

PROSPECÇÃO DE PROBLEMAS E SOLUÇÕES NAS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS



**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES
(ORGANIZADOR)**

Atena
Editora
Ano 2020

PROSPECÇÃO DE PROBLEMAS E SOLUÇÕES NAS CIÊNCIAS MATEMÁTICAS



**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES
(ORGANIZADOR)**

Atena
Editora
Ano 2020

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação: Natália Sandrini de Azevedo

Edição de Arte: Lorena Prestes

Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa

Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia

Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá

Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões

Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice

Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão

Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador

Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano

Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás

Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná

Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Fernando José Guedes da Silva Júnior – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão

Profª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
 Profª Drª Andrezza Miguel da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
 Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais
 Profª Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar
 Profª Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos
 Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
 Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo
 Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
 Profª Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco
 Prof. Me. Douglas Santos Mezacas -Universidade Estadual de Goiás
 Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil
 Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
 Profª Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora
 Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas
 Profª Drª Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo
 Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária
 Prof. Me. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná
 Profª Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
 Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College
 Profª Ma. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
 Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay
 Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco
 Profª Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
 Profª Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará
 Profª Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ
 Profª Drª Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás
 Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados
 Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual de Maringá
 Profª Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
 Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados
 Profª Ma. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
 Profª Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo
 Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

P966 Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas
 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado
 Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF
 Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
 Modo de acesso: World Wide Web
 Inclui bibliografia
 ISBN 978-65-86002-71-3
 DOI 10.22533/at.ed.713200204

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas e soluções. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

Esta obra intitulada “Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas” contém um aporte teórico vasto no que refere-se ao ensino, aprendizagem e solução de problemas nas ciências matemáticas.

Em tempos atuais esta ciência tem ocupado um papel de grande importância na sociedade, já que representa uma grande ferramenta em mundo repleto de informações expostas pelas mídias, capaz de auxiliar todo cidadão a analisar e inferir sobre tais informações.

Vários temas aqui são abordados, interdisciplinaridade, pensamento matemático, modelagem matemática, formação de professores, dentre outros que permeiam as discussões acerca das ciências matemáticas. Alguns conteúdos específicos também aparecem nesta obra de uma maneira muito significativa, trazendo relatos e estudos relacionados ao ensino e aprendizagem de tais conteúdos em diversas etapas de estudo.

Cabe ressaltar ainda, o viés interdisciplinar deste e-book, apontando a direção para pesquisas que buscam a contextualização da matemática e a sua aproximação com outras áreas de ensino, bem como a modelagem de problemas reais, prospectando problemas e soluções nas ciências exatas, por meio da pesquisa e da tecnologia.

Ao leitor, desejo um bom estudo e que ao longo dos capítulos possa perceber a importância da matemática na solução de problemas que envolvem a sociedade. E que também possa fomentar ainda mais o desejo pelo desenvolvimento de pesquisas científicas que movem o conhecimento nas ciências matemáticas, assim como fazem os autores que compõem esta grandiosa obra.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
O ENSINO E APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: ATIVIDADE INTERDISCIPLINAR ENVOLVENDO TEMAS RELACIONADOS À SAÚDE	
Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves	
DOI 10.22533/at.ed.7132002041	
CAPÍTULO 2	13
O PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO A PARTIR DE QUESTÕES SOBRE FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO	
Wagner Gomes Barroso Abrantes Felipe da Silva Souza	
DOI 10.22533/at.ed.7132002042	
CAPÍTULO 3	26
REFLEXÕES METODOLÓGICAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Elisângela Guimarães Firmino Neivaldo Rodrigues dos Santos	
DOI 10.22533/at.ed.7132002043	
CAPÍTULO 4	38
O USO DOS JOGOS DE BLOCOS DE MONTAR NO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS	
Frederico Braidá Rodolfo Eduardo Vertuan Rodrigo Manoel Dias Andrade	
DOI 10.22533/at.ed.7132002044	
CAPÍTULO 5	49
O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO MÉDIO: PRINCÍPIOS DA REFORMA CURRICULAR DE MATEMÁTICA DE PORTUGAL	
Júlio César Deckert da Silva Ruy César Pietropaolo	
DOI 10.22533/at.ed.7132002045	
CAPÍTULO 6	61
ALGUMAS DISCUSSÕES SOBRE O TEOREMA DE LAGRANGE E OS TEOREMAS DE SYLOW	
Adina Veronica Remor Wiliam Francisco de Araujo	
DOI 10.22533/at.ed.7132002046	
CAPÍTULO 7	75
A RELEVÂNCIA MATEMÁTICA DOS NÚMEROS IMAGINÁRIOS E COMPLEXOS	
Bruno Luiz Silva Rodrighero Daiane Ferreira da Silva Rodrighero	
DOI 10.22533/at.ed.7132002047	

