

# PROSPECÇÃO DE PROBLEMAS E SOLUÇÕES NAS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS



**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES  
(ORGANIZADOR)**

**Atena**  
Editora  
Ano 2020

# PROSPECÇÃO DE PROBLEMAS E SOLUÇÕES NAS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS



**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES  
(ORGANIZADOR)**

**Atena**  
Editora  
Ano 2020

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Diagramação:** Natália Sandrini de Azevedo

**Edição de Arte:** Lorena Prestes

**Revisão:** Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie di Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná



Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Fernando José Guedes da Silva Júnior – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão



Profª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
 Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
 Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
 Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
 Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
 Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
 Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
 Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
 Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
 Prof. Me. Douglas Santos Mezacas -Universidade Estadual de Goiás  
 Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
 Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
 Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
 Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
 Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
 Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
 Prof. Me. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
 Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
 Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
 Profª Ma. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
 Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
 Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
 Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
 Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
 Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
 Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
 Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual de Maringá  
 Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
 Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
 Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
 Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
 Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

P966    Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas  
 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado  
 Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF  
 Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  
 Modo de acesso: World Wide Web  
 Inclui bibliografia  
 ISBN 978-65-86002-71-3  
 DOI 10.22533/at.ed.713200204

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas e soluções. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes.

CDD 510.7

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

Atena Editora  
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

Esta obra intitulada “Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas” contém um aporte teórico vasto no que refere-se ao ensino, aprendizagem e solução de problemas nas ciências matemáticas.

Em tempos atuais esta ciência tem ocupado um papel de grande importância na sociedade, já que representa uma grande ferramenta em mundo repleto de informações expostas pelas mídias, capaz de auxiliar todo cidadão a analisar e inferir sobre tais informações.

Vários temas aqui são abordados, interdisciplinaridade, pensamento matemático, modelagem matemática, formação de professores, dentre outros que permeiam as discussões acerca das ciências matemáticas. Alguns conteúdos específicos também aparecem nesta obra de uma maneira muito significativa, trazendo relatos e estudos relacionados ao ensino e aprendizagem de tais conteúdos em diversas etapas de estudo.

Cabe ressaltar ainda, o viés interdisciplinar deste e-book, apontando a direção para pesquisas que buscam a contextualização da matemática e a sua aproximação com outras áreas de ensino, bem como a modelagem de problemas reais, prospectando problemas e soluções nas ciências exatas, por meio da pesquisa e da tecnologia.

Ao leitor, desejo um bom estudo e que ao longo dos capítulos possa perceber a importância da matemática na solução de problemas que envolvem a sociedade. E que também possa fomentar ainda mais o desejo pelo desenvolvimento de pesquisas científicas que movem o conhecimento nas ciências matemáticas, assim como fazem os autores que compõem esta grandiosa obra.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
O ENSINO E APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: ATIVIDADE INTERDISCIPLINAR ENVOLVENDO TEMAS RELACIONADOS À SAÚDE	
Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves	
DOI 10.22533/at.ed.7132002041	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>13</b>
O PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO A PARTIR DE QUESTÕES SOBRE FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO	
Wagner Gomes Barroso Abrantes Felipe da Silva Souza	
DOI 10.22533/at.ed.7132002042	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>26</b>
REFLEXÕES METODOLÓGICAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Elisângela Guimarães Firmino Neivaldo Rodrigues dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.7132002043	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>38</b>
O USO DOS JOGOS DE BLOCOS DE MONTAR NO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS	
Frederico Braidá Rodolfo Eduardo Vertuan Rodrigo Manoel Dias Andrade	
DOI 10.22533/at.ed.7132002044	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>49</b>
O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO: PRINCÍPIOS DA REFORMA CURRICULAR DE MATEMÁTICA DE PORTUGAL	
Júlio César Deckert da Silva Ruy César Pietropaolo	
DOI 10.22533/at.ed.7132002045	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>61</b>
ALGUMAS DISCUSSÕES SOBRE O TEOREMA DE LAGRANGE E OS TEOREMAS DE SYLOW	
Adina Veronica Remor Wiliam Francisco de Araujo	
DOI 10.22533/at.ed.7132002046	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>75</b>
A RELEVÂNCIA MATEMÁTICA DOS NÚMEROS IMAGINÁRIOS E COMPLEXOS	
Bruno Luiz Silva Rodrighero Daiane Ferreira da Silva Rodrighero	
DOI 10.22533/at.ed.7132002047	



