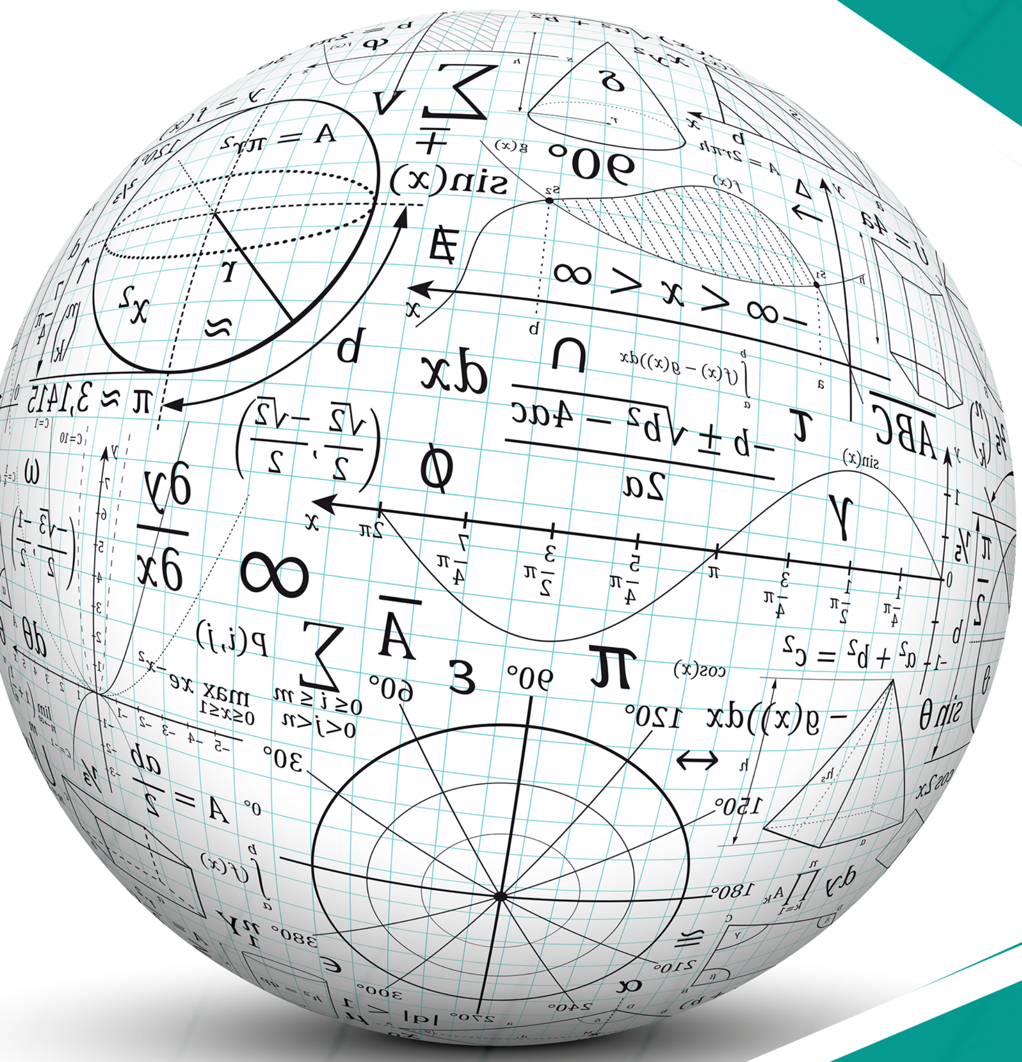
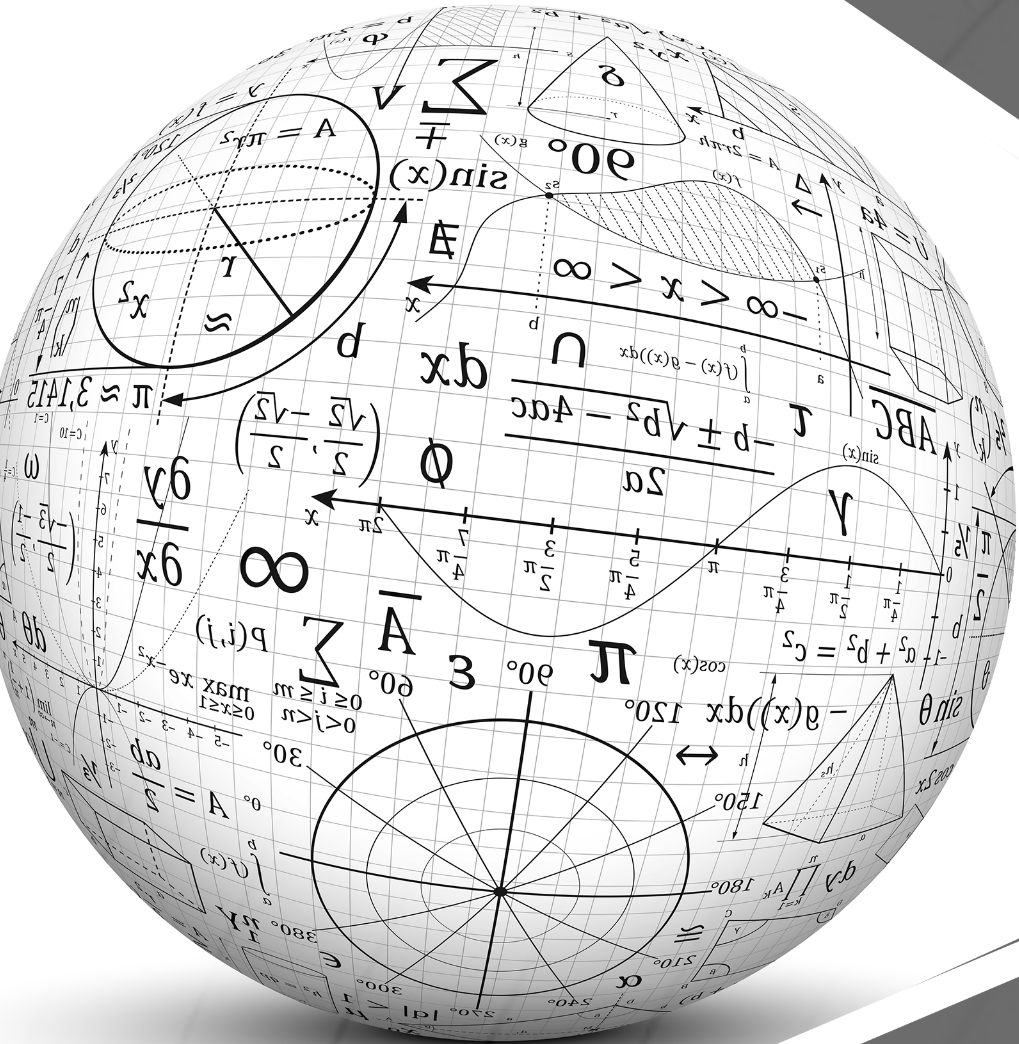
Annaly Schewtschik
(Organizadora)



