
Edvanilson Santos de Oliveira Abigail Fregni Lins Patrícia Sandalo Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.1382016066	
CAPÍTULO 7	65
NOVAS PERSPECTIVAS SOBRE A ABORDAGEM GEOMÉTRICA NOS LIVROS DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Daniel Martins Nunes Fábio Mendes Ramos Rita de Cássia Pereira Nascimento Rodrigo Marques do Nascimento	

CAPÍTULO 8	74
APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO E DE CONCEITOS RELACIONADOS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA	
Rosana Maria Luvezute Kripka Nicole Müller Kolberg Arieli dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.1382016068	
CAPÍTULO 9	83
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA FORMAÇÃO INICIAL DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA	
Adriana Stefanello Somavilla Tânia Stella Bassoi (<i>In memoriam</i>)	
DOI 10.22533/at.ed.1382016069	
CAPÍTULO 10	97
NÚMEROS RACIONAIS: ENSINO E APRENDIZAGEM DE ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	
Jamilly Souza Tenorio Givaldo Oliveira dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.13820160610	
CAPÍTULO 11	108
FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS – UMA PROPOSTA TEÓRICA COM ABORDAGEM DIFERENCIADA NA DEMONSTRAÇÃO DE PROPRIEDADES	
Marcelo Lins Muniz de Melo Santos Airtton Temistocles Gonçalves de Castro	
DOI 10.22533/at.ed.13820160611	
CAPÍTULO 12	117
A GEOMETRIA ESTIMULANDO O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM NO ENSINO MÉDIO	
Carolina Vivianne Machado Vasconcelos Fábio Mendes Ramos Daniel Martins Nunes Rodrigo Marques do Nascimento	
DOI 10.22533/at.ed.13820160612	
CAPÍTULO 13	127
A HISTÓRIA “AMIGOS” E OS MAPAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	
Danúbia Carvalho de Freitas Ramos Adriana Aparecida Molina Gomes	
DOI 10.22533/at.ed.13820160613	
CAPÍTULO 14	135
AS TRÊS PARTES, UMA POSSIBILIDADE PARA APRENDER GEOMETRIA	
Danúbia Carvalho de Freitas Ramos Adriana Aparecida Molina Gomes	
DOI 10.22533/at.ed.13820160614	

CAPÍTULO 15	148
MOBILIZAÇÃO DE SABERES MATEMÁTICOS EM PRÁTICAS AGRÍCOLAS DE UMA COMUNIDADE RIBEIRINHA DO SUL DO AMAZONAS: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO	
Amanda Siegloch	
Douglas Willian Nogueira de Souza	
Valdenildo Alves de Araújo	
DOI 10.22533/at.ed.13820160615	
CAPÍTULO 16	160
PRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE GRANDEZAS E MEDIDAS COM ALUNOS DO CURSO TÉCNICO DE SEGURANÇA DO TRABALHO - PROEJA	
Solange Taranto de Reis	
Ligia Arantes Sad	
DOI 10.22533/at.ed.13820160616	
CAPÍTULO 17	169
RESSIGNIFICANDO CONTEÚDOS MATEMÁTICOS POR MEIO DE UM PROJETO INTERDISCIPLINAR: UMA EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DE UM CURSO DE AGROINDÚSTRIA	
Luciana Yoshie Tsuchiya	
Rosemeire Carvalho da Silva	
Thayla Lorena Silva da Conceição	
Kézia Letícia Beia	
DOI 10.22533/at.ed.13820160617	
CAPÍTULO 18	178
CONTEXTUALIZAÇÕES NO ENSINO DE GEOMETRIA COM A REALIDADE AMAZÔNICA: UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA EM LIVROS DIDÁTICOS	
Bíatriz Gomis Nogueira Neta	
Douglas Willian Nogueira de Souza	
Pedro Thiago Ferreira Marques	
DOI 10.22533/at.ed.13820160618	
SOBRE O ORGANIZADOR	192
ÍNDICE REMISSIVO	193

FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS – UMA PROPOSTA TEÓRICA COM ABORDAGEM DIFERENCIADA NA DEMONSTRAÇÃO DE PROPRIEDADES