<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>86</b>
MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO CRESCIMENTO POPULACIONAL DA CIDADE DE TUPÃSSI/PR	
Vitória Fenilli Vidaletti Jahina Fagundes de Assis Hattori Thays Menegotto de Freitas	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7132002048</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>98</b>
MODELO MATEMÁTICO DE UM PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO DE PLÁSTICO EM MOLDE	
Santiago del Rio Oliveira André Luiz Salvat Moscato	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7132002049</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>110</b>
MODELAGEM MATEMÁTICA DO ATRASO NO SINAL DE SONDAS DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO EMPREGANDO TRANSFORMADA DE LAPLACE	
Samuel Conceição de Oliveira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.71320020410</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>120</b>
ESPAÇO E FORMA: A FORMAÇÃO DO PEDAGOGO E A LEGISLAÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Luciano Tadeu Corrêa Medeiros	
<b>DOI 10.22533/at.ed.71320020411</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>133</b>
ABRINDO PORTAS: UMA GENERALIZAÇÃO DO PROBLEMA DE MONTY HALL	
Ana Caroline de Almeida Silva João Vitor Teodoro Douglas Silva Maioli	
<b>DOI 10.22533/at.ed.71320020412</b>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>142</b>
O JOGO CORRIDA DE CAVALOS COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DA COMBINÁTORIA E DA PROBABILIDADE COM ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Patricia de Medeiros Silva Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.71320020413</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>153</b>
DISCURSO DE ESTUDANTES DO 7º PERÍODO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA ACERCA DO ERRO DE ALUNOS RESOLVENDO ATIVIDADES MATEMÁTICAS	
José Ferreira dos Santos Júnior Pedro Lucio Barboza	
<b>DOI 10.22533/at.ed.71320020414</b>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>163</b>
A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E O JOGO DE REGRAS MANCALA À LUZ DA TEORIA PIAGETIANA	
Maria Fernanda Maceira Mauricio Sidney Lopes Sanchez Júnior Francismara Neves de Oliveira	

Guilherme Aparecido de Godoi  
DOI 10.22533/at.ed.71320020415

<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>178</b>
PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ECONÔMICO PARA O MANEJO DE PLANTAS DANINHAS Elenice Weber Stiegelmeier DOI 10.22533/at.ed.71320020416	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>189</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>190</b>

## ABRINDO PORTAS: UMA GENERALIZAÇÃO DO PROBLEMA DE MONTY HALL

*Data de aceite: 23/03/2020*

*Data de submissão: 17/01/2020*

**Ana Caroline de Almeida Silva**

Universidade Federal Fluminense - UFF  
Niterói – Rio de Janeiro  
<http://lattes.cnpq.br/3657350923435278>

**João Vitor Teodoro**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro,  
Campus Universitário de Iturama  
Iturama – Minas Gerais  
<http://lattes.cnpq.br/9933198615339867>

**Douglas Silva Maioli**

Universidade Estadual de Campinas - Unicamp  
Campinas – São Paulo  
<http://lattes.cnpq.br/4477954531441251>

**RESUMO:** Este texto apresenta uma simulação computacional e uma modelagem, por meio de probabilidade condicional, das probabilidades de uma generalização do problema de Monty Hall, que envolve um jogo tradicional de escolha e abertura de portas e premiação do participante com o objeto escondido por estas, considerando que haja mais portas no palco, generalizando a situação original de apenas três, objetivando verificar se nesta situação é mais vantajoso trocar ou manter a porta escolhida inicialmente. Foi possível concluir

que sempre é viável efetuar a troca, de forma a maximizar a probabilidade de obter a melhor premiação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Monty Hall, Probabilidade, Jogo, Simulação.