CAPÍTULO 8	86
MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO CRESCIMENTO POPULACIONAL DA CIDADE DE TUPÃSSI/PR	
Vitória Fenilli Vidaletti	
Jahina Fagundes de Assis Hattori	
Thays Menegotto de Freitas	
DOI 10.22533/at.ed.7132002048	
CAPÍTULO 9	98
MODELO MATEMÁTICO DE UM PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO DE PLÁSTICO EM MOLDE	
Santiago del Rio Oliveira	
André Luiz Salvat Moscato	
DOI 10.22533/at.ed.7132002049	
CAPÍTULO 10	110
MODELAGEM MATEMÁTICA DO ATRASO NO SINAL DE SONDAS DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO EMPREGANDO TRANSFORMADA DE LAPLACE	
Samuel Conceição de Oliveira	
DOI 10.22533/at.ed.71320020410	
CAPÍTULO 11	120
ESPAÇO E FORMA: A FORMAÇÃO DO PEDAGOGO E A LEGISLAÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Luciano Tadeu Corrêa Medeiros	
DOI 10.22533/at.ed.71320020411	
CAPÍTULO 12	133
ABRINDO PORTAS: UMA GENERALIZAÇÃO DO PROBLEMA DE MONTY HALL	
Ana Caroline de Almeida Silva	
João Vitor Teodoro	
Douglas Silva Maioli	
DOI 10.22533/at.ed.71320020412	
CAPÍTULO 13	142
O JOGO CORRIDA DE CAVALOS COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DA COMBINÁTORIA E DA PROBABILIDADE COM ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Patricia de Medeiros Silva	
Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos	
DOI 10.22533/at.ed.71320020413	
CAPÍTULO 14	153
DISCURSO DE ESTUDANTES DO 7º PERÍODO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA ACERCA DO ERRO DE ALUNOS RESOLVENDO ATIVIDADES MATEMÁTICAS	
José Ferreira dos Santos Júnior	
Pedro Lucio Barboza	
DOI 10.22533/at.ed.71320020414	
CAPÍTULO 15	163
A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E O JOGO DE REGRAS MANCALA À LUZ DA TEORIA PIAGETIANA	
Maria Fernanda Maceira Mauricio	
Sidney Lopes Sanchez Júnior	
Francismara Neves de Oliveira	

Guilherme Aparecido de Godoi
DOI 10.22533/at.ed.71320020415

CAPÍTULO 16	178
PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ECONÔMICO PARA O MANEJO DE PLANTAS DANINHAS Elenice Weber Stiegelmeier DOI 10.22533/at.ed.71320020416	
SOBRE O ORGANIZADOR	189
ÍNDICE REMISSIVO	190

PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ECONÔMICO PARA O MANEJO DE PLANTAS DANINHAS

Data de aceite: 23/03/2020

Data da Submissão: 03/01/2020

Elenice Weber Stiegelmeier

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

- UTFPR, Departamento de Acadêmico de

Matemática - DAMAT

Cornélio Procópio – PR

<http://lattes.cnpq.br/4735328573084041>

<https://orcid.org/0000-0002-8834-4937>

RESUMO: Neste trabalho é avaliado um modelo de otimização econômico para o manejo de plantas daninhas que busca maximizar o lucro em um determinado período de tempo levando em consideração a evolução da resistência à herbicidas. O problema de otimização dinâmico envolve variáveis contínuas e é modelado como um problema de programação não linear e resolvido via método active set algorithm. São investigados os efeitos provocados pela evolução da resistência à herbicidas a partir de diferentes condições iniciais. Resultados numéricos são obtidos via técnica de programação não linear e indicam que com o tempo o lucro será reduzido devido a presença de plantas resistentes, logo estratégias de controle devem ser adotadas a fim de minimizar os impactos econômicos

causados pela presença da planta daninha na cultura.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização, manejo de plantas daninhas, programação não linear, impactos econômicos.

ECONOMIC OPTIMIZATION PROBLEM FOR WEED MANAGEMENT

ABSTRACT: In this work we evaluate an economic optimization model for weed management that maximize profit over a given period of time taking into account the evolution of herbicide resistance. The dynamic optimization problem involves continuous variables and is modeled as a nonlinear programming problem and solved via the active set algorithm method. The effects of herbicide resistance evolution from different initial conditions are investigated. Numerical results are obtained via nonlinear programming technique and indicate that over time the profit will be reduced due to the presence of resistant plants, so control strategies should be adopted in order to minimize the economic impacts caused by the presence of weed in the crop.

KEYWORDS: Optimization, weed management, nonlinear programming, economic impacts.

1 | INTRODUÇÃO

Plantas daninhas são plantas que crescem espontaneamente em solos agrícolas, competindo rigorosamente com a cultura cultivada (JONES e CACHO, 2000). Um dos principais mecanismos que contribuem para a sobrevivência das plantas daninhas é a alta produção de sementes, que, aliada a longevidade e a capacidade de sobreviver em condições adversas, podem garantir grandes reservas de sementes no solo, as quais podem germinar em gerações futuras (LORENZI, 2000) causando grandes danos a produção. Logo, o controle das plantas daninhas é importante para a obtenção de bons resultados em um sistema de cultivo.

Uma vez que a presença de plantas daninhas em solos agrícolas tem ocasionado reduções significativas em um sistema de cultivo, sendo essa estimada em torno de 13% na produção mundial de grãos, o uso de herbicidas se destaca como a principal técnica utilizada no manejo das plantas daninhas. O Brasil, com suas dimensões territoriais e condições climáticas, se destaca, desde 2008, com o primeiro lugar no uso de agrotóxicos. Tendo como base o controle e a aplicação de herbicidas, o foco principal dos estudos desenvolvidos para o manejo dessas é a maximização dos lucros de produção, deixando em segundo plano as preocupações com os recursos naturais e os impactos ambientais causados pela técnica de controle.

Para que se possa desenvolver uma estratégia de controle de forma a levar em consideração não só os custos e produção e as perdas de rendimentos causadas pela planta, mas, também, os impactos ambientais gerados pelo processo é necessário obter maior conhecimento do desenvolvimento biológico da planta e estudar a fundo os riscos e benefícios das estratégias de controle utilizadas.

