

PROSPECÇÃO DE PROBLEMAS E SOLUÇÕES NAS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS



**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES
(ORGANIZADOR)**

Atena
Editora
Ano 2020

PROSPECÇÃO DE PROBLEMAS E SOLUÇÕES NAS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS



**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES
(ORGANIZADOR)**

Atena
Editora
Ano 2020

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação: Natália Sandrini de Azevedo

Edição de Arte: Lorena Prestes

Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa

Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia

Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá

Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões

Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice

Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão

Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador

Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano

Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás

Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná

Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Fernando José Guedes da Silva Júnior – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão

Prof^a Dr^a Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
 Prof^a Dr^a Andrezza Miguel da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
 Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
 Prof^a Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
 Prof^a Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
 Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
 Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
 Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
 Prof^a Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
 Prof. Me. Douglas Santos Mezacas -Universidade Estadual de Goiás
 Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
 Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
 Prof^a Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
 Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
 Prof^a Dr^a Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
 Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
 Prof. Me. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
 Prof^a Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
 Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
 Prof^a Ma. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
 Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
 Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
 Prof^a Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Prof^a Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
 Prof^a Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
 Prof^a Dr^a Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
 Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
 Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual de Maringá
 Prof^a Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
 Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
 Prof^a Ma. Renata Luciane Posaque Young Blood – UniSecal
 Prof^a Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
 Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

P966 Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas
 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado
 Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF
 Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
 Modo de acesso: World Wide Web
 Inclui bibliografia
 ISBN 978-65-86002-71-3
 DOI 10.22533/at.ed.713200204

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas e soluções. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

Esta obra intitulada “Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas” contém um aporte teórico vasto no que refere-se ao ensino, aprendizagem e solução de problemas nas ciências matemáticas.

Em tempos atuais esta ciência tem ocupado um papel de grande importância na sociedade, já que representa uma grande ferramenta em mundo repleto de informações expostas pelas mídias, capaz de auxiliar todo cidadão a analisar e inferir sobre tais informações.

Vários temas aqui são abordados, interdisciplinaridade, pensamento matemático, modelagem matemática, formação de professores, dentre outros que permeiam as discussões acerca das ciências matemáticas. Alguns conteúdos específicos também aparecem nesta obra de uma maneira muito significativa, trazendo relatos e estudos relacionados ao ensino e aprendizagem de tais conteúdos em diversas etapas de estudo.

Cabe ressaltar ainda, o viés interdisciplinar deste e-book, apontando a direção para pesquisas que buscam a contextualização da matemática e a sua aproximação com outras áreas de ensino, bem como a modelagem de problemas reais, prospectando problemas e soluções nas ciências exatas, por meio da pesquisa e da tecnologia.

Ao leitor, desejo um bom estudo e que ao longo dos capítulos possa perceber a importância da matemática na solução de problemas que envolvem a sociedade. E que também possa fomentar ainda mais o desejo pelo desenvolvimento de pesquisas científicas que movem o conhecimento nas ciências matemáticas, assim como fazem os autores que compõem esta grandiosa obra.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
O ENSINO E APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: ATIVIDADE INTERDISCIPLINAR ENVOLVENDO TEMAS RELACIONADOS À SAÚDE	
Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves	
DOI 10.22533/at.ed.7132002041	
CAPÍTULO 2	13
O PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO A PARTIR DE QUESTÕES SOBRE FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO	
Wagner Gomes Barroso Abrantes Felipe da Silva Souza	
DOI 10.22533/at.ed.7132002042	
CAPÍTULO 3	26
REFLEXÕES METODOLÓGICAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Elisângela Guimarães Firmino Neivaldo Rodrigues dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.7132002043	
CAPÍTULO 4	38
O USO DOS JOGOS DE BLOCOS DE MONTAR NO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS	
Frederico Braidá Rodolfo Eduardo Vertuan Rodrigo Manoel Dias Andrade	
DOI 10.22533/at.ed.7132002044	
CAPÍTULO 5	49
O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO: PRINCÍPIOS DA REFORMA CURRICULAR DE MATEMÁTICA DE PORTUGAL	
Júlio César Deckert da Silva Ruy César Pietropaolo	
DOI 10.22533/at.ed.7132002045	
CAPÍTULO 6	61
ALGUMAS DISCUSSÕES SOBRE O TEOREMA DE LAGRANGE E OS TEOREMAS DE SYLOW	
Adina Veronica Remor Wiliam Francisco de Araujo	
DOI 10.22533/at.ed.7132002046	
CAPÍTULO 7	75
A RELEVÂNCIA MATEMÁTICA DOS NÚMEROS IMAGINÁRIOS E COMPLEXOS	
Bruno Luiz Silva Rodrighero Daiane Ferreira da Silva Rodrighero	
DOI 10.22533/at.ed.7132002047	

