

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)



# As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 2

**Atena**  
Editora  
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)



# As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 2

  
Atena  
Editora  
Ano 2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Chefe: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Geraldo Alves  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Regina Gardacho Pietrobom – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
D618	As diversidades de debates na pesquisa em matemática 2 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (As diversidades de debates na pesquisa em matemática; v. 2)  Formato: PDF Requisitos de sistemas: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-847-2 DOI 10.22533/at.ed.472192012  1. Matemática – Pesquisa – Brasil. 2. Pesquisa – Metodologia. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série. CDD 510.7
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

Atena  
Editora

Ano 2019

## APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “A diversidade em debates de pesquisa em matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão das diversidades. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas à inclusão e a sociedade.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DO USO DE MATERIAL CONCRETO: REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM	
Andrey Alves do Couto Ana Cristina Gomes de Jesus	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920121</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>12</b>
UM ESTUDO SOBRE O USO DA CALCULADORA NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA	
Rodolfo França de Lima Dirceu Lima dos Santos Adriano Pilla Zeilmann	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920122</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>25</b>
CONTEXTUALIZANDO O ENSINO DA MATEMÁTICA: INVENTÁRIO FLORESTAL	
Gabriele Cristina Lupchuk Izabel Passos Bonete	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920123</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>37</b>
NÚMEROS ALGÉBRICOS E TRANSCENDENTES: UM NOVO OLHAR SOBRE OS NÚMEROS REAIS	
Suemilton Nunes Gervázio	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920124</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>47</b>
SEXUALIDADE EM FOCO: ATUAÇÃO DO PIBID INTERDISCIPLINAR NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA	
Ariston Rodrigo Silva Lima Tiago Martins Pereira de Carvalho Jaqueline Carvalho Machado Vinícius Vieira da Silva Dutra Lucas dos Santos Passos Luciana Aparecida Siqueira Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920125</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>57</b>
TÁBUAS DE FRAÇÕES: APRENDIZAGEM CRIATIVA NO ENSINO FUNDAMENTAL	
Márcio Lima do Nascimento Lucas Batista Paixão Ferreira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920126</b>	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>66</b>
UMA INCOMENSURABILIDADE ARITMÉTICO-GEOMÉTRICA E A EXTENSÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS PARA OS NÚMEROS REAIS	
Marcos Garcia de Souza	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920127</b>	

<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>81</b>
REPUTAR A DIDÁTICA NA AULA DE MATEMÁTICA: O REFLEXIONAR UM REFERENCIAL SIGNIFICATIVO PARA (RE)INTRODUZIR OS FUNDAMENTOS DAS QUATRO OPERAÇÕES ARITMÉTICAS	
José Maione Silva Lemos Sidney Allessandro. da Cunha Damasceno	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920128</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>92</b>
JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: A INCLUSÃO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL	
Janaína Fonseca Barbosa Aline Maria de Lucena Wiliana Maria Torres da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.4721920129</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>98</b>
ENSINANDO GEOMETRIA COM MASSA DE MODELAR: UMA EXPERIÊNCIA FORMATIVA	
Ewerson Tavares da Silva Ricardo Vieira Nascimento Filho Barbarah Soares de Moraes Diana Bonne Caetano Moura Maxwell Gonçalves Araújo Glen Cezar Lemos Franciane José da Silva Ana Cristina Gomes de Jesus	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201210</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>108</b>
MATEMÁTICA E AFRICANIDADE NA ESCOLA QUILOMBOLA	
Alexander Cavalcanti Valença	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201211</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>119</b>
JOGO COM CARTAS PARA O ENSINO DA OPERAÇÃO DE SOMA NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS	
Lourival Divino Faria Bruno Diniz Faria Rezende	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201212</b>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>126</b>
O USO DO CUBO MÁGICO COMO RECURSO PEDAGÓGICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO	
Juliana Moreno Oliveira Gizele Geralda Parreira Luciano Duarte da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201213</b>	

