



Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)

# Ensino de Ciências e Educação Matemática 3

**Atena**  
Editora

Ano 2019



Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)

# Ensino de Ciências e Educação Matemática 3

**Atena**  
Editora

Ano 2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Natália Sandrini  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### Conselho Editorial

#### Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
E59	Ensino de ciências e educação matemática 3 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Ensino de ciências e educação matemática – v. 3)  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-809-0 DOI 10.22533/at.ed.090192211  1. Educação. 2. Prática de ensino. 3. Professores de matemática – Formação. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. CDD 370.1
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

O terceiro volume da obra “Ensino de Ciências e Educação Matemática” aborda assim como os volumes anteriores, uma gama de trabalhos que têm por objetivo contribuir para o Ensino como um todo.

O desenvolvimento de pesquisas na área de Ensino e Educação se fazem essenciais atualmente, já que vivemos em crescente mudança, necessitando cada vez mais o desenvolvimento de propostas para os mais diversos níveis de ensino.

Nesta obra, o leitor encontrará aporte para pesquisas em Educação Matemática, vislumbrando o conhecimento de autores que demonstram através de cada capítulo propostas que engrandecem o estudo das Ciências e Matemática.

Para os professores em exercício, sem dúvidas cada capítulo tem muito a contribuir com sua atuação em sala de aula, já que temas como a interdisciplinaridade, jogos didáticos, tecnologia no ensino, dentre outros temas que permeiam a Educação, são debatidos e dialogados com a literatura que trata destes temas.

Que cada capítulo possa enriquecer os estudos e práticas dos professores de cada área, fomentando pesquisa para o Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
A AVERSÃO À MATEMÁTICA NO OLHAR DOS PROFESSORES LICENCIADOS EM MATEMÁTICA DA REDE MUNICIPAL DE ENSINO DE FOZ DO IGUAÇU/PR	
Jocineia Medeiros Marcos Lübeck	
DOI 10.22533/at.ed.0901922111	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>10</b>
ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA SEQUÊNCIA DE PADOVAN: UM ESTUDO DA EXTENSÃO PARA O CAMPO DOS NÚMEROS INTEIROS	
Francisco Regis Vieira Alves Renata Passos Machado Vieira José Gleison Alves da Silva Milena Carolina dos Santos Mangueira	
DOI 10.22533/at.ed.0901922112	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>19</b>
ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO EM NUVEM: UMA EXPERIÊNCIA COM O <i>GOOGLE APRESENTAÇÕES</i>	
Aminadabe de Farias Aguiar Lúcio Souza Fassarella Ernane Luis Angeli Luxinger	
DOI 10.22533/at.ed.0901922113	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>29</b>
MOTIVOS PARA A APRENDIZAGEM: ESTUDANTES DE UMA REGIÃO RURAL	
Caio Cesar Archanjo Denival Biotto Filho	
DOI 10.22533/at.ed.0901922114	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>37</b>
UMA PROPOSTA DIDÁTICA ENVOLVENDO A MATEMÁTICA E O DIA DAS MÃES	
Danielly Barbosa de Sousa Abigail Fregni Lins	
DOI 10.22533/at.ed.0901922115	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>49</b>
A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR AUXILIANDO NA ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA	
José Cirqueira Martins Júnior Emerson Batista Ferreira Mota Charlâni Ferreira Batista Rafael Layla Raquel Barbosa Lino Simone Santos Barros	
DOI 10.22533/at.ed.0901922116	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>62</b>
O PROJETO BIBLIOTECA: AÇÃO E A AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA	
Simone Beatriz Rech Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.0901922117	