CAPÍTULO 8	86
MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO CRESCIMENTO POPULACIONAL DA CIDADE DE TUPÃSSI/PR	
Vitória Fenilli Vidaletti Jahina Fagundes de Assis Hattori Thays Menegotto de Freitas	
DOI 10.22533/at.ed.7132002048	
CAPÍTULO 9	98
MODELO MATEMÁTICO DE UM PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO DE PLÁSTICO EM MOLDE	
Santiago del Rio Oliveira André Luiz Salvat Moscato	
DOI 10.22533/at.ed.7132002049	
CAPÍTULO 10	110
MODELAGEM MATEMÁTICA DO ATRASO NO SINAL DE SONDAS DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO EMPREGANDO TRANSFORMADA DE LAPLACE	
Samuel Conceição de Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.71320020410	
CAPÍTULO 11	120
ESPAÇO E FORMA: A FORMAÇÃO DO PEDAGOGO E A LEGISLAÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Luciano Tadeu Corrêa Medeiros	
DOI 10.22533/at.ed.71320020411	
CAPÍTULO 12	133
ABRINDO PORTAS: UMA GENERALIZAÇÃO DO PROBLEMA DE MONTY HALL	
Ana Caroline de Almeida Silva João Vitor Teodoro Douglas Silva Maioli	
DOI 10.22533/at.ed.71320020412	
CAPÍTULO 13	142
O JOGO CORRIDA DE CAVALOS COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DA COMBINÁTORIA E DA PROBABILIDADE COM ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Patricia de Medeiros Silva Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos	
DOI 10.22533/at.ed.71320020413	
CAPÍTULO 14	153
DISCURSO DE ESTUDANTES DO 7º PERÍODO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA ACERCA DO ERRO DE ALUNOS RESOLVENDO ATIVIDADES MATEMÁTICAS	
José Ferreira dos Santos Júnior Pedro Lucio Barboza	
DOI 10.22533/at.ed.71320020414	
CAPÍTULO 15	163
A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E O JOGO DE REGRAS MANCALA À LUZ DA TEORIA PIAGETIANA	
Maria Fernanda Maceira Mauricio Sidney Lopes Sanchez Júnior Francismara Neves de Oliveira	

Guilherme Aparecido de Godoi
DOI 10.22533/at.ed.71320020415

CAPÍTULO 16	178
PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ECONÔMICO PARA O MANEJO DE PLANTAS DANINHAS Elenice Weber Stiegelmeier DOI 10.22533/at.ed.71320020416	
SOBRE O ORGANIZADOR	189
ÍNDICE REMISSIVO	190

A RELEVÂNCIA MATEMÁTICA DOS NÚMEROS IMAGINÁRIOS E COMPLEXOS

Data de aceite: 23/03/2020

Data de submissão: 02/01/2020.

Bruno Luiz Silva Rodrighero

Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de Rondônia (IFRO)
Ji-Paraná, RO

<http://lattes.cnpq.br/9454531890361792>

Daiane Ferreira da Silva Rodrighero

Universidade Federal de Rondônia (UNIR)
Ji-Paraná, RO

<http://lattes.cnpq.br/1013373319584013>

RESUMO: Este trabalho visa esclarecer a relevância matemática dos números imaginários e complexos. Por meio de uma análise dos conjuntos de uma forma geral e pela história de seu desenvolvimento, são analisadas as dificuldades históricas encontradas para o estabelecimento definitivo de alguns desses conjuntos, assim como do número zero. Posteriormente, chega-se por consequência ao conjunto dos números complexos que surgem do estudo das raízes de funções polinomiais em que a raiz quadrada de números negativos são as únicas soluções possíveis. Tais números são explicados buscando mostrar sua existência e realidade, a despeito de sua pecha de irrealis

e irrelevantes. Finalmente, são analisadas algumas das propriedades dos números complexos, sua aplicação no plano complexo e também sua representação gráfica para uma função quadrática sem raízes reais, desenhada com suas raízes complexas.

PALAVRAS-CHAVE: Conjuntos numéricos; Números Complexos; Plano Complexo; Funções Polinomiais.

THE MATHEMATICAL RELEVANCE OF IMAGINARY AND COMPLEX NUMBERS

ABSTRACT: This paper aims to clarify the mathematical relevance of imaginary and complex numbers. Through an analysis of the numerical sets in general and the history of their development, analyzing the historical difficulties found for the definitive establishment of some of these sets, as well as the number zero. Subsequently, the study of the set of complex numbers that arise from the study of the roots of polynomial functions in which the square root of negative numbers is the only possible solution. Such numbers are explained in an attempt to show their existence and reality, despite their unreal and irrelevant streak. Finally, some of the properties of complex numbers, their application in the complex plane, and their graphical

representation for a quadratic function without real roots, designed with their complex roots, are analyzed.