Data de aceite: 01/06/2020

Marcelo Lins Muniz de Melo Santos

Universidade Federal de Pernambuco

marcelo_muniz_wp@hotmail.com

Airton Temistocles Gonçalves de Castro

Universidade Federal de Pernambuco

airton@dmate.ufpe.br

RESUMO: O ensino das funções exponencial e logarítmicas encontra sua principal razão pela sua extensa aplicabilidade em diversas atividades das diferentes áreas do conhecimento. Estas funções e suas propriedades são apresentadas aos alunos do Ensino Médio. No entanto, na maioria das vezes, não lhes é permitido apreciar algumas nuances na adaptação das mesmas propriedades a campos numéricos mais abrangentes. No Ensino Superior, durante os cursos iniciais, o que se espera dos alunos é a mera obediência às propriedades. A análise crítica para a construção e conseqüentemente validade delas fica relegada a cursos mais avançados. Este artigo é voltado a alunos da Licenciatura e professores do Ensino Superior e tem como objetivo trazer com atividades simples, a apreciação das propriedades das funções exponenciais e logarítmicas no domínio

números reais, para tanto, usaremos a derivada e alguns teoremas do Cálculo e ou da Análise.

PALAVRAS-CHAVE: função exponencial. Função logarítmica. Continuidade. Derivada.

ABSTRACT: The teaching of exponential and logarithmic functions finds its main reason for its extensive applicability in various activities in different areas of knowledge. These functions and their properties are presented to high school students. However, in most cases, they are not allowed to appreciate some nuances in adapting the same properties to more comprehensive numerical fields. In Higher Education, during initial courses, what is expected of students is mere obedience to properties. The critical analysis for the construction and consequently, their validity is highlighted in more advanced courses. The article is aimed at undergraduate students and teachers of Higher Education and aims to bring with simple activities, the appreciation of the properties of exponential and logarithmic functions in the domain of the real numbers, for that, we will use the derivative and some theorems of Calculus and or Analyze.

KEYWORDS: Exponential function. Logarithmic function. Continuity. Derivative.

INTRODUÇÃO

Há uma imensa aplicabilidade das funções exponenciais e logarítmicas nas mais diversas áreas de conhecimento. No entanto, alguns alunos ainda apresentam dificuldades em suas resoluções devido a uma bagagem precária do Ensino Básico. Este fato se deve em virtude das faltas de motivação do professor em apresentar corretamente as propriedades de potenciação e logaritmos, além do porquê de estudar esse assunto. Este estudo tem como objetivo analisar a importância destas operações através de uma abordagem diferenciada daquela vista nos livros didáticos dos ensinos Fundamental e Médio. Ou seja, apresentaremos uma proposta inovadora de ensino para professores, estudantes de matemática e demais interessados no tema. Como pilar principal, iremos pautar nossas demonstrações a partir dos tópicos de cálculo diferencial e técnicas da Análise Real.

Realizou-se uma análise bibliográfica de textos do Ensino Médio aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático, para então entendermos a forma cujos temas Exponenciação e Logaritmos são transmitidos aos alunos no ensino secundário. Propusemos também uma análise mais formal para estudantes e professores de Matemática, além dos interessados sobre o tema, envolvendo demonstrações através do cálculo diferencial e conceitos de Análise.

Consideramos as contribuições de renomados autores do assunto como CASTRO (2010), LAGES e ÁVILA a fim de dar-nos suporte ao aprofundamento teórico e fundamentação nas demonstrações.

Portanto, podemos concluir que por esta obra estar carregada de uma matemática cujo nível foge da abordagem do ensino secundário, será mais uma ferramenta de suporte para estudantes e professores de Matemática.

JUSTIFICATIVA

O aluno interage inicialmente com as potências ainda no ensino fundamental, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais — PCN (MEC, 1999). Desta forma, é desejado para os professores de matemática que o discente possa conceituar potenciação e estar familiarizado com as propriedades relativas a expoentes naturais ou racionais.

No entanto, segundo Castro (2010), a maioria dos livros didáticos do ensino médio não apresentam propriedades valiosas, tais como “Para um número real a positivo diferente de 1, define-se a função a^x com domínio nos Reais). É apresentado no Ensino Médio e secundário algumas propriedades, aplicam-se exercícios e o professor, por muitas vezes, deixa escapar a motivação para estudar este tema.

São diversas as aplicações das funções exponenciais e logarítmicas em nosso dia a dia. Não só a encontramos no cotidiano da ciência, apresentando-se no tempo de meia

vida de elementos radioativos, ou no tempo de vida de bactérias ou ainda no período de consumo de um fármaco no organismo. Essas funções estão presentes também nas notas musicais, onde cada escala representa um logaritmo de base 2.

