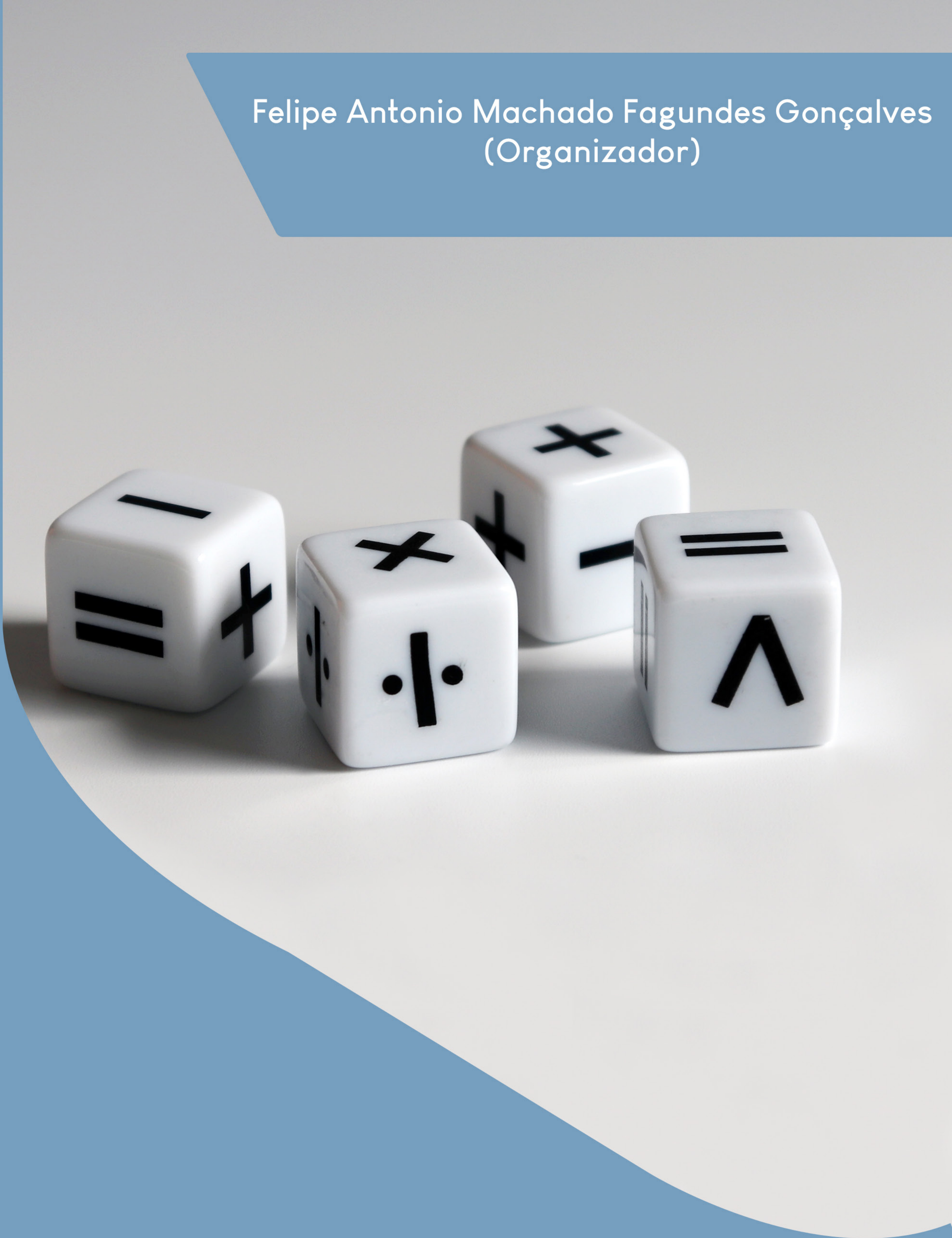
Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)



As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 2

Atena Editora

Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 2

Atena Editora

Ano 2019

2019 *by Atena Editora*
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

D618 As diversidades de debates na pesquisa em matemática 2 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (As diversidades de debates na pesquisa em matemática; v. 2)

Formato: PDF
Requisitos de sistemas: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-847-2
DOI 10.22533/at.ed.472192012