KEYWORDS: Numerical sets; Complex numbers; Complex plane; Polynomial functions.

1 | INTRODUÇÃO

Tendo em vista a melhor compreensão dos conjuntos numéricos, especialmente dos conjuntos dos números imaginários e complexos, é preciso retroceder e esclarecer os conceitos relativos aos conjuntos existentes mais conhecidos, oferecendo um histórico de seu desenvolvimento e de sua importância na álgebra. Pelo exame das propriedades de tais conjuntos, dos números inteiros, racionais, irracionais, reais etc., e de suas relações algébricas é possível um melhor entendimento do surgimento e da importância do conjunto dos números imaginários e complexos. Mesmo com seu surgimento histórico relacionado ao estudo das funções polinomiais que exigem raízes não existentes no conjunto dos números reais, i.e., a raiz quadrada de números negativos, tais números foram por muito tempo desprezados por não terem uma nomenclatura apropriada e uma exemplificação mais clara. Assim, a clássica representação do conjunto dos números não-complexos por meio de uma linha, em duas dimensões, é suficiente para a compreensão de tais números, porém não para os imaginários e complexos. Tal limitação gráfica é eliminada pelo estabelecimento do plano complexo que permite também a representação gráfica das funções polinomiais e de suas raízes de forma completa. Portanto, partindo desta ampliação necessária para a representações dos conjuntos numéricos por meio do plano complexo que completa a representação gráfica das funções polinomiais, será possível afastar a pecha, infundada, de que os números complexos e imaginários não existem, ou mesmo, que não têm importância ou relevância no estudo da Matemática.

2 | OS CONJUNTOS NUMÉRICOS

Para assimilar o estudo dos números imaginários e complexos, convém recuar e analisar os conceitos básicos de conjunto numérico, o surgimento histórico dos principais conjuntos e seu desenvolvimento, para então tratar dos imaginários e complexos.

Os conjuntos numéricos são grupos de números com características comuns. Cada grupo tem características específicas, porém há grupos numéricos que contém outros grupos. Cada grupo numérico têm sua história particular, cf. Figura 1.

O mais conhecido e antigo conjunto numérico representa os números naturais não nulos, que surgiu em tempo imemorial da necessidade de contagem dos povos

primitivos. Já o aparecimento do zero como número em si levou muitos séculos para se desenvolver por não ter um conceito tangível. O fato de ele não fazer muito sentido lógico, quanto a operações de contagem simples, atrasou seu surgimento. Já o zero como notação posicional, por outro lado, surgiu possivelmente no XVIII século a.C., com a civilização Egípcia. Entretanto, o zero como número em si surgiu possivelmente entre os anos 600 e 700 d.C., por meio das civilizações na Índia, Pérsia e Camboja (KAPLAN, 2008).

Civilização	Período Histórico	Exemplos de Numerais	Frações	Zero Como Posicional	Zero	Negativos	Números Imaginários	Eixo de Números
Pré-histórico	<3000 BC	I II III	×	×	×	×	×	$\begin{array}{cccc} \bullet & \bullet & \bullet & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \end{array}$
Egito Antigo	1740BC		✓	✓	×	×	×	$\begin{array}{ccccccc} \circ & & & & & & \\ 1 & 2 & 3 & & & & \end{array}$
Babilônia	300BC		✓	✓	×	×	×	$\begin{array}{ccccccc} \circ & & & & & & \\ 1 & 2 & 3 & & & & \end{array}$
Olmecas	700-400BC		✓	✓	×	×	×	$\begin{array}{ccccccc} \circ & & & & & & \\ 1 & 2 & 3 & & & & \end{array}$
Gregos	500BC-100AD	Σ Μ Α	✓	×	×	×	×	$\begin{array}{ccccccc} \circ & & & & & & \\ 1 & 2 & 3 & & & & \end{array}$
China	200BC-200AD		✓	✓	×	✓	×	$\begin{array}{ccccccc} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ -3 & -2 & -1 & 1 & 2 & 3 & \end{array}$
Romanos	27 BC-476AD	II III VII	×	×	×	×	×	$\begin{array}{cccc} \bullet & \bullet & \bullet & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \end{array}$
Camboja	700AD		✓	✓	✓	×	×	$\begin{array}{ccccccc} \bullet & & & & & & \\ 1 & 2 & 3 & & & & \end{array}$
Índia + Pérsia	600-1000AD	1 2 3 4	✓	✓	✓	✓	×	$\begin{array}{ccccccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$
Europa Medieval	500-1400AD	II III VII	×	×	×	×	×	$\begin{array}{cccc} \bullet & \bullet & \bullet & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \end{array}$
Europa Renascentista	1300-1700AD	1, 2, 3	✓	✓	✓	✓	×	$\begin{array}{ccccccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$
Era Moderna	>1700 AD	1, 2, 3	✓	✓	✓	✓	✓	$\begin{array}{ccc} \frac{1}{i} & & \\ -1 & & 1 \\ & & -i \end{array}$

Figura 1: Classificação das civilizações antigas até a era moderna quanto aos tipos numéricos existentes e sua possível data de surgimento

Fonte: Adaptado de apud Welch (2016).

