

# Avanços das Pesquisas e Inovações na Engenharia Química

Jéssica Verger Nardeli  
(Organizadora)

# Avanços das Pesquisas e Inovações na Engenharia Química

Jéssica Verger Nardeli  
(Organizadora)

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Diagramação:** Karine de Lima

**Edição de Arte:** Lorena Prestes

**Revisão:** Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Profª Drª Angeli Rose do Nascimento – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie di Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná

Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Fernando José Guedes da Silva Júnior – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Gabriela Vieira do Amaral – Universidade de Vassouras  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Profª Drª Iara Lúcia Tescarollo – Universidade São Francisco  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Renata Mendes de Freitas – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Me. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Me. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Me. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
 Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Andrezza Miguel da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
 Prof. Dr. Antonio Hot Pereira de Faria – Polícia Militar de Minas Gerais  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Carolina Shimomura Nanya – Universidade Federal de São Carlos  
 Prof. Me. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
 Prof. Ma. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
 Prof. Me. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
 Prof. Me. Douglas Santos Mezacas -Universidade Estadual de Goiás  
 Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
 Prof. Me. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Fabiana Coelho Couto Rocha Corrêa – Centro Universitário Estácio Juiz de Fora  
 Prof. Me. Felipe da Costa Negrão – Universidade Federal do Amazonas  
 Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Germana Ponce de Leon Ramírez – Centro Universitário Adventista de São Paulo  
 Prof. Me. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
 Prof. Me. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
 Prof. Me. Javier Antonio Albornoz – University of Miami and Miami Dade College  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
 Prof. Me. José Luiz Leonardo de Araujo Pimenta – Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria Uruguay  
 Prof. Me. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Juliana Thaisa Rodrigues Pacheco – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Prof. Me. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
 Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
 Prof. Me. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
 Prof. Dr. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual de Maringá  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Marileila Marques Toledo – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
 Prof. Me. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Renata Luciane Posaque Young Blood – UniSecal  
 Prof<sup>a</sup> Ma. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
 Prof. Me. Tallys Newton Fernandes de Matos – Faculdade Regional Jaguaribana  
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

A946 Avanços das pesquisas e inovações na engenharia química 1  
[recurso eletrônico] / Organizadora Jéssica Verger Nardeli. –  
Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.

Formato: PDF  
 Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader.  
 Modo de acesso: World Wide Web.  
 Inclui bibliografia  
 ISBN 978-65-86002-53-9  
 DOI 10.22533/at.ed.539202003

1. Engenharia química – Pesquisa – Brasil. I. Nardeli, Jéssica Verger.

CDD 660.76

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

Atena Editora  
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

A coleção “Avanços das Pesquisas e Inovações na Engenharia Química volume 1” é uma obra que tem como foco principal a discussão e divulgação científica por meio de trabalhos com diferentes funcionalidades que compõe seus capítulos. O volume abordará de forma categorizada trabalhos, pesquisas que transiram nos vários caminhos da engenharia química de forma mais aplicada tanto para pesquisa como indústria.

O objetivo central foi apresentar de forma categorizada e clara estudos correlacionados a estudo cinético, termodinâmico, físico-químico, caracterização de materiais por meio de várias técnicas (Microscopia eletrônica de varredura, análise de difração de raio-X dentre outras) e abordagens (tamanho de partícula, tratamento estatístico) desenvolvidos em diversas instituições de ensino e pesquisa do país. Em todos esses trabalhos a linha condutora foi o aspecto relacionado à caracterização, aplicação, otimização de procedimentos e metodologias, dentre outras abordagens importantes na área de exatas e engenharia. O avanço das pesquisas e divulgação dos resultados tem sido um fator importante para o desenvolvimento da ciência e estímulo de inovação.

Temas diversos e interessantes são, deste modo, discutidos aqui com a proposta de fundamentar o conhecimento de acadêmicos, mestres e todos aqueles que de alguma forma se interessam pela área de exatas e engenharia química aplicada e educacional. Possuir um material que demonstre evolução de diferentes metodologias, abordagens, otimização de processos, caracterização com técnicas substanciais é muito relevante, assim como abordar temas atuais e de interesse tanto no meio acadêmico como social.

Deste modo a obra “Avanços das Pesquisas e Inovações na Engenharia Química volume 1” apresenta estudos fundamentados nos resultados práticos obtidos pelos diversos professores e acadêmicos que arduamente desenvolveram seus trabalhos que aqui serão apresentados de maneira concisa e didática. Sabemos o quão importante é a divulgação científica, por isso evidenciamos também a estrutura da Atena Editora capaz de oferecer uma plataforma consolidada e confiável para estes pesquisadores explorarem e divulgarem seus resultados.

Jéssica Verger Nardeli

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
RESINA BENZOXAZINA: OBTENÇÃO E POTENCIAL DE APLICAÇÃO NO SETOR AEROESPACIAL	
Cirlene Fourquet Bandeira	
Aline Cristina Pereira Trofino	
Sérgio Roberto Montoro	
Michelle Leali Costa	
Edson Cocchieri Botelho	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5392020031</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>13</b>
ANÁLISE MORFOLÓGICA E LIXIVIAÇÃO DA LAMA VERMELHA APÓS TRATAMENTO TÉRMICO	
Bruno Marques Viegas	
Keize Lorena Martins dos Passos	
Edilson Marques Magalhães	
Josiel Lobato Ferreira	
Diego Cardoso Estumano	
José Antônio da Silva Souza	
Emanuel Negrão Macêdo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5392020032</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>24</b>
ESTUDOS CINÉTICO E TERMODINÂMICO DA UTILIZAÇÃO DE MESOCARPO DE COCO VERDE NA REMOÇÃO DE ÍONS FLUORETO EM SOLUÇÃO	
César Augusto Canciam	
Nehemias Curvelo Pereira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5392020033</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>36</b>
ESTUDO FÍSICO-QUÍMICO DE LICORES DE CUPUAÇU ( <i>THEOBROMA GRANDIFLORUM</i> SCHUM) COMERCIALIZADOS EM BELÉM DO PARÁ	
João Pedro dos Reis Lima	
Allyson Allennon Pinheiro do Rosário	
José Marcos Nobre de Moura Junior	
Ewerton Carvalho de Souza	
Ivan Carlos da Costa Barbosa	
Ewerton Reginaldo dos Santos Neves	
Ronaldo Magno Rocha	
Charles Alberto Brito Negrão	
Regina Celi Sarkis Müller	
Antonio dos Santos Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5392020034</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>45</b>
INFLUÊNCIA DA CONCENTRAÇÃO DE SÓLIDOS TOTAIS NA ELEVAÇÃO DO PONTO DE EBULIÇÃO DE SOLUÇÕES DE LEITE/SACAROSE	
Marcio Augusto Ribeiro Sanches	
Rodrigo Rodrigues Evangelista	
Daniele Penteadó Rosa	
Tiago Carregari Polachini	
Javier Telis Romero	
<b>DOI 10.22533/at.ed.5392020035</b>	

**CAPÍTULO 6 ..... 54**

CINÉTICA DE SECAGEM DE *Alpinia zerumbet* E INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NAS PROPRIEDADES DO SEU ÓLEO ESSENCIAL