1. Matemática – Pesquisa – Brasil. 2. Pesquisa – Metodologia. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.
CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada "A diversidade em debates de pesquisa em matemática" traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão das diversidades. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas à inclusão e a sociedade.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 4

NÚMEROS ALGÉBRICOS E TRANSCENDENTES: UM NOVO OLHAR SOBRE OS NÚMEROS REAIS

Suemilton Nunes Gervázio

RESUMO: Este artigo é resultado de uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso de graduação, feita a cerca da classificação dos números reais em outros dois importantes conjuntos numéricos, divergentes dos racionais e irracionais, que é entre algébricos e transcendentes. Para tanto, apresentamos inicialmente as definições destes "novos" conjuntos numéricos e uma análise histórica sobre os mesmos. Com o objetivo de esclarecer a completude desses conjuntos, mostraremos sucintamente suas particularidades e a busca implacável de muitos matemáticos, para encontrar a demonstração da transcendência de alguns números importantes da matemática. Por fim, discutiremos a aplicabilidade dessa nova formação dos números reais em séries finais do ensino médio.

PALAVRAS-CHAVE: Números algébricos, Transcendência, Números reais.

1 I INTRODUÇÃO

A história nos mostra que o Homem desenvolveu suas habilidades intelectuais em ações voltadas para fins religiosos e, nesse âmbito, o conceito dos números foi motivo de muitas discussões e questionamentos. A aceitação ou não do infinito numérico aparece, nesse contexto, como um "popstar" desses conflitos de idéias.

O domínio do número, por sua vez, foi um dos grandes desafios dos matemáticos da antiguidade que se deparavam, na maioria das vezes na resolução de equações, com alguns elementos que apareciam com certa estranheza e que causavam dúvidas em relação a sua classificação, pois, estes números apresentavam peculiaridades desconhecidos. Pode-se dizer assim, que estes problemas foram fundamentais para o entendimento que temos hoje sobre os conjuntos numéricos, seus significados e operações.

Nesse contexto, surge uma definição clássica que englobaria todos os conjuntos numéricos e que poderia ser colocada numa correspondência biunívoca com uma reta (o que hoje consideramos como a reta real), os chamados números reais **R**. Estes, formavam um conjunto completo e que portanto poderia representar qualquer quantidade de "coisas reais" presentes no cotidiano.

Sendo assim, devido essa aparente completude, os números reais representariam quantidades, positivas ou negativas, exatas ou inexatas e finitas ou infinitas e, desde a antiguidade, a forma mais comum de compor tal conjunto é pela união entre os conjuntos dos números Racionais **Q** e Irracionais **I**, que é a composição mais usada até nos dias de hoje.

Entretanto, estudos mais recentes mostram uma nova representação do conjunto dos números reais, na qual estes também podem ser apresentados como composição de dois grandes conjuntos numéricos, os algébricos e os transcendentes Essa divisão dos reais pode ser considerada mais propícia e condizente com os estudos atuais que envolvem a teoria dos números. E é neste contexto, a nova divisão dos números reais, que este capítulo será desenvolvido.

2 I UM BREVE HISTÓRICO DO SURGIMENTO DOS NÚMEROS E SEU DESENVOLVIMENTO

Em seu desenvolvimento intelectual o homem se baseou principalmente pela sua intuição e pela experiência acumulada de gerações anteriores. Isso se aplica a quase todas as coisas humanas e podemos afirmar que a Matemática não constitui uma exceção.

O processo evolutivo do número esclarece a história acima, onde esse desenvolvimento se deu através de erros e acertos, equívocos e hesitações. Assim é factível conjecturarmos que os números foram construídos pela mente humana, que foi guiada muito provavelmente por elementos relacionados à heurística matemática.

Nesse contexto, é importante frisarmos que a forma como a maior parte dos livros de matemática são escritos é baseada na continuidade lógica e não na sequência histórica, e isso pode levar os estudantes a falsa impressão de que o progresso histórico do número, ocorreu na ordem em que foram escritos os capítulos do livro. Isso pode os induzir a um equívoco, no qual a Matemática não tem elementos humanos, que ela está baseada na razão pura, que suas bases foram construídas sem erros ou equívocos. Ou seja, conforme [1] argumenta, “o leigo acha que a estrutura da Matemática não foi erguida pela mente errante do homem, mas pelo infalível espírito de Deus".