O conjunto dos números inteiros, excluindo o zero, inclui o conjunto dos números naturais. Ele surgiu posteriormente, encontrando resistência pela introdução do conceito de números negativos. Ao contar produtos, como laranjas, podemos ter o seguinte exemplo representado na Figura 2:

$$\begin{array}{c}
 \text{🍊} \text{🍊} - \text{🍊} \text{🍊} \text{🍊} = - \left(\text{🍊} \right) \\
 | \\
 1
 \end{array}$$

Figura 2: Exemplo de operação que produz o conceito de número inteiro negativo

Fonte: dos autores.

Subtraindo três laranjas de um grupo de duas levaria ao “absurdo” lógico de “uma laranja negativa”. Tais conclusões ambíguas geravam confusão e fizeram com que os números negativos fossem postos à margem por um longo período.

Assim como demonstrado na figura 1, possivelmente a primeira civilização a utilizar números negativos foi a Chinesa, entre os anos 200 a.C a 200 d.C.

Os números racionais, por sua vez, são mais antigos que o conjunto dos números inteiros negativos. Aquele conjunto também inclui os números inteiros e naturais. Os racionais são os números que se formam pela razão ou fração de dois inteiros, tal que o denominador seja diferente de zero. A divisão de quantidades, i.e., as frações, foram de grande necessidade para o desenvolvimento civilizacional. Os Egípcios, por exemplo, necessitavam dividir quantidade de grãos, pães e cerveja, que foram usados como o único meio de pagamento por séculos para este povo. Assim também a construção civil não seria possível sem o uso de proporções em suas medidas e cálculos.

Os números irracionais, por outro lado, são números que não podem ser expressos por frações, tais como $\sqrt{2}$. Sendo assim, por característica própria, este conjunto está separado do conjunto dos números racionais. O surgimento histórico deste conjunto remete a Hipaso de Metaponto, um seguidor de Pitágoras, no século V a.C.

Quanto aos números reais, este contém os números racionais e irracionais, os inteiros incluindo o zero e os naturais. Assim, este conjunto contém todos os conjuntos anteriores já descritos. Assim, os conjuntos numéricos podem ser representados graficamente por uma linha horizontal ou vertical, infinita de ambos os lados, em que todos os números anteriormente tratados podem ser localizados individualmente, não existindo *espaços vazios*, cf. Figura 3.

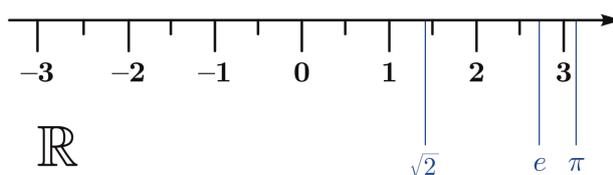


Figura 3: Linha que pode representar o conjunto dos números Reais

Fonte: Disponível em: <<http://www.ams.org/tex/type1-fonts.html>> . Acessado em 29 de setembro de 2019.

Assim, observando também a figura 4, abaixo, os conjuntos numéricos são agrupamentos que mantêm uma série de propriedades estruturais para cada conjunto.

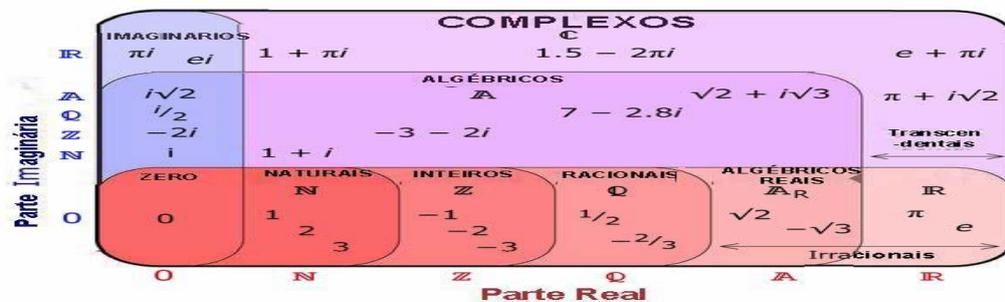


Figura 4: Conjuntos numéricos excluindo os números imaginários e complexos

Fonte: Adaptado de <<https://www.quora.com/How-are-imaginary-numbers-useful>>. Acessado em 29 de setembro de 2019.

Logo uma questão que pode ser levantada: tais conjuntos numéricos representam todos os números existentes? Existe algum vazio a ser preenchido?