Universo dos Segmentos Envolvidos com a Educação Matemática 2

Atena Editora
Ano 2020

Annaly Schewtschik
(Organizadora)



Universo dos Segmentos Envolvidos com a Educação Matemática 2

Atena Editora
Ano 2020

2020 *by Atena Editora*
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2020 Os autores
Copyright da Edição © 2020 Atena Editora
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

U58 Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática 2 [recurso eletrônico] / Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-81740-16-0
DOI 10.22533/at.ed.160201302

1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Ano 2020

APRESENTAÇÃO

A obra "Universo dos Segmentos Envolvidos com a Educação Matemática 2" aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora. Este volume possui 20 capítulos que trazem uma diversidade de pesquisas em Educação Matemática, relacionadas as práticas de sala de aula, análises de temáticas frente a estudos de revisão bibliográfica, a formação de professores e usos recursos e tecnologias nas salas de aula.

Nos trabalhos que refletem as práticas de sala de aula, veremos experiências desde o Ensino Fundamental ao Ensino Superior, relatando resultados frente ao processo de Ensino e de Aprendizagem da Matemática nas mais diversas temáticas. A Geometria é apresentada em estudos sobre o uso do Desenho Geométrico como estratégia de aprendizagem de conceitos e desenvolvimento de habilidades de percepção do espaço. O Campo Multiplicativo de Vergnaud está nas estratégias dos alunos frente a resolução de problemas neste campo conceitual. O uso de ludicidade é expresso por meio de "Mágicas Matemáticas" (procedimento matemáticos divertidos), evidenciada no trabalho com alunos do Atendimento Educacional Especializado, assim como na pesquisa que traz quadrinhos produzidos após trabalho com Grandezas e Medidas na horta escolar, com objetivo de tornar as aulas mais atraentes, dinâmicas e criativas. O Teorema de Tales presente nos estudos de alturas e sombras com alunos do Ensino Fundamental dimensionado pela metodologia da *Lesson Study*. E o uso da História da Matemática como metodologia para o ensino de Trigonometria a alunos de Ensino Médio.

No que consiste aos estudos de Temáticas da Educação Matemática, por meio de Revisão Bibliográfica, trazemos pesquisas que refletem sobre: a importância de Jogos e Brincadeiras na Educação Infantil, a Aritmética e sua formalização passando pela construção do Pensamento Lógico-matemático e a consolidação do Pensamento Aritmético, o Estado da Arte em relação a Educação Estatística na Formação de Professores, e a análise curricular sobre Transformações Geométricas no Currículo Prescrito de Matemática de Portugal.

Saberes pedagógicos são revelados nos trabalhos de pesquisa que envolvem Formação de Professores: apontando para contribuição da Teoria da Aprendizagem Significativa no ensino de Geometria Espacial, tendo em vista a melhoria da prática pedagógica; e, evidenciando o entendimento docente sobre a Prova Brasil de Matemática e o uso de seus resultados para aprimoramento da prática docente.

Recursos e tecnologias são apresentados em trabalhos que abordam a análise de livros didático e usos de softwares nas aulas de Matemática. O livro didático é evidenciado, em um dos trabalhos, como um dos recursos mais utilizados pelos professores de Matemática em suas aulas, por isso merece toda a atenção frente sua escolha, devido a conteúdos e ideologias. Em outro, analisa como é apresentado o conceito de Vetor em livros de Geometria Analítica e Mecânica Geral, apontando suas abordagens e os Registros de Representação Semiótica frente aos diferentes significados dados ao conceito e a sua aplicação contextualizada. No uso de softwares apontam trabalhos que abordam: o uso de Games Educativos, em softwares livres, com alunos do Ensino Fundamental II, em laboratório de informática de uma escola pública; o uso do MATLAB em experiência multidisciplinar para o estudo do Cálculo I; as contribuições do uso QR Code para a aprendizagem da Matemática em cursos de formação, tanto inicial como continuada, de professores que ensinam Matemática; o Geogebra no auxílio à aprendizagem de Cálculo Diferencial, em curso de extensão, para alunos de Licenciatura em Matemática; e, também, os resultados sobre usos de Tecnológica Assistiva e Interativa no campo da Educação Matemática para alunos com necessidades específicas.