### OPENING DOORS: A GENERALIZATION OF THE MONTY HALL PROBLEM

**ABSTRACT:** This text presents a computational simulation and a conditional probability modeling of the probabilities of a generalization of the Monty Hall problem, which involves a traditional game of choice and opening of doors and prize of the participant with the object hidden by them, considering that there are more doors on the stage, generalizing the original situation of only three, aiming to verify if in this situation it is more advantageous to change or maintain the door initially chosen. It was possible to conclude that it is always feasible to make the exchange, in order to maximize the probability of obtaining the best award.

**KEYWORDS:** Monty Hall, Probability, Game, Simulation.

### 1 | INTRODUÇÃO

O problema de Monty Hall, também



conhecido como o problema das três portas, surgiu a partir de um jogo do programa televisivo americano *Let's Make a Deal* (Vamos Fazer um Acordo) apresentado por Monty Hall. No palco se encontrava três portas, de modo que, atrás de uma delas havia um carro e em cada uma das demais, um bode. E o jogo se desenvolve da seguinte maneira:

- Primeiramente o participante escolhe uma das três portas.
- Logo após, o apresentador do programa, que sabe o que há atrás de cada porta, abre uma das portas não escolhidas pelo participante, revelando um bode.
- Então, o convidado pode optar em permanecer com a porta selecionada inicialmente ou trocar pela outra porta que ainda permanece fechada, sendo contemplado com o prêmio correspondente à porta de sua escolha.

O problema está em determinar se a melhor opção é mudar de porta ou, se em ambas as alternativas, o jogador tem a mesma probabilidade de ganhar o carro, já que restaram duas portas.

Assim que o problema foi lançado, houve várias tentativas de resolvê-lo, causando calorosas discussões entre matemáticos famosos sobre a solução correta. O problema foi enviado a Marilyn vos Savant, famosa por entrar no Guinness Book por ter o maior QI registrado. Ela afirmou que era vantajoso trocar de porta, porém, 92% dos norte-americanos, quase mil PhDs e o renomado matemático Paul Erdős achavam que ela estava errada (MLODINOW, 2009).

Intuitivamente, pode-se pensar que após o apresentador abrir uma porta que contém um bode, o participante tem um novo dilema de escolha que envolve duas portas e um prêmio desejado, tendo 50% de chance de ganhar este prêmio, ou seja, a mesma chance de ganhar trocando ou mantendo a porta inicial e, ainda, com alguma vantagem, já que a probabilidade de escolher a porta correta inicialmente era de 33,33% e passou a ser 50%. No entanto, esta resposta está incorreta.

## 2 | EXPLORANDO O JOGO TRADICIONAL COM TRÊS PORTAS

Diferente do que muita gente acredita, o melhor é trocar de porta, uma vez que a escolha da porta que será aberta pelo apresentador não é feita aleatoriamente, ela depende da primeira escolha do participante. O apresentador nunca abrirá uma porta premiada! Ao abrir uma porta não premiada ele não gera um novo jogo, mas dá informações adicionais ao participante sobre a localização do prêmio. Mudar de porta também depende da porta escolhida inicialmente, aumentando as chances de ganhar. Mostraremos que, após aberta uma porta pelo apresentador, a probabilidade de ganhar o prêmio trocando de porta passa de 33,33% para 66,67%.

Como há uma porta com carro e duas com cabra, então, inicialmente a

probabilidade de escolher a porta com o carro é de  $\frac{1}{3}$  e a de escolher uma porta com cabra é de  $\frac{2}{3}$ , entretanto, após uma das portas com uma cabra ser descartada pelo apresentador, devemos utilizar probabilidade condicional, ou seja, calcular a probabilidade do jogador ganhar o carro, dado que determinada porta foi descartada, para tal, é apresentado o diagrama da figura 1.