O uso intensivo de produtos químicos para o controle de plantas daninhas gera uma seleção de espécies de plantas daninhas tolerantes a determinado herbicida. A aplicação repetitiva de um ou mais herbicidas, com o mesmo mecanismo de ação, em uma população de plantas daninhas, seleciona os indivíduos de espécies com habilidades em sobreviver aos tratamentos de herbicidas. Este fenômeno caracteriza uma pressão de seleção, causada pelo uso intensivo do herbicida em uma população, e contribui para o aumento da proporção de indivíduos tolerantes para a próxima geração (CHRISTOFFOLETI, 2008). Nesse caso, o uso intensivo de herbicidas na agricultura é uma das maiores causas de pressão de seleção, proporcionando os fenômenos de mudança de espécies na área e resistência de plantas daninhas a herbicidas, devido à eficácia e controle seletivo.

Visando reduzir as perdas causadas pelas plantas daninhas e os impactos econômicos causados pelo uso de herbicidas diversas estratégias de controle têm sido propostas (JONES E CACHO, 2000; JONES et al., 2006; BERTOLUCCI et al., 2013; STIEGELMEIER et al., 2017). Em Jones e Cacho (2000) e Jones et al. (2006)

técnicas de programação dinâmica são utilizadas para encontrar a estratégia ótima que maximiza o lucro em termos da aplicação de um único herbicida. Em Bertolucci et al. (2013) técnicas de programação dinâmica são utilizadas para obter a estratégia ótima do problema de controle de plantas daninhas em face a resistência. Já em Stiegelmeier et al. (2017) é proposto um modelo de otimização do manejo de plantas daninhas usando estratégias de programação não linear (PNL) considerando a dinâmica da resistência à herbicidas, resultados numéricos considerando o uso de dois herbicidas são comparados com o método tradicional de controle mostrando resultados promissores. O uso da estratégia de controle ótimo mostra que com a aplicação de doses reduzidas pode-se controlar o banco de sementes e, ainda, contribuem para a lucratividade do produtor.

Neste trabalho será utilizado técnicas de PNL para obter a solução do modelo de otimização econômico para a dinâmica de resistência à herbicidas. O objetivo é analisar os efeitos causados pela evolução da resistência ao longo de um período pré-determinado a partir de um problema de otimização econômico que visa maximizar o lucro do produtor. São investigados os efeitos provocados pela evolução da resistência à herbicidas a partir de diferentes condições iniciais. Um modelo de simulação numérica é empregado para avaliar as soluções dadas pela PNL na evolução da resistência, e, com isso, verificar a hipótese de que através da minimização do banco de sementes, o retorno econômico do manejo da planta daninha possa ser maximizado.

2 | MODELO DINÂMICO DE PLANTAS DANINHAS

Seja o ciclo de vida da planta e assumindo todos os parâmetros não negativos. O modelo populacional de plantas daninhas considerando o fenômeno da resistência à herbicidas é descrito por (JONES E CACHO, 2000):

$$y_t = x_t^g \delta x_t, \quad x_{t_0} = x_0 \quad (1)$$

$$y_t^a = c_t y_t \quad (2)$$

$$x_t^r = \exp[\gamma \ln y_t^a / (\mu + \varepsilon \ln y_t^a)] \quad (3)$$

$$x_t^n = \kappa x_t^r - \eta + \xi \quad (4)$$

$$x_{t+1} = x_t^n + (1 - \Psi)(1 - \delta)x_t, \quad (5)$$

com x_t densidade do banco de sementes (m^{-2}), y_t densidade de plantas que germinaram (m^{-2}), y_t^a densidade de plantas adultas (m^{-2}), x_t^r densidade de sementes resultantes da reprodução das plantas adultas (m^{-2}), x_t^n densidade das novas

sementes adicionadas ao banco de sementes (m^{-2}), x^g taxa de sobrevivência das sementes emergentes, δ taxa de germinação anual, c_t taxa de mortalidade inferida pelo herbicida, γ , μ , ε coeficientes de regressão, k taxa de sobrevivência de novas sementes, η densidade de sementes exportadas (m^{-2}), ξ densidade de sementes importadas (m^{-2}) e Ψ taxa de mortalidade das sementes dormentes.

A estrutura do modelo (1) - (5) é baseada no ciclo de vida das plantas daninhas, sem considerar a competição entre a planta daninha e a cultura, em que a população inicial x_0 é o banco de sementes viável e com sementes não geminadas presentes em um campo de produção agrícola. No modelo, (1) descreve as plantas emergentes provenientes do banco de sementes, (2) descreve a sobrevivência das plantas jovens emergentes determinada pela estratégia de manejo das plantas daninhas empregada durante cada iteração, (3) descreve a densidade de sementes resultantes da reprodução das plantas daninhas adultas, (4) descreve a proporção de sementes novas. Finalmente, (5) descreve as novas sementes produzidas que são adicionadas ao banco de sementes no final do ciclo de vida.

O modelo proposto por Jones e Cacho (2000) usa apenas como forma de controle a aplicação única de herbicida sem levar em consideração a pressão imposta pelo herbicida. Com isso, a abordagem proposta tem como objetivo acrescentar a resistência da planta daninha a herbicidas baseando-se na sua genética e na pressão seletiva exercida pelo herbicida através da função de controle c_t .