<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>69</b>
ENSINO DE MATEMÁTICA NO <i>CAMPUS</i> DE ARACAJU DO INSTITUTO FEDERAL DE SERGIPE: REFLEXÕES E CONTRIBUIÇÕES	
Anne Alilma Silva Souza Ferrete Rodrigo Bozi Ferrete	
<b>DOI 10.22533/at.ed.0901922118</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>84</b>
INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA EM ESCOLA PÚBLICA DE MONTES CLAROS POR MEIO DE AULA CRIATIVA E CONTEXTUALIZADA	
Alessandro Nunes Carvalho Fábio Mendes Ramos	
<b>DOI 10.22533/at.ed.0901922119</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>95</b>
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PANORAMAS, DEBATES E POSSIBILIDADES	
Suemilton Nunes Gervázio	
<b>DOI 10.22533/at.ed.0901922110</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>106</b>
UMA ATIVIDADE DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL: O IMC PARA O ESTUDO DA OBESIDADE/DESNUTRIÇÃO	
Felipe Manoel Cabral Marcela Lima Santos Claudia Mazza Dias	
<b>DOI 10.22533/at.ed.0901922111</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>115</b>
O ENSINO DE GEOMETRIA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM O USO DO ORIGAMI	
Eliane Farias Ananias Danielly Barbosa de Sousa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.0901922112</b>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>125</b>
PROPOSTA DE INSERÇÃO DA FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA NO ENSINO DE FÍSICA DE NÍVEL MÉDIO	
Alencar Migliavacca Camila Gasparin	
<b>DOI 10.22533/at.ed.0901922113</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>133</b>
O USO DA MÚSICA PARA PROMOÇÃO DA APRENDIZAGEM: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA	
Antonia Beatriz Ribeiro de Souza Gláucia Caroline Silva-Oliveira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.0901922114</b>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>143</b>
“ANGLE SHOOTER”: UMA FERRAMENTA DE ENSINO NA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO CURSO DE JOGOS DIGITAIS	
André Luiz Orlandi Favaro Rosemeiry de Castro Prado Eunice Corrêa Sanches Belloti	

Marcela Aparecida Penteado Rossini  
Marcos Antonio Martuchi  
Elaine Pasquaini  
Marcos Graciano  
Guilherme Orlandini  
Donizete Pereira da Silva Junior  
Vinícius de Jesus Gonçalves  
José Otávio Valério Tizatto  
Matheus Freire de Lima Franco

**DOI 10.22533/at.ed.09019221115**

**CAPÍTULO 16 ..... 151**

RECONSTRUINDO REGRAS DE SINAIS DA MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Maria Aparecida dos Santos  
Suzana Lima de Campos Castro

**DOI 10.22533/at.ed.09019221116**

**CAPÍTULO 17 ..... 161**

ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES DEFENDIDAS NO MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

Paulo Henrique Taborda  
Nicole Maria Antunes Aires  
Hércules Alves de Oliveira Junior

**DOI 10.22533/at.ed.09019221117**

**CAPÍTULO 18 ..... 175**

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA TRIGONOMETRIA APLICADA AO FUTEBOL

Daiana Bordin  
Marilda Machado Spindola

**DOI 10.22533/at.ed.09019221118**

**SOBRE O ORGANIZADOR..... 184**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 185**



## ENGENHARIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA SEQUÊNCIA DE PADOVAN: UM ESTUDO DA EXTENSÃO PARA O CAMPO DOS NÚMEROS INTEIROS

### Francisco Regis Vieira Alves

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará  
Fortaleza – Ceará

### Renata Passos Machado Vieira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará  
Fortaleza – Ceará

### José Gleison Alves da Silva

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará  
Sobral – Ceará

### Milena Carolina dos Santos Mangueira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará  
Fortaleza – Ceará

**RESUMO:** O presente trabalho apresenta uma proposta para uma futura ação investigativa utilizando as duas fases iniciais da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, podendo ser aplicada posteriormente. Evidenciando a concepção de situações-problema amparada na Teoria das Situações Didáticas, ressaltam-se os elementos epistemológicos, cognitivos e didáticos em torno do objeto de estudo através da Sequência de Padovan. Assim, esta pesquisa possui o viés de investigar e explorar a extensão para os números inteiros dessa sequência linear e recorrente, que é considerada como prima da

Sequência de Fibonacci.

**PALAVRAS-CHAVE:** Engenharia Didática, Números Inteiros, Sequência de Padovan, Situação-Problema, Teoria das Situações Didáticas.