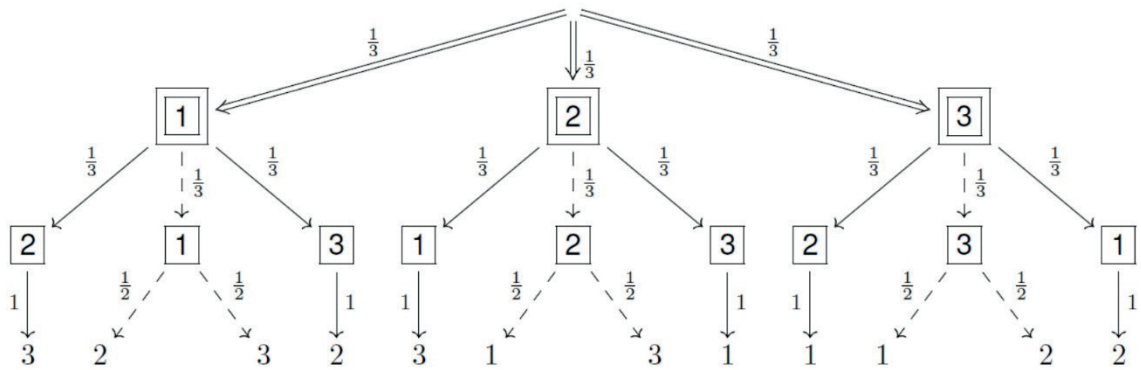


Figura 1. Diagrama de árvore para o caso de três portas no jogo das portas.

Sejam os números em caixa dupla as portas com o carro, os números em caixa simples as portas escolhidas pelo jogador, e os números não envoltos por caixa as portas abertas pelo apresentador. Além disso, cada caminho representa um possível evento, de forma que, aqueles demarcados por setas tracejadas representam os casos em que a porta escolhida inicialmente pelo jogador é a premiada, aqueles demarcados por setas simples representam os casos cuja porta escolhida inicialmente pelo jogador não é a premiada e as setas duplas determinam os casos possíveis para porta premiada. Os valores em meio às setas, determinam a probabilidade correspondente ao evento desta seta. Sendo assim, o cálculo da probabilidade de eventos sucessivos é dado pelo produto das probabilidades das setas associadas. Deste modo, para calcular a probabilidade de o jogador ganhar o carro sem trocar a porta escolhida desde o início, multiplicamos as probabilidades de cada caminho demarcado por setas pontilhadas e depois somamos esses resultados:

$$\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

De forma similar, calculemos a probabilidade de o jogador ganhar o carro se trocar de porta, ou seja, nos casos onde as setas são simples:

$$\frac{1}{3} \frac{1}{3} 1 + \frac{1}{3} \frac{1}{3} 1 + \frac{1}{3} \frac{1}{3} 1 + \frac{1}{3} \frac{1}{3} 1 + \frac{1}{3} \frac{1}{3} 1 + \frac{1}{3} \frac{1}{3} 1 = \frac{2}{3}$$

O cálculo das probabilidades associadas ao problema de Monty Hall também pode ser realizado utilizando o teorema de Bayes, que se utiliza das probabilidades

condicionadas.

A partir desta ideia surgiram inúmeras variações do problema. Um problema similar, porém, mais complexo, pode ser obtido considerando que haja mais portas no palco. Neste cenário ainda continua sendo mais vantajoso trocar de porta?

### 3 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Diante à necessidade de uma análise prévia desta situação, utilizou-se simulação computacional para obter valores aproximados para as probabilidades. Para tal, empregando o software estatístico R, foi implementado um algoritmo que simula 1 milhão de ensaios para cada número de portas dentre 3, 4, 5, 10, 50, 100 e 1000. Representamos pelo gráfico da figura 2 a comparação das frequências relativas de vitória do competidor quando troca e quando permanece na porta escolhida a priori, estabelecendo relação com a concepção frequentista de probabilidade (DANTAS, 2008):