3 | OS NÚMEROS IMAGINÁRIOS E COMPLEXOS

Os números imaginários são todos que formam raízes quadradas de números negativos. Os complexos são aqueles que contém uma parte real e outra imaginária. Os números imaginários têm forma geral: ai , e os números complexos: $a + bi$, em que $i = \sqrt{-1}$ e $a, b \in \mathbb{R}$.

Tal como os números inteiros e o zero foram desprezados por longo tempo por ser considerada absurda e inútil a existência de quantidades negativas ou de um número que representa nada, os números imaginários e complexos foram, e por vezes são, considerados aberrações irreais, meros truques da matemática pura, o que não é verdadeiro. A própria nomenclatura de tais conjuntos contribui para tais conclusões incorretas. Como escreveu o grande matemático Carl Friedrich Gauss, (1777-1855):

O fato de esse assunto [números imaginários] ter sido até agora cercado por misteriosa obscuridade deve ser atribuído em grande parte a uma notação mal adaptada. Se, por exemplo, $+1$, -1 e a raiz quadrada de -1 tivessem sido denominadas unidades diretas, inversas e laterais, em vez de positivas, negativas e imaginárias (ou mesmo impossíveis), essa obscuridade estaria fora de questão (KASTNER, 2015, p. 43, tradução nossa).¹

O nome dado ao conjunto dos números imaginários e complexos, portanto, pode ser considerado inadequado. Eles foram originalmente cunhados no século XVII por René Descartes, (1596-1650), em sua obra *La Géométrie*, (DESCARTES, 1637), como termos depreciativos, por serem estes números considerados fictícios ou impossíveis. Leonhard Euler, (1707-1783), foi o criador do símbolo i para

1. That this subject [imaginary numbers] has hitherto been surrounded by mysterious obscurity, is to be attributed largely to an ill adapted notation. If, for example, $+1$, -1 , and the square root of -1 had been called direct, inverse and lateral units, instead of positive, negative and imaginary (or even impossible), such an obscurity would have been out of the question (KASTNER, 2015, p. 43).

representar $\sqrt{-1}$, (GIAQUINTA; MODICA, 2004). Não obstante, foram Gerolamo Cardano (1501-1576) e Rafael Bombelli (1526-1572) os grandes precursores do estudo dos números imaginários e complexos por meio da análise das raízes de funções polinomiais, (BOMBELLI, 1629). Ainda assim, o uso de números imaginários só começou a ser amplamente aceita com a publicação do trabalho de Leonhard Euler e Carl Friedrich Gauss e a descrição dos números complexos como pontos em um plano com a publicação de Caspar Wessel (1745-1818).

Agora analisando e respondendo a questão levantada no ponto anterior, pela perspectiva de que a linha que representou os números reais, na Figura 3, inclui infinitos números, tanto negativos como positivos, inicialmente existe a tentação de responder que todos os números existentes estão, sim, representados ali. Porém, com o surgimento de funções polinomiais que necessariamente não possuíam raízes representáveis pelo conjunto dos números reais, juntamente com o Teorema Fundamental da Álgebra², que estabelece que todo polinômio de grau n diferente de zero, de variável única, tem exatamente n número de raízes, verificou-se que os números reais estavam de fato incompletos e que o *infinito* é um conceito matemático muito mais amplo. Por conseguinte, a raiz quadrada de números negativos, base para os números imaginários e complexos, ainda que intuitivamente contraditória, efetivamente representa números verdadeiros, porém, que não se enquadravam aos limites conceituais matemáticos nos primórdios de seu surgimento.

4 | AS RAÍZES DE FUNÇÕES POLINOMIAIS E OS NÚMEROS COMPLEXOS

Será proveitoso para a compreensão plena dos números imaginários e complexos uma breve análise das funções polinomiais que propiciaram o surgimento de tais números. Uma das propriedades mais importantes do estudo das funções são as suas raízes, ou seja, os pontos em que a função toca o eixo das abscissas. Para encontrá-las existem fórmulas matemática bem divulgadas, dependendo do grau da função. Por exemplo, para a função quadrática, $ax^2 + bx + c = 0$, com teremos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ tal que } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \text{ ou } x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

2. Euler, Leonhard (1751), “Recherches sur les racines imaginaires des équations”, Histoire de l’Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin, Berlin, 5, pp. 222–288. & GAUSS, Carl Friedrich (1799), Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse, Helmstedt: C. G. Fleckeisen (tr. New proof of the theorem that every integral rational algebraic function of one variable can be resolved into real factors of the first or second degree).