<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>134</b>
EFEITO DA MÁ ESPECIFICAÇÃO DE MODELOS NAS COMBINAÇÕES DE PREVISÃO EM SÉRIES TEMPORAIS COM LONGA DEPENDÊNCIA	
Cleber Bisognin	
Letícia Menegotto	
Liane Werner	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201214</b>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>149</b>
PERFIL DOS PARTICIPANTES EM CRIMES DE VIOLÊNCIA DOMÉSTICA, NO RIO GRANDE DO SUL (LEI Nº 11.340 - LEI MARIA DA PENHA)	
Helena Simeonidis Grillo	
Patrícia Klarmann Ziegelmann	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201215</b>	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>162</b>
$P_{DCCA}$ APLICADO ENTRE TEMPERATURA AMBIENTE E UMIDADE RELATIVA DO AR: MÉDIAS DISTINTAS	
Andrea de Almeida Brito	
Aloísio Machado da Silva Filho	
Ivan Costa da Cunha Lima	
Gilney Figueira Zebende	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201216</b>	
<b>CAPÍTULO 17</b> .....	<b>167</b>
O EFEITO DO USO DE UM <i>APPLET</i> NA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU COM DENOMINADORES NUMA TURMA DO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE DO ENSINO BÁSICO	
Ana Paula Lima Gandra	
Ana Paula Aires	
Paula Catarino	
<b>DOI 10.22533/at.ed.47219201217</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>179</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>180</b>



## O EFEITO DO USO DE UM *APPLET* NA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU COM DENOMINADORES NUMA TURMA DO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE DO ENSINO BÁSICO

**Ana Paula Lima Gandra**

Escola Básica e Secundária Fontes Pereira de Melo  
Porto – Portugal

**Ana Paula Aires**

Departamento de Matemática da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD  
Vila Real – Portugal

**Paula Catarino**

Departamento de Matemática da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD  
Vila Real – Portugal

**RESUMO:** Vários estudos sugerem que as dificuldades na aprendizagem da álgebra devem-se, em parte, ao modo como os alunos fazem a transição da aritmética para a álgebra. Atualmente existe uma grande diversidade de recursos tecnológicos ao nosso dispor, em particular, na Internet, tornando-se imprescindível a reflexão sobre o seu contributo para o ensino e aprendizagem da álgebra. Este estudo pretende analisar de que forma é que a exploração do *applet*, *Algebra Calculator*, pode contribuir para o ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau com denominadores. Especificamente, pretende-se analisar a forma como os vinte alunos de uma turma de 7.º ano de escolaridade do Ensino Básico, sem nunca terem resolvido equações com frações, utilizam

procedimentos aritméticos na resolução deste tipo de equações. Interessa-nos também perceber se existe influência do uso do *applet* nas resoluções dos alunos. Este trabalho é realizado no quadro de uma experiência de ensino, durante a leção dos princípios de equivalência na resolução das equações. A análise de dados incide na observação das aulas e nas produções escritas dos alunos, antes e após o estudo do tópico. Os resultados mostram que, ao longo do estudo do tópico, os alunos aprenderam a fazer a redução de todos os termos da equação ao mesmo denominador e, de seguida, a eliminação dos denominadores, na resolução de equações do 1.º grau com denominadores com um desempenho significativamente melhor do que o habitual, mesmo aqueles que tinham fraco rendimento a Matemática.

**PALAVRAS-CHAVE:** álgebra; *applet*; equações; denominadores.

THE EFFECT OF USING AN *APPLET* IN THE LEARNING OF 1<sup>ST</sup> DEGREE EQUATIONS WITH DENOMINATORS IN A CLASS OF THE 7<sup>TH</sup> GRADE OF MIDDLE SCHOOL EDUCATION

**ABSTRACT:** Several studies suggest that the difficulties in learning algebra are due, sometimes, to the way students make the

transition from arithmetic to algebra. Now there is a great diversity of technological resources everywhere, particularly on the Internet, making it essential to reflect on their contribution to teaching and learning of algebra. The aim of this study is to investigate how the applet Algebra Calculator, can contribute to the teaching and learning of a 1<sup>st</sup> degree equations containing fractions. Specifically, we intend to analyse how twenty students of a 7<sup>th</sup> grade class of middle school, without ever having solved equations with denominators, using arithmetic procedures in solving equations with fractions. Also we are interested in to know if there is influence of the use of the applet in the resolutions of the students. This work is conducted within the framework of an educational experience for the teaching of equivalence of equations principles. Data analysis focuses on observation of the classes and the written productions of students before and after the study of the topic. The results show that, over the topic of study, the students learned to make the reduction of all terms to the same denominator, and then the elimination of the denominators in the 1<sup>st</sup> degree solving equations with denominators had a significantly better performance than the usual, even those who had poor performance in mathematics.