A função de controle é modelada considerando os fenótipos resistente (R) e suscetível (S) presente em uma população e a taxa global de mortalidade induzida pelo herbicida é calculada como:

$$c_t = (1 - \rho_R(u_t))R_t + (1 - \rho_S(u_t))(1 - R_t), \quad (6)$$

onde u_t é a dose de herbicida, R_t é a frequência de indivíduos resistentes e $\rho_i(u_t)$ é a função dose resposta descrita em Seefeldt et al. (1995) como:

$$\rho_i(u_t) = c_i + \frac{d_i - c_i}{1 + \exp[b_i(\ln(u_t) - \ln(GR_{50i}))]}, \quad i = S, R.$$

Empregando o modelo genético descrito em Bertolucci (2013) e considerando a mudança que ocorre no banco de sementes após a aplicação do herbicida, a frequência do alelo é descrita por:

$$p_{t+1} = \frac{p_t (1 - \Psi) (1 - \delta) x_t + p_t^n x_t^n}{(1 - \Psi) (1 - \delta) x_t + x_t^n}, \quad (7)$$

$$p_t^n = \frac{w_{AAP_t}^2 + w_{Aa} p_t q_t}{w_{AAP_t}^2 + 2w_{Aa} p_t q_t + w_{aa} q_t^2}$$

e $q_t = 1 - p_t$. Considerando que a pressão seletiva é imposta pela dose de herbicida aplicado e assumindo que **A** represente o gene ligado a resistência da planta e que este seja dominante. Então, as probabilidades de sobrevivência da fase zigótica para a fase reprodutiva são dadas por:

$$w_{AA} = (1 - \rho_R(u_t)), \quad w_{Aa} = (1 - \rho_R(u_t)) \quad e \quad w_{aa} = (1 - \rho_S(u_t)).$$

A frequência de plântulas resistentes R_t segue os princípios da genética populacional (BRITTON, 2003) e é modelada como:

$$R_t = (p_t)^2 + 2p_t(1 - p_t). \quad (8)$$

Com isso, o modelo dinâmico populacional de plantas daninhas captura informação da dinâmica do banco de sementes e da evolução da resistência a certo herbicida.

3 | PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ECONÔMICO

O problema econômico que visa maximizar o lucro considerando os efeitos da evolução da resistência é formulado como:

$$\max_{u_t} J(x_0, p_0) = \sum_{t=0}^T \alpha^t \pi(x_t, p_t, u_t) \quad (9)$$

sujeito a

$$x_{t+1} = g(x_t, p_t, u_t), \quad x(0) = x_0 \quad (10)$$

$$p_{t+1} = v(x_t, p_t, u_t), \quad p(0) = p_0 \quad (11)$$

$$0 \leq u(t) \leq u_{max} \quad (12)$$

$$x_t, p_t, u_t \in \mathbb{R}^+$$

onde π é a função lucro, g é a dinâmica do banco de sementes dada em (5), v é a dinâmica da frequência do alelo dada em (7), T é o horizonte final, $\alpha^t \in (0, 1)$ taxa de desconto e u_{max} a dose máxima permitida em campo. O funcional objetivo é uma função não linear e geralmente uma função côncava.

Seguindo Stiegelmeier et al. (2010) a função lucro, π , para o problema de manejo de plantas daninhas é definida como:

$$\pi(x_t, p_t, u_t) = P_y Y(x_t, p_t, u_t) - P_u u_t - C, \quad (13)$$

com P_y preço por unidade produzida, P_u preço da unidade de controle (herbicida), C custo fixo de produção e Y função de produção, dada por:

$$Y = Y_0(1 - Y_L)(1 - Y_p),$$

onde Y_0 é a produção livre de planta daninha, Y_L é a perda associada a planta daninha, e Y_p é a perda associada ao efeito fitotóxico do herbicida. Assim, a função lucro (13) é determinada pela variável de controle u_t e pela densidade do banco de sementes x_t e frequência do alelo p_t .

Existem diversas formas para a resolução numérica de um problema de controle ótimo. Neste trabalho, será utilizada uma estratégia bastante conhecida que consiste em transformar o problema de controle ótimo em um problema de programação não linear (BERTSEKAS, 1999). Nesta estratégia, as variáveis de decisão são dadas por $u_t, t = 0, 1, \dots, T$, e as variáveis de estado passam a ser determinadas em função de u_t , não sendo consideradas como variáveis do problema de PNL. Com isso, um método de PNL pode ser utilizado para a obtenção do controle ótimo u^* . Vale ressaltar que, dependendo do método adotado, o controle u^* pode corresponder a um ótimo local.

A solução numérica do problema de manejo de plantas daninhas foi obtida via técnica de PNL, uma vez que as variáveis de decisão são dadas por $u_t, t = 0, 1, \dots, T$, e as variáveis de estado x_t e p_t passam a ser determinadas em função de u_t . Nesse caso, será utilizado o método Active Set Algorithm (ASA) proposto por Hager e Zhang (2006) para obtenção da solução ótima. Este método consiste na combinação entre os métodos gradiente conjugado e gradiente projetado, e possui garantia de convergência global.

O Algoritmo 1 descreve a implementação do problema de controle de plantas daninhas usando o método ASA. Vale ressaltar que o Algoritmo 1 é aplicado para resolver problemas de restrição de caixa com limitantes superiores e inferiores.