### DIDACTICS ENGINEERING FOR PADOVAN SEQUENCE TEACHING: A STUDY OF EXTENSION FOR THE ENTIRE NUMBER FIELD

**ABSTRACT:** This paper presents a proposal for a future investigative action using the two initial phases of Didactic Engineering as a research methodology, which can be applied later. Evidencing the conception of problem situations supported by the Theory of Didactic Situations, we highlight the epistemological, cognitive and didactic elements around the object of study through the Padovan Sequence. Thus, this research has the bias of investigating and exploring the extension to integers of this linear and recurrent sequence, which is considered as prime of the Fibonacci Sequence.

**KEYWORDS:** Didactic Engineering, Integers, Padovan Sequence, Problem Situation, Theory of Didactic Situations.

## 1 | INTRODUÇÃO

No *locus* acadêmico é natural encontrar dificuldades, sejam elas motivadas por causa de assuntos matemáticos que ainda estão em fase de pesquisa assim limitando o conhecimento sobre determinado conteúdo, ou ainda, vindo de professores a respeito do ensino da matemática. Neste sentido, tem-se a intenção de demarcar o contato dos estudantes com o estudo da Sequência de Padovan que depois do contato inicial desse conteúdo, e com certa familiaridade, seja capaz de explorar a extensão para o campo dos números inteiros.

Utilizando a Sequência de Padovan como conteúdo matemático e através das duas metodologias, de pesquisa utilizando a Engenharia Didática de Artigue (1988) e de ensino através da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1982). Assim, será possível apresentar um estudo referente a extensão da sequência para os números inteiros. Buscando justificar esta pesquisa com base em sua pergunta norteadora, dada pela seguinte questão: *como realizar situações didáticas para explorar a extensão para o campo dos números inteiros da Sequência de Padovan a fim de compreender o seu contexto epistemológico?*

Assim, é possível traçar o objetivo geral, a saber: explorar a extensão para o campo dos números inteiros da Sequência de Padovan através de situações didáticas, a fim de compreender o seu contexto epistemológico. Contudo, esta pesquisa está associada à exploração das definições e extensão da Sequência de Padovan para os números inteiros não positivos, em aulas para cursos de formação inicial de professores.

Como a Sequência de Padovan é um assunto pouco conhecido, assim apresentaremos, durante o trabalho, informações sobre este conteúdo que tem como finalidade facilitar no processo de aprendizado. E ainda, elegemos a apresentação teórica e sistemática das duas etapas iniciais da Engenharia Didática: análises preliminares e análise *a priori*, que servirá como aparato para que proporcione o desenvolvimento de conhecimentos científicos sobre o determinado problema que buscamos compreender. A metodologia da Engenharia Didática não será afetada ao realizar apenas as duas fases iniciais, visto que as demais fases contam da aplicação e análise dos dados coletados, assim como abordado em Alves (2016a; 2016b).

## 2 | SOBRE A ENGENHARIA DIDÁTICA

Como metodologia de pesquisa utiliza-se neste caso a Engenharia Didática (ED), surgindo na década de 80 na França e, pertencendo a um campo de investigação relacionado à Didática da Matemática. De acordo com Artigue (1995) a ED se compara a um trabalho de um engenheiro em sua forma de preparar um projeto ao ponto de ser efetuado com qualidade.

## A Engenharia Didática segundo Almouloud (2007):

“Vista como metodologia de pesquisa é caracterizada, em primeiro lugar, por um esquema experimental com base em “realizações Didáticas” em sala de aula, isto é, na construção, realização, observação e análise das sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e pelo modo de validação que lhes são associados: a comparação entre análise a priori e a posteriori”. (ALMOULOU, 2007, p. 171).

O modo de validação citado anteriormente é a validação interna onde o pesquisador/professor confronta os dados, coletados na etapa de experimentação, de duas etapas a análise a *priori* e a análise a *posteriori*. O presente artigo deve propor apenas duas situações didáticas construídas na análise a *priori* como proposta de aplicação na fase de experimentação.