**KEYWORDS:** algebra; applet; equations; denominators.

## 1 | INTRODUÇÃO

O ensino da álgebra recebe particular atenção no 3.<sup>o</sup> ciclo do Ensino Básico (BIVAR, GROSSO, OLIVEIRA & TIMÓTEO, 2013), altura em que, formalmente, existe um primeiro contacto com o tópico das equações. A adaptação dos alunos a novas regras, símbolos e sua interpretação nem sempre é simples, existindo “alunos que conseguem um nível de desempenho razoável no trabalho com números e operações numéricas, mas que se deparam depois com grandes dificuldades na Álgebra” (PONTE, 2005, p. 39), em particular na inclusão de letras em expressões matemáticas.

O modo como os alunos constroem as suas noções algébricas, normalmente à custa da sua experiência em aritmética (MATZ, 1980; BOOTH, 1984, 1988) terá certamente implicações na sua aprendizagem. Booth (1988) e Kieran (1988, 1992) alegam que as dificuldades dos alunos na álgebra devem-se, em parte, à falta de entendimento de factos aritméticos elementares. Enquanto Booth (1984, 1988) considera que os erros na álgebra são o reflexo de uma má formação na aritmética, Matz (1980) sugere que não precisamos de sair da álgebra para justificar os erros dos alunos, isto é, os obstáculos encontrados no ensino e aprendizagem da álgebra não refletem necessariamente uma má formação em aritmética, ou, de outro modo, os erros em álgebra são, provavelmente, uma questão puramente algébrica.

Anatureza interativa e dinâmica da tecnologia, a par das múltiplas representações que oferece, tem vindo a mudar as perspetivas sobre a aprendizagem de alguns

conceitos algébricos (FERRARA, PRATT, & ROBUTTI, 2006). Existem pequenas aplicações digitais, normalmente dirigidas a tópicos específicos do currículo, os *applets*, muitos dos quais disponíveis na *Internet*, que podem constituir ferramentas importantes para a aprendizagem (HECK, BOON, BOKHOVE, & KOOLSTRA, 2007). Os *applets*, em particular, os *applets* algébricos, são aplicações dinâmicas e interativas, focadas em tópicos particulares, que podem servir para mostrar, visualizar, explorar e ensinar diferentes conceitos, apoiadas em submodelos emergentes que ligam a simbolização com o significado e dão constante *feedback* (HECK et al., 2007; GRAVEMEIJER, DOORMAN & DRIJVERS, 2010).

Nesta investigação pretendemos descrever o trabalho desenvolvido com uma turma de 7.º ano de escolaridade, durante a leção das equações do 1.º grau com denominadores, bem como analisar e compreender de que forma a aplicação de um *applet*, o *Algebra Calculator*, poderá ser considerado um recurso pedagógico no ensino das equações do 1.º grau com frações no 7.º ano de escolaridade do Ensino Básico. Os alunos que nunca resolveram equações com denominadores e apenas têm conhecimento dos princípios de equivalência da adição e da multiplicação na resolução de equações vão realizar trabalho algébrico, no que diz respeito à resolução de equações com denominadores, utilizando regras aprendidas anteriormente na Aritmética. Por fim, são tecidas algumas considerações sobre o desempenho dos alunos na resolução de equações com denominadores, no final da unidade das “Equações”.

Este texto está estruturado do seguinte modo: nas duas secções seguintes apresentamos uma breve contextualização teórica que serve de suporte ao estudo, seguindo-se uma caracterização da turma envolvida no estudo e descrição da experiência implementada. Por fim apresentamos os resultados dessa experiência e terminamos o texto com algumas conclusões pertinentes em relação ao estudo apresentado.

## 2 | O ENSINO E A APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES

Ao longo dos tempos o ensino das equações do 1.º grau têm sofrido mudanças que, em Portugal, podem ser analisadas em vários documentos, nomeadamente, nos manuais escolares. Ponte (2004) analisou quatro manuais escolares portugueses, de diferentes épocas, e constatou que existe uma grande evolução em diversos aspetos na forma como são abordadas as equações do 1.º grau. Apesar da evolução, quando este tema é tratado sobressaem diversas dificuldades na sua aprendizagem em alguns alunos, como é referenciado pelo autor.