Algorithm 1: Rotina do problema de PNL

Input: função objetivo J , funções estado g e v , Jacobiano de $f = [g \ v]^T$, limitantes inferior e superior $0.005 \leq u_k \leq u_{max}$

Output: Solução ótima

- 1 Inicializa $k = 0$, n (tempo), nx (número de variáveis de estado) e nc (número de variáveis de controle);
 - 2 Escolha a tolerância $\epsilon \in [0, \infty)$;
 - 3 Escolha os valores iniciais $x_0, p_0 > 0, u_0 \in [0, u_{max}]$;
 - 4 **while** $\|d^k(u_k)\| > \epsilon$ **do**
 - 5 Execute o programa ASA;
 - 6 $u_{k+1} = u_k$;
 - 7 $k = k + 1$;
 - 8 **end**
 - 9 Solução ótima = $[u_k^*]$;
 - 10 **return**.
-

4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são avaliadas a dinâmica do banco de sementes e a evolução da resistência da planta daninha *Bidens subalternans*, a qual apresenta um alelo dominante e múltipla resistência aos herbicidas que atuam na inibição da acetolactato sintase (ALS) e inibidores da fotossíntese II (PS2). Foram utilizados os herbicidas Nicosulfuron e Atrazine como forma de controle da planta daninha presente na cultura do milho.

A planta daninha *Bidens subalternans* é uma planta altamente competitiva, com facilidade em se adaptar em solos agrícolas, além de possuir alta produção de sementes combinada com mecanismos de dormência, tornando-a uma planta resistente aos herbicidas e com isso, apresenta grande prejuízo aos produtores devido as práticas de controle empregadas.

Os parâmetros adotados para as curvas dose-respostas, p_i , foram obtidos via software estatístico **R** a partir de experimentos realizados pela Embrapa Milho e Sorgo (veja Tab. 1). A Figura 1 ilustra as curvas dose respostas resultantes para ambos os herbicidas.

Tabela 1: Parâmetros da função dose-resposta obtidos experimentalmente.

Herbicide	Biótipo	b	c	d	GR_{50}
Nicosulfuron	Suscetível	-0.80721	-3.06521	102.65965	8.57764
	Resistente	-1.28707	-0.30570	34.41258	36.12024
Atrazine	Suscetível	-1.38747	-1.30678	105.86746	783.09583
	Resistente	-0.68405	0.12445	212.9900	57375.0

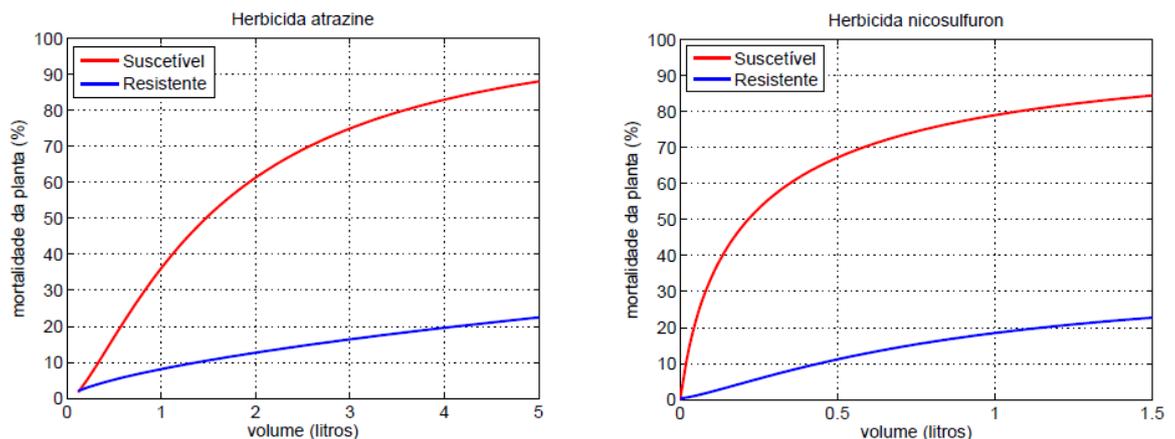


Figura 1 - Taxa de mortalidade das plantas suscetíveis, , e resistentes, .

Nas simulações numéricas considera-se a densidade inicial do banco de sementes fixo, $x_0 = 500$ (sementes/m²), a frequência inicial do alelo R variando entre $0 < p_0 < 1$ e um horizonte de simulações de 20 anos. O objetivo é analisar os efeitos causados pela evolução da resistência ao longo de 20 anos. Na Tabela 2

encontra-se os parâmetros econômicos e populacionais utilizados nas simulações numéricas.

Tabela 2: Parâmetros usados nas simulações numéricas (1 = nicosulfuron e 2 = atrazine)

Parâmetros populacionais	Valor	Parâmetros econômicos	Valor
$\delta(\%)$	60.00	P_y (R\$ ton^{-1})	534.40
$\psi(\%)$	30.00	Y_0 (ton ha^{-1})	8.64
η (m^{-2})	0.00	C (R\$ ha^{-1})	954.73
ξ (m^{-2})	0.00	P_u^1 (R\$ $liter^{-1}$)	42.90
$\kappa(\%)$	35.00	P_u^2 (R\$ $liter^{-1}$)	12.40
$x^g(\%)$	80.00	u_{max}^1 (liter ha^{-1})	1.50
γ	6.80	u_{max}^2 (liter ha^{-1})	5.00
μ	2.00	α	0.90
ε	0.67	φ^1	$8.90 \cdot 10^{-3}$
		φ^2	$2.70 \cdot 10^{-3}$
		a	$1.58 \cdot 10^{-2}$
		m	$4.83 \cdot 10^{-1}$

Na Figura 2 e 3 são apresentadas as dinâmicas do banco de sementes e as respostas dos alelos resistentes a partir de diferentes condições iniciais, p_0 , obtidas via estratégia PNL. Observa-se que o banco de sementes sofre uma redução significativa inicialmente, para ambos os herbicidas, porém, quando a densidade de plantas resistentes se torna elevada, ocorre um aumento no banco de sementes (veja Fig. 2), pois, se a planta resistente completar seu ciclo na safra seguinte haverá uma maior densidade de plantas resistentes.