Este volume apresentado tem como meta atingir educadores que pensam, refletem e analisam a matemática no âmbito da educação matemática e desejam discutir e se aprofundar em temáticas pertinentes a esse campo de conhecimento.

A todos, boa leitura!

Annaly Schewtschik

SUMÁRIO

I. PRÁTICAS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

CAPÍTULO 1 1

GEOMETRIA NA ESCOLA DE NÍVEL FUNDAMENTAL: DESENHO GEOMÉTRICO COMO UMA PROPOSTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

José Augusto Lopes da Silva
Jorge Sales dos Santos
Maria José Lopes da Silva
Elias Fernandes de Medeiros Junior

DOI 10.22533/at.ed.1602013021

CAPÍTULO 2 12

ESTRATÉGIAS APRESENTADAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES- PROBLEMAS DO EIXO COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

Elohá Sheyla Vaz Gomes

DOI 10.22533/at.ed.1602013022

CAPÍTULO 3 21

GRUPO DE MÁGICA COM MATEMÁTICA NO ATENDIMENTO EDUCACIONAL ESPECIALIZADO

Tiago Eutíquio Lemes Santana
Claudemir Miranda Barboza
Renivaldo Bispo da Cruz

DOI 10.22533/at.ed.1602013023

CAPÍTULO 4 32

MATEMÁTICA EXECUTADA EM FORMA DE QUADRINHOS

Gabriela da Silva Campos da Rosa de Moraes
Débora kommling Treichel
Simone Nunes Schulz

DOI 10.22533/at.ed.1602013024

CAPÍTULO 5 40

TEOREMA DE TALES – SOMBRAS E ALTURAS

Daniela Santos Brito Viana
Kamila Barros Pereira
Poliana Ferreira do Prado
Roberta D`Ângela Menduni Bortoloti

DOI 10.22533/at.ed.1602013025

CAPÍTULO 6 48

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA PARA ENSINO DA TRIGONOMETRIA

Lucas Ferreira Ananias
Carolina Silva e Silva
Erika de Abreu Cardoso

DOI 10.22533/at.ed.1602013026

CAPÍTULO 7 59

A IMPORTANCIA DO BRINCAR NA EDUCACAO INFANTIL

Danielle Souza Barbosa
Rosa Vicentin
Kelli Cristina Rodrigues Alves
Stefane Aparecida Nascimento
Tamires Costa Paula
Valéria de Gregorio Santos
Elizabeth Maria Souza
Michele Ramos Marçal
Liziria Gabriela Soares Ribeiro
Cristiane Paganardi Chagas
Elizabeth Maria Souza
Josiane de Alves Barboza
Zulmira Batista Ortega Bueno

DOI 10.22533/at.ed.1602013027

II.ANÁLISE DE TEMÁTICAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CAPÍTULO 8 68

A ARITMÉTICA E SUA FORMALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Fábio Mendes Ramos
Daniel Martins Nunes
Anahil Ancelmo Pereira

DOI 10.22533/at.ed.1602013028

CAPÍTULO 9 79

A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTADO DO CONHECIMENTO

Thays Rodrigues Votto
Mauren Porciúncula Moreira da Silva

DOI 10.22533/at.ed.1602013029

CAPÍTULO 10 91

AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO CURRÍCULO PRESCRITO DE MATEMÁTICA DE PORTUGAL

Júlio César Deckert da Silva
Ruy César Pietropaolo

DOI 10.22533/at.ed.16020130210

CAPÍTULO 11 102

SABERES PEDAGOGICOS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE GEOMETRIA ESPACIAL A PARTIR DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Zelia Beserra Camelo
Ivoneide Pinheiro de Lima

DOI 10.22533/at.ed.16020130211

III. FORMAÇÃO DE PROFESSORES E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CAPÍTULO 12 .... **114**

A PROVA BRASIL DE MATEMÁTICA E SEUS RESULTADOS SEGUNDO PROFESSORES DE MATEMÁTICA E SUPERVISORES ESCOLARES

Ednei Luís Becher
Jutta Cornelia Reuwsaat Justo

DOI 10.22533/at.ed.16020130212

CAPÍTULO 13 .... **121**

LIVRO DIDÁTICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Cleiciane Dias das Neves
Ana Paula Perovano

DOI 10.22533/at.ed.16020130213

IV. RECURSOS E TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CAPÍTULO 14 .... **135**

O CONCEITO DE VETOR A PARTIR DA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA, FÍSICA E ENGENHARIA

Viviane Roncaglio
Cátia Maria Nehring
Isabel Koltermann Battisti

DOI 10.22533/at.ed.16020130214

CAPÍTULO 15 .... **149**

TECNOLOGIA E JOGOS: UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE DIVISIBILIDADE

Danilo Tavares de Oliveira Brito
Carolina Fernandes Araújo

DOI 10.22533/at.ed.16020130215

CAPÍTULO 16 .... **154**

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE CÁLCULO I, ATRAVÉS DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O MATLAB

Geneci Alves de Sousa
Luciano Roberto Padilha de Andrade

DOI 10.22533/at.ed.16020130216

CAPÍTULO 17 .... **166**

PERCORRENDO USOS/SIGNIFICADOS DO QR CODE NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL

Thayany Benesforte da Silva
Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra
Adriana dos Santos Lima
Anna Carla da Paz e Paes Montysuma
Denison Roberto Braña Bezerra
Ivanilce Bessa Santos Correia
Mário Sérgio Silva de Carvalho