A aprendizagem das equações, conceito central da Álgebra, representa para os

alunos o início de uma nova etapa no seu estudo da Matemática. Ao lado das expressões numéricas, envolvendo números e operações com que contactaram anteriormente, surgem agora outras expressões, envolvendo novos símbolos e novas regras de manipulação, que remetem para outro nível de abstração. O início desta etapa revela-se particularmente problemático para muitos alunos, sendo neste ponto que se decide em grande medida quais suas possibilidades de sucesso futuro na aprendizagem escolar desta disciplina. (pp.149-150)

Estudos recentes têm contribuído para ajudar a perceber melhor as dificuldades e os erros mais comuns que os alunos cometem na resolução de equações do 1.º grau (PONTE, BRANCO & MATOS, 2009). Estas dificuldades estão relacionadas com a forma como os mesmos efetuam a passagem da aritmética para a álgebra, como adquirem o conceito de equação e de incógnita, como resolvem as equações e os problemas algébricos.

Kieran (2006) refere três abordagens para a resolução de equações, no início do estudo da álgebra, que podem ajudar no entendimento e resolução das equações: abordagem intuitiva, que inclui a estratégia relativa às propriedades dos números; abordagem de substituição por tentativa-erro, e abordagem formal.

### 3 | OS APPLETS NO ENSINO E A APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES

A investigação mostra que a perspetiva de álgebra como aritmética generalizada é insuficiente para desenvolver nos alunos um pensamento algébrico adequado (SOCAS, 2011). Este autor sugere que o uso de novas fontes de significado, como as novas tecnologias, oferecem oportunidades para construir a compreensão concetual dos processos matemáticos no ensino da álgebra. Esta ideia é reiterada por Ponte, Branco e Matos (2009) que consideram ser fundamental integrar a tecnologia e estudar o seu uso com vista à promoção da aprendizagem.

Diversas investigações mostram que o uso da folha de cálculo ajuda os alunos a interiorizar a noção de variável e a desenvolver a sua capacidade de resolver certos tipos de problemas. No entanto, para alguns aspetos da aprendizagem da álgebra, como a resolução de equações, a folha de cálculo não parece ter um efeito visível (PONTE, BRANCO & MATOS, 2009).

A interatividade e o dinamismo, características da tecnologia, particularmente visíveis nos *applets*, mudaram as perspetivas sobre a forma como o ensino e a aprendizagem de alguns conceitos matemáticos podem ser aprendidos, chamando a atenção para a construção de significados, mais do que os aspetos manipulativos (FERRARA, PRATT & ROBUTTI, 2006; DUARTE, 2011).

Existem *applets* direcionadas para o ensino e aprendizagem da matemática que se podem encontrar em diversos *sites*, como por exemplo, no *site Mathpapa*, onde encontramos o *Algebra Calculator*, *applet* direcionado para o ensino e aprendizagem

das equações do 1.º grau. O *Algebra Calculator* pretende ser uma calculadora que resolve equações passo a passo.

Documentos de orientação curricular e de investigação reconhecem que a aprendizagem dos alunos pode beneficiar muito da tecnologia, através da visualização de noções matemáticas sob múltiplas perspetivas e representações interligadas e serem capazes de passar informação de uma forma de representação para outra (BIVAR et al., 2013; NCTM, 2007; FERRARA, PRATT & ROBUTTI, 2006).

#### 4 | UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS PORTUGUESES DO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE

Seguindo os trabalhos de Duarte (2011) e Oliveira (2014), e tendo como foco a aprendizagem da resolução de equações do 1.º grau através da utilização de *applets*, utilizamos o *Algebra Calculator* para tentar perceber como é que este *applet* pode funcionar como um instrumento mediador da aprendizagem, contribuindo para que os alunos do 7.º ano de escolaridade que nunca resolveram equações com denominadores e apenas têm conhecimento dos princípios de equivalência da adição e da multiplicação na resolução de equações, possam resolver equações com frações, utilizando estratégias aritméticas.

Este episódio foi dinamizado no terceiro período do ano letivo de 2014/2015, numa turma do 7.º ano da primeira autora, com vinte alunos, onze raparigas (55%) e nove rapazes (45%), com idades entre os 12 e 13 anos numa aula de cinquenta minutos. No final do primeiro período, todos os alunos tiveram nível superior ou igual a três na avaliação final do período referido e no final do segundo período, cinco alunos (25%) tiveram nível dois, numa escala de zero a cinco.