OBJETIVOS

Objetivo geral

Os objetivos básicos deste trabalho visam abordar um novo conceito sobre funções exponenciais e logarítmicas, baseado em análise de bibliografias do Ensino Médio, apresentando nova proposta de metodologia para estudantes do curso de Matemática e professores desta disciplina.

Objetivos específicos

Analisar como autores dos livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático motivam o estudo das funções exponenciais e logarítmicas;

Sugerir aos estudantes e professores de Matemática nova abordagem sobre as demonstrações das propriedades de potências e logaritmos;

Motivar o estudante e professor para uma nova perspectiva no ensino das Funções Exponenciais e Logarítmicas;

DESENVOLVIMENTO

Esta monografia tem como proposta mostrar uma abordagem das funções exponenciais e logarítmicas sob uma ótica mais crítica em relação ao apresentado em livros do Ensino Secundário. Aqui abordaremos algumas demonstrações que não foram apresentadas nas bibliografias pesquisadas e mostraremos, sob o ponto de vista da Análise Real e com passagens pelo Cálculo Diferencial, como professores podem compreender de forma mais completa esse assunto, melhorando sua atuação em salas de aula.

Segundo Soares (2010), um dos conteúdos mais discutidos e comentados no ensino médio é o logaritmo. A deficiência na compreensão e assimilação desse conteúdo é bastante repercutida no ensino médio e uma das principais causas é a falta de um estudo mais detalhado sobre esse tema, tendo como meta o aprendizado desse instrumento de cálculo.

Tendo em vista a precária apresentação do assunto nos cursos do ensino secundário e a larga utilização tanto no campo de pesquisas científicas, seja das ciências exatas, seja das biológicas, apresentamos aqui uma proposta mais abrangente daquela vista nos semestres iniciais dos cursos superiores os quais contenham matemática como disciplina básica. Em outras palavras, utilizaremos tanto conceitos de derivadas dos cursos de

Cálculo, quanto às demonstrações de teoremas apresentadas na Análise Real.

Para Castro (2010), devido ao surgimento de outros métodos e ao avanço tecnológico, a multiplicação entre números formados por muitos algarismos já não consiste numa grande dificuldade para alunos do ensino médio. Por outro lado, as potencialidades didáticas nas propostas de modelagem matemática para situações-problema, reavivaram o interesse dos educadores pelas funções exponenciais e logarítmicas, uma vez que inúmeras situações podem ser modeladas através destes tipos de funções, tais como crescimento populacional, cálculo de tempo de meia vida de elementos radioativos, dentre outros exemplos. Logo, este trabalho é uma ferramenta para aqueles que se interessam pelo tema e encontram a necessidade de aprofundar sobre isto.

Podemos partir da definição básica de que expoente é o número n representado na forma a^n , onde o número representado pela letra a deverá ser multiplicado tantas vezes a quantidade expressa pelo número n , ou seja, nesta forma de potência, dizemos que a será multiplicado por ele mesmo “ n ” vezes. Como podemos observar, o expoente sempre ficará descrito em cima e à direita do número abaixo, denominado base. Assim, lemos a forma a^n como “ a elevado a n ”. Em casos particulares de n ser igual a 2 ou 3, temos que “ a elevado ao quadrado” ou “ a elevado ao cubo”, respectivamente.

A dificuldade aumenta quando desejamos expandir a definição original, ampliando o conjunto numérico onde se encontra o expoente, passando a considerar o expoente um número inteiro, somos obrigados a restringir a base para ser um número real não nulo; para considerar o expoente um número racional, devemos exigir que a base seja positiva.

Conforme Soares (2010) apud Magalhães (2003, p.8), logaritmos vem da junção de duas palavras no latim “logos – razão e arithemos - números (Quanta vezes se tomam à base como fator para obter o número)”. Essa era ideia principal que se tinha a respeito da palavra logaritmo. Observa-se primordialmente que a ideia proposta tinha uma relação com potenciação. Collete (1995) menciona que o primeiro homem a citar essa ideia de logaritmo foi John Napier:

(...) no final do século XVI, Napier, preocupado porque os cálculos eram grandes e difíceis, e freavam o progresso científico, concentrou todos os seus esforços em desenvolver métodos que pudessem simplificá-los. Com este fim, escreveu em sua *Rabdologia*, onde descreve a utilização de barras e quadrinhos para efetuar somas de parcelas parciais. Os quadrinhos de Napier eram tábuas de multiplicações montadas sobre barras de seções quadradas (COLLETTE, 1995, p.45).