Sendo assim, serão relatadas de forma sucinta, as quatro etapas da ED que poderão ser utilizada em trabalhos futuros por professores que pretendem validar o aprendizado sobre o conteúdo apresentado, ou seja, a Sequência de Padovan. Mas, a investigação sistematizada ocorrerá apenas nas duas primeiras etapas, sendo elas: as análises preliminares e análises a *priori* e construção da situação didática, não sendo afetadas as demais etapas.

A seguir detalharemos as quatro etapas da Metodologia de pesquisa ED sistematizada segundo Artigue (1995) em: análises preliminares, análise a *priori* e construção da Situação Didática, experimentação e análise a *posteriori* e validação (interna).

Em sua primeira etapa nas análises preliminares permite-se realizar um estudo bibliográfico acerca dos problemas que ocorrem sobre o conteúdo que pretende abordar, Alves (2016a, p. 118) “Assim, nas análises preliminares ou prévias, tem como objetivo a identificação/demarcação dos problemas de ensino e aprendizagem de determinado objeto de estudo”. Além destes, esta etapa ainda propõe segundo Artigue (1995):

A análise epistemológica dos conteúdos que contemple o ensino; A análise do ensino tradicional e seus efeitos; A análise das concepções dos estudantes, das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução; A análise do campo de restrição onde se deve aplicar a situação Didática e; tudo o que foi realizado anteriormente levando em conta os objetivos específico da investigação. (ARTIGUE, Tradução nossa, 1995, p. 38).

De uma forma resumida pode-se restringir-se os objetivos da primeira etapa em três dimensões: epistemológica, cognitiva e didática.

A segunda etapa denominada análise a *priori* e construção da situação didática é o momento de responder às questões levantadas na fase anterior, a partir das variáveis que irão permitir ao pesquisador/professor subsídios para a construção da situação didática e, a partir da vivência, por parte do aluno, superar os obstáculos encontrados no processo de aprendizagem.

Artigue (1995) denomina essas variáveis em dois tipos: variáveis macro-didáticas, se referindo ao todo o processo que o cerca o sistema de ensino; e as

variáveis micro-didáticas, relacionada à organização da sequência didática. Segundo Almouloud (2007, p.175) o objetivo dessa fase “é determinar como as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido”.

Na fase de experimentação, o professor coloca em prática a sua sequência didática construída na fase anterior. Além disso, também é o momento da observação e da coleta de dados.

E por fim a fase de análise *a posteriori* e validação consolidando, a partir da análise dos dados, se seus objetivos e hipóteses foram respondidos. Segundo Almouloud (2007):

A análise a Posteriori de uma sessão é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração de dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se tem sobre as condições da transmissão do saber em jogo. (ALMOULOUD, 2007, p. 177).

Neste artigo, como falado anteriormente, desconsideremos as fases de experimentação e análise *a posteriori* e validação. A seguir abordamos a Teoria das Situações Didáticas (TSD) como metodologia de ensino em complementaridade com a ED.

### 3 | SOBRE A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Com o propósito de criar um ambiente propício ao estudante, onde o próprio a partir de uma vivência sobre determinada situação didática consiga construir de forma autônoma o seu conhecimento, utiliza-se, neste artigo, a metodologia de ensino TSD. Segundo Almouloud (2007), seu objetivo principal é:

Caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente a modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa (ALMOULOUD, 2007, p.31).

Ainda segundo essa teoria o autor aborda seu objeto central como sendo a situação didática construída pelo professor/pesquisador, onde a mesma deve incluir a participação direta entre professor–aluno–conhecimento a partir da vivência na resolução do problema proposto.

Sendo assim, o professor deve se basear nessa hipótese para a construção de uma situação didática que segundo Brousseau, Brousseau e Warfield (2014) o chama de categoria. E, dentro desta o estudante possa vivenciar três subcategorias necessárias para a gênese do conhecimento sobre o conceito matemático, a saber: situação de ação, formulação e validação. Ainda de acordo com Brousseau, Brousseau e Warfield (2014):

Situações de ação revelam e provocam a evolução de modelos de ação sem que o aluno precise formá-los. O aluno pode, imediatamente ou mais tarde, aprender a identificá-los, formulá-los em situações de formulação (expressão ou

comunicação) e justificá-los em situações de prova (validação ou argumentação (BROUSSEAU, BROUSSEAU e WARFIELD, tradução nossa, 2014, p. 203).