O tema que estava a ser lecionado era o referente às Equações e ainda não tinha sido iniciado o subtema “Equações do 1.º grau com denominadores”. As equações que os alunos já sabiam resolver com a regra da adição, com a regra da multiplicação e até mesmo, agrupando termos semelhantes, eram do tipo «  $a \pm x = b$ ;  $a = b \pm x$ ; etc. »; «  $ax = b$ ;  $a = bx$ ;  $a \div x = b$ ;  $a = b \div x$ ; etc. »; «  $ax \pm b = c$ ;  $a = bx \pm c$ ; etc. »; «  $ax \pm bx = c$ ;  $ax \pm bx + c = d$  » e «  $ax + b = cx + d$  ». Os alunos costumavam utilizar o *Algebra Calculator* para tirar as suas dúvidas, em casa e nas aulas.

Durante a primeira parte da aula (30 minutos), a professora começou por pedir aos alunos que fizessem exercícios do manual escolar adotado (MARQUES & FERREIRA, 2014) no âmbito das equações, incluindo equações com frações. Os alunos tiveram a possibilidade de comunicar oralmente, formular conjecturas, refutar e/ou discutir ideias em par, podendo consultar a professora e o *Algebra Calculator*,

sempre que tivessem necessidade. Quando terminaram os exercícios propostos, os alunos mostraram as resoluções à professora que as corrigiu.

Na segunda parte da aula (20 minutos), os alunos resolveram individualmente sem auxílio do *Algebra Calculator*, uma questão aula (QA1) constituída por seis equações, sendo duas equações com frações. A professora funcionou como mera observadora. Foi solicitado aos alunos que registassem tudo o que faziam, que indicassem todos os cálculos efetuados, que não apagassem o que tinham feito e que, quando se enganassem, passassem um traço por cima e continuassem. Os dados foram recolhidos pela primeira autora que era a professora da turma, fazendo uso das técnicas seguintes: observação presencial; recolha de elementos escritos produzidos pelos alunos no âmbito da questão aula, permitindo obter informação sobre os conhecimentos e capacidades dos alunos; realização de registos, o mais pormenorizado possível, imediatamente a seguir à aula, com observações e impressões do modo como os alunos reagiram e se envolveram nas tarefas, além de alguns episódios significativos.

Após a leção das equações do 1.º grau com denominadores, os alunos foram sujeitos a outra questão aula (QA2) com a mesma duração, onde apareciam duas equações idênticas às da primeira questão aula.

## 5 | RESULTADOS DA EXPERIÊNCIA

Os coeficientes de sucesso obtidos foram globalmente satisfatórios e alguns superaram as expectativas. Assim, na sua maioria (90%), os alunos sabem resolver uma equação usando o princípio de equivalência da adição, o princípio de equivalência da multiplicação e agrupam termos semelhantes.

Em relação à primeira equação com frações,  $-\frac{2}{3}b = 4$ , que aparecia na QA1 (questão aula 1), a percentagem de sucesso é a mesma e os erros verificados são sobretudo de natureza aritmética, tendo-se constatado algumas dificuldades por parte dos alunos na multiplicação e na divisão. A figura 1 apresenta exemplos de resoluções desta primeira equação com frações.

$-\frac{2}{3} \times b = 4 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow b = 4 : -\frac{2}{3} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow b = -6$ $C.S. = \{-6\}$	$b) -\frac{2}{3}b = 4 (=)$ $(=) \frac{-2}{3}b = \frac{4}{1} (=)$ $\frac{-2}{3} \quad \frac{4}{1}$ $(=) b = 6 \quad C.S. = \{6\}$
<del> <math display="block">b) -\frac{2}{3}b = 4</math> <math display="block">\Leftrightarrow 0,6b = 4</math> <math display="block">\Leftrightarrow \frac{0,6b}{0,6} = \frac{4}{0,6}</math> <math display="block">\Leftrightarrow b = 6,6</math> <math display="block">C.S. = \{6,6\}</math> </del>	$(=) -\frac{2}{3}b = 4 \times 3 (=)$ $\Leftrightarrow -2b = 12 (=)$ $\Leftrightarrow \frac{-2b}{-2} = \frac{12}{-2} (=)$ $\Leftrightarrow b = 6 \quad C.S. = \{6\}$