Para alcançar os objetivos propostos, utilizou-se como recurso metodológico, a pesquisa bibliográfica, realizada a partir da análise pormenorizada de materiais já publicados na literatura e artigos científicos divulgados no meio eletrônico.

O texto final foi fundamentado nas ideias e concepções de autores como: CASTRO (2010), LAGES e ÁVILA.

AS FUNÇÕES EXPONENCIAIS NO ENSINO MÉDIO

Ao ingressar no Ensino Médio, espera-se que o aluno já está familiarizado com o significado de potenciação com expoente natural e racional. Além disso, espera-se, também, que não seja mais mistério a propriedade que relaciona o produto de duas potências de mesma base. Entretanto, na maioria dos livros didáticos, a apresentação do domínio de validade dessa propriedade não abrange todas as situações. Encontramos sempre o seguinte: “Para um número real α positivo diferente de 1, define-se a função α^x , com domínio nos reais”.

Aos alunos são apresentadas as propriedades:

$$(a_1) \alpha^{x+y} = \alpha^x \cdot \alpha^y, \text{ para todos } x \text{ e } y \text{ números reais e } \alpha^0 = 1.$$

$$(a_2) (\alpha^x)^y = \alpha^{x \cdot y}, \text{ para todos } x \text{ e } y \text{ números reais.}$$

(a₃) Se $\alpha > 1$ a função é crescente, isto é, $x < y$ implica que $\alpha^x < \alpha^y$;

Se $0 < \alpha < 1$ a função é decrescente, isto é, $x < y$ implica que $\alpha^x > \alpha^y$.

AS FUNÇÕES EXPONENCIAIS NOS CURSOS DE CÁLCULO

No Ensino Superior, nos curso de Cálculo Diferencial 1, voltamos a trabalhar com a função exponencial, só que agora utilizamos uma base específica, o estranho número irracional e ($e = 2,7182818284590452353602874713527\dots$). Nossa função exponencial passa a ter, além das propriedades já conhecidas do Ensino Médio, ganha novas propriedades:

(E₁) A função exponencial é derivável e sua derivada é ela mesma: $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$.

(E₂) Comportamento no infinito: $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$.

NOVA ABORDAGEM PARA A FUNÇÃO EXPONENCIAL.

Vamos nos concentrar apenas na propriedade (E1) e no fato que $e^0 = 1$. Use uma “borracha” para apagar de sua memória as outras propriedades; vamos verificar que podemos recuperar todas as outras a partir destas.

Nossa abordagem não é autocontida, vamos supor a existência de uma função $E(x)$ definida para todo x real, $E: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, satisfazendo a seguinte equação:

$$(Eq1) \quad \frac{d}{dx} E(x) = E'(x) = E(x); E(0) = 1$$

Propriedade 1: $E(-x) = \frac{1}{E(x)}$ para todo x real, em particular $E(x) \neq 0$.

Demonstração: Defina a função $f(x) = E(x) \cdot E(-x)$, calculando a sua derivada usando a regra do produto e a regra da cadeia, temos:

$$f'(x) = E'(x) \cdot E(-x) + E(x) \cdot (E(-x))' = E(x) \cdot E(-x) + E(x) \cdot E(-x)(-1) = 0$$

Desta forma, temos que a função f tem derivada nula, logo podemos concluir que a função é constante (Corolário 2 do anexo), em particular $f(x) = f(0)$, assim $f(x) = E(x) \cdot E(-x) = f(0) = E(0) \cdot E(0) = 1$, concluindo que $E(-x) = \frac{1}{E(x)}$. ■.

Propriedade 2: Existem poucas funções que coincidem com sua derivada, mais precisamente, se uma função $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ coincide com sua derivada ($\varphi'(x) = \varphi(x)$), então para todo x real $\varphi(x) = \varphi(0) \cdot E(x)$. Em particular, isto mostra que só existe, no máximo, uma função satisfazendo a equação (Eq. 1).