Paulo Sérgio Santos Júnior  
Gustavo Oliveira Everton  
Amanda Mara Teles  
Bárbara De Souza Silva  
Harvey Alexander Villa-Veléz  
Adenilde Nascimento Mouchrek  
Victor Elias Mouchrek Filho

**DOI 10.22533/at.ed.5392020036**

**CAPÍTULO 7 ..... 66**

OSCILAÇÕES AMORTECIDAS EM SISTEMAS DE PARTÍCULAS COM MEMÓRIA ACOPLADA

Jair Rodrigues Neyra  
Rafael Santos da Costa  
José Rodrigues de Souza Chaves Gonçalves  
Marcos Vinicius de Souza Araújo  
Paulo Gerson da Cruz Ferreira  
Vinícius Frantinne Brito Alves  
Waldemar Monteiro de Moura  
Eliton Lima Rocha  
Maria Liduína das Chagas  
Thiago Rafael da Silva Moura

**DOI 10.22533/at.ed.5392020037**

**CAPÍTULO 8 ..... 79**

NANOPARTÍCULAS DE FE E PY COMO CATALISADORES DA LIQUEFAÇÃO DO CARVÃO

Rafael Santos da Costa  
Jair Rodrigues Neyra  
José Rodrigues de Souza Chaves Gonçalves  
Marcos Vinícios de Souza Araújo  
Paulo Gerson da Cruz Ferreira  
Vinícius Frantinne Brito Alves  
Waldemar Monteiro de Moura  
Andrew Nunes de Barros Reis  
Maria das Graças Dias da Silva  
Marcos Lima Cardoso  
Thiago Rafael da Silva Moura

**DOI 10.22533/at.ed.5392020038**

**CAPÍTULO 9 ..... 90**

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE DECANTADOR HORIZONTAL CENTRÍFUGO PARA SEPARAÇÃO DE SISTEMAS CONTENDO FASE OLEOSA DISPERSA

Alex Vazzoler

**DOI 10.22533/at.ed.5392020039**

**CAPÍTULO 10 ..... 99**

LIPASE EXTRACELULAR DO FUNGO *METARHIZIUM ANISOPLIAE* PRODUZIDA A PARTIR DE RESÍDUOS AGROINDUSTRIAS

Fabriele de Sousa Ferraz  
Laiane Martins Duarte  
Isadora Souza Santos Dias  
Lina María Grajales

**DOI 10.22533/at.ed.53920200310**



**CAPÍTULO 11 ..... 107**

SÍNTESE E APLICAÇÃO DE ESFERAS POROSAS DE QUITOSANA NA ADSORÇÃO DE NÍQUEL EM SOLUÇÃO AQUOSA

Flávia Cristina Cardoso Dória  
Elaine Cristina Nogueira Lopes de Lima

**DOI 10.22533/at.ed.53920200311**

**CAPÍTULO 12 ..... 123**

ADSORÇÃO DO COBRE II A PARTIR DA ATIVAÇÃO TÉRMICA DA CASCA DE BURITI (MAURITIA FLEXUOSA)

Larissa Tavares Esquerdo  
Brenda Thayssa Figueira Daniel  
Yuri Leon dos Santos Silva  
Elinaldo Silva Caldas  
Alacid do Socorro Siqueira Neves  
Reginaldo Sabóia de Paiva  
Disterfano Lima Martins Barbosa

**DOI 10.22533/at.ed.53920200312**

**CAPÍTULO 13 ..... 131**

ISOTERMAS DE SORÇÃO E PROPRIEDADES TERMODINAMICAS DO ABIU (*POUTERIA CAIMITO*)

Emilio Émerson Xavier Guimarães Filho  
Ronaldo Maison Martins Costa  
Julles Mitoura dos Santos Junior  
Nathalia Cristina Ramos Lima  
Audirene Amorim Santana

**DOI 10.22533/at.ed.53920200313**

**CAPÍTULO 14 ..... 143**

CARACTERIZAÇÃO DO OITI *LICANIA TOMENTOSA* (BENTH.) E COMPARAÇÃO DOS PÓS OBTIDOS POR DIFERENTES MÉTODOS DE SECAGEM

Ianê Valente Pires  
Tatyane Myllena Souza da Cruz  
Gisélia de Sousa Nascimento  
Natasha Cunha  
Antonio Manoel da Cruz Rodrigues  
Heloisa Helena Berredo Reis de Medeiros

**DOI 10.22533/at.ed.53920200314**

**CAPÍTULO 15 ..... 153**

EFEITO DO TEOR E DO TIPO DE DOPANTE (MG OU MN) NAS PROPRIEDADES DOS CATALISADORES BASEADOS EM ÓXIDO DE FERRO DESTINADOS A WGRS

Larissa Soares Lima  
Mariana Santos Rodrigues  
Rodrigo Ribeiro de Souza  
Maurício de Almeida Pereira  
Maria Luiza Andrade da Silva

**DOI 10.22533/at.ed.53920200315**

**CAPÍTULO 16 ..... 164**

RESÍDUOS DE FERRO E ALUMÍNIO EM COMPÓSITOS POLIMÉRICOS

Gabriel da Cruz Oliveira  
Lucas Rezende Almeida

Willian Rayol da Silva  
Bruno Henrique Alves Mendes  
Brenda Thayssa Figueira Daniel  
Deibson Silva da Costa  
Reginaldo Sabóia de Paiva

**DOI 10.22533/at.ed.53920200316**

**CAPÍTULO 17 ..... 172**

DISTRIBUIÇÃO DE TAMANHO DE PARTÍCULA DE BIOMASSA LIGNOCELULÓSICA DE BAGAÇO DE MANDIOCA (BLBM)

Rodrigo Rodrigues Evangelista  
Tiago Carregari Polachini  
Juan A. Cárcel  
Javier Telis-Romero  
Antonio Mulet

**DOI 10.22533/at.ed.53920200317**

**CAPÍTULO 18 ..... 184**

DISTRIBUIÇÃO DE TAMANHO DE PARTÍCULA DE BIOMASSA LIGNOCELULÓSICA DE CASCA DE MANDIOCA (BLCM)

Marcio Augusto Ribeiro Sanches  
Tiago Carregari Polachini  
Juan A. Cárcel  
Antonio Mulet  
Javier Telis-Romero

**DOI 10.22533/at.ed.53920200318**

**CAPÍTULO 19 ..... 196**

COMPOSIÇÃO QUÍMICA DE BIOMASSA LIGNOCELULÓSICA DE BAGAÇO DE MANDIOCA E DE CASCA DE MANDIOCA: INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DO TAMANHO DE PARTÍCULA

Tiago Carregari Polachini  
Maria Júlia Neves Martins  
Antonio Mulet  
Javier Telis-Romero  
Juan A. Cárcel

**DOI 10.22533/at.ed.53920200319**

**CAPÍTULO 20 ..... 209**

ANÁLISE DA VARIAÇÃO DA GRANULOMETRIA DA LAMA VERMELHA NAS PROPRIEDADES DOS COMPÓSITOS

Eryck Eduardo Simplicio dos Santos  
Victor Hugo Mafra Monfredo Ferreira  
Brenda Thayssa Figueira Daniel  
Bruno Henrique Alves Mendes  
Deibson Silva da Costa

**DOI 10.22533/at.ed.53920200320**

**SOBRE A ORGANIZADORA..... 217**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 218**

## OSCILAÇÕES AMORTECIDAS EM SISTEMAS DE PARTÍCULAS COM MEMÓRIA ACOPLADA

Data de submissão: 03/12/2019

Data de aceite: 11/03/2020

### **Jair Rodrigues Neyra**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/201342622143857>

### **Rafael Santos da Costa**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Matemática - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/2049890856129108>

### **José Rodrigues de Souza Chaves Gonçalves**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/7223937009116150>

### **Marcos Vinicius de Souza Araújo**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/4329480649215131>

### **Paulo Gerson da Cruz Ferreira**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/7406332246500341>

### **Vinicius Frantinne Brito Alves**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de

Engenharia - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/7063133261043924>

### **Waldemar Monteiro de Moura**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Física - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/2873621425694616>

### **Eliton Lima Rocha**

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Faculdade de Física - Instituto de Ciências Exatas.