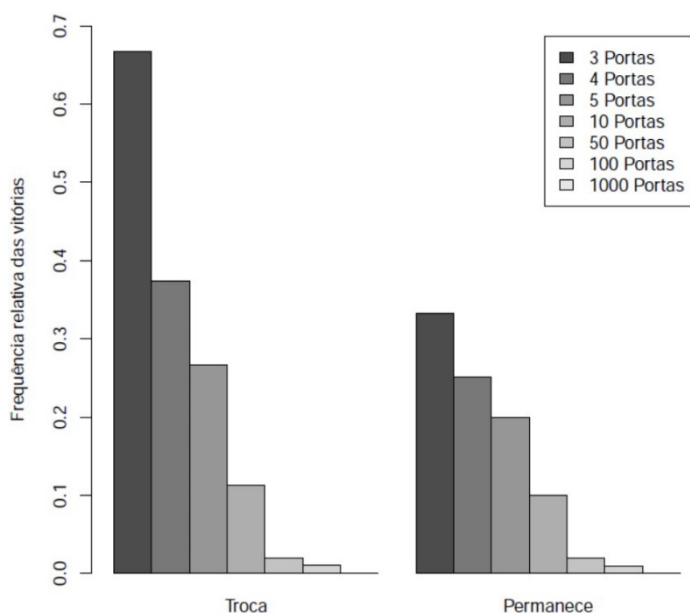


Figura 2. Gráfico de frequência relativa da simulação do jogo para 3, 4, 5, 10, 50, 100 e 1000 portas.

Portanto, por meio da avaliação gráfica, é possível concluir que, para estes casos, com o número maior de portas, é viável trocar. Mas, apenas com a simulação não é possível obter os valores exatos das probabilidades, o que impossibilita estudar os resultados para uma quantidade qualquer de portas, principalmente maiores que 1000. Assim, elaboramos, por meio de uma análise sistemática, expressões que determinam as probabilidades conforme o número de portas.

Utilizando um diagrama de árvore para o caso geral de  $n$  portas, com  $n \geq 3$  (o jogo não faz sentido quando há menos que três portas), podemos determinar uma



expressão matemática para calcular a probabilidade de ganhar trocando ou não de portas.

Para facilitar o estudo sistemático do problema é conveniente dividi-lo em dois casos que dependem da escolha inicial do participante, sendo o primeiro quando ele escolhe inicialmente a porta premiada e o segundo quando escolhe inicialmente uma porta não premiada.

É importante salientar que o interesse do jogador é sempre ganhar, por isto, deve-se supor as condições necessárias para que esse desejo se concretize, portanto, nos dois casos que apresentaremos iremos calcular a probabilidade de o participante ganhar. Sem perda de generalidade, consideraremos o caso em que a porta número 1 seja premiada. Os casos em que outras portas são premiadas são equivalentes, e são contabilizados ao considerar o número total de portas existentes no jogo, multiplicando-o às probabilidades. Os valores nas setas determinam a probabilidade correspondente ao evento da mesma, e em ambos os casos o cálculo da probabilidade de eventos sucessivos é dado pelo produto das probabilidades das setas associadas.

### 3.1 Caso 1: Participante escolhe inicialmente a porta premiada

É evidente que, ao escolher inicialmente a porta premiada, o participante ganha se, e somente se, mantém a porta escolhida até o fim. Portanto, este caso determina a probabilidade de ganhar dado que o participante mantém a porta escolhida inicialmente como consta no diagrama da figura 3.

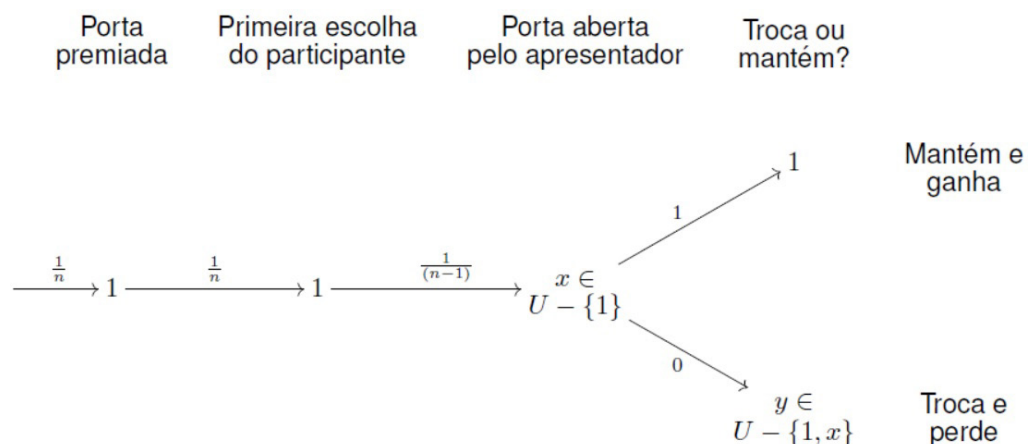


Figura 3. Diagrama de árvore para o caso em que o participante escolhe inicialmente uma porta premiada no jogo das portas.