Demonstração: defina $g(x) = \varphi(x) \cdot E(-x)$. Calculando a derivada desta função (outra vez regra do produto e da cadeia), encontramos: $g'(x) = \varphi'(x) \cdot E(-x) - \varphi(x) \cdot E(-x)$, logo $g'(x) = \varphi(x) \cdot E(-x) - \varphi(x) \cdot E(-x) = 0$. g é uma função real com derivada nula, logo constante: $g(x) = g(0) \Rightarrow \varphi(x) \cdot E(-x) = \varphi(0) \cdot E(0) = \varphi(0)$, usando a propriedade 1 $\left(E(-x) = \frac{1}{E(x)} \right)$ concluímos que $\varphi(x) = \varphi(0) \cdot E(x)$. Se φ é outra solução para a equação (Eq. 1) significa que $\varphi(0) = 1$ logo $\varphi(x) = E(x)$.

Propriedade 3: Transformação da soma em produto: $E(a + b) = E(a) \cdot E(b)$ para todos a e b reais, em particular $E(na) = (E(a))^n$, para todo n inteiro.

Demonstração: defina $g(x) = E(a + x)$, calcule a derivada para obter $g'(x) = E'(a + x) = E(a + x) = g(x)$, usando a Propriedade 2 para a função g auxiliar temos $g(x) = E(a + x) = g(0) \cdot E(x) = E(a) \cdot E(x)$, fazendo $x = -b$ conseguimos o resultado desejado $E(a + b) = E(a) \cdot E(b)$ ■. A demonstração da última parte fica como exercício (Sugestão: para n natural use indução finita, e o caso n negativo use a Propriedade 1).

Propriedade 4: A função $E(x)$ é positiva e crescente.

Demonstração: Sabemos que o crescimento de uma função está vinculado ao sinal da derivada primeira (veja o Corolário 2 do anexo, como $E'(x) = E(x)$, basta verificar que $E(x) > 0$. Entra em cena outro importante resultado, o Teorema do Valor intermediário, que em um dos seus corolários afirma que se uma função contínua (nossas funções são deriváveis, logo contínua) está definida num intervalo e troca de sinal (tem dois pontos do domínio com imagem com sinais trocados), então a função tem algum zero neste intervalo. A Propriedade 1 garante que $E(x)$ não tem zeros, logo a função não troca de sinal, como $E(0) = 1$ concluímos que a função $E(x)$ é positiva.

Propriedade 5 (Limite no Infinito): $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = 0$.

Demonstração: Defina $e = E(1)$; como $1 > 0$ e a função $E(x)$ é crescente, temos que $e = E(1) > E(0) = 1$; usando a Propriedade e temos $E(n) = E(n \cdot 1) = (E(1))^n = e^n$, como $e > 1$ temos $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^n = +\infty$, ou seja, dado um número real M existe n_0 natural tal que $e^n > M$ para todo $n \geq n_0$, em particular $e^{n_0} > M$. Usando novamente que a função $E(x)$ é crescente, temos que para todo x real tal que $x \geq n_0$ implica $E(x) \geq E(n_0) > M$, mostrando que $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = +\infty$.

Para o outro limite coloque $x = -t$ e use $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} E(-t) \lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} E(-t)$
 $= \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{E(t)} \right) = \frac{1}{\lim_{t \rightarrow +\infty} E(t)} = 0$

Propriedade 6. A imagem da função E é o conjunto dos números reais positivo.
 $E(\mathbb{R}) = \mathbb{R}_+^*$

Demonstração: Como $E(x) > 0$, temos que $E(\mathbb{R}) \subset (0, +\infty)$, por outro lado, dado um número y real positivo, como $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = +\infty$, existe um número real x_1 tal que $E(x_1) > y$; analogamente, como $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(x) = 0$, existe um número real x_2 tal que $0 < E(x_2) < y$, usando o Teorema do Valor intermediário, concluímos que existe x_0 entre x_1 e x_2 tal que $E(x_0) = y$.

A FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Observe que a nossa função $E(x)$ é uma bijeção (injetiva e sobrejetiva) na sua imagem $E: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, assim faz sentido falar na inversa, que denotaremos por $L: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, assim $L(E(x)) = x$ para todo x real e $E(L(y)) = y$ para todo y real positivo.

Vamos agora enunciar e demonstrar propriedades da função L (nossa função logarítmica). Observe que $L(1) = L(E(0)) = 0$ e $L(E(1)) = 1$.

Propriedade 7 (Transformação de Produto em Soma): $L(a \cdot b) = L(a) + L(b)$ e $L\left(\frac{a}{b}\right) = L(a) - L(b)$, para a e b reais positivos; em particular $L(an) = n \cdot L(a)$, para n inteiro.