E para as funções de terceiro grau, $x_3 + a_1x_2 + a_2x + a_3$, teremos a seguinte fórmula inicialmente desenvolvida por Carnado:

$$Q = \frac{3a_2 - a_1^2}{9}, \quad R = \frac{9a_1a_2 - 27a_3 - 2a_1^3}{54},$$

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}}, \quad T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

$$\begin{cases} x_1 = S + T - \frac{1}{3}a_1 \\ x_2 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S - T) \\ x_3 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{1}{3}a_1 - \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S - T) \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -a_1, \quad x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = a_2, \quad x_1x_2x_3 = -a_3$$

Quanto às funções de segundo grau, por serem parábolas, é possível que nunca toquem o eixo das abscissas, não tendo raízes reais. No entanto, as de terceiro grau sempre terão pelo menos uma raiz real, pelo comportamento de seu gráfico, cf. Figura 5. Com isso, Bombelli utilizou da característica destas funções para, utilizando números imaginários e o método de Cardano, conseguir o correto resultado para a única raiz real da função $x^3 = 15x + 4$, $x_1 = 4$, demonstrando a utilidade e importância dos números imaginários.

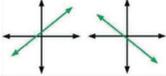
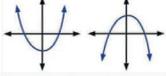
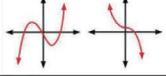
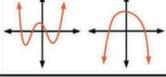
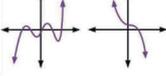
Tipos de Equação	Potência	Forma Geral	Aparência do Gráfico	Solução Geral	Descoberta da Solução
Linear	1	$ax + b = 0$		$x = \frac{-b}{a}$	Imemorable
Quadrática	2	$ax^2 + bx + c = 0$		$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	~2000 a.C
Cúbica	3	$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ $x^3 = cx + d^*$		$x = \sqrt[3]{\frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{c^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{d}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{c^3}{27}}}$	Aprox: 1500 d.C
Quarto Grau	4	$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$			1540 d.C
Quinto Grau	5	$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$		Provado que não existe em 1824.	

Figura 5: As soluções gerais das equações polinomiais, com os dados de suas formas gerais, aparência de seus gráficos, assim como a possível data de sua descoberta.

Fonte: Adaptado de apud Welch (2016).

Nos remetendo novamente ao Teorema Fundamental da Álgebra, ao contrário do que é frequentemente ensinado no Ensino Médio, toda função quadrática tem necessariamente duas raízes, toda função cúbica tem três raízes, etc., sem exceção.

Pelo pouco foco dado ao conteúdo relativo a números imaginários e complexos no Ensino Médio, funções estudadas que contenham raízes com números imaginários ou complexos são tratadas, de imediato, como raízes inexistentes, levando, portanto, a uma contradição. Os alunos, pela definição dada de *raíz de um função*, são levados a se perguntar: Como funções, como por exemplo, $x^2 + 0x + 1$, que nunca interceptam o eixo x , podem ter duas raízes? Tal pergunta demonstra que a negligência do estudo dos números complexos e imaginários cria uma lacuna na compreensão das funções polinomiais, assim como suas potenciais aplicações. Sem o conjunto dos números complexos é impossível, de fato, representar ou determinar as soluções para todas as funções polinomiais, criando uma grande vazieiz no estudo das funções.

5 | O PLANO COMPLEXO

A solução para a representação de todas as raízes das funções deve-se a criação do plano complexo, que representa os números complexos graficamente, lateralmente à linha dos números reais. Esta nova ferramenta matemática, o plano complexo, tornou possível o estudo completo das funções polinomiais. Como foi citado na página 4 deste trabalho, (KASTNER, 2015), C. F. Gauss relata a incoerência criada pela nomenclatura dos conjuntos imaginários e complexos. Um melhor nome para eles, como proposto por Gauss, seriam: Conjunto dos números laterais, exatamente por causa do Plano Complexo, também conhecido como Plano de Argand-Gauss ou Diagrama de Argand. Este plano possibilita a representação gráfica dos números complexos, estando estes números localizados ao lado da linha dos números reais, cf. Figura 6.

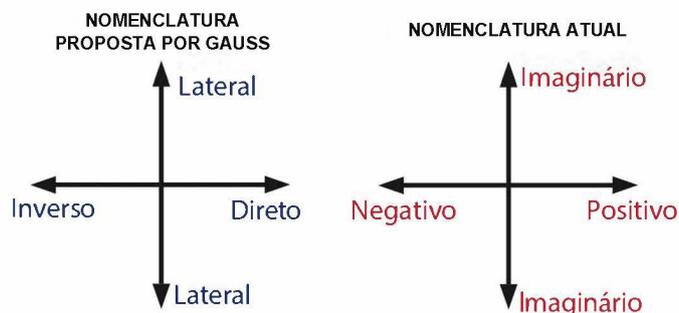


Figura 6: Plano de Argand-Gauss ou Diagrama de Argand comparado com o atual

Fonte: dos autores.