Figura 1. Exemplos de resoluções da primeira equação com frações da QA1

No que diz respeito à segunda equação com frações,  $\frac{x}{2} + 4 = 10$ , que aparecia também na QA1, a percentagem de sucesso é ligeiramente inferior (80%) e os erros advêm dos alunos não compreenderem os princípios de equivalência, quando têm de utilizar as regras da adição e da multiplicação e/ou de natureza aritmética. A figura 2 apresenta exemplos de resoluções desta segunda equação com frações, onde na última resposta se observa uma exceção, o aluno experimenta um valor e obtém a solução pretendida.

$c) \frac{x}{2} + 4 = 10$ $\frac{x}{2} + 4 = 10 \Leftrightarrow$ $\frac{x}{2} = 10 - 4 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x : 2 = 6 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = 6 \times 2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = 12$ $C.S. = \{12\}$	$c) \frac{x}{2} + 4 = 10 (=)$ $(=) \frac{x}{2} = 10 - 4 (=)$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 (=)$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} \times 2 = 6 \times 2 (=)$ $\Leftrightarrow x = 12$ $C.S. = \{12\}$	$c) \frac{x}{2} + 4 = 10 (=)$ $(=) \frac{x}{2} = 10 - 4 (=)$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 (=)$ $\Leftrightarrow x = 6 \times 2 (=)$ $\Leftrightarrow x = 12 \quad C.S. = \{12\}$
$c) \frac{x}{2} + 4 = 10 (=)$ $(=) \frac{x}{2} = 10 - 4 (=)$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 (=)$ $\Leftrightarrow x = 6 \times 2 (=)$ $\Leftrightarrow x = 12 \quad C.S. = \{12\}$	$c) \frac{x}{2} + 4 = 10 (=)$ $\Leftrightarrow \frac{11}{2} + 4 = 10 \quad x = 12$ $C.S. = \{12\}$	

Figura 2. Exemplos de resoluções da segunda equação com frações da QA1

A figura 3 apresenta os erros verificados nas resoluções da segunda equação  $\frac{x}{2} + 4 = 10$  da QA1, a mudança do termo independente de um membro para o outro não é acompanhada da mudança de sinal, o que advêm do aluno não compreender os princípios de equivalência, quando têm de utilizar a regra da adição.

$$\begin{aligned}
(\Rightarrow) \frac{x}{2} &= 4 + 10 \quad (\Rightarrow) \\
(\Rightarrow) \frac{x}{2} &= 14 \quad (\Rightarrow) \\
(\Rightarrow) x &= 2 \times 14 \quad (\Rightarrow) \\
(\Rightarrow) x &= 28 \\
C.S. &= \{28\}
\end{aligned}$$

Figura 3. Erro verificado nas resoluções da segunda equação com frações da QA1

Na QA2 (questão aula 2) resolvida pelos alunos após a leção das equações do 1.º grau com denominadores, onde apareciam duas equações análogas às equações da QA1, o sucesso manteve-se (90%). Na análise dos procedimentos empregues na resolução das equações do 1.º grau com denominadores, notou-se uma preferência significativa dos alunos de diferentes níveis de aproveitamento, em reduzir todos os termos da equação ao mesmo denominador e de seguida, desembaraçar de denominadores. A figura 4 apresenta exemplos de resoluções da equação com frações,  $-\frac{2}{5}x = 8$  da QA2.

$\begin{aligned} -\frac{2}{5}x &= 8 \quad (\Rightarrow) \\ (\Rightarrow) -\frac{2}{5}x &= \frac{8}{1} \quad (\Rightarrow) \\ &\quad \quad \quad \begin{matrix} \times 5 \\ \text{M.D.} \end{matrix} & \begin{matrix} \times 5 \\ \text{M.D.} \end{matrix} \\ (\Rightarrow) -\frac{2}{5}x &= \frac{40}{5} \quad (\Rightarrow) \\ (\Rightarrow) -2x &= 40 \quad (\Rightarrow) \\ (\Rightarrow) x &= \frac{40}{-2} \quad (\Rightarrow) \\ (\Rightarrow) x &= -20 \\ C.S. &= \{-20\} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{a) } -\frac{2}{5}x &= 8 \quad (\Rightarrow) \\ (\Rightarrow) -2x &= 5 \times 8 \quad (\Rightarrow) \\ (\Rightarrow) \frac{-2x}{-2} &= \frac{40}{-2} \quad (\Rightarrow) \\ (\Rightarrow) x &= -20 \\ C.S. &= \{-20\} \end{aligned}$
---	--

Figura 4. Exemplos de resoluções da primeira equação com frações da QA2

A figura 5 apresenta o erro verificado nas resoluções da primeira equação  $-\frac{2}{5}x = 8$  da QA2 que advém dos alunos não compreenderem os princípios de equivalência quando têm de utilizar a regra da multiplicação ou do significado do termo com incógnita.