Demonstração: Defina $A = L(a)$ e $B = L(b)$, pela Propriedade 3 temos $E(A + B) = E(A) \cdot E(B) = E(L(a)) \cdot E(L(b)) = a \cdot b$, aplicando a função L neste identidade concluímos que $L(a \cdot b) = L(E(A + B)) = A + B = L(a) + L(b)$. Como exercício verifique que $L\left(\frac{a}{b}\right) = L(a) - L(b)$. Por último, observe que $E(nA) = (E(L(a)))^n = (E(L(a)))^n = a^n$, aplicando L obtemos: $L(a^n) = L(E(nA)) = nA = nL(a)$.

A FUNÇÃO EXPONENCIAL GERAL.

Como conseguir uma boa definição para, com a real positivo e b real? A resposta é simples para o caso b natural e inteiro.

Caso 1: n natural e a real: $a^0 = 1$, $a^1 = a$ e $a^n = a \times a \times \dots \times a$, produto de n fatores iguais.

Caso 2: n inteiro e a real não nulo: Só falta o caso n negativo $a^n = \left(\frac{1}{a}\right)^{-n}$.

Caso 3: q racional e a real positivo: Par definir de forma apropriada a^q teremos que admitir conhecido a raiz n -ésima de um número real positivo, isto é, dado a real positivo e n natural positivo existe (único) b real positivo tal que $b^n = a$, neste caso dizemos que b é a raiz de ordem n (raiz n -ésima) de a e escrevemos $\sqrt[n]{a} = b$. Assumindo isto, podemos escrever $a^{\frac{n}{m}} = \left(\sqrt[m]{a}\right)^n = \sqrt[m]{a^n}$. Observe que existem muitos detalhes que deveriam ser verificados.

Caso 3: b real e a real positivo, como definir a^b ? Não é uma pergunta simples e muitas vezes passa despercebido este importante tópico. Usaremos as nossas funções exponencial (E) e logarítmica (L) para responder de forma rápida e eficiente esta pergunta.

Definição Geral: $a^b = E(b \cdot L(a))$

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Diante do exposto, podemos concluir que, devido à grande utilidade das funções exponenciais e logarítmicas no dia a dia do professor e do aluno, e diante da defasagem conceitual observado em livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático, contemplamos uma abordagem diferenciada, direcionada a estudantes, professores de matemática e demais interessados no tema.

Foi realizado um estudo pormenorizado e multifocal sobre este assunto, tendo contemplado conceitos tanto do Cálculo Diferencial quanto da Análise Real, a fim de enriquecer a linguagem do professor e solidificar o seu conhecimento acerca de demonstrações mais rigorosas pertinentes.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo Severo de Souza. **Análise Matemática para licenciatura**. 3ª Ed. revista e ampliada. São Paulo: Blücher, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999. 4v.

CASTRO, Airtón Temístocles Gonçalves de. Compreendendo as funções exponenciais e logarítmicas através do cálculo diferencial. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/MC/T4_MC2175.pdf. Acessado em 10 de agosto de 2017.

COLLETTE, Jean Paul. El Comienzo de Las Matemáticas Modernas. Espanha: Ed. Siglo XXI, 1995.

EDUCAÇÃO, Secretaria de Estado da. MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO, 2ª Edição. Curitiba, 2006.

Introdução à Análise Matemática. 2ª edição revista. São Paulo: Blücher, 1999.

LIMA, Elon Lages. Análise Real, 7ª edição. Rio de Janeiro: IMPA, 2004.

MATOS, Marcos Pinheiro. Funções Exponenciais e Logarítmicas. Disponível em: <http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/bitstream/123456789/2153/1/MARCOS%20PINHEIRO%20MATOS.pdf>. Acessado em 15 de agosto de 2017.

PINTO, Márcia Maria Fusaro. Fundamentos de Matemática. Editora UFMG. Belo Horizonte, 2011.

SOARES, Evanildo Costa. A história dos logaritmos como contribuição à matemática do Ensino Médio. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T6_CC1622.pdf Acessado em 10 de agosto de 2017.

ANEXO A

Os teoremas que seguem estão demonstrados em livros de Análise Real, tais como Lima 2004 e Ávila 2006 ou 1999.