Na Figura 3 verifica-se que até ocorrer uma evidência perceptível do fenótipo R, geralmente $p_t > 0,1$, podem decorrer 5, 10 ou até 15 anos de uso continuado de herbicidas com o mesmo mecanismo de ação. Geralmente quando detectado, o problema já é significativo.

A Figura 5 ilustra a dose u^* obtida via PNL para 20 anos. Observe que quando se tem baixa frequência do fenótipo R, uma dose alta pode melhorar o controle inicialmente, porém, altas doses podem intensificar a seleção do fenótipo R como mostra a Figura 4.

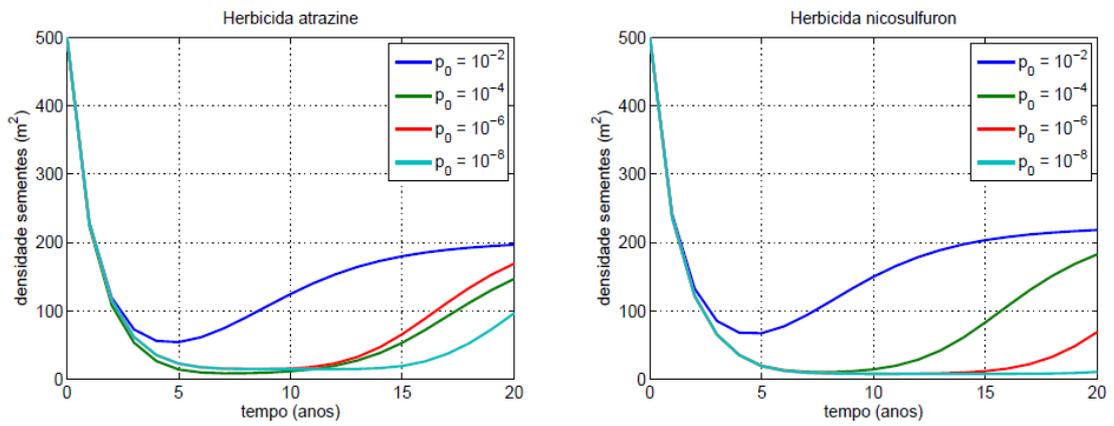


Figura 2 - Densidade do banco de sementes x^* para um período de 20 anos via PNL.

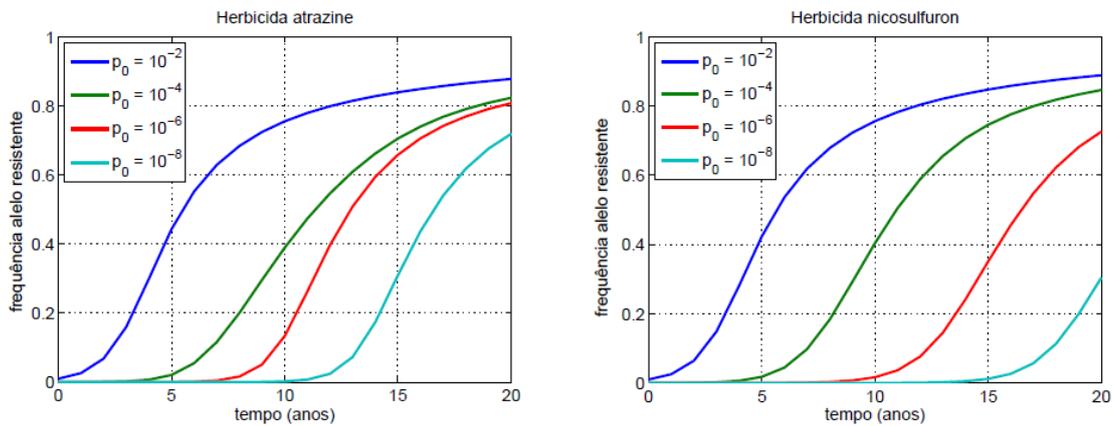


Figura 3 - Frequência do alelo resistente p^* para um período de 20 anos via estratégia PNL.