Destas três subcategorias Almouloud (2007, p.33) o denomina como situações adidáticas uma “situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada planejada e construída pelo professor para proporcionar a estas condições favoráveis para a apropriação do novo saber”, ou seja, o professor acompanha sem interferência deixando os sujeitos criarem suas conjecturas de formas autônomas ou em grupo sem sua participação.

Na quarta etapa, a institucionalização, é o momento da participação efetiva do professor, para consolidar o aprendizado ou corrigir determinados entraves que os sujeitos obtiveram nas etapas anteriores, segundo Brousseau, Brousseau e Warfield (tradução nossa, 2014, p. 204) ela “é a apropriação do saber e de suas conexões pertinentes como óbvias, como expressões diretas e comuns do pensamento”. No tópico a seguir inicia-se a pesquisa relacionada ao objeto de estudo, cujo conteúdo é a Sequência de Padovan, investigando o seu processo de extensão para o campo dos números inteiros.

#### 4 | ANÁLISE PRELIMINAR REFERENTE À SEQUÊNCIA DE PADOVAN

As análises preliminares reúne os elementos epistemológicos, cognitivos e didáticos. Assim, a análise epistemológica desta pesquisa é realizada através de conceitos matemáticos relacionados ao objeto de estudo, sendo portanto a Sequência de Padovan. Contudo, o estudo sobre essa sequência tem como objetivo investigar a sua extensão para o campo dos números inteiros, realizando um levantamento bibliográfico sobre o contexto histórico e matemático presente nos trabalhos de Alsina e Nelsen (2015), Vieira e Alves (2018; 2019), Voet e Schoonjans (2012), Ferreira (2015), Spinadel e Buitrago (2009), Falcon e Plaza (2007) e Sokhuma (2013).

Considerada como “prima” da Sequência de Fibonacci (ALSINA E NELSEN, 2015), a Sequência de Padovan foi criada pelo arquiteto italiano Richard Padovan (1935 - ), exercendo ainda a profissão de professor Universidade de Bath e na Faculdade de Ensino Superior de Buckinghamshire. Considerado como homônimo desta sequência, Padovan definiu essa sequência linear e recursiva, apresentando os seus três primeiros termos como  $P_0 = P_1 = P_2 = 1$  e possuindo a sua fórmula de recorrência conforme definição abaixo.

**Definição 1.** Para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$ , tem-se que a relação de recorrência da Sequência de Padovan é dada por:

$$P_n = P_{n-2} + P_{n-3}$$

Assim, temos os primeiros termos desta sequência os números 1,1,1,2,2,3,4,5,7,... Uma representação geométrica destes termos é realizada no trabalho de Vieira e Alves (2018).

Os números de Padovan representam uma sequência de terceira ordem, possuindo sua equação característica dada por  $x^3 - x - 1 = 0$ , existindo duas soluções complexas e conjugadas e uma solução real como sendo aproximadamente 1,32 (VOET E SCHOONJANS, p. 255, 2012). Essa solução também é conhecida como número plástico podendo ser encontrada em trabalhos de Ferreira (2015), Spinadel e Buitrago (2009) e Vieira e Alves (2019).

Existem diversas formas de obter os termos de uma sequência recursiva, sendo uma através da matriz geradora (FALCON; PLAZA, 2007). Aplicada também para os termos de Fibonacci, a Sequência de Padovan, de maneira similar, possui uma matriz geradora  $Q$  de ordem  $3 \times 3$ , onde elevada à  $n$ -ésima potência, pode-se obter os termos desta sem o cálculo da recursividade.