Mike Wendell Ramos Fernandes
Otavio Queiroz Carneiro
Suliany Victoria Ferreira Moura
Vilma Luísa Siegloch Barros

DOI 10.22533/at.ed.16020130217

CAPÍTULO 18 179

GEOMETRIA DO SOFTWARE GEOGEBRA EM CÁLCULO DIFERENCIAL

Rosangela Teixeira Guedes

DOI 10.22533/at.ed.16020130218

CAPÍTULO 19 194

O LOCUS DA TECNOLOGIA INTERATIVA E ASSISTIVA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Érica Santana Silveira Nery
Antônio Villar Marques de Sá

DOI 10.22533/at.ed.16020130219

SOBRE A ORGANIZADORA.. 206

ÍNDICE REMISSIVO 207

CAPÍTULO 8

A ARITMÉTICA E SUA FORMALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 06/02/2020

Fábio Mendes Ramos
Instituto Federal do Norte de Minas – IFNMG, Departamento de Ensino
Januária – Minas Gerais

Daniel Martins Nunes
Instituto Federal do Norte de Minas – IFNMG, Departamento de Ensino
Januária – Minas Gerais

Anahil Ancelmo Pereira
Acadêmico da Pós-graduação em Ensino da matemática para o ensino médio pelo Instituto Federal do Norte de Minas – IFNMG.
São João da Ponte – Minas Gerais

RESUMO: Este trabalho apresenta uma breve reflexão acerca da aritmética e suas concepções. Aborda ainda o rigor matemático relacionado às definições de conjuntos naturais e descreve a formalização dos números, além de tratar da investigação matemática como proposta de ensino. A metodologia utilizada para o desenvolvimento desta pesquisa é de caráter qualitativo e baseou-se em revisão bibliográfica. O objetivo dessa abordagem é aplicar a aritmética em conteúdos interdisciplinares e na formalização matemática com ideias do cotidiano. Propõe-se, ainda, estabelecer a contextualização da aritmética a partir da resolução de problemas, estimulando-se uma reflexão que favoreça a construção de um pensamento lógico-matemático, ao consolidar seu pensamento aritmético. Conclui-se que a utilização da aritmética favorece formalizações matemáticas, o que possibilita ensinar matemática por meio da resolução de problemas. Desse modo, o método de ensino da aritmética auxiliará os discentes a concretizarem seu conhecimento, possibilitando, assim, um melhor desempenho no processo de ensino-aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Investigação Matemática; Aritmética; Conjuntos Numéricos.

ARITHMETIC AND ITS FORMALIZATION IN MATHEMATICS TEACHING

ABSTRACT: This paper presents a brief reflection on arithmetic and its conceptions. It also discusses the mathematical rigor related to the definition of natural sets and describes the formalization of numbers, besides dealing with mathematical research as a teaching proposal. The methodology used for the development of this research is qualitative and was based on literature review. The purpose of this approach is to apply arithmetic to interdisciplinary content and mathematical formalization with everyday ideas. It is also proposed to establish the contextualization of arithmetic from problem

solving, stimulating a reflection that favors the construction of a logical-mathematical thinking, by consolidating its arithmetic thinking. It is concluded that the use of arithmetic favors mathematical formalizations, which makes it possible to teach mathematics through problem solving. Thus, the teaching method of arithmetic will help students to realize their knowledge, thus enabling a better performance in the teaching-learning process.
KEYWORDS: Mathematical Research; Arithmetic; Numerical sets.

1 I INTRODUÇÃO

Nossa sociedade é altamente numérica, uma vez que os números estão por toda parte: nas embalagens dos produtos, na temperatura, no peso, nos balanços financeiros, nos saldos bancários, nos saldos de gols, entre outros.

Eles foram essenciais para a evolução humana, pois, através deles, começaram a surgir as representações simbólicas que contribuíram significativamente para uma nova forma de comunicação.

É notório ressaltar que a concepção de números está relacionada à quantidade, à grandeza, à posição e à representação. Nesse sentido, a quantidade relaciona-se à quantificação; a grandeza, à dimensão do objeto. Já a posição refere-se ao local onde se posiciona determinado elemento, e a representação, ao significado de determinado elemento.

A partir dessas informações, observa-se que os números fazem parte da história da humanidade e estão constantemente presentes na vida dos seres humanos, entretanto muitas vezes há dificuldades em conceituá-los; por isso se acredita que para o melhor entendimento dos números, é necessário antes conceituar o que é conjunto. Nesse contexto, de acordo com Dienes e Golding (1969),

> o número é um conceito muito complexo e, para aprender a harmonizar ente si os elementos conceptuais que o constituem, é indispensável, antes de tudo, conhecer esses elementos. Os números são propriedades dos conjuntos. Por exemplo, o número 2, o número 3, ou outro número qualquer, não podem aplicar-se a objetos únicos. É vazio de sentido falar em uma mesa 2 ou em uma mesa 3. Pode-se falar de uma mesa redonda, de uma casa quadrada, mas não de uma casa dois. Fala-se em duas casas. Quer dizer que dois se refere a um conjunto de casas (DIENES e GOLDING, 1969, p. 6).

Em relação à ideia de Matemática, os primeiros conceitos que se criam é o intuitivo e para haver um aprendizado mais eficaz, é importante partir da realidade dos alunos, associando o conteúdo a algo do cotidiano deles e com os conjuntos não seria diferente. Por exemplo, ao citar os objetos carteiras de uma determinada sala de aula com 30 alunos, partir-se-á do pressuposto de que, em uma sala de aula, deveria existir uma determinada quantidade de carteiras para acomodar os alunos.