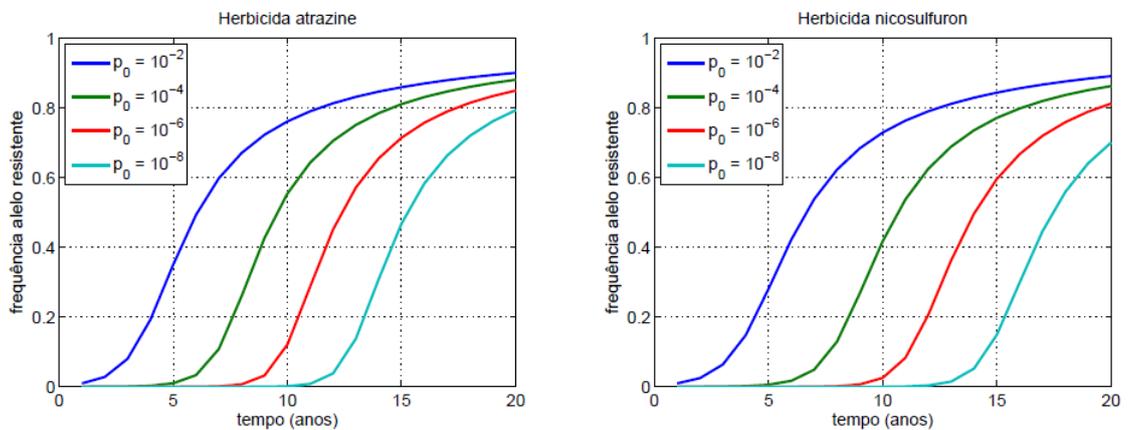


Figura 4 - Frequência do alelo p^* via estratégia convencional, com $u_{\max}^1 = 1,5$ e $u_{\max}^2 = 5$.

Comparando-se os resultados da PNL com um sistema convencional de plantio, o qual é baseado na utilização da dose máxima em campo, verifica-se que a densidade de resistência é maior com o uso da dose máxima (veja Fig. 4). E, ainda, observa-se que para densidades altas de resistência, $p_0 = 10^{-2}$, a estratégia PNL apresentou melhor retorno financeiro, no entanto, para baixas densidades, $p_0 = 10^{-8}$, o lucro médio se equipara a estratégia convencional, uma vez que a presença do fenótipo R é imperceptível (veja Fig. 6).

Portanto, a estratégia de controle ótimo adotada mostrou resultados satisfatório uma vez que a redução de dose minimiza os danos ambientais e apresenta um lucro significativo ao produtor.

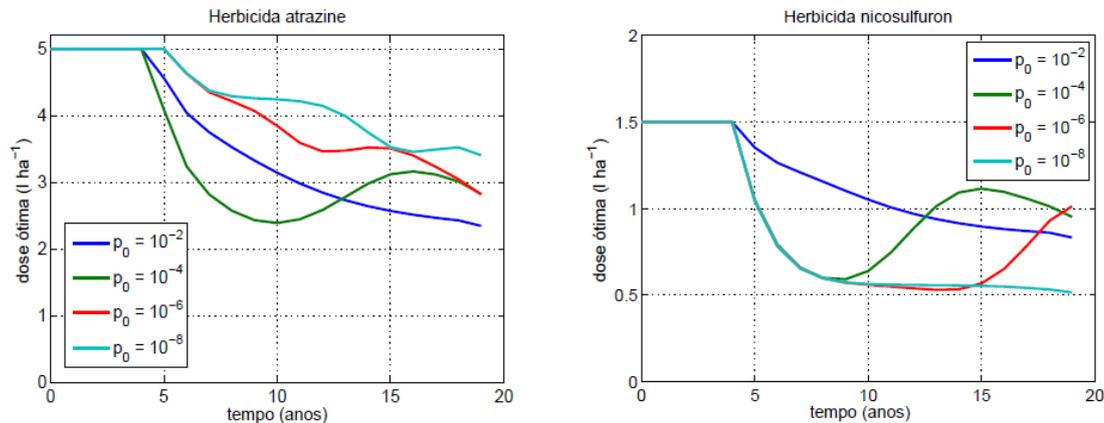


Figura 5 - Dose u^* para um período de 20 anos via estratégia PNL.

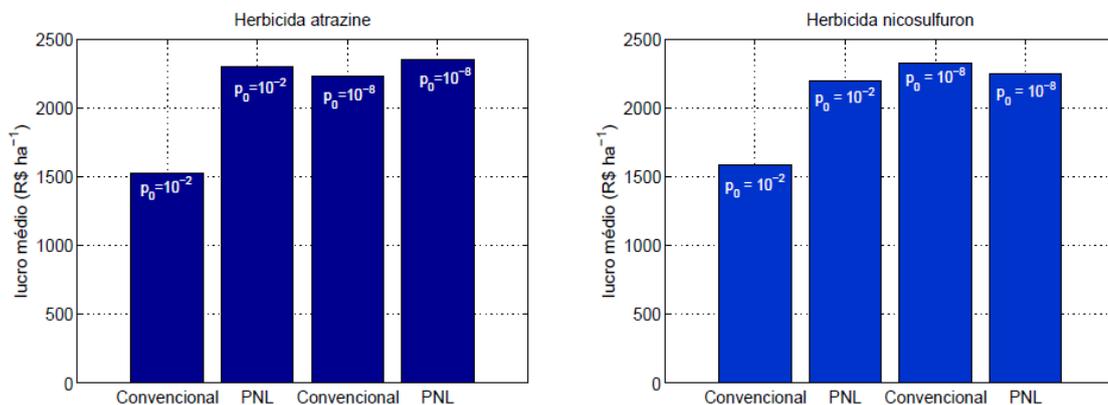


Figura 6 - Lucro médio obtido via estratégia PNL e convencional, com $p_0 = 10^{-2}$ e $p_0 = 10^{-8}$.

5 | CONCLUSÃO

Neste trabalho foi avaliado um modelo econômico de otimização para o manejo de plantas daninhas via técnica de programação não linear considerando a taxa de mortalidade de biótipos resistentes e susceptíveis. Verificou-se que os benefícios econômicos podem ser maximizados com a minimização do banco de sementes.