Deste modo, os conjuntos numéricos ganham uma nova dimensão, completando os conjuntos numéricos e abrindo novas portas para o estudo da álgebra. Neste

plano os números imaginários estão localizados exatamente na linha vertical, ou eixo y , chamado imaginário, e os números complexos são a relação entre o eixo x , *real*, & y , *imaginário*. Na Figura 7 temos um exemplo de número complexo, com parte real e imaginária.

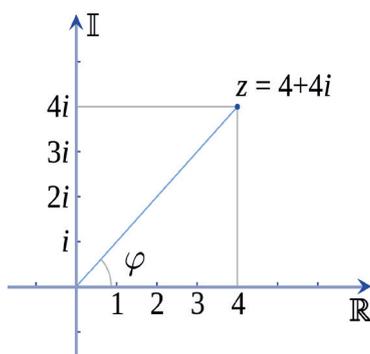


Figura 7: Ilustração de número complexo no plano complexo.

Fonte: Disponível em: <<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/Imaginarynumber2.PNG>>. Acessado em 29 de setembro de 2019.

Já que uma segunda dimensão dos números é demonstrada pelo plano complexo, e toda uma infinidade de novos números surgem dessa nova dimensão, números imaginários e complexos, talvez uma terceira dimensão possa ser imaginada como possível. Existiria algum número que não poderia ser representado nem pela linha dos números reais nem pelo plano complexo? O pensamento lógico para tais novos números seria, aparentemente, a raiz quadrada de um número imaginário negativo, $x = \sqrt{-1}$. Entretanto, avaliando-a com o plano complexo, e com coordenadas polares, chegamos a $\sqrt{-1} = X = 1 < -45^\circ$ ou $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$. Portanto, $\sqrt{-1}$ pode ser encontrada no plano complexo em $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$, cf. Figura 8.

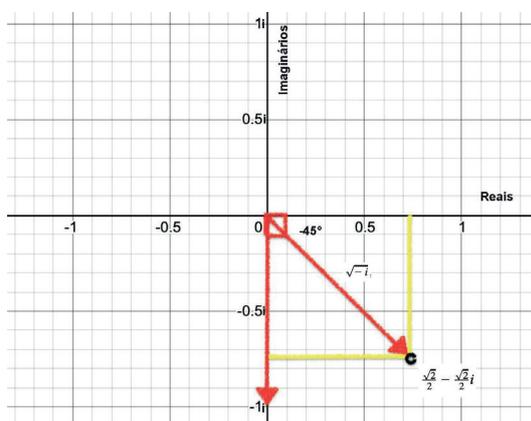


Figura 8: Demonstra a existência do número complexo $\sqrt{-1}$ no plano complexo, tendo por

solução $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

Fonte: dos autores.

Ou seja, outras dimensões de números podem ser representados facilmente com o uso de planos complexos. Ele permite que se visualize graficamente, como foi dito no ponto anterior, as raízes das funções polinomiais quando estas são imaginárias ou complexas. No entanto, para tal, é necessária a utilização de quatro dimensões pela mescla do plano $z(x,y)$ com o plano $w(u,v)$. Ou seja, para , temos:

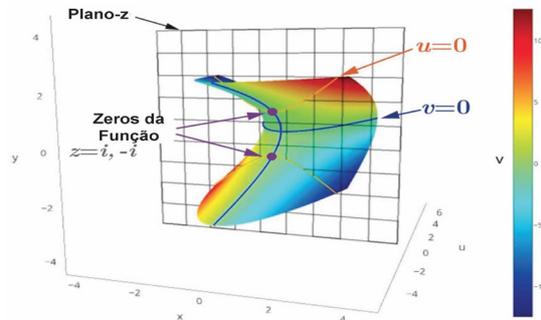


Figura 9: Gráfico da função com suas raízes imaginárias representadas graficamente.

Fonte: Adaptado de apud Welch (2016).

Com a ajuda da computação para o desenho de gráficos, a realidade do comportamento das funções polinomiais, como no exemplo da Figura 9, de uma função quadrática, é levado a um nível de profundidade muito maior, abrangendo até mesmo outras dimensões do comportamento destas funções.

6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pela compreensão do conjuntos numéricos existentes, juntamente com o teorema fundamental da álgebra e sua aplicação nas funções polinomiais com o plano complexo, percebe-se que a nomenclatura dada aos conjuntos dos números complexos e imaginários levam a uma percepção incorreta da realidade de tais números e de sua importância para a matemática como um todo. Assim como os números negativos, o número zero e os números irracionais tiveram resistência para serem aceitos, causando atrasos ao desenvolvimento da Matemática, nos dias atuais também, os números imaginários e complexos ainda têm uma aura de números impossíveis ou irrealis, limitando os horizontes da compreensão algébrica e reduzindo drasticamente a representação gráfica de diversas funções polinomiais existentes.

REFERÊNCIAS

BOMBELLI, Rafael. L'Algebra Opera. Giouanni Rofsi, Bologna: 1629.