$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{5}x &= 8 \quad (-) \\ (-) - 2 &= \frac{8}{5} \quad (-) \\ (-) - 2 &= 8 \times \frac{5}{2} \quad (-) \\ (-) - 2 &= \frac{40}{2} \quad (-) \\ (-) - 2 &= 20 \\ \text{e.s. } &\{20\} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{5}x &= 8 \quad (-) \\ (-) \frac{2}{5} \times \frac{5}{5}x &= \frac{40}{5} \quad (-) \\ (-) 2 \times 5x &= 40 \quad (-) \\ (-) 5x &= 40 + 2 \quad (-) \\ (-) 5x &= 42 \quad (-) \\ (-) x &= 42 : 5 \quad (-) \\ (-) x &= \frac{42}{5} \\ \text{CS} &= \left\{ \frac{42}{5} \right\} \end{aligned}$
---	--

Figura 5. Erros verificado nas resoluções da primeira equação com frações da QA2

Em relação à resolução da equação  $\frac{x}{3} + 1 = 6$  da QA2, o sucesso melhorou ligeiramente (a percentagem de respostas certas foi de 85%) apesar de ser ligeiramente inferior ao registado na resolução da primeira equação. Da análise dos procedimentos empregues na resolução das equações do 1.º grau com denominadores, podemos concluir que os alunos reduziram todos os termos da equação ao mesmo denominador e de seguida, desembaraçaram de denominadores. A figura 6 apresenta um exemplo de resoluções da equação  $\frac{x}{3} + 1 = 6$  da QA2.

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} + 1 &= 6 \quad (-) \\ (-) \frac{x}{3} + \frac{1}{1} &= \frac{6}{1} \quad (-) \\ (-) \frac{x}{3} + \frac{3}{3} &= \frac{18}{3} \quad (-) \\ (-) x &= 18 - 3 \quad (-) \\ (-) x &= 15 \\ \text{CS} &= \{15\} \end{aligned}$$

Figura 6. Exemplo de resoluções da segunda equação com frações da QA2

Os erros verificados na equação  $\frac{x}{3} + 1 = 6$  da QA2 devem-se às razões já apontadas anteriormente, isto é, os alunos não compreenderam as condições da equivalência quando têm de utilizar as regras da adição e da multiplicação. A figura 7 ilustra um exemplo dos erros verificados nas resoluções da equação  $\frac{x}{3} + 1 = 6$  da QA2.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{x}{3} + 1 &= 6 \quad (=) \\
 (=) \quad x + 1 &= 6 \times 3 (=) \\
 (=) \quad x + 1 &= 18 \quad (=) \\
 (=) \quad x &= -1 + 18 \quad (=) \\
 (=) \quad x &= +17 \\
 \\ 
 \text{C.S.} &= \{ 17 \}
 \end{aligned}$$

Figura 7. Erros verificados nas resoluções da segunda equação com frações da QA2

Nas aulas seguintes à resolução das QA1 e QA2, respetivamente, as mesmas foram entregues aos alunos corrigidas. Durante a correção da QA1 e QA2, que foi feita no quadro pelos alunos sob a orientação da professora, todos os erros detetados foram alvo de reflexão e diálogo com a turma. Constatou-se que os erros de natureza aritmética verificados foram consequência da falta de compreensão dos princípios de equivalência. Ainda durante a correção, ao verem a resolução correta das equações, os alunos de viva voz, reconheceram que a precipitação e a falta de concentração contribuíram para os resultados obtidos e perceberam que necessitavam de estar mais atentos nas aulas.

## 6 | CONCLUSÕES

Os processos de observação levados a cabo nas aulas durante a lecionação da unidade das “Equações” permitem afirmar que o