Marabá - PA.

<http://lattes.cnpq.br/2786804300827544>

### **Maria Liduína das Chagas**

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Faculdade de Física - Instituto de Ciências Exatas.

Marabá - PA.

<http://lattes.cnpq.br/3505845652843695>

### **Thiago Rafael da Silva Moura**

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Física - UFPA.

Salinópolis - PA.

<http://lattes.cnpq.br/6484641635804030>

**RESUMO:** Reportamos efeitos de difusão anômala em sistemas particulados com acoplamento de memória. Nós usamos a classe de passeios aleatórios com memória como ferramenta para modelar sistemas de

partículas. Encontramos os regimes superdifusivo e difusivo ordinário. Observamos duas transições de regimes difusivo. Quando o acoplamento é mínimo é observada superdifusão acompanhada por oscilações log-periódicas do primeiro momento da posição, que desaparecem com o aumento do acoplamento. A primeira transição ocorre quando o acoplamento cresce de acoplamento nulo para diferente de zero; o sistema sofre uma transição do regime superdifusivo para o regime ordinário. Continuando a aumentar o acoplamento, os resultados mostram a segunda transição do regime ordinário para o regime superdifusivo

**PALAVRAS-CHAVE:** Passeios aleatórios. Memória. Acoplamento. Sistemas particulados. Oscilações amortecidas.

## DAMPED OSCILLATIONS IN PARTICULATE SYSTEMS WITH MEMORY COUPLING

**ABSTRACT:** We report anomalous diffusion effects in particulate systems with memory coupling. We used the class of random walks with memory as a tool to modelate particulate systems. We found the superdiffusive and ordinary regimes. We observed to regime transitions. When the coupling is minimum we observed log-periodic oscillations of the first moment of the position, which vanish when the coupling grows. We found two diffusion regime transistons. The first transition occurs when the coupling grows from null coupling to non-zero, the system suffer a transition from the superdiffusive regime to the ordinary regime. Continuing to increase the coupling, outcomes shows the second transition from the ordinary regime to the superdiffusive regime.

**KEYWORDS:** Random walks. Memory. Coupling. Particulate Systems. Damped Oscillations.

## 1 | INTRODUÇÃO

Em 1905, a publicação de uma pergunta feita por K. Pearson na revista Nature, surpreendentemente, convergiu para o nascimento da teoria dos passeios aleatórios (Pearson, 1905). Tornou-se uma ferramenta muito utilizada para atacar problemas na Física (Diniz et al., 2017), Economia (Masoliver et al., 2003), Engenharia (McCarthy, 1993) (Klages, 2008) (Neyra et al., 2019), Biologia e Medicina (Moura et al., 2018) (Cressoni et al., 2012).

Em 2004, G.M. Schütz e S. Trimper descobriram uma classe de passeios aleatórios com memória, i.e., que grava as decisões ao decorrer de toda a sua história. Este primeiro modelo ficou conhecido como passeios aleatórios do elefante (PAE). A cada instante uma decisão é recobrada equiprovavelmente. Um espectro de outros modelos foi construído segundo o modelo PAE: o modelo de passeios aleatórios com Alzheimer (Cressoni et al., 2007), o modelo de passeios aleatórios com perfil de memória Gaussiano (Borges et al., 2012), o modelo de passeios aleatórios com perfil

de memória exponencial (Alves et al., 2014), o modelo de passeios aleatórios com perfil de memória -exponencial (Moura et al., 2016) e o modelo de passeios aleatórios com perfil de memória binomial (Diniz et al., 2017).

No modelo de PAE, a memória é formada por um conjunto de variáveis aleatórias  $\sigma_{t'}$ , onde  $t'$  é o tempo escolhido uniformemente. A cada instante de tempo  $t$ , a decisão do elefante depende de toda a sua história recuperada a partir de uma distribuição uniforme. A probabilidade de recuperar uma ação realizada no passado é de  $1/t$  sendo que  $t$  é o tempo atual. A cada instante  $t$  a decisão é gravada na memória, tal propriedade atribui a característica não-Markoviana ao passeio aleatório. O caminhante anda um passo para a direita (+1) ou um passo para a esquerda (-1), tal como em um passeio aleatório unidimensional Markoviano. A equação de evolução estocástica é

$$X_{t+1} = X_t + \sigma_{t+1} \quad (1)$$

Para um tempo  $t+1$ , a variável  $\sigma_{t+1}$  assume o valor  $+1$  quando o caminhante anda um passo para a direita e  $-1$  quando o caminhante anda um passo para a esquerda. A memória consiste de um conjunto de variáveis aleatórias  $\sigma_{t'}$  para o tempo  $t' < t$ . Este processo ocorre da seguinte maneira:

- a) no tempo  $t+1$  um número  $t'$  do conjunto  $1, 2, \dots, t$  é escolhido aleatoriamente com probabilidade uniforme  $1/t$ .
- b)  $\sigma_{t+1}$  é determinado estocasticamente por,  $\sigma_{t+1} = \sigma_{t'}$  com probabilidade  $p$  e  $\sigma_{t+1} = -\sigma_{t'}$  com probabilidade  $1-p$ .

O primeiro passo no instante  $t=1$ , ocorre de acordo com a seguinte regra: o caminhante se encontra na posição  $X_0$  e se move para a direita com probabilidade  $q$  ou para a esquerda com probabilidade  $1-q$ , ou seja,  $\sigma_1 = +1$  com probabilidade  $q$  e  $\sigma_1 = -1$  com probabilidade  $1-q$ . Então, segue-se que a equação de evolução estocástica é

$$X_t = X_0 + \sum_{t'=1}^t \sigma_{t'} \quad (2)$$

O parâmetro  $p$  é a probabilidade do caminhante repetir uma ação do passado no instante de tempo  $t'$ . Quando ( $p > 1/2$ ) o caminhante apresenta um comportamento persistente, este é caracterizado pela repetição de ações passadas. Para ( $p < 1/2$ ) o caminhante toma uma ação contrária a ação que foi selecionada, o caminhante apresenta, portanto, um comportamento anti-persistente. Para o valor de ( $p = 1/2$ ) a caminhada aleatória é Markoviana. Nas regiões limítrofes de ( $p = 0$ ) e ( $p = 1$ ) surgem

dois comportamentos extremos. No ponto  $p=0$ , ocorre o máximo do comportamento anti-persistente, enquanto em  $p=1$  ocorre o máximo do comportamento persistente, caracterizado pelo movimento balístico com ( $H=1$ ), i.e., o caminhante move-se de forma determinística. Este tipo de passeio aleatório apresenta característica de que o primeiro passo é macroscopicamente relevante, portanto, possui impacto nos regimes de difusão medidos pelo expoente de Hurst (Hurst et al., 1969).