Teorema do Valor Intermediário (TVI): Se $f: [\alpha, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua então f assume todos os valores entre $f(\alpha)$ e $f(b)$

Corolário 1: Se $f: [\alpha, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua e $f(\alpha) \times f(b) < 0$, então a função tem, pelo menos, uma raiz no intervalo aberto (α, b) , noutras palavras, toda vez que a função troca de sinal ela tem uma raiz.

Teorema do Valor Médio (TVM): Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua e derivável no intervalo aberto (α, b) , então existe c entre a e b tal que $f(b) = f(a) + f'(c)(b-a)$.

Corolário 2: O sinal de $f'(x)$ determina o crescimento da função $f(x)$.

- I. Se $f'(x) > 0$ no intervalo aberto (α, b) , então a função é monótona crescente;
- II. Se $f'(x) < 0$ no intervalo aberto (α, b) , então a função é monótona decrescente;
- III. Se $f'(x) \leq 0$ no intervalo aberto (α, b) , então a função é monótona não-crescente;
- IV. Se $f'(x) \geq 0$ no intervalo (α, b) , então a função é monótona não-decrescente;
- V. Se $f'(x) = 0$ no intervalo aberto (α, b) , então a função é constante no intervalo.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Aprendizagem 1, 3, 4, 9, 12, 14, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 35, 36, 37, 38, 39, 44, 48, 50, 53, 54, 68, 73, 74, 76, 77, 78, 81, 82, 88, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 117, 119, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 129, 130, 134, 135, 137, 139, 140, 141, 145, 147, 149, 153, 159, 160, 161, 162, 164, 165, 169, 170, 171, 176, 177, 178, 179, 181, 182, 183, 184, 186, 190
Aprendizagem Significativa 22, 25, 35, 36, 38, 74, 76, 77, 78, 117, 121, 124, 126

B

Base Nacional Comum Curricular 1, 2, 10, 83, 86, 158, 179, 190

C

Ciências 5, 18, 29, 32, 41, 63, 74, 75, 82, 83, 85, 86, 87, 95, 97, 98, 101, 106, 110, 117, 127, 130, 136, 163, 167, 177, 192
Conhecimento 7, 9, 13, 17, 18, 23, 31, 32, 35, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 53, 57, 66, 68, 75, 84, 86, 87, 88, 89, 98, 100, 101, 102, 106, 108, 109, 115, 117, 118, 119, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 128, 129, 140, 145, 150, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 160, 161, 166, 170, 171, 176, 179, 180
Conteúdos 1, 2, 4, 23, 25, 35, 36, 37, 38, 40, 41, 43, 45, 46, 47, 49, 50, 67, 69, 70, 71, 72, 85, 88, 91, 99, 100, 102, 103, 105, 110, 117, 121, 123, 137, 138, 140, 151, 161, 169, 170, 176, 177, 181, 190
Cotidiano 8, 47, 53, 85, 87, 88, 109, 117, 119, 122, 123, 124, 128, 136, 137, 150, 152, 182
Currículo 1, 2, 6, 9, 11, 13, 42, 50, 66, 67, 82, 83, 88, 95, 99, 105, 140, 152, 163

D

Didática 16, 17, 54, 73, 74, 76, 82, 104, 130, 135, 137, 141, 148, 150, 151, 154, 156, 157, 160, 162, 166, 167, 168, 180
Dificuldades 15, 16, 19, 21, 23, 26, 28, 40, 43, 44, 48, 49, 57, 64, 67, 68, 77, 80, 94, 97, 98, 99, 101, 104, 105, 106, 109, 117, 118, 122, 123, 125, 161, 162, 170, 171, 190
Docência 13, 14, 18, 19, 21, 23, 44, 153
Docente 12, 14, 15, 16, 19, 23, 27, 34, 36, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 46, 48, 49, 51, 85, 88, 91, 92, 123, 126, 158, 169, 177

E

Educação 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 37, 39, 41, 42, 43, 50, 51, 52, 54, 63, 64, 65, 66, 73, 74, 76, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91,

92, 93, 94, 95, 96, 101, 115, 116, 118, 121, 122, 126, 127, 130, 134, 135, 136, 147, 150, 151, 153, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 166, 167, 168, 171, 176, 178, 179, 180, 181, 182, 190, 191, 192

Educação Básica 1, 2, 5, 9, 11, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 23, 25, 31, 39, 54, 66, 73, 76, 84, 87, 88, 90, 91, 93, 94, 134, 160, 161, 162, 163, 168, 190, 192