Em que,  $U$  é o conjunto das portas dispostas no palco.

O participante pode escolher apenas um elemento no conjunto universo de portas  $U$ , e para satisfazer este primeiro caso, sua escolha deve ser o único elemento premiado do conjunto de portas. O apresentador pode escolher um

elemento qualquer do conjunto de portas, não premiada, e para que o jogador ganhe, é necessário que ele mantenha a porta. Sendo assim, diante a probabilidade a ser calculada ( $P(G|M)$ ), a probabilidade de ele trocar de porta, é nula, pois a priori já é certo que ele mantém. Observe que manter e perder ou trocar e ganhar não são cenários possíveis, mesmo sem a informação a priori.

Pode-se determinar  $P(G|M)$  como o produto das probabilidades das ocorrências associadas ao evento em que ele mantém e ganha, multiplicado pelo número de portas que pode ser a premiada ( $n$ ) e pelo número de portas que o apresentador pode abrir ( $n-1$ ):

$$P(G|M) = n(n-1) \left[ \frac{1}{n} \frac{1}{n} \frac{1}{n-1} 1 \right] = \frac{1}{n}$$

### 3.2 Caso 2: Participante escolhe inicialmente uma porta não premiada

Indiscutivelmente, nessas condições, o jogador ganha somente se trocar de porta. Logo, este caso define a probabilidade de ganhar dado que o participante troca de porta ( $P(G|T)$ ) como mostra o diagrama apresentado na figura 4:

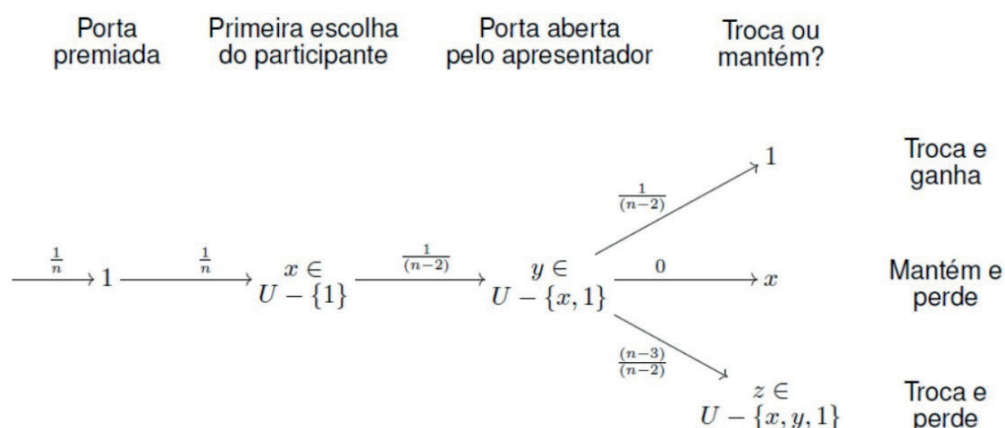


Figura 4. Diagrama de árvore para o caso em que o participante escolhe inicialmente uma porta não premiada no jogo das portas.

Em que,  $U$  é o conjunto das  $n$  portas dispostas no palco.

Neste caso, o participante pode escolher um elemento qualquer do conjunto de portas não premiadas, então o apresentador pode escolher um elemento qualquer do conjunto universo exceto a porta premiada e a escolhida pelo jogador. Para que o jogador ganhe nesta situação, é necessário que ele troque de porta. Porém, ao trocar, ele pode fazer uma boa ou uma má escolha, trocando pela porta premiada e ganhando ou trocando por uma outra porta sem o prêmio (ou porta com o bode) e perdendo. Assim, a probabilidade de ele ganhar dado que troca fica dividida entre dois casos, um de sucesso e um de fracasso, enquanto que, diante a probabilidade a ser calculada ( $P(G|T)$ ), manter a escolha inicial não pode ocorrer, dado a informação

a priori que ele troca. Observemos que, manter e ganhar é um cenário impossível, mesmo sem a informação a priori.