A matriz geradora  $Q$  da Sequência de Padovan, é dada por (SOKHUMA, 2013):

$$\text{Para } Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ tem-se que } Q^n = \begin{bmatrix} P_{n-2} & P_{n-3} & P_{n-4} \\ P_{n-1} & P_{n-2} & P_{n-3} \\ P_{n-3} & P_{n-4} & P_{n-5} \end{bmatrix}, \text{ para todo } n \geq 5.$$

Nesta seção foi abordado o conceito histórico da Sequência de Padovan, de forma sucinta, podendo ainda ser investigada em trabalhos mencionados no decorrer deste estudo. As definições matemáticas confirmam o processo matemático e epistemológico evolutivo discutido primordialmente pelo arquiteto Richard Padovan, sendo então investigado mais adiante através de situações-problema propostas.

## 5 | CONCEPÇÃO E CONSTRUÇÃO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

As situações didáticas foram elaboradas com foco na TSD, estimulando a cognição do aluno para que desenvolva o conhecimento matemático teórico durante as fases desta metodologia de ensino. Doravante, são descritas duas situações-problema, em torno do conteúdo da extensão para o campo dos números inteiros não positivos da Sequência de Padovan. Assim, são discutidos possíveis comportamentos dos estudantes durante as fases de ação, formulação e validação, finalizando com a institucionalização contando a participação do professor.

Iniciamos com a primeira situação-problema proposta. **Situação-problema 1:** De acordo com a recorrência dada na definição 1 ( $P_n = P_{n-2} + P_{n-3}$ ,  $n \geq 3$  e  $P_0 = P_1 = P_2 = 1$ ), encontre os dez primeiros termos do lado esquerdo (índice inteiro não positivo) da Sequência de Padovan. Estabeleça uma outra relação, com base na recorrência dada para os termos positivos.

Na situação da ação, posse da fórmula de recorrência e das condições iniciais, os discentes deverão perceber que com a substituição do valor de  $n$  para  $n < 3$ , pode-se obter os termos da sequência para índices inteiros não positivos.

Na situação de formulação, os alunos, apropriados das ideias iniciais, irão substituindo os valores para  $n$ , conforme formulado na situação anterior, e assim obter os seguintes valores, através de manipulações algébricas na fórmula de recorrência:

$$P_{-1} = 0, P_{-2} = 1, P_{-3} = 0, P_{-4} = 0, P_{-5} = 1, P_{-6} = -1, P_{-7} = 1, P_{-8} = 0, P_{-9} = -1, P_{-10} = 2$$

Durante a situação de validação, os discentes deverão obter a nova fórmula, gerada a partir da recorrência original de Padovan, onde:

$$P_n = P_{n-2} + P_{n-3} \Rightarrow P_{n-3} = P_n - P_{n-2} \Rightarrow P_{-n-3} = P_{-n} - P_{-n-2} \Rightarrow P_{-n} = P_{-n-3} - P_{-n-2}$$

Comprovando assim a sua validade de acordo com os resultados encontrados durante a formulação dos dados.

Na situação da institucionalização, o professor deverá verificar as produções realizadas pelos estudantes, com o objetivo de conjecturar uma nova fórmula de recorrência para os termos negativos da sequência, baseada na definição 1. Visto que a recorrência original necessita realizar manipulações algébricas para que sejam calculados os termos do lado esquerdo, essa situação didática visa calcular os termos da sequência de modo imediato.

**Situação-problema 2:** Encontre a matriz geradora da Sequência da Padovan para os termos do lado esquerdo (índice inteiro não positivo) da sequência.

Desse modo, na situação da ação, espera-se que os estudantes percebam que a matriz geradora para os termos do lado esquerdo da sequência, pode ser obtida através do cálculo da matriz inversa. É importante ter em mente conceitos básicos de matrizes para que seja resolvida esta situação proposta.

Na situação da formulação, os estudantes deverão realizar o cálculo da matriz inversa, apropriando-se de uma linguagem mais formal, e assim obter a seguinte matriz:

$$QQ^{-1} = I$$

Para  $Q^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ , tem-se que:  $Q^{-n} = \begin{bmatrix} P_{-n-2} & P_{-n-3} & P_{-n-4} \\ P_{-n-1} & P_{-n-2} & P_{-n-3} \\ P_{-n-3} & P_{-n-4} & P_{-n-5} \end{bmatrix}$ , para  $n > 0$ .