Assim, pode haver “n” maneiras de exemplificar o conceito de conjunto, para tal, utiliza-se a definição de Caraça (2003):

> Em geral, dizemos que dado um conjunto de certos elementos quando:
> Eles são, de si, entidades determinadas;
> Além disso, há a possibilidade de averiguar se um elemento qualquer, dado ao acaso, pertence ou não ao conjunto (CARAÇA, 2003, p. 12).

A citação supracitada permite compreender, por exemplo, que as pessoas que estão no estádio de futebol pertencem a um conjunto de torcedores que foram ao estádio para assistir ao jogo. O torcedor que está acomodado na cadeira do campo de jogos esportivos pertence a esse conjunto, pois ele entrou no estádio. Por outro lado, em se tratando de um torcedor que ficou em casa, não se poderia defini-lo como elemento pertencente ao conjunto de torcedores que foram ao estádio, pois a definição “(a)” porém “(b)” não se aplica.

A ideia de Caraça sobre conjunto é bem generalizada, visto que através dela pode-se verificar tanto os conjuntos finitos, como os infinitos. Veja-se outro exemplo: o conjunto de torcedores no estádio de futebol é um conjunto finito, pois não se conseguiria alocar infinitas pessoas num estádio. Contudo, é também um conjunto infinito, se se imagina uma reta formada por infinitos pontos. Pode-se constatar então que o conjunto de pontos que a forma é infinito e, dessa maneira, torna-se bem intuitiva a verificação dos teoremas de Caraça.

Para uma melhor percepção sobre a ideia de conjunto, é necessário fazer um comentário sobre sua representação simbólica. Sabe-se que é relevante esse tipo de linguagem matemática, porém é preciso que o professor tenha muito cuidado quando estiver ensinando essa simbologia para os alunos, porque Dienes e Golding (1969) afirmam que

> os mestres não têm sempre consciência do abismo profundo que existe entre as experiências das crianças e a expressão simbólica desta experiência. Sim, quando uma criança chega à escola sabe falar, mas o faz inconscientemente. Ela não executa efetivamente o jogo enquanto no-lo está narrando; por isso, quando fala de seus brinquedos, o faz por intermédio de símbolos, isto é, de frases composta de palavras que ela sabe utilizar com muita eficácia (DIENES e GOLDING, 1969, p. 6).

Evidentemente que os estudantes possuem um conceito simbólico, que é a linguagem, e conseguem representar suas ideias de forma que possam compreendê-la, entretanto, na Matemática, é diferente. É preciso padronizar as representações da linguagem e, por isso, utilizamos símbolos matemáticos para tal.

Nesse contexto, muitos alunos deparam-se com a linguagem matemática e não conseguem compreender a sua aplicabilidade, daí muitas vezes, o desinteresse com essa representação simbólica. O professor, embora perceba essa lacuna comunicativa, continua apresentando informações mecanizadas e estimulando a memorização dos símbolos para que os alunos possam obter nota e não uma aprendizagem significativa.

Lins e Grimenez (1997) reforçam que, apesar da criança ter contato ou conhecimento das existências de determinados símbolos, isso não implica que ela possa compreendê-los. Dessa maneira, ainda conforme os autores,

> embora o mundo real proporcione as bases para esse sentido, este se consolida no momento em que se aplica o conhecimento adquirido a novas situações de mundo real. Isso não que dizer que sempre se estabeleçam as relações adequadas e se associem sempre significados adequados aos conteúdos do mundo numérico. Assim uma criança de 8 anos talvez tenha visto o símbolo 645, porém não tenha consciência de seu valor numérico, mesmo morando no número 645 da rua de uma grande cidade, ou já tenha visto uma nota fiscal de 645 reais (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 39).

Sendo assim, deve-se ter muito cuidado com a inserção dos símbolos matemáticos no ensino, pois existe grande dificuldade de compreensão dos alunos sobre o assunto. Segundo Dienes e Golging, não se pode esperar que uma criança aprenda imediatamente símbolos complexos de Matemática, uma vez que é necessário que elas passem por experiências variadas para que possam absorver os conceitos.

Desse modo, muitos matemáticos questionam os principais motivos da dificuldade em se pensar matematicamente, como a reflexão sobre o raciocínio numérico, as formulações de seus conceitos e a complexidade dos números. Nesse contexto, Lins e Grimenez (1997) apresentam algumas dificuldades nos trabalhos com os números:

> Existem diversos tipos de dificuldades específicas no trabalho dos números naturais. Entre outras: i) falta de sentidos diversos da contagem e valores diversos que se associem a ideias de números; ii) dificuldades específicas do sistema numérico associadas a agrupamentos ou decomposições. Outras são próprias dos distintos conjuntos numéricos; iii) problemas de interpretação simbólicas; iv) tarefas de ordenação e compreensão do valor relativo; v) dificuldades com a estimação; vi) erros associados à ineficácia operativa por falta de significação ou erros na execução de algoritmos clássicos (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 45).

É notório, portanto, que as dificuldades na aprendizagem da matemática não se baseiam apenas nas formulações simbólicas e é sabido que ela é um contribuinte nesse processo, conforme Lins e Grimenez. Observa-se ainda que as dificuldades em se compreender a definição de números e de seus significados interferem no entendimento da matemática.