Para determinar  $P(G|T)$  faz-se o produto entre o número de portas que podem estar premiadas ( $\eta$ ), o número de portas não premiadas cujo participante pode escolher ( $\eta - 1$ ), o número de portas que o apresentador pode abrir ( $n - 2$ ) e o produto das probabilidades das ocorrências associadas ao evento em que ele troca e ganha:

$$P(G|T) = n(n - 1)(n - 2) \left[ \frac{1}{n} \frac{1}{n - 1} \frac{1}{n - 2} \right] = \frac{n - 1}{n(n - 2)}$$

Os valores de probabilidade calculados por meio da expressão probabilística foram confrontados com os valores obtidos na simulação (Figura 2) e, assim, pôde-se verificar a sua validade, conforme apresentado na tabela 1.

Número de portas ( $n$ )	Probabilidade de Ganhar	
	Trocando $\left(\frac{n-1}{n(n-2)}\right)$	Mantendo $\left(\frac{1}{n}\right)$
3	0,66	0,33
4	0,37	0,25
5	0,26	0,2
10	0,1125	0,1
50	0,0204	0,02
100	0,0101	0,01
1000	0,001002	0,001

Tabela 1. Probabilidade de ganhar trocando ou mantendo a porta, por número de portas.

Após resolver apenas o problema original pode-se conjecturar que as probabilidades de ganhar trocando e mantendo são sempre complementares, quando na verdade não são, fato evidenciado na tabela 1. O jogo com três portas é um caso especial do problema, em que no Caso 2, onde o participante escolhe inicialmente uma porta não premiada ao trocar de porta ele tem apenas uma opção de escolha que é a porta premiada, enquanto nos outros casos é possível trocar e perder.

É possível perceber, através do estudo de limites das expressões obtidas que, conforme o número de portas aumenta, as probabilidades de vencer tendem a zero.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 1}{n(n - 2)} = 0$$

Já que esta probabilidade de ganhar, trocando ou não, fica reduzida conforme



se aumenta o número de portas no jogo, pois, se considerarmos  $n_1 < n_2$  teremos  $\frac{1}{n_2} < \frac{1}{n_1}$  e  $\frac{n_2-1}{n_2(n_2-2)} < \frac{n_1-1}{n_1(n_1-2)}$ . Este fato também pode ser observado no gráfico (figura 2), pois ele decresce.

Note que  $\frac{n-1}{n(n-2)} > \frac{1}{n}$  é sempre verdade para todo  $n \geq 3$  com  $n$  natural.

Com efeito, pois

$$\begin{aligned} -1 &> -2 \\ n-1 &> n-2 \\ n(n-1) &> n(n-2) \\ \frac{n-1}{n(n-2)} &> \frac{1}{n} \end{aligned}$$

Em que, na última passagem, houve a multiplicação por  $\frac{1}{n^2(n-1)}$ .

Além disso, a diferença entre a probabilidade de ganhar trocando e a de ganhar mantendo a porta diminui quando  $n$  cresce, pois  $\frac{n_2-1}{n_2(n_2-2)} - \frac{1}{n_2} < \frac{n_1-1}{n_1(n_1-2)} - \frac{1}{n_1}$  se  $n_1 < n_2$ .

De qualquer forma, trocar de porta sempre fornece maior chance de ganhar.

É possível determinar também, a probabilidade de ganhar ( $P(G)$ ), utilizando o Teorema de Probabilidade Total:

$$P(G) = P(T)P(G|T) + P(M)P(G|M)$$

Em que,  $P(T)$  é a probabilidade de o jogador trocar a porta e  $P(M)$  é a probabilidade de o jogador manter a porta escolhida inicialmente.