O primeiro momento da posição é

$$\langle x(t) \rangle = \frac{\alpha}{\Gamma(\lambda + 1)} t^\lambda \quad (3)$$

Sendo  $\alpha = 2q - 1$ ,  $\lambda = 2p - 1$  e  $\Gamma$  a função gama. Os parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$  estão definidos no intervalo  $[-1,1]$ .

O segundo momento da posição é dado por

$$\langle x^2(t) \rangle = \begin{cases} \frac{t}{3 - 4p} & , p < \frac{3}{4} \\ t \ln t & , p = \frac{3}{4} \\ \frac{t^{4p-2}}{(3 - 4p)\Gamma(4p - 2)} & , p > \frac{3}{4} \end{cases} \quad (4)$$

Note que para ( $p < 3/4$ ) o segundo momento, a Equação 4 depende linearmente de  $t$  e a difusão é ordinária, para ( $p > 3/4$ ) a difusão é caracterizada como superdifusiva. No ponto ( $p = 3/4$ ) o segundo momento é descrito através de uma função logarítmica do tempo (Schutz e Trimper, 2004).

## 2 | METODOLOGIA

### 2.1 O MODELO PAE-BIDIMENSIONAL

Dois caminhantes aleatórios PAE, 1 e 2, passeiam sobre dois eixos coordenados, distintos, perpendiculares, digamos  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente. No instante de tempo  $t$ , a posição do primeiro caminhante é denotada por  $X_t^1$ . Ele recobra tanto passos de sua própria memória como os passos da história do segundo PAE, rotulado  $X_t^2$ . A posição do  $i$ -ésimo caminhante aleatório é quantificada pela equação estocástica

$$X_{t+1}^i = X_t^i + \sigma_{t+1}^i \quad (5)$$

com  $i=1,2$ . A dinâmica microscópica segue as seguintes regras:

1. no tempo  $t+1$ , o elefante  $i$  escolhe um dos elefantes com índice  $k=1,2$  com

probabilidade  $\gamma_k^i$ . Esta probabilidade deve satisfazer a relação  $\gamma_1^i + \gamma_2^i = 1$ ;

2. no tempo  $t+1$ , um tempo  $t'$  é uniformemente escolhido do conjunto  $\{1,2,3,\dots,t\}$ ;

3. no tempo  $t+1$ , o passo do  $i$ -ésimo elefante é  $\sigma_{t+1}^i = +\sigma_{t'}^k$ , com probabilidade  $p_k^i$  e  $\sigma_{t+1}^i = -\sigma_{t'}^k$ , com probabilidade  $1 - p_k^i$ . Portanto notamos que a probabilidade é

$$P[\sigma_{t+1}^i = \pm \sigma_{t'}^k | \sigma_{t'}^k] = \frac{1}{2} \left[ 1 + (2p_k^i - 1) \sigma_{t+1}^i \sigma_{t'}^k \right] \quad (6)$$

A probabilidade do primeiro passo é

$$P[\sigma_1^i = \pm 1 | \text{sentidodek}] = \frac{1}{2} \left[ 1 + (2q_k^i - 1) \sigma_1^i \right] \quad (7)$$

A probabilidade do passo do  $i$ -ésimo caminhante no tempo  $t+1$ ,  $\sigma_1^i = \sigma$ , que provêm do espectro de possibilidades do conjunto  $\{\sigma_{t'}^1, \sigma_{t'}^2\}$ , é

$$P[\sigma_{t+1}^i = \sigma | \sigma_{t'}^{1,2}] = \frac{1}{2t} \sum_{k=1}^2 \left[ 1 + (2p_k^i - 1) \sigma \sigma_{t'}^k \right] \gamma_k^i \quad (8)$$

Onde o parâmetro  $\gamma_k^i$  é a probabilidade de acoplamento do  $i$ -ésimo elefante em relação ao  $k$ -ésimo elefante. De maneira que a probabilidade do primeiro passo é

$$P[\sigma_1^i = \pm 1] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \left[ 1 + (2q_k^i - 1) \sigma \right] \gamma_k^i \quad (9)$$

A partir da equação 7 é possível calcular a probabilidade de  $\sigma_1^i = \pm 1$ , i.e.,  $P[\sigma_{t+1}^i = \sigma | \sigma_1^1, \dots, \sigma_t^1; \sigma_1^2, \dots, \sigma_t^2] = P[\sigma_{t+1}^i = \sigma | \{\sigma_{1,2,\dots,t}^{1,2}\}]$  que é

$$P[\sigma_{t+1}^i = \sigma | \{\sigma_{1,2,\dots,t}^{1,2}\}] = \frac{1}{2t} + \frac{\sigma}{2} \sum_{k=1}^2 \alpha_t^i \gamma_k^i x_t^k \quad (10)$$

onde  $\alpha_t^i = 2p_k^i - 1$  e  $x_t^k = X_t^k - X_0^k$ .

O deslocamento condicional do  $i$ -ésimo elefante é

$$\left\langle \sigma_{t+1}^i = \sigma | \{\sigma_{1,2,\dots,t}^{1,2}\} \right\rangle = \sum_{\sigma=\pm 1} \sigma P[\sigma_{t+1}^i = \sigma | \{\sigma_{1,2,\dots,t}^{1,2}\}] \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^2 \frac{\alpha_k^i \gamma_k^i x_t^k}{t}$$

Então, a partir da Equação 11 obtemos a relação recursiva do primeiro momento da posição

$$\langle x_{t+1}^i \rangle = \sum_{k=1}^2 \left( \delta_{ki} + \frac{\alpha_k^i \gamma_k^i}{t} \right) \langle x_t^k \rangle \quad (12)$$

Outro parâmetro de deslocamento, neste caso para o primeiro passo, precisa ser definido como  $\beta_k^i = 2q_k^i - 1$ . Através desta definição, podemos encontrar o deslocamento inicial para o caminhante de índice  $i$ .

$$\langle x_1^i \rangle = \sum_{k=1}^2 \beta_k^i \gamma_k^i \quad (13)$$

O modelo de passeios aleatórios do elefante com acoplamento de memória foi publicado em (Marquioni, 2019). Baseado nele, reproduzimos os resultados acima para servir de base para a construção do nosso modelo. Nosso modelo usará os mecanismos de acoplamento de memória introduzidos, numericamente e analiticamente, em (Moura et al., 2018) e (Marquioni, 2019), nesta exata ordem.