Afinal o que é número? De acordo com Dines e Golding, são propriedades de conjuntos de elementos aos quais nos referimos. Assim, os números estão relacionados diretamente com os conjuntos e suas relações com equivalência, conservação dos números, conceitos de sucessão, adição, subtração, multiplicação e divisão.

2 I FORMALIZAÇÃO NUMÉRICA

O ser humano tem a necessidade de ver a aplicação de toda ciência, por isso o professor se depara com diversos questionamentos dos estudantes, tais quais: “Para que serve isso? Onde se aplica? Onde vou usar isso? Para que estudar isso?” Como diversas situações estão muito sistematizadas, alguns professores têm dificuldades de esclarecer o uso (aplicabilidade) de determinados conceitos.

Quando alguns alunos perguntam “para que definir conjuntos e números?”, certamente ouvem algumas respostas, como: “É preciso estudar conjuntos numéricos para compreender conjuntos naturais, conjuntos inteiros, conjuntos racionais, conjuntos irracionais e conjuntos reais”. Assim, os alunos obtiveram uma resposta, no entanto ela foi realmente satisfatória?

Nota-se que, nas escolas, os alunos estão estudando a matemática tão mecanizada, que quando se abordada um problema que precisa ser relacionado ao cotidiano dos discentes, eles não conseguem formulá-los de maneira adequada, porque sempre receberam modelos matemáticos prontos. Nesse contexto, Lins e Grimenez afirmam que

> simplesmente oferecemos modelos prontos: se você tem que calcular o troco, faça a subtração adequada, e subtração se faz assim. Ora, qualquer bom profissional que seja chamado a ajudar uma empresa ou grupo de pessoas a organizar uma atividade vai, em primeiro lugar, procurar estudar as condições nas quais o problema está sendo calculado (LINS e GRIMENEZ, 2007, p. 20).

Ainda, segundo os autores, a escola não se preocupa em estudar o problema; ela parte do princípio de que a essência é o troco, ou seja, a subtração é ensinada como operação que deve ser feita apenas posicionando um número abaixo do outro, sendo estudada, portanto, como processo mecânico e não contextualizado.

Sendo assim, é preciso fazer a representação numérica em determinadas situações reais, porque, em um conjunto de números naturais, não seria impossível incluir todos os elementos. Nesse momento, existiria a necessidade de haver uma boa formalização do conteúdo. Dienes e Golding afirmam:

> Claro, não é necessário representar todos elementos do conjunto. Se forem muitos numerosos, não será sequer praticável. Quando os elementos de um conjunto forem muitos numerosos, haverá muita probabilidade para que este último tenha sido definido por um atributo que todos elementos devem possuir para pertencer a ele (DIENES e GOLDING, 1969, p. 23).

Para ficar mais evidente a representação matemática, mostrar-se-ão algumas maneiras diferentes de representação de conjuntos dos números naturais. Dessa forma, acredita-se que ficarão mais concretizadas as diversas maneiras de se apresentar a formalização da matemática. Assim,

1. os números naturais formam um conjunto cujos elementos são descritos ordenadamente, como segue:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, . . .

Ou ainda de modo mais sugestivo:

2. $\mathbb{N}$ é o conjunto dos números naturais composto pelos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, . . .

3. O conjunto $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, . . .\}$ é denominado conjunto dos números naturais.

4. Seja $\mathbb{N}$ um conjunto dos números naturais, se $\mathbb{N}$ possui as seguintes propriedades:

i) $0 \in \mathbb{N}$

ii) $1 \in \mathbb{N}$

iii) $K + 1 \in \mathbb{N}$ sempre que $k \in \mathbb{N}$

Então $k \in \mathbb{N}$, ou seja, possui todos os números do conjunto.

Sendo assim, independentemente do tipo de representação, o importante é a formalização da Matemática para facilitar a compreensão, o raciocínio e suas representações matemáticas. Diante do exposto sobre as ideias de conjunto, de números e suas representações, será feita uma abordagem acerca da aritmética.

Para Lins e Grimenez, a aritmética não é apenas uma relação de contagem, que manipula coleções de objetos ou simplesmente os representam formalmente. Segundo eles,

> tem-se esquecido frequentemente que a aritmética inclui também: a) representações e significações diversas (pontos de referência e núcleos, que ampliam a ideia simples do manipulativo); b) análise do porquê dos algoritmos e divisibilidade (elementos conceituais); c) uso adequado e racional de regras (técnicas, destrezas e habilidades) e d) descobertas ou "teoremas" (descobertas, elaboração de conjecturas e processos de raciocínio (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 33)

Dentro dessa perspectiva, para os autores, a aritmética não está apenas contribuindo com a formalização de determinados problemas, mas também tem sua contribuição histórica e cultural na formalização dos diálogos, pois sua representação auxilia as interpretações de determinadas informações.

3 I INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM PROPOSTA DE ENSINO

Muitos professores, ansiosos pela aquisição dos conhecimentos matemáticos por parte de seus alunos, buscam maneiras diferenciadas de ensinar. Creem que o sistema tradicional, muitas vezes, é falho e ao se criar um facilitador, os discentes obteriam êxito de maneira mais imediata. Corroborando essa ideia, acredita-se que uma das opções para melhorar o ensino seria através do processo de investigações matemática.

A investigação matemática é abordada com maestria por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Para esses pesquisadores, investigar é procurar conhecer o que não se sabe, isto é, pesquisar. É a partir da investigação matemática que se pode descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades.

Ainda segundo esses autores, o primeiro grande passo na investigação é identificar claramente o problema a resolver e é evidente que, na matemática, existe uma relação entre problemas e investigação.