De modo que  $P(T) = 1 - P(M)$ , ou seja, as probabilidades de o jogador trocar e de manter são complementares.

Podemos supor, por exemplo, que o jogador decide aleatoriamente entre trocar e manter, com mesmo peso, ou seja,  $P(T) = P(M) = \frac{1}{2}$ , então  $P(G) = \frac{1}{2}P(G|T) + \frac{1}{2}P(G|M)$ , assim, dados  $P(G|T)$  e  $P(G|M)$  já calculados, temos:

$$P(G) = \frac{1}{2} \frac{n-1}{n(n-2)} + \frac{1}{2} \frac{1}{n} = \frac{2n-3}{2n(n-2)}$$

Perder é o complementar de ganhar, assim,  $P(P) = 1 - P(G)$

Para  $n = 3$ ,  $P(G) = P(P) = \frac{1}{2}$ , ou seja, no caso em que o jogador não sabe que manter é mais vantajoso e decide aleatoriamente se troca ou não, tem mesma probabilidade de ganhar ou perder.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mesmo aumentando o número de portas, ainda é vantajoso para o participante trocar de porta, uma vez que a probabilidade de ele ganhar trocando é sempre

maior que a probabilidade de ele ganhar mantendo a porta escolhida inicialmente. Trocar de porta não garante a vitória, mas é a melhor estratégia. Outros estudos podem ser realizados variando o número de portas abertas pelo apresentador, o número de portas que o competidor pode escolher e o número de portas premiadas.

## REFERÊNCIAS

DANTAS, C. A. B. **Probabilidade**: Um Curso Introdutório. Vol. 10. 3 ed. São Paulo: Edusp, 2008.

MLODINOW, L. **The drunkard's walk**: How randomness rules our lives. 1 ed. London: Penguin Books, 2009.

## ÍNDICE REMISSIVO

### B

Bioprocessos 110, 111, 118  
Blocos de Montar 38, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 47

### C

Combinatória 123, 142, 143, 144, 146, 148, 149, 150, 151, 152  
Construção do Conhecimento 45, 161, 163, 165  
Crescimento Populacional 86, 87, 91, 96, 97

### D

Discurso 5, 153, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161

### E

Educação Financeira 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 35, 36  
Estatística 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 42, 55, 57, 86, 122, 123, 189

### F

Funções 13, 16, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 43, 49, 51, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 64, 66, 75, 76, 80, 81, 82, 84, 107, 177  
Futuros Professores 5, 153, 155, 156, 158, 159, 160

### G

Geometria 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 48, 49, 50, 51, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 120, 122, 123, 124, 126, 127, 128, 129, 131, 132

### I

Interdisciplinaridade 1, 2, 4, 5, 6, 11, 12, 189

### J

Jogos 32, 34, 38, 39, 40, 44, 45, 46, 47, 48, 126, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 159, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 173, 174, 175, 176, 177

### M

Manejo De Plantas Daninhas 178, 180, 182, 183, 187  
Matemática Aplicada à Engenharia 98  
Matemática Financeira 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34  
Modelagem Matemática 58, 86, 87, 96, 110, 111, 113  
Modelos Matemáticos 86, 87, 96, 98, 100

## N

Números Complexos 55, 56, 57, 75, 76, 79, 80, 82, 83, 84

## O

Otimização 178, 180, 182, 187, 188

## P

Pensamento Matemático Avançado 13, 14, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 25

Plano Complexo 57, 75, 76, 82, 83, 84

Probabilidade 4, 11, 42, 55, 122, 123, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 146, 150, 151, 152

Programação não Linear 178, 180, 183, 187

## R

Reforma Curricular 49, 50, 51, 54, 55, 60

## S

Séries Iniciais 120, 121, 122, 123, 124, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 176

Solidificação 98, 99, 100, 101, 102, 103, 108

## T

Teorema de Lagrange 61, 62, 65, 66, 67, 70, 74

Teoria de Grupos 61, 62, 63, 65, 74

Transformações Geométricas 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 57, 58, 60

 **Atena**  
Editora

**2 0 2 0**