## 2.2 O MODELO DE PASSEIOS ALEATÓRIOS COM PERFIL DE MEMÓRIA DE CAUCHY

Seguindo os moldes, as regras e as condições do modelo PAE-bidimensional, propomos um modelo de passeios aleatórios com o perfil de memória segundo a distribuição de Cauchy (Feller, 2008) acoplado com o PAE. Pela formulação dos passeios aleatórios do elefante, com termo de acoplamento, realizamos o acoplamento do PAE com passeios aleatórios com perfil de memória de Cauchy (PAC). Atribuímos o rótulo 1 para o modelo PAE e o rótulo 2 para o modelo PAC. A função de distribuição de probabilidade de Cauchy, distribuição de probabilidade usada para trazer da memória uma lembrança do passado do conjunto  $1,2,3\dots t$  é

$$P(\omega, t') = \frac{C_0}{\beta^2 + (t' - \omega)^2} \quad (14)$$

Onde  $C_0$  é a constante de normalização,  $\omega = t/2$  o parâmetro de locação e  $\beta$  o parâmetro de escala. Utilizamos a distribuição de Cauchy, truncada, no intervalo . A dinâmica é a mesma do modelo de Schütz e Trimper, modificando apenas a distribuição de probabilidade uniforme pela Equação 14.

Um comportamento do PAC, com a variação do parâmetro de escala,  $\beta$ , é o primeiro



momento da posição. Na Figura 1, destacamos a evolução do primeiro momento da posição para a região de anti-persistência ( $p < 1/2$ ). Nesta região, o comportamento do primeiro momento da posição é caracterizado por oscilações log-periódicas, que diminuem de amplitude na medida que  $\beta$  cresce, i.e., a região apresenta superdifusão acompanhadas por oscilações log-periódicas. Portanto, segundo a distribuição de Cauchy, para pequenos valores de  $\beta$ , no intervalo  $0 \leq \beta \leq 1$ , no seu primeiro momento percebemos que ao aumentar o parâmetro  $\beta$ , as amplitudes das oscilações são maiores para  $\beta = 10^{-2}$ , diminuindo para valores típicos de  $\beta = 10^{-1}$  e, sendo  $10^6$  menor para  $\beta = 10^0$  quando comparamos com oscilações do primeiro momento da posição para  $\beta = 10^{-2}$ . Destacamos estes resultados para a realização do acoplamento entre os caminhantes aleatórios, que apresentaremos na seção de resultados.

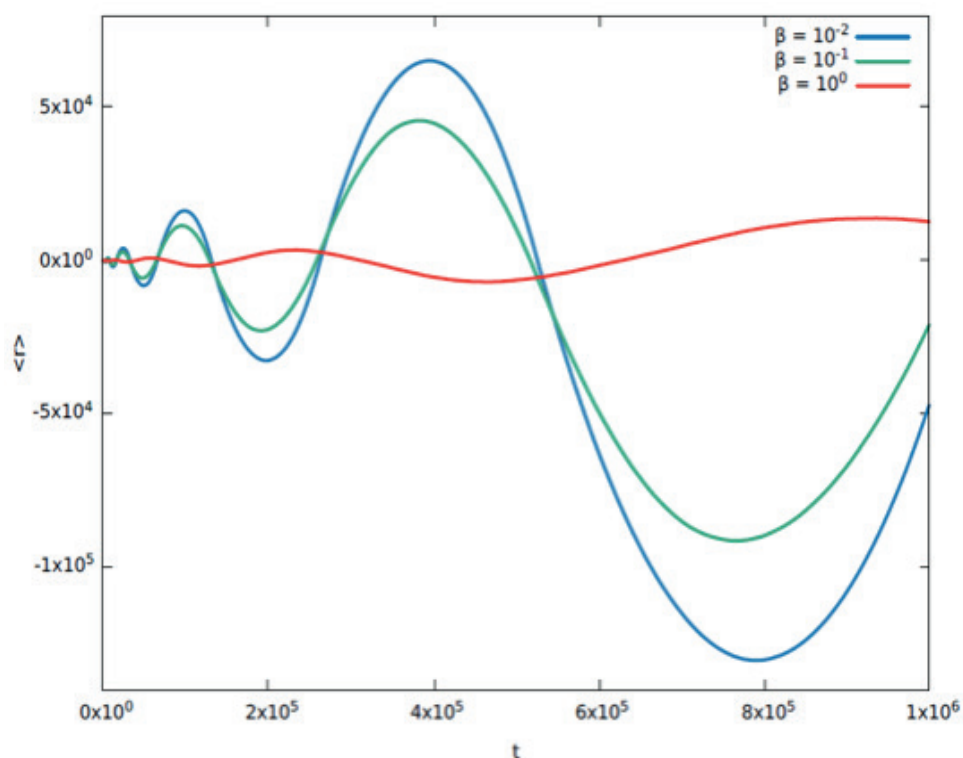


Figura 1 - Comportamento do primeiro momento da posição para os valores positivos de  $\beta \leq 1$ . Observados da magnitude das oscilações log-periódicas na medida que  $\beta$  cresce. Comparamos os valores de  $\beta$  na ordem de  $10^{-2}$  (curva azul),  $10^{-1}$  (curva verde) e  $10^0$  (curva vermelha).

### 2.3 O ACOPLAMENTO

Os caminhantes aleatórios 1 e 2 passeiam sobre eixos coordenados distintos, digamos o caminhante 1 passeia sobre o eixo  $x^1$ , perpendicular ao eixo  $x^2$  onde o caminhante 2 passeia aleatoriamente. O impacto das decisões do caminhante, digamos  $i$ , serem influenciadas pelas decisões do caminhante  $j$  é quantificada pelo coeficiente acoplamento  $\gamma_j^i$ . Os coeficientes de acoplamento estão relacionados da seguinte maneira

$$\begin{cases} \gamma_1^1 = 1 - \gamma_2^1 \\ \gamma_2^1, \forall 0 \leq \gamma_2^1 \leq 1 \\ \gamma_1^2, \forall 0 \leq \gamma_1^2 \leq 1 \\ \gamma_2^2 = 1 - \gamma_1^2 \end{cases} \quad (15)$$

Segundo a relação expressa pela Equação 15, o primeiro momento da posição é dado pela relação abaixo

$$\begin{pmatrix} \langle x_{t+1}^1 \rangle \\ \langle x_{t+1}^2 \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} t + (1 - \gamma_2^1)\alpha_1^1 & \gamma_2^1\alpha_2^1 \\ \gamma_1^2\alpha_1^2 & t + (1 - \gamma_1^2)\alpha_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle x_t^1 \rangle \\ \langle x_t^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (16)$$