Educação Estatística 1, 2, 8, 9

Ensino 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 35, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 56, 58, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 82, 83, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 108, 109, 110, 111, 112, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 132, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 141, 143, 145, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 189, 190, 191, 192

Ensino Médio 1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 16, 42, 75, 82, 96, 108, 109, 110, 111, 112, 115, 116, 117, 122, 123, 158, 161, 162, 163, 168, 169, 171, 172, 176, 192

Escola 8, 13, 15, 17, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 27, 40, 41, 43, 48, 50, 52, 54, 55, 57, 58, 63, 65, 73, 76, 77, 87, 88, 94, 122, 123, 125, 127, 130, 131, 132, 134, 135, 137, 141, 145, 150, 151, 158, 168, 177, 180, 182, 183, 190

Etnomatemática 96, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 155, 158, 159

Experiência 12, 16, 18, 22, 27, 33, 44, 45, 54, 55, 74, 92, 96, 130, 145, 147, 169, 172, 176, 177, 192

F

Financeira 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96

Física 39, 137, 192

Formação continuada 10, 49, 76

Formação Inicial 12, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 29, 30, 31, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 45, 46, 48, 49, 83, 85, 87, 88, 89, 91, 95

Funções 74, 108, 110, 112, 116

G

GeoGebra 9, 37, 74, 75, 76, 78, 80, 81, 82

Geometria 9, 37, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 76, 86, 117, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 134, 135, 137, 138, 144, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 187, 189, 190, 191

H

História 22, 42, 75, 87, 116, 117, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 134, 135, 137, 139, 140, 141, 142, 144, 145, 147, 168

I

Interdisciplinar 4, 18, 86, 87, 127, 129, 142, 145, 160, 161, 169, 172, 175, 176, 177, 185

Interpretação 9, 15, 43, 53, 124, 127, 139, 174

L

Leitura 9, 15, 18, 36, 42, 45, 90, 91, 127, 129, 130, 131, 132, 134, 139, 140, 146

Literatura 7, 14, 31, 53, 57, 93, 111, 119, 128, 129, 135, 136, 138, 139, 140, 141, 147, 172

Livros 6, 7, 10, 22, 48, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 72, 96, 109, 110, 112, 115, 116, 140, 153, 158, 159, 168, 178, 179, 180, 182, 183, 189, 190

M

Mapas 15, 127, 129, 130, 132, 133, 134, 138

Matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 72, 73, 74, 75, 76, 79, 82, 83, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 105, 106, 107, 109, 110, 111, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 143, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 152, 153, 154, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 176, 177, 180, 182, 183, 190, 191, 192

P

PCN 1, 2, 21, 22, 23, 53, 69, 72, 109, 177

Pensamento geométrico 137, 138, 147, 179

PIBID 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

Planejamento 5, 14, 16, 17, 18, 26, 27, 48, 73, 87, 126, 166, 167, 174

Polivalentes 27, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 49, 50

Professor de matemática 20, 83, 93, 95

Projeto 1, 2, 5, 6, 10, 12, 14, 17, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 37, 39, 49, 52, 68, 69, 72, 73, 76, 83, 86, 87, 89, 93, 94, 95, 118, 122, 123, 124, 152, 153, 154, 167, 169, 171, 172, 174, 176, 177

R

Raciocínio 6, 22, 47, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63, 64, 67, 97, 98, 102, 103, 107, 119, 121, 122, 123, 136, 138, 151, 156

Racionais 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 109, 153

Recurso didático 36, 37, 38, 128, 129, 179, 181, 190

Relação com o saber 63

Resolução de problemas 1, 4, 24, 47, 49, 76, 97, 98, 99, 100, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 122,

126, 128, 129, 130, 134, 135, 136, 138, 139, 147

S

Saberes 1, 5, 22, 23, 27, 28, 39, 42, 43, 44, 45, 49, 50, 51, 63, 85, 94, 148, 150, 151, 152, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 163, 167

Sala de aula 16, 18, 22, 23, 26, 27, 29, 32, 34, 37, 38, 39, 46, 48, 57, 58, 64, 66, 67, 76, 78, 92, 98, 102, 118, 122, 123, 124, 125, 126, 139, 141, 145, 150, 152, 164, 165, 166, 167, 169, 171, 176, 177, 181, 190

T

Tecnologias 4, 5, 6, 11, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 76, 82, 163, 177, 183, 187, 188

 **Atena**
Editora

2 0 2 0