Assim, partindo do princípio histórico e não lógico, iremos explanar agora a sequência em que os conjuntos numéricos foram sendo descobertos e aceitos pelos matemáticos.

O primeiro conjunto numérico que o Homem teve contato e passou a fazer operação ingênuas com estes, foram os naturais **N**. A idéia particular desse conjunto se prende imediatamente a mais singela experiência, onde os primitivos empregavam em sua simplicidade, corretamente os cardinais e ordinais. Estes faziam correspondência entre objetos de coleções diferentes, tendo dessa forma uma noção rudimentar sobre os números.

Outra categoria numérica que veio subsequente aos naturais foi o conjunto dos números fracionários, como uma necessidade prática de subdivisão de objetos ou de certas grandezas contínuas como o tempo e/ou espaço. Os primeiros povos a utilizar com propriedade os fracionários, foram os egípcios. No entanto, apesar deles operarem com grande habilidade esses números, não havia a presença de justificativas teóricas.

Dando sequencia histórica aos conjuntos numéricos, temos em seguida, os números irracionais, ou como podemos chamar também, as grandezas incomensuráveis. A descoberta desses números é considerada por muitos historiadores como a engenhosidade mais singular da escola Pitagórica. Nenhuma outra grandeza perturbou tanto os geômetras gregos quanto tais.

Logo após a identificação da existência dos números irracionais, surgiu o conjunto dos números negativos, através da necessidade de interpretar o resultado de uma subtração, quando o diminuendo é menor que o subtraendo. A lógica matemática creditada aos gregos evitava explicitamente este caso, no entanto, os hindus que não seguiam muito a risca tal lógica, calculavam com esses números desde o século VII, distinguindo os valores positivo e negativo de uma raiz quadrada.

Mesmo com a descoberta e utilização dos conjuntos numéricos citados anteriormente, durante vários séculos os matemáticos ainda se deparavam com problemas onde os números reais, formados assim pelos naturais, negativos, fracionários e irracionais, não eram suficientes para a resolução de todos os problemas que envolviam a teoria dos números. Daí veio a necessidade da criação de outro conjunto, mais completo e que englobasse a solução de toda e qualquer tipo de equação algébrica, com isso surgiu o conjunto dos números complexos.

Poucos matemáticos tentaram encontrar tais soluções, pois estas envolviam números imaginários, e assim os complexos passaram a ser considerados entidades místicas, sem fundamentos e impossíveis. Entretanto, devido a sua grande completude, a aceitação desses tipos de números se consolidou a partir de grandes matemáticos como por exemplos os famosos Cardan e Bombelli.

Tal fato se concretizou porque não havia como negar que os números reais eram insuficientes para se tratar de equações algébricas. Assim, no século XVI passou a ocorrer um fato semelhante ao que ocorreu no tempo dos gregos antigos, quando se verificou a insuficiência dos números racionais com a construção do número π, que não era racional: o conceito de número precisava ser estendido.

No século XVIII o conjunto dos complexos começou a perder seu caráter algébrico. A famosa identidade descoberta por De Moivre mostrou o papel de tal conjunto na Trigonometria, enquanto Euler ampliou a fórmula de De Moivre, introduzindo o número transcendente $\mathrm{e}^{i\pi} + 1 = 0.$. Essa expressão foi considerada por alguns de seus contemporâneos como possuindo significado sobrenatural. Na verdade, ela contém os símbolos mais importantes da Matemática moderna e foi encarada como uma espécie de união mística, em que a Aritmética era representada por 0 e 1, a Álgebra pelo símbolo i, a Geometria por π e a análise pelo número transcendente *e*

3 I OS NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS: A FORMA MAIS CLÁSSICA DE CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS REAIS

O conceito dos números Reais **R**, surgiu por volta do ano 1000 a.c, a partir da utilização de frações pelos egípcios e sendo aprimorada posteriormente pelos gregos. Este conjunto é apresentado como uma forma de representação da união dos números racionais **Q** e Irracionais **I**, onde os Racionais se subdividem em Inteiros (**Z**), Positivos e Negativos, mais os números fracionários, ou seja, todos aqueles que podem ser expressos na forma $\frac{p}{q}$ com p e q inteiros e q ≠ 0. Já os Irracionais são aqueles que não podem ser o resultado do quociente $\frac{p}{q}$

Dessa forma, pode-se dizer que o conjunto dos números reais é uma expansão dos números racionais. Assim, os reais são compostos não só pelos inteiros, positivos, negativos e fracionários mais também pelos irracionais, como está acima supracitado.