Utilizando a Equação 16, sob a condição de que há acoplamento duplo de 2 em relação a 1, tanto quanto de 1 em relação a 2. Existem dois casos para considerar para o acoplamento: o caso simétrico e o caso não-simétrico. No caso simétrico os caminhantes 1 e 2 apresentam a mesma probabilidade de aprendizagem ( $\gamma_2^1 = \gamma_1^2$ ). No caso não-simétrico 1 ou 2 podem apresentar funções de probabilidade que crescem mais rapidamente do que a outra. Por exemplo, ( $\gamma_2^1 > \gamma_1^2$ ) quando o caminhante 1 apresentar maior probabilidade de modificar suas decisões microscópicas segundo as ações do caminhante 2, e ( $\gamma_2^1 < \gamma_1^2$ ) caso contrário. Vamos abordar o caso em que ( $\gamma_2^1 = \gamma_1^2 = \gamma$ ) com  $0 \leq \gamma \leq 1$ . Ainda, vamos variar um único parâmetro de probabilidade de feedback, chamando  $\alpha_1^1 = \alpha_2^1 = \alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \alpha$  com  $-1 \leq \alpha \leq 1$ . Seguindo estas mudanças reescrevemos a equação matricial do primeiro momento da posição como

$$\begin{pmatrix} \langle x_{t+1}^1 \rangle \\ \langle x_{t+1}^2 \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} t + (1 - \gamma)\alpha & \gamma\alpha \\ \gamma\alpha & t + (1 - \gamma)\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle x_t^1 \rangle \\ \langle x_t^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (17)$$

Realizamos o acoplamento dos modelos PAE e PAC. Para o modelo PAC, na região em que o parâmetro de escala é  $\beta = 10^{-2}$ , o primeiro momento da posição apresenta comportamento log-periódico. Realizamos medidas do primeiro momento da posição e expoente de Hurst para diversos valores de intensidade do acoplamento  $\gamma$ .

### 3 | RESULTADOS

É apropriado em problemas que envolvem sua modelagem utilizando caminhadas aleatórias, quantificar os regimes difusivos pelo expoente de Hurst. O comportamento difusivo pode ser quantificado através da lei de escala assintótica do desvio quadrático médio da posição em relação ao tempo. O desvio quadrático médio é definido da seguinte maneira; sendo  $A$  uma constante,  $H$  o expoente de Hurst e  $r_t^2 = (x_t^1)^2 + (x_t^2)^2$ . Quando o primeiro momento da posição cresce mais lentamente do que o segundo momento, a seguinte aproximação é pertinente. Os regimes difusivos podem ser classificados em subdifusivo ( $H < 1/2$ ), difusivo ordinário ( $H = 1/2$ ) e superdifusivo ( $H > 1/2$ ) (Hurst et al., 1969).

Na Figura 2 são exibidas medidas de  $H$  para o problema do acoplamento dos caminhantes aleatórios 1 e 2, em função de  $p$  e  $\gamma$ . As medidas foram realizadas para o parâmetro de feedback  $0 \leq p \leq 1$ , onde  $\alpha = 2p - 1$  e parâmetro de acoplamento variando no intervalo  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Nossas observações mostram o surgimento de dois regimes difusivos, o difusivo ordinário ( $H = 1/2$ ) e o superdifusivo ( $H > 1/2$ ). No painel de cores da Figura 2, tonalidades mais próximas do azul indicam regimes difusivos mais próximos do ordinário, i.e., ( $H \rightarrow 1/2$ ). As tonalidades mais claras indicam aumento de intensidade do regime superdifusivo. Portanto, quanto mais claras as cores, observamos que ( $H \rightarrow 1$ ). As regiões e limites dos regimes de superdifusão e difusão ordinária são observadas com mais clareza na Figura 3.

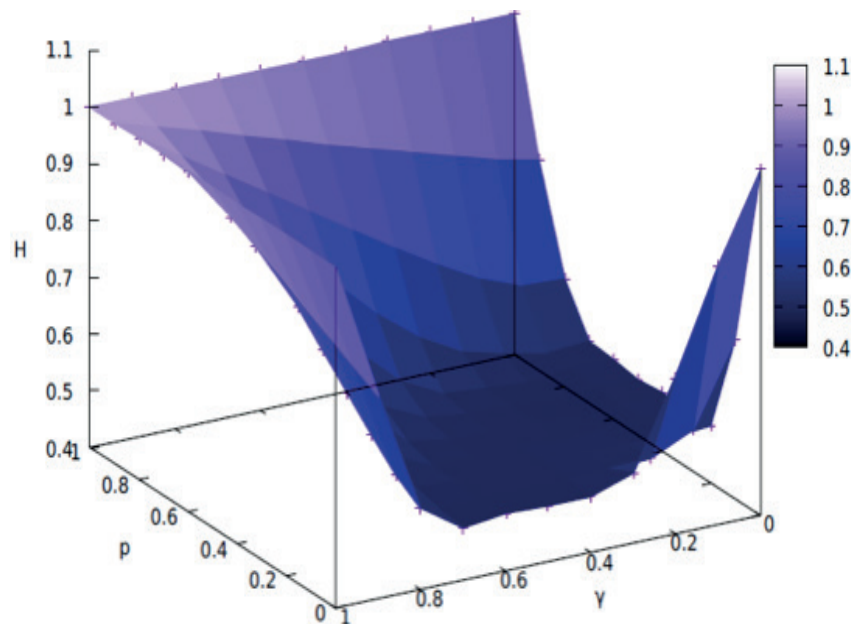


Figura 2 - Digrama 3D respectivo a medidas de  $H$  para o problema do acoplamento dos caminhantes aleatórios 1 e 2. As medidas foram realizadas para  $0 \leq p \leq 1$ , onde  $\alpha = 2p - 1$  e parâmetro de acoplamento variando no intervalo  $0 \leq \gamma \leq 1$ .

A Figura 3 exibe o mapa de difusão, com medidas de  $H$ , para o problema de caminhantes aleatórios, que caminham em eixos perpendiculares, com acoplamento de memória. Aos extremos do painel estão relacionados valores do expoente de Hurst

associados a tonalidade mais clara da cor azul com ( $H = 1$ ), a tonalidade mais escura do azul com ( $H = 1/2$ ). Tonalidades de azul mais escuras são relacionadas a menor intensidade de difusão, neste caso, ao regime de difusão ordinário ( $H \rightarrow 1/2$ ); tonalidades mais claras com difusão mais intensa, relacionadas com diversas intensidades do regime superdifusivo com medidas de ( $H > 1/2$ ). São destacadas no mapa contornos para os quais  $H$  é constante. Estas curvas possuem uma propriedade de invariância com relação ao regime de difusão. Variando  $p$  e  $y$  de maneira a percorrer alguma dessas curvas o valor de  $H$  não muda, i.e., o regime de difusão é mesmo. Portanto, encontramos um efeito estacionário do regime difusivo. Destacamos, primeiramente, as curvas no centro do mapa. Variações específicas de  $p$  e  $y$  exibem curvas, na cor vermelha, com ( $H=1/2$ ). Na parte inferior do mapa, em segundo lugar, destacamos curvas de igual superdifusividade com diversas intensidades. Medidas de  $H$ , seguindo de maneira ascendente, são  $H=0,9$  (azul claro),  $H=0,8$  (laranja),  $H=0,7$  (amarelo) e  $H=0,6$  (azul escuro). Em terceiro lugar, encontramos na parte superior do mapa, acima das curvas de difusão ordinária ( $H=1/2$ ), no sentido descendente, curvas de igual superdifusividade com medidas do expoente de Hurst iguais a  $H=0,9$  (azul claro),  $H=0,8$  (laranja),  $H=0,7$  (amarelo) e  $H=0,6$  (azul escuro).