Na pedagogia tradicional, quando se sugere a análise de algum problema pelos alunos, espera-se, certamente, que eles deem uma resposta satisfatória, logo, quando não se obtém uma resolução esperada, recebem nota zero, e sua resposta é considerada errada. Na investigação matemática, esse fato não ocorre. Assim,

> quando trabalhamos um problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outra descoberta que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes, não se conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2013, p. 17).

O processo de investigação poderia auxiliar, sobremaneira, no ensino da matemática, uma vez que poderá ser utilizada na análise ou estudo de determinados problemas, contribuindo para a melhoria da aprendizagem dos alunos, pois, mesmo que eles não consigam, naquele momento, resolver o problema, refletirão sobre o assunto e, consequentemente, construirão algum conhecimento sobre os princípios matemáticos posteriormente. Mediante esse processo, pode-se, por conseguinte, identificar quais foram as dificuldades, formulações, conceitos e processos que faltaram para que chegassem ao resultado esperado.

Com o processo de investigação matemática, o aluno deixará de ser mero espectador, ou seja, aquele que absorve as informações dadas pelo professor e se torna produtor do próprio conhecimento e, assim, o professor passa a ser o facilitador da aprendizagem do aluno. Essa questão também é abordada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) ao afirmarem:

> O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e professores (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2013, p. 23).

Na tentativa de superação do modelo tradicionalista do ensino de matemática, o conceito de investigação apresenta-se como um mecanismo de ressignificação da transmissão do saber. Nesse contexto, o aluno será levado a apresentar uma nova postura, visto que passará a agir como um matemático, ao desenvolver sua capacidade de reflexão e de crítica, o que fará com que ele seja mais rigoroso não só nas formulações e resoluções de problemas, como também de questionamentos, conquistando mais independência em seus estados.

No processo de investigação, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) defendem que sejam trabalhados os seguintes momentos:

> Podemos dizer que a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração a avaliação do trabalho realizado (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2013, p. 20).

Desse modo, em uma investigação matemática não se trabalha necessariamente todos os momentos, porém é preciso desenvolver uma análise rigorosa do problema, para que se tenha uma melhor e eficaz abordagem do objeto estudado e, consequentemente, aprendizado efetivo por parte do aluno.

4 I RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

A matemática é uma ciência complexa, e a construção de um pensamento lógico abstrato para as crianças é vista como um desafio, pois a aprendizagem matemática não atrai muito esse público, uma vez que frequentemente não conseguem compreender a disciplina.

Nessa perspectiva, Dienes e Golding afirmam que, na Matemática, as crianças não se preocupam em formalizar a linguagem matemática, isto é, em transformá-la em forma algébrica, e muito menos têm pressa em aprendê-la, porque as experiências que esses símbolos descrevem são estranhas. Apesar disso, a linguagem simbólica matemática fornece a elas um número enorme de experiências, que, se vividas, dar-lhes-ão uma grande capacidade de conhecimentos, sendo necessário para isso que seja desenvolvido um efetivo trabalho e cabe aos professores essa missão de ensinar.

Partindo da ideia de Dienes e Golding, segundo a qual o processo de ensino da matemática deve ser vivenciado, crê-se que, ao se trabalhar aritmética com os alunos, não se deve preocupar apenas com as formas simbólicas, e sim com o modo como isso pode se útil ao seu cotidiano; permitindo que eles façam uma reflexão sobre as situações que os rodeiam e busquem compreender a aprendizagem da matemática de maneira significativa.

Desse modo, no ensino atual, embora as tecnologias estejam mais presentes em nosso cotidiano, o sistema escolar parece cada vez mais distante dessa realidade. Vale lembrar, contudo, que não será proposta aqui nenhuma atividade com o uso da tecnologia, visto que tal comentário apenas ilustra a necessidade de haver mudanças no ensino a fim de uma melhor visualização do perfil dos alunos hoje.

De acordo com Lins e Grimenez (1997), para que se tenha um bom trabalho no ensino da aritmética, o professor deverá:

> a) Reconhecer a necessidade de mudança curricular que sirva para desenvolver um sentido numérico, ou seja, colocar para que o aluno seja capaz de interpretar e formular textos numéricos, reconhecer visualizações, relacionar ao máximo os conteúdos que conhece na prática situações de cada momento, utilizar métodos originais para distintos tipos de situações, avaliar se são razoáveis e eficazes.
>
> b) Integrar diversos tipos de raciocínios na produção de conjecturas ante os problemas apresentados, superando os erros, as dificuldades e os obstáculos;
>
> c) Assumir o papel dos distintos cálculos, que não se reduza à obtenção de resultados, e contribuam para aprimorar processos como planificar, desenvolver estratégias diferentes, selecionar as mais adequadas etc.; e, por último,
>
> d) Fomentar uma avaliação que contemple a regulação e controle constante do processo de ensino proposto (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 87).

Sabe-se que as instruções primárias da aritmética são as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e, em alguns momentos, será possível trabalhar com os alunos os problemas de divisibilidade, sendo esta uma das maiores dificuldades do alunato, segundo professores. Por esse motivo, destacam-se os problemas de divisibilidade que serão ilustrados a seguir.

- √ **Problema.** Mostre as seguintes propriedades importantes da divisibilidade: dado um número qualquer, e sabendo que este é divisível por outros dois números distintos entre si e que o número dado é divisível pela soma e pela diferença deles. Se o número dado for divisível pela soma ou pela diferença dos dois números distintos, e se ele for divisível por um deles, ele também será divisível pelo outro. Logo, conclui-se que o número dado é divisor comum dos dois se, e somente se, ele for divisor comum de um pela subtração do outro por esse.