No entanto, as estratégias de controle convencional quanto a PNL mostram que com o tempo o lucro vai ser reduzido devido ao aumento das plantas resistentes. Isso demonstra claramente a necessidade de considerar modelos de otimização associados ao manejo da resistência. As técnicas de manejo com rotação e misturas de herbicidas é uma solução que deve ser considerada para retardar a evolução da resistência.

Portanto, os resultados mostram que o uso de novas técnicas de manejo que consideram estratégias de otimização pode vir a contribuir para alcançar metas

ambientais e não apenas visando o aumento no lucro do produtor.

REFERÊNCIAS

BERTESEKAS, D. P. **Nonlinear Programming**. 2a ed., Athena Scientific, Belmonte, MA, 1999.

BERTOLUCCI, L. H. B.; COSTA, E. F.; OLIVEIRA V. A., FERNANDO L.; KARAM D. Herbicide dosage optimization model for weed control using the resistance dynamics, **Proceedings of Congress on Modelling and Simulation**, v. 1, p. 220-225, 2013.

BRITTON, N. F. **Essential Mathematical Biology**, Springer Undergraduate Mathematics Series, London, UK, 2003.

CHRISTOFFOLETI, P.J. **Aspectos de resistência de plantas daninhas a herbicidas**, 3rd edn. Associação Brasileira de Ação à Resistência de Plantas Daninhas, Piracicaba, SP, 2008.

HAGER, W. W.; ZHANG H., A new active set algorithm for box constrained optimization, *Journal of Optimization*, v. 2, p. 526-557, 2006.

JONES, R.; CACHO, O.J. A dynamic optimisation model of weed control, in: 44th **Annual Conference of the Australian Agricultural and Resource Economics**, Sydney, Australia, p. 1-17, 2000.

JONES, R.; CACHO, O.J.; SINDEN, J. The importance of seasonal variability and tactical responses to risk on estimating the economic benefits of integrated weed management, *Agricultural Economics*, v. 35, n. 3, p. 245-256, 2006.

LORENZI, H. **Plantas daninhas do Brasil: Terrestres, aquáticas, parasitas e tóxicas**, Instituto Plantarum de Estudos da Flora, Nova Odessa, SP, 2000.

SEEFELDT, S.S.; JENSEN, J.E.; FUERST E.P., Log-logistic analysis of herbicide dose-response relationships, *Weed Technology*, v. 1, p. 218-227, 1995.

STIEGELMEIER, E. W.; MUNARI Jr, P. A.; KAJINO, H. S.; OLIVEIRA, V. A.; SILVA, G. N. Modelo de otimização da aplicação de herbicida para o controle de plantas daninhas considerando a evolução da resistência, **Anais Congresso Brasileiro de Automática**, v. 1, p. 886-893, 2010.

STIEGELMEIER, E. W., OLIVEIRA, V. A.; SILVA, G. N.; KARAM, D.; Optimal weed population control using nonlinear programming. *Computational and Applied Mathematics*, v. 36, n. 2, p. 1043 – 1065, 2017.

SOBRE O ORGANIZADOR

FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade

ÍNDICE REMISSIVO

B

Bioprocessos 110, 111, 118
Blocos de Montar 38, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 47

C

Combinatória 123, 142, 143, 144, 146, 148, 149, 150, 151, 152
Construção do Conhecimento 45, 161, 163, 165
Crescimento Populacional 86, 87, 91, 96, 97

D

Discurso 5, 153, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161

E

Educação Financeira 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 35, 36
Estatística 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 42, 55, 57, 86, 122, 123, 189

F

Funções 13, 16, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 43, 49, 51, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 64, 66, 75, 76, 80, 81, 82, 84, 107, 177
Futuros Professores 5, 153, 155, 156, 158, 159, 160

G

Geometria 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 48, 49, 50, 51, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 120, 122, 123, 124, 126, 127, 128, 129, 131, 132

I

Interdisciplinaridade 1, 2, 4, 5, 6, 11, 12, 189

J

Jogos 32, 34, 38, 39, 40, 44, 45, 46, 47, 48, 126, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 159, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 173, 174, 175, 176, 177

M

Manejo De Plantas Daninhas 178, 180, 182, 183, 187
Matemática Aplicada à Engenharia 98
Matemática Financeira 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34
Modelagem Matemática 58, 86, 87, 96, 110, 111, 113
Modelos Matemáticos 86, 87, 96, 98, 100

N

Números Complexos 55, 56, 57, 75, 76, 79, 80, 82, 83, 84

O

Otimização 178, 180, 182, 187, 188

P

Pensamento Matemático Avançado 13, 14, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 25

Plano Complexo 57, 75, 76, 82, 83, 84

Probabilidade 4, 11, 42, 55, 122, 123, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 146, 150, 151, 152

Programação não Linear 178, 180, 183, 187

R

Reforma Curricular 49, 50, 51, 54, 55, 60

S

Séries Iniciais 120, 121, 122, 123, 124, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 176

Solidificação 98, 99, 100, 101, 102, 103, 108

T

Teorema de Lagrange 61, 62, 65, 66, 67, 70, 74

Teoria de Grupos 61, 62, 63, 65, 74

Transformações Geométricas 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 57, 58, 60

 **Atena**
Editora

2 0 2 0