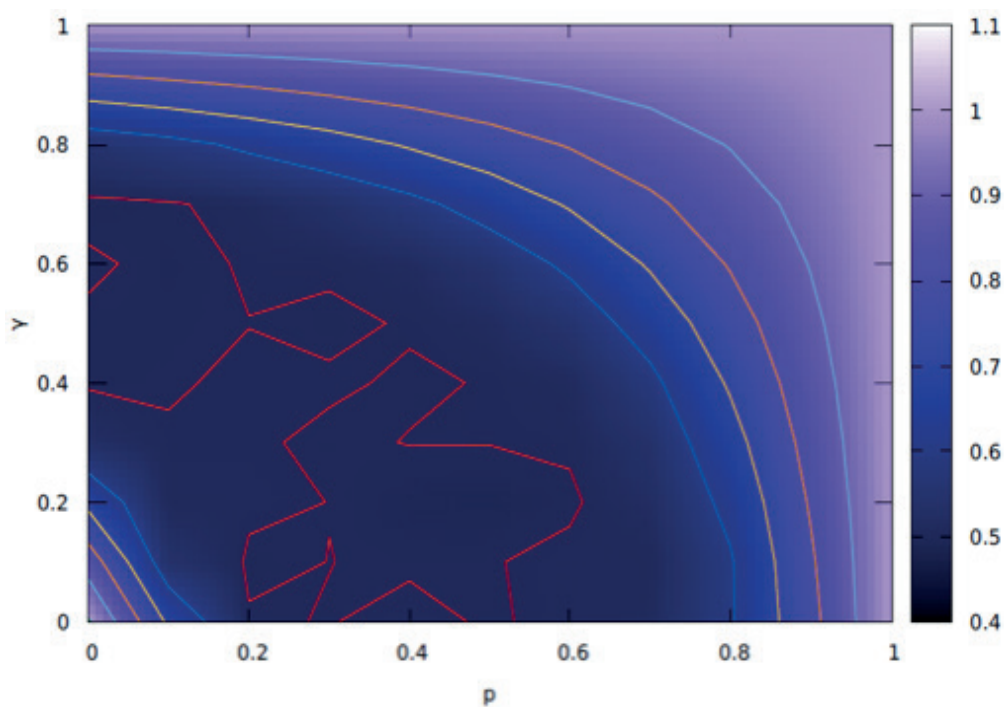


Figura 3 - Mapa de  $H$  para o problema do acoplamento dos caminhantes aleatórios 1 e 2. As medidas foram realizadas para  $0 \leq p \leq 1$ , onde  $\alpha = 2p - 1$  e parâmetro de acoplamento variando no intervalo  $0 \leq \gamma \leq 1$ .

Na Figura 4, exibimos medidas do primeiro momento da posição resultante do acoplamento entre os passeios aleatórios PAE e PAC. Na região de comportamento log-periódico do primeiro momento da posição para o modelo PAC com parâmetro de  $\beta = 10^{-2}$ , exibido na Figura 1, calculamos o impacto do acoplamento das memórias no processo difusivo resultante dos passeios. Para valores típicos do parâmetro de

acoplamento  $\gamma=0$  e do parâmetro de feedback  $p=0$ , quando os caminhantes estão desacoplados, observamos oscilações do primeiro momento da posição resultante ( $r$ ), com crescimento de  $\langle r \rangle$  na ordem de  $10^5$ , enquanto que, como observado na Figura 1, as oscilações dos PAC possuem oscilações da ordem de  $10^6$ . Portanto, notamos o amortecimento das oscilações com a simples análise quantitativa da média do deslocamento resultante exibido na Figura 4 (a). Aumentado o acoplamento para  $\gamma = 1, p = 0$ , observamos, na Figura 4 (b), o desaparecimento das oscilações.

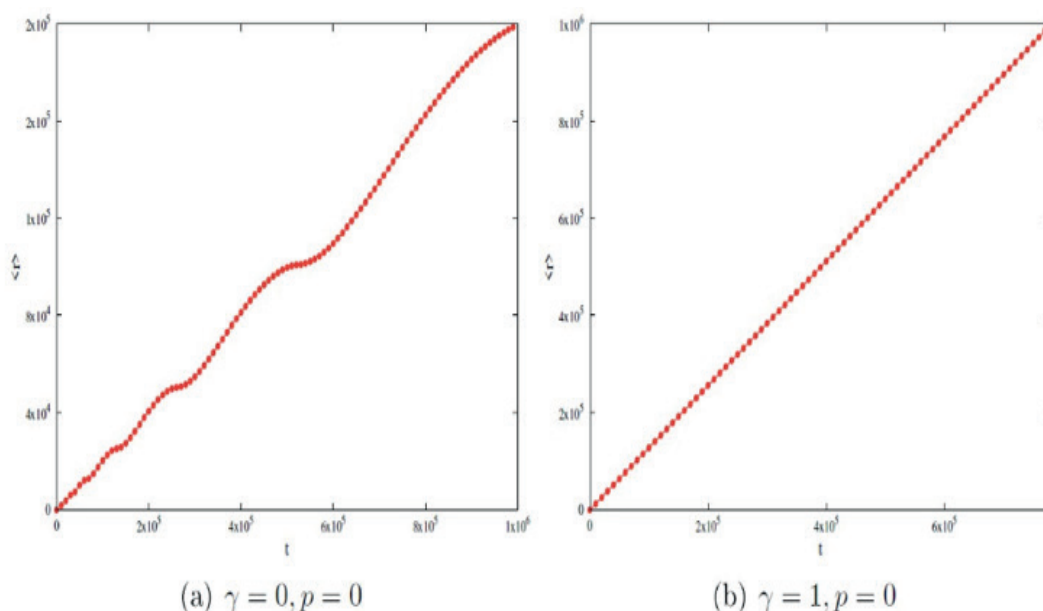


Figura 4 - Comportamento do primeiro momento da posição  $\langle r \rangle$  em função do tempo para  $p=0$  em (a)  $\gamma=0$  e em (b)  $\gamma=1$ . Estas medidas foram calculadas para o valor de parâmetro de escala  $\beta = 10^{-2}$ .

#### 4 | CONCLUSÃO

Realizamos simulações numéricas de sistemas particulados com acoplamento de memória. Obtemos aproximação de sistemas de partículas utilizando modelos de passeios aleatório em tempo discreto, bidimensional e acoplados. Analisamos os extremos do efeito do acoplamento sobre a difusão do sistema, que está acoplado com probabilidade  $\gamma$ . Os conjuntos de passeios aleatórios utilizados foram os dos modelos PAE e PAC. O modelo de PAC apresenta oscilações do primeiro momento da posição. Utilizamos esta região para realizar o acoplamento e a influência das oscilações no processo difusivo resultante. Encontramos o fenômeno de difusão anômala. Observamos o regime superdifusivo nas regiões de persistência ( $p>1/2$ ) e anti-persistência ( $p<1/2$ ). Para todas as intensidades do acoplamento observamos difusão anômala. O mapa de regimes difusivos exibe uma região de difusão normal circundada por regiões adjacentes superdifusivas. Nestas regiões, acenderam curvas de difusão invariantes sob certas mudanças do feedback ( $p$ ) e da intensidade do acoplamento  $\gamma$ . Por fim, encontramos superdifusão seguida por oscilações do primeiro