Nota-se a complexidade do problema aritmético, que poderia ser melhor compreendido caso fosse codificado e escrito na forma da linguagem matemática.

Como foi dito, o problema seria bem mais trabalhado na investigação matemática, permitindo ao aluno criar suas conjecturas. Dessa maneira, com a condução do professor, o estudante realizaria a construção de seu próprio conhecimento, além de reforçar a importância da formalização dos números e sua importância simbólica. Veja o mesmo problema na linguagem matemática.

√ **Problema.** Mostre as seguintes propriedades importantes da divisibilidade:

Se d | a e d | b, então d | (b + a) e d | (b – a).

Se d | (b + a) ou d | (b – a) e d | a, então d | b.

Conclui-se que d é um divisor comum de a e b se, e somente se, d for um divisor comum de a e de b – a.

Sendo assim, percebe-se que, na aritmética, apesar de se trabalhar apenas com números, em alguns momentos, existe a necessidade de representação desse número de uma forma mais generalizada. Nessa perspectiva, o importante não será o símbolo, mas sim o que ele representa.

5 | CONCLUSÃO

Com a utilização da aritmética, o docente pode ensinar matemática utilizando suas conceituações teóricas e práticas, mediante a resolução de problemas. Ao estimular o discente com problemas interdisciplinares, o professor possibilita o ensino da aritmética partindo-se do concreto e proporcionando a construção da generalização teórica necessária. Ao discente, a reflexão desse trabalho possibilita apreender conhecimentos teóricos e práticos do ensino da aritmética, visto que o conteúdo seria abordado de forma aplicável, o que favorece a construção de um pensamento lógico matemático.

Assim, é importante que o professor de matemática, além do conhecimento teórico bem concretizado, estabeleça relações de aplicação do conhecimento com situações-problemas contextualizadas, como sugestões aqui apresentadas, conduzindo, portanto, os discentes aos saberes mais concretizados da aritmética.

REFERÊNCIAS

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. **Primeiros passos em matemática**: conjuntos, números e potências. São Paulo: Herder, 1969.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

PONTE, João Pedro; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SOBRE A ORGANIZADORA

Annaly Schewtschik - Mestre em Educação, MBA em Governança Pública e Gestão Administrativa, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Especialista em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e Licenciada em Pedagogia. Professora da Educação Básica e do Ensino Superior em Pedagogia, Administração e Tecnólogo em Radiologia, assim como em Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 25 anos, tem diversos trabalhos publicados em livros, em periódicos e em anais de eventos pelo Brasil. Atualmente é Empresária em Annaly Schewtschik Coach Educacional atuando em Consultoria e Assessoria Educacional, Avaliação e Formação de Professores, além de estar Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Aplicativos 152, 171, 172, 173, 201

Atendimento educacional especializado 21, 22, 30, 31

Avaliação 75, 76, 103, 108, 110, 112, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 164, 196, 203, 206

B

Brincadeiras e jogos 66

C

Cálculo diferencial 155, 162, 163, 179, 180, 181, 191, 192, 193

Cálculo i 154, 155, 156, 163, 169

Campo multiplicativo 20

Conceitos geométricos 1, 4, 5, 6, 91, 99, 100, 101

Conteúdos e ideologias 121

Currículo prescrito 79, 81, 84, 85, 86, 87, 88, 91, 97, 101

D

Desenho geométrico 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11

Divisibilidade 73, 76, 77, 149, 150

E

Educação básica 7, 41, 84, 90, 103, 104, 108, 110, 115, 116, 120, 129, 130, 133, 137, 167, 206

Educação infantil 59, 60, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 89, 129, 132

Educação matemática inclusiva 194, 195, 197

Ensino superior 41, 135, 155, 164, 206

Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental 85, 86, 88, 90

Exploração de conceitos matemáticos 167

F

Ferramentas tecnológicas 154, 200

Formação de professores 22, 31, 34, 39, 79, 81, 82, 85, 87, 88, 89, 102, 103, 106, 112, 113, 114, 167, 206

G

Geogebra 104, 105, 110, 111, 113, 152, 179, 180, 181, 191, 192, 193

Geometria analítica e vetores 135, 140

Geometria espacial 102, 104, 105, 109, 110, 111, 113

H

História da matemática 3, 10, 48, 52, 53, 57, 58, 133, 134

I

Investigação matemática 68, 74, 75, 77

L

Lesson study 40, 46, 47
Livro didático 86, 121, 122, 123, 124, 125, 128, 129, 131, 132, 133, 134, 138, 141

M

Matemática em quadrinhos 33

P

Pensamento aritmético 68
Prova brasil de matemática 114, 117

Q

Qr code 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 175, 176, 177

R

Registro de representação semiótica 135
Representação 1, 6, 10, 45, 69, 70, 72, 73, 77, 85, 106, 135, 137, 138, 139, 140, 144, 145, 147, 148, 154, 155, 156, 157, 158, 162, 163, 164
Rigor matemático 68

S

Saberes docentes 81, 90, 102, 104, 105, 106, 107

T

Tecnologia assistiva. 197, 204
Tecnologia e jogos 149
Tecnologia interativa 194
Teorema de tales 40, 41, 42, 45, 46
Teoria da aprendizagem significativa 102, 104, 107, 110
Transformações geométricas 91, 92, 94, 97, 98, 99, 100, 101
Trigonometria 48, 49, 53, 54, 57, 58, 134, 181

Atena
Editora
2020