DESCARTES, René. **Discours de la méthode plus La Dioptrique, Les Météores et la Géométrie**. Jan Maire, 1637, p. 296-413. Disponível em: <[https://fr.wikisource.org/wiki/La_G%C3%A9om%C3%A9trie_\(%C3%A9d._1637\)](https://fr.wikisource.org/wiki/La_G%C3%A9om%C3%A9trie_(%C3%A9d._1637))> Acesso em 29 de setembro de 2019.

EULER, Leonard. On transcending quantities arising from the circle of Introduction to the Analysis of the Infinite, 1748, p. 214.

GAUSS, C. F. New Proof of the Theorem That Every Algebraic Rational Integral Function In One Variable can be Resolved into Real Factors of the First or the Second Degree. 1799.

GAUSS, C. F. **Theoria Residuorum Biquadraticorum. Commentatio Segunda**. pp. 93–148, 1799.

GIAQUINTA, Mariano; MODICA, Giuseppe. *Mathematical Analysis: Approximation and Discrete Processes* (illustrated ed.). Springer Science & Business Media. 2004, 121 p. ISBN 978-0-8176-4337-9.

CARRERA, Josep. **The fundamental theorem of algebra before Carl Friedrich Gauss**. 1992. Disponível em: <http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/PUBLICACIONSMATEMATICAS_1992_36_2B_10.pdf>. Acessado em: Acesso em 29 de setembro de 2019.

KASTNER, Ruth E. *Understanding Our Unseen Reality: Solving Quantum Riddles*. Imperial College Press: 2015. p. 43.

KAPLAN, R. **O nada que existe: Uma história natural do zero**. 1 ed. Rio de Janeiro. Editora Rocco, 2001, 208 p.

LITTLEWOOD, J. E. **Mathematical Notes (14): Every polynomial has a root**. J. London Math. Soc. 16, 1941, pp. 95–98. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1112/jlms/s1-16.2.95>> Acesso em 29 de setembro de 2019.

WESSEL, Caspar. **On the analytic representation of direction, an effort applied in particular to the determination of plane and spherical polygons**. Copenhagen: Royal Danish Academy of Sciences and Letters, 1799, pp. 469–518.

WELCH, Stephen. **Imagine numbers are real**. Workbook. 2016. 96 p. Disponível em: <https://static1.squarespace.com/static/54b90461e4b0ad6fb5e05581/t/5a6e7bd341920260ccd693cf/1517190204747/imaginary_numbers_are_real_rev2_for_screen.pdf>. Acesso em 29 de setembro de 2019.

ÍNDICE REMISSIVO

B

Bioprocessos 110, 111, 118
Blocos de Montar 38, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 47

C

Combinatória 123, 142, 143, 144, 146, 148, 149, 150, 151, 152
Construção do Conhecimento 45, 161, 163, 165
Crescimento Populacional 86, 87, 91, 96, 97

D

Discurso 5, 153, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161

E

Educação Financeira 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 35, 36
Estatística 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 42, 55, 57, 86, 122, 123, 189

F

Funções 13, 16, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 43, 49, 51, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 64, 66, 75, 76, 80, 81, 82, 84, 107, 177
Futuros Professores 5, 153, 155, 156, 158, 159, 160

G

Geometria 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 48, 49, 50, 51, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 120, 122, 123, 124, 126, 127, 128, 129, 131, 132

I

Interdisciplinaridade 1, 2, 4, 5, 6, 11, 12, 189

J

Jogos 32, 34, 38, 39, 40, 44, 45, 46, 47, 48, 126, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 159, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 173, 174, 175, 176, 177

M

Manejo De Plantas Daninhas 178, 180, 182, 183, 187
Matemática Aplicada à Engenharia 98
Matemática Financeira 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34
Modelagem Matemática 58, 86, 87, 96, 110, 111, 113
Modelos Matemáticos 86, 87, 96, 98, 100

N

Números Complexos 55, 56, 57, 75, 76, 79, 80, 82, 83, 84

O

Otimização 178, 180, 182, 187, 188

P

Pensamento Matemático Avançado 13, 14, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 25

Plano Complexo 57, 75, 76, 82, 83, 84

Probabilidade 4, 11, 42, 55, 122, 123, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 146, 150, 151, 152

Programação não Linear 178, 180, 183, 187

R

Reforma Curricular 49, 50, 51, 54, 55, 60

S

Séries Iniciais 120, 121, 122, 123, 124, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 176

Solidificação 98, 99, 100, 101, 102, 103, 108

T

Teorema de Lagrange 61, 62, 65, 66, 67, 70, 74

Teoria de Grupos 61, 62, 63, 65, 74

Transformações Geométricas 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 57, 58, 60

 **Atena**
Editora

2 0 2 0