momento da posição. O efeito resultante do acoplamento sobre a posição foi de oscilações, que são amortecidas, desaparecendo na medida em que o acoplamento cresce.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, G. A.; de ARAÚJO, J. M.; CRESSONI, J. C.; da Silva, L. R.; da Silva, M. A. A.; VISWANATHAN, G. **Superdiffusion driven by exponentially decaying memory**. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, v. 2014, n. 4, p. P04026. 2014.
- BORGES, G. M.; FERREIRA, A. S.; CRESSONI, J. C.; da SILVA, M. A. A.; MARIZ, A. M.; VISWANATHAN, G. M. **Superdiffusion in a non-Markovian random walk model with a Gaussian memory profile**. *The European Physical Journal B*, v. 85, n. 9, p. 310. 2012.
- CRESSONI, J. C.; da SILVA, M. A. A.; VISWANATHAN, G. M. **Amnestically induced persistence in random walks**. *Physical review letters*, v. 98, n. 7, p. 070603. 2007.
- CRESSONI, J. C.; FERREIRA, A. S.; da SILVA, M. A. A.; VISWANATHAN, G. M. **Alzheimer random walk model: Two previously overlooked diffusion regimes**. *Physical Review E*, v.86, n. 4, p. 042101. 2012.
- DINIZ, R. M. B.; CRESSONI, J. C.; de ARAÚJO, J. M.; da SILVA, M. A. A.; MARIZ, A. M. **Narrow log-periodic modulations in non-Markovian random walks**. *Physical Review E*, v. 96, n. 6, p. 062143. 2017.
- FELLER, W. **An introduction to probability theory and its applications** (Vol. 2). John Wiley & Sons. 2008.
- HURST, H. E.; BLACK, R. P.; SIMAIKA, Y. M. **Long-term storage: experimental study**, Constable, London (1965). Google Scholar. 1969.
- KLAGES, R.; RADONS, G.; SOLOKOV, I. M. **Anomalous transport: foundations and applications**. John Wiley & Sons. 2008.
- MARQUIONI, V.M. **Multi-Dimensional Elephant Random Walk with Coupled Memory**. arXiv: 1806.04173v2 [cond-mat.stat-mech]. 2019.
- MASOLIVER, J.; MONTERO, M.; WEISS, G. H. **Continuous-time random-walk model for financial distributions**. *Physical Review E*, v. 67, n. 2, p. 021112. 2003.
- MCCARTHY, J. F. **Continuous-time random walks on random media**. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 26(11), 2495. 1993.
- MOURA, T. R. S.; FULCO, U. L.; ALBUQUERQUE, E. L. **A random walk model to evaluate autism**. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 492, p. 1694-1699.. 2018.
- MOURA, T. R. S.; VISWANATHAN, G. M.; da SILVA, M. A. A.; CRESSONI, J. C.; da SILVA, L. R. **Transient superdiffusion in random walks with a q-exponentially decaying memory profile**. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 453, p. 259-263. 2016.
- NEYRA, J. R.; COSTA, R. S.; SILVA, A. K. C.; MOURA, T. R. S.; CHAGAS, M. L. **Oscilações log-periódicas em passeios aleatórios com perfil de memória de Cauchy-Lorentz**. In: Davilson Eduardo Andrade. (Org.). *Petróleo e outros combustíveis* -Volume 1. 1ed. Belo Horizonte: Poisson, 2019, v. 1, p. 58-63.

PEARSON, K. **The problem of the random walk.** Nature, 72(1867), 342. 1905.

SCHÜTZ, G. M. and TRIMPER, S. **Elephants can always remember: Exact long-range memory effects in a non-markovian random walk.** Physical Review E, v. 70, n. 4, p. 045101. 2004.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Acidez 36, 39, 40, 41, 128  
Adsorção de níquel 107, 117  
Análises de difração de raios X 17, 22  
Ativação térmica da casca 123

### B

Biomassa 10, 33, 34, 100, 129, 172, 173, 174, 175, 176, 178, 180, 181, 182, 184, 185, 186, 187, 189, 190, 192, 194, 196, 198, 199, 200, 201, 205, 206

### C

Calor isostérico de sorção 131, 132, 139, 140, 141  
Calor latente de vaporização 132, 136  
Caracterização físico-química 38, 43, 141  
Casca de Buriti 123, 124, 129  
Catalisadores baseados em óxido de ferro 153, 156, 159, 160, 161  
Cinética de secagem 54, 56, 60, 61, 64, 65, 150  
Composição química 14, 16, 29, 33, 47, 49, 50, 196, 200, 205, 206  
Compósitos 2, 3, 8, 10, 11, 23, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 205, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216  
Compósitos poliméricos 164, 170, 210

### D

Decantador horizontal 90, 91, 95  
Densidade 6, 10, 36, 37, 39, 40, 59, 62, 82, 90, 95, 97, 145, 172, 175, 196, 198  
Determinação dos carboidratos 202

### E

Energia livre de Gibbs 27, 31, 33, 132, 135  
Entropia diferencial 133, 139, 140  
Equação de Gibbs- Helmholtz 135  
Esferas porosas 107, 110, 111, 119  
Espectrofotômetro 112, 127, 156, 202  
Estudo físico-químico 36

### F

Forças de atração intermolecular 136

### G

Granulometria 164, 179, 190, 200, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215



## I

Indústria aeroespacial 1, 2, 3, 5, 6, 9

Isotermas de sorção 131, 133, 134, 137, 138, 139

## L

Lama vermelha 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 23, 209, 210, 212, 213, 214, 215, 216

Licores 36, 37, 38, 40, 41, 42, 43, 44

Licores de cupuaçu 36, 37, 38, 43

Lignocelulósica 172, 173, 174, 175, 176, 178, 180, 181, 182, 184, 185, 187, 189, 190, 192, 194, 196, 198, 199, 200, 206

Liofilizador 143, 144, 146

Lipase extracelular 99

## M

Microscopia eletrônica de varredura 13, 15, 17, 22

## N

Nanopartículas de ferro 81

## O

Óleo essencial 54, 55, 56, 59, 62

## P

Partículas com memória acoplada 66

pH 25, 26, 28, 30, 33, 36, 37, 38, 40, 41, 102, 109, 112, 113, 119, 120, 123, 124, 126, 127, 128, 129, 156, 162, 202, 203

Polpa de Oiti 148

Propriedades dos catalisadores 153, 156

Propriedades dos compósitos 209, 215

Propriedades termodinâmicas 131, 133, 135, 136, 139

## Q

Quimiometria 37

Quitosana na adsorção de níquel 107

## R

Refractance Window 143, 144, 145, 149, 151

Resíduos de ferro 164

Resina benzoxazina 1, 4, 5, 6, 9, 10, 11

Resinas fenólicas 1, 2, 3, 5, 9

## T

Tamanho de partículas 175, 198, 200

Teor de lignina insolúvel 201

Tipo de dopante 153, 160

Tratamento térmico 13, 16, 17, 21, 22

Tratamento térmico-hidrometalúrgico 13, 16, 22

## U

Utilização de mesocarpo de coco verde 24

## V

Viscosidade 36, 37, 39, 40, 41, 95, 97, 205

 **Atena**  
Editora

**2 0 2 0**