Nesse contexto, é válido ressaltar que a noção do que hoje consideramos como número real, se deu pelo processo de medição de segmentos geométricos. Isso nos leva a uma modelagem do que seria a representação dos números reais, onde se considera que um segmento de reta qualquer, $\overline{\mathrm{AB}},$, serve como um protótipo para o número real. Esta simbologia em representar os números reais é tão importante que o conjunto dos números reais é atualmente conhecido como a reta real.

Podemos considerar, neste sentido, que o conjunto dos reais pode ser analisado como um modelo aritmético de uma reta, enquanto esta pode ser vista como uma representação geométrica de **R**. Este envolvimento entre a geometria e a aritmética, pontos e números, é um dos fatores cruciais nos estudos que envolvem a matemática da atualidade.

Como foi acima mencionado, um segmento de reta $\overline{\mathrm{AB}},$, qualquer, serve como simbologia para representar um número real, então o problema da composição desses números está exatamente nos segmentos de reta que não são comensuráveis. Para entendermos melhor a comensarubilidade de um segmento, é importante salientar que, fixando um segmento padrão z = 1 e com outro segmento $\overline{\mathrm{AB}},$, se z couber um número exato de vezes (y vezes) dentro de $\overline{\mathrm{AB}},$ então o comprimento de $\overline{\mathrm{AB}},$ será y. O problema está no fato de que nem sempre isso acontece.

Para uma melhor compreensão sobre essa temática, recorremos a seguinte definição:

Definição 2: Um segmento de reta $\overline{AB}$, e um segmento padrão z, serão ditos comensuráveis se existir algum segmento x, que caiba n vezes em z e m vezes em $\overline{AB}$, , caso contrario esses segmentos serão chamados Incomensuráveis.

Dessa forma, é fácil verificar que os segmentos que forem comensuráveis, podem ser expressos da forma $\frac{p}{q}$ com q ≠ 0, representando assim os números racionais, e os que são incomensuráveis representam os irracionais. Nessa acepção, a reta real (o conjunto dos números reais) estará completa.

É interessante ressaltar que, para que se chegasse a essa representação dos números reais os matemáticos da antiguidade passaram por vários percalços, indecisões e conflitos. Nesse contexto, eles se dividiram em três escolas filosóficas de pensamento: o Intuicionismo, o Logicismo e o Formalismo, onde cada uma dessas escolas, tinha suas crenças em relação aos números. Apresentando assim algumas restrições em aceitar alguns conjuntos numéricos, fato este que os levavam a conflitos de idéias na construção dos números reais.

4 I OS ALGÉBRICOS E TRANSCENDENTES

Outra maneira mais formal de representar o conjunto dos números reais é a separação do mesmo em algébricos e transcendentes. Essa forma de subdivisão é bastante eficaz e trazem, para alguns números irracionais, uma nova perspectiva, o que os tornam mais simples em suas formações e posições na reta real.

Quando um número real qualquer β satisfaz uma equação polinomial do tipo:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

Com os coeficientes ai's inteiros e $a_n \neq 0$, então definiremos β como sendo um número algébrico. Neste sentido, um número real β será chamado de algébrico, quando podemos encontrar uma equação polinomial com coeficientes inteiros não nulos, da qual β seja raiz.

Diante dessa definição, fica evidente o fato de que qualquer número racional é algébrico, pois, basta observar que, como eles podem ser expressos da forma $\frac{p}{q}$ com q ≠ 0, então estes números são raízes da equação polinomial:

$$qx - p = 0 \text{ (I)},$$

Basta ver que substituindo $\frac{p}{q}$ na equação (I) teremos que:

$$q \cdot \frac{p}{q} - p = p - p = 0.$$

Logo, qualquer número racional é um número algébrico, como por exemplo, o número 1/3, ele é raiz da equação 3x - 1 = 0, e portanto é algébrico.