Para a situação da validação, os estudantes deverão realizar a demonstração da matriz geradora obtida por meio do princípio da indução finita, verificando que a

propriedade é válida para  $n = 1$ , gerando depois a hipótese que vale para um  $n = k$  com  $k \in \mathbb{N}$ . E assim, demonstrar que também vale para o seu sucessor. Para facilitar esse processo, pode-se atribuir  $Q^1 = \sigma$ , chegando mais facilmente à demonstração dessa conjectura.

Durante a institucionalização, o professor retoma para a situação didática, revelando a intenção dessa atividade proposta, sendo portanto a obtenção e validação de uma matriz geradora para os termos negativos da sequência.

Concluiu-se esta seção com as discussões realizadas sobre as situações-problema em que destacam os aspectos e perspectivas em torno do ensino da Sequência de Padovan, podendo reproduzi-las em sala de aula nos cursos de formação inicial de professores, passíveis de modificações diante do público que será analisado.

## 6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi abordado neste trabalho, os fatores essenciais que devem estar presentes no planejamento de uma etapa de preparação fundamentadas na metodologia de pesquisa da ED, com o intuito de realizar uma transposição didática envolvendo a Sequência de Padovan e a sua extensão para o campo dos números inteiros. Vale salientar que esta sequência é pouco conhecida nos livros de História da Matemática, sendo portanto encontrada na literatura através de artigos de Matemática Pura.

Para esse objeto de estudo, foram apresentadas algumas definições e propriedades, a saber: fórmula de recorrência, a equação característica e a sua matriz geradora, bem como seu conceito histórico de forma sucinta como forma de investigar os elementos epistemológicos, cognitivos e didáticos. Com a intenção de diminuir as dificuldades o processo de aprendizagem, tem-se o intuito de aplicar a metodologia de pesquisa, Engenharia Didática, na qual evidencia a modelização e planejamento das ações didáticas dos professores. A proposta de utilizar a Engenharia Didática, restrita às fases análises preliminares e análise *a priori* possibilita que os estudantes possam conjecturar propriedades matemáticas, ressaltando o seu lado investigativo.

Contudo, pode-se investigar a especificação das situações didáticas envolvendo algumas propriedades que foram verificadas por manipulações algébricas e indução matemática. Dessa forma, o objetivo de explorar a extensão para o campo dos números inteiros da Sequência de Padovan deve ser alcançada utilizando essa metodologia de pesquisa (ED), associada a metodologia de ensino (TSD). E ainda, durante as aulas é necessário que os professores não deixem de apresentar informações sobre o conteúdo e estar sempre disponível a possíveis alterações caso a abordagem didática não esteja ocorrendo como planejado.



## REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba, Brasil, UFPR, 2007.
- ALSINA, C.; NELSEN, R. B. **A mathematical space odyssey: solid geometry in the 21th century**. Washington: The Mathematical Association of America, 2015.
- ALVES, F. R.V. **Análises preliminares e Análise a priori para a noção de integrais dependentes de parâmetros**. VIDYA, v. 36, n. 1, p. 111-133, jan./jun., 2016a.
- ALVES, F. R. V. **Engenharia didática (análises preliminares e análise a priori): o caso das equações diferenciais de segunda ordem**. Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista, n. 2, p. 1–22, 2016b.
- ARTIGUE, M. **Ingeniería didáctica**. In: Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V, p. 33-59, 1995.
- ARTIGUE, M. **Ingénierie didactique**. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 9, n. 3, p. 281–308, 1988.
- BROUSSEAU, G.; BROUSSEAU, N. e WARFIELD, V. **Teaching fractions through Situations: A fundamental Experiment**. New York, London. Springer, 2014.
- BROUSSEAU, G. **D'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique**. Deuxième École d'Été de Didactique des mathématiques, Olivet, p. 39–60, 1982.
- FALCON, S.; PLAZA, A. **On the fibonacci k-numbers**. Chaos, Solitons & Fractals, v. 32, n. 5, p. 1615–1624, 2007.
- FERREIRA, R. de C. **Números Mórficos**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.
- SPINADEL, V. M. W. de; BUITRAGO, A. R. **Towards van der laan's plastic number in the plane**. Journal for Geometry and Graphics. v. 13, n. 2, p. 163–175, 2009.
- VIEIRA, R.P.M.; ALVES, F.R.V. **Sequência de Padovan Afim e as suas propriedades**. Revista Thema. v. 15, n. 4, p. 1269-1276, 2018.
- VIEIRA, R.P.M.; ALVES, F.R.V. **A Sequência de Padovan e o número plástico: uma análise prévia e a priori**. Research, Society and Development. v.8, n. 8, p.1-21, 2019.
- VOET, C.; SCHOONJANS, Y. **Benidictine thought as a catalist for 20tm century liturgical space: the motivation behind dom hans van der laans aesthetic church arquitecturey**. Proceeding of the 2nd international conference of the Europa Architetural History of Network, p. 255–261, 2012.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES** - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Atividades exploratórias 49, 53, 54, 58, 60

Aula 12, 17, 21, 23, 25, 26, 28, 39, 40, 47, 50, 51, 52, 53, 56, 58, 59, 61, 73, 75, 76, 77, 78, 81, 84, 85, 86, 87, 89, 90, 92, 93, 103, 115, 118, 122, 123, 124, 125, 126, 136, 137, 138, 141, 142, 147, 164, 169, 171, 172, 173, 177, 178, 179, 180

### C

Cálculo 3, 15, 16, 48, 55, 56, 60, 89, 143, 144, 145, 146, 148, 149, 152

Ciências naturais 100, 133, 140, 141

### E

Educação matemática crítica 28, 29

Educação na nuvem 19

Elaboração de atividades 49, 50, 51, 53, 56, 58, 59

Engenharia didática 10, 11, 12, 17

Ensino de geometria 37, 115

Ensino médio politécnico 62, 63, 64, 66, 68

Ensino superior 14, 29, 33, 34, 35, 52, 60, 144, 151, 152, 160, 182

### F

Física clássica 125, 126, 127, 130

Física moderna e contemporânea 125, 126, 127, 130, 131, 132

### G

GeoGebra 55, 60, 84, 85, 87, 88, 89, 90, 94

### I

IMC-Índice de Massa Corporal 106

Interdisciplinaridade 62, 63, 128, 149, 184

Intervenção 84, 85, 89, 90, 101, 115

### J

Jogos educativos 144

Jogos eletrônicos 144, 145, 146

### L

Linguagem musical 133, 134, 135, 138, 139, 140

## M

Matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 35, 37, 38, 39, 40, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 114, 115, 117, 118, 124, 132, 135, 143, 145, 146, 148, 150, 151, 152, 153, 155, 156, 157, 158, 159, 162, 173, 176, 178, 182, 183, 184

Mestrado profissional 18, 161, 169, 173

Múltiplas linguagens 37, 117

## N

Números inteiros 10, 11, 14, 15, 17

## O

Origami 115, 116, 117, 118, 121, 122, 123, 124

## P

Paulo Freire 65, 69, 70, 73, 76, 77, 78, 79, 80, 82

Prática docente 59, 93, 133, 137

Problema real 106

Professor licenciado em matemática 1

Professor polivalente 1, 5, 6, 118

Proposta didática 37, 39, 40, 115, 118, 119, 121, 122, 123

## R

Regras de sinais 151, 152, 153, 155, 156, 157, 158, 159, 160

## S

Sólidos geométricos 37, 39, 40, 41, 42, 44, 47, 48, 55, 66, 84, 115

## T

Trabalho colaborativo 19, 27

Trigonometria 175, 176, 177, 178, 180, 181, 182

Trigonometria no futebol 175

Agência Brasileira do ISBN

ISBN 978-85-7247-809-0



9 788572 478090