O fato de que todo número racional é algébrico, não implica que todo número algébrico seja racional, por exemplo, o número $\sqrt{5}$, que mesmo não sendo um número racional, pois ele não pode ser expresso como o quociente de $\frac{p}{q}$, com $q \neq 0$, no entanto ele é algébrico, pois é fácil verificar que ele é raiz do polinômio $x^2 - 5 = 0$.

Sendo assim, quando um número β não é raiz de nenhum polinômio com coeficientes inteiros e diferentes de zero, então chamaremos esse número de transcendente. Assim, um número real ou é algébrico ou transcendente.

Como já mencionado, temos que todo número racional é algébrico, logo, segue-se que todo número não algébrico é não racional, ou de uma maneira mais simplificada, todo número transcendente é irracional. Como está esquematicamente expresso abaixo:

Números Reais → Racionais (Todos estes são números algébricos)
↘ Irracionais (São algébricos ou transcendentes)

Números Reais → Algébricos (São racionais ou irracionais)
↘ Transcendentes (Todos estes são irracionais)

Representando os números reais dessa nova forma, as irracionalidades de alguns números passam a ser encaradas de uma maneira mais simples. Por exemplo, $\sqrt{2}$ não é um problema tão grave quanto parece, basta ver que mesmo este número não sendo raiz de nenhuma equação polinomial de primeiro grau, ele é raiz da equação $x^2 - 2 = 0$, logo é algébrico.

Definição 3: Diz-se que β é um número algébrico de grau n, com n natural, se β for raiz de uma equação polinomial com coeficientes inteiros de grau n e não seja raiz de nenhuma outra equação desse tipo, de grau menor do que n. Por exemplo, sendo $\beta = \sqrt{3}$, esse é um número algébrico de grau 2, pois, é raiz da equação polinomial $x^2 - 3 = 0$, e de nenhuma outra de grau menor que 2.

Diante da definição acima, segue que, o conjunto dos números racionais, são na verdade o conjunto de todos os números algébricos de grau 1, ou seja, o conceito de número algébrico é uma generalização natural de todos os números racionais de grau 1.

Alguns números algébricos podem ser representados como a raiz de uma equação polinomial do tipo:

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0 = 0,$$

Onde os coeficientes $a_0, \ldots, a_{n-1}$ são números inteiros. Neste caso, chamaremos esses números de Inteiros Algébricos, basta observar que, o que difere essa definição da de números algébricos é o fato de que $a_n = 1$. Logo, é fácil ver que todo número inteiro algébrico é algébrico.

Assim, podemos constatar que qualquer número inteiro **z**, é um inteiro algébrico, basta ver que $x - z = 0$, tem z como raiz. Da mesma forma $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{5}$, também são inteiros algébricos, pois, são raízes das equações $x^2 - 3 = 0$ e $x^2 - 5 = 0$, respectivamente.

5 I UM BREVE HISTÓRICO DOS NÚMEROS TRANSCENDENTES

A história nos revela que um dos grandes fascínios do homem, no âmbito da matemática, foi o entendimento dos números e o domínio dos mesmos. A busca pelo conhecimento e apropriação dos conceitos numéricos trouxe inúmeras lacunas e paradoxos na matemática, o que proporcionou importantes desafios aos matemáticos da época. A construção da reta real neste contexto se configurou como estereótipo de conjunto numérico, representante de todo aquele número que poderia ser contado ou imaginado.

Nesta construção dos números reais, havia uma partição mais dinâmica que os dividiam em uma classe de números que poderiam ser posto como uma raiz de um polinômio de coeficientes reais não nulos, os chamados números algébricos. No entanto, existia outro conjunto de números que junto com aqueles completavam a reta real, os chamados números transcendentes.

A definição dos números transcendentes, é designado ao matemático Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716) e na acepção de Leonhard Euler (1707-1783), significava que eles transcendiam o poder das operações algébricas, que poderiam ser realizadas com o corpo dos números algébricos.

Assim, a definição de transcendente é algo que já vem sendo estudada há algum tempo, desde o século XVIII. No entanto, a teoria destes números foi originada e desenvolvida apenas no século XIX, pelo matemático Joseph Liouville (1809-1882), porém, é válido ressaltar que alguns problemas isolados que envolviam a teoria dos transcendentes já haviam sido formuladas bem antes (como é caso do número π é do número *e*), só que estes números eram abordados apenas como irracionais. As suas transcendências, no entanto, só foram demonstradas a partir de 1844.

Nesse contexto, Liouville estabeleceu uma propriedade que satisfazia os números algébricos, onde se definia que se β é algébrico de grau n, então existe uma constante A > 0, de tal forma que $\left|\beta - \frac{p}{q}\right| > \frac{A}{q^n}$ para todo p/q racional com q ≠ 0. Dessa forma, qualquer número que não satisfizesse essa propriedade seria transcendente. Essa definição dos algébricos, criada por Liouville, foi crucial para direcionar o estudo dos transcendentes. Ele mesmo construiu estes números, como foi o ocaso de $\alpha = \sum_{n=0}^{00} 10^{-n!}$, conhecido como a constante de Liouville. Mais detalhes sobre essa propriedade que satisfaz os algébricos pode ser encontrada em [12].

Com base nos estudos deste último matemático, no ano de 1873, Charles Hermite (1822-1901) demonstrou a transcendência de . Dez anos depois, em 1884, Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852-1939) generalizou a transcendência de desenvolvida por Hermite, e conseguiu provar que é um número transcendente, sempre que α for algébrico e não nulo. Nesse sentido, como consequência da generalização de Lindemann, os números Log 2, $e^{\sqrt{2}}$ e cos x são transcendentes.

Diante das demonstrações feitas por Lindemann, considera-se como a consequência mais importante a transcendência de π, que proporcionou a solução dos grandes problemas históricos da matemática, como por exemplo impossibilidade de se construir um quadrado com a mesma área de um círculo dado, a famosa quadratura do círculo.

O que impulsionou em certa medida o estudo do conjunto dos números transcendentes foram os diversos problemas decorrentes da antiguidade grega, as pesquisas de Liouville e Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918), as pesquisas de Hermite (que envolviam as funções exponenciais), o sétimo problema de David Hilbert (1862-1943) e as formas lineares em logaritmos de Alan Baker (1939). O problema em estudar estes números encontrava-se no fato de que os transcendentes são definidos e analisados não pelo que eles são, mais sim pelo que eles deixam de ser. Fatos estes que tornam bastante complexa a tarefa de estabelecer a transcendência particular de um número qualquer.

Em 1934, Alexander Osipovich Gelfond (1906-1968) e Theodor Schneider (1911- 1988) criaram um teorema, conhecido como teorema de Gelfond-Schneider e dizia que se α é um número algébrico, diferente de 0 e 1, e β é um número algébrico não racional, então α^{β} será um número transcendente. Dessa forma o sétimo problema da lista dos vinte e três problemas de Hilbert estava resolvido, além disso, os números, $2^{\sqrt{2}}$ e $2^{\sqrt{3}}$ seriam, dessa forma, transcendentes.

Esse teorema de Gelfond-Schneider, no entanto, não resolvia o problema nos casos em que α^{β}, com α e β números transcendentes. Se pegarmos, por exemplo, os números transcendentes, e e $\log 2$, e colocarmos $e^{\log 2}$ teremos que o resultado será 2, que é um número algébrico. Já se pegarmos o número transcendente α e colocarmos, α^{α} não se sabe se o resultado será transcendente ou algébrico.

Entender a natureza dos números transcendentes é ate hoje uma grande lacuna na teoria dos números. Atualmente, mais de 120 anos após as demonstrações das transcendências de e e π, as operações aritméticas de e + π e de e .π ainda não são conhecidas como sendo um número algébrico ou transcendente.

6 I OS NÚMEROS ALGÉBRICOS E TRANSCENDENTES COMO POSSIBILIDADE DE ESTUDO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Os polinômios e as equações polinomiais por serem tradicionalmente estudadas no terceiro ano do ensino médio, tornam-se uma oportunidade para o docente implementar nas suas aulas o estudo dos números algébricos e, consequentemente, os transcendentes.

Como, provavelmente, o educando do terceiro ano, ao término ou em processo de estudo dos polinômios, já deve saber operar com os mesmos, então, este fato será suficiente para que eles consigam aprender os conceitos preliminares que envolvem a teoria dos números algébricos.

Por exemplo, caso os alunos se depararem com o número $\sqrt{3+\sqrt{7}}$, aparentemente estranho e complicado. No entanto, ao fazer $x = \sqrt{3+\sqrt{7}}$ e aplicar as seguintes manipulações algébricas, veremos que ele não é tão estranho assim:

1°: elevando os dois membros ao quadrado.

$$x^2 = (\sqrt{3+\sqrt{7}})^2$$
$$x^2 = 3+\sqrt{7}$$

2°: Subtraindo 3 nos dois membros.

$$x^2 - 3 = 3+\sqrt{7} - 3$$
$$x^2 - 3 = \sqrt{7}$$

3°: elevando novamente os dois membros ao quadrado.

$$(x^2 - 3)^2 = (\sqrt{7})^2$$
$$x^4 - 6x^2 + 9 = 7$$

4°: Subtraindo 7 nos dois membros.

$$x^4 - 6x^2 + 9 - 7 = 7 - 7$$
$$x^4 - 6x^2 + 2 = 0$$

Teremos, dessa forma, que o número $\sqrt{3+\sqrt{7}}$ é raiz do polinômio $x^4 - 6x^2 + 2 = 0$, e pela definição, é um número algébrico.

Pudemos ver nesse exemplo que apenas com manipulações algébricas simples, com as quais os alunos estão acostumados a ver (algumas desde o ensino fundamental II), conseguimos dizer se um número, envolvendo raízes, é algébrico ou não, “fabricando" simplesmente equações polinomiais com coeficientes inteiros, das quais esses números são raízes.

Outros casos podem ser identificados seguindo os mesmos passos anteriores. Já no caso de qualquer número racional p/q com q ≠ 0, basta mostrar para os estudantes que esse número racional será sempre raiz do polinômio q.x - p = 0, e isso os discentes do ensino médio, também devem está aptos a compreender.

Assim, ressaltamos que boa parte dos conteúdos que envolvem os números algébricos, os alunos do ensino médio tem condições de aprender. Já em relação aos números transcendentes, basta dizer que existem números que não poderão ser raízes de um polinômio com coeficientes inteiros e dar um exemplo, que é o caso do número π, que já deve ser bastante conhecido por eles. Não precisando assim, entrar mais em detalhes em relação a esse outro conjunto numérico por este, de fato, transcender, os estudos que envolvem o currículo atual de matemática do ensino médio.

REFERÊNCIAS

[1] COSTA, Newton C. A. Introdução aos fundamentos da matemática. Editora Hucitec. 4° edição. São Paulo, Capital. 2008.

[2] DANTAS, Marcelo R. N. Sobre o número π. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Paraíba - Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática. João Pessoa, Paraíba. 2013.

[3] FIGUEIREDO, D. J. Números irracionais e transcendentes. Coleção do professor de Matemática, 3.ed. Rio de Janeiro : SBM, 2011.

[4] FURTADO, M. F. Algumas Realizações de Charles Hermite. Universidade de Brasília - Programa Especial de Treinamento. Brasília, Distrito Federal. 1996.

[5] JUNIOR, A. M. Os Infinitos de Cantor: Série Matemática na Escola - guia do professor. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo. 2011.

[6] LIMA, L. C.; NASCIMENTO, A. A. Liouville e os Números Transcendentes. Instituto Federal de Educação de Alagoas. Maceió, Alagoas. 2013.

[7] MARCHIORI, R. M. Números Transcendentes e de Liouville. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista - Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática. Rio Claro, São Paulo. 2013.

[8] MARQUES, Diego Teoria dos números transcendentes. Coleção do professor de Matemática, 1°ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[9] MOSCIBROSKI, T. M.A amplitude do conjunto dos números irracionais. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, Santa Catarina. 2002.

[10] NIVEN, Ivan Números: Racional e irracional. Coleção do professor de Matemática, 1° ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

[11] PERES, G. R. O número π. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, Santa Catarina. 2003.

[12] SANTOS, J. C. S. O. Formação Complementar em Matemática I. Universidade do Porto - Faculdade de Ciências. Porto, Portugal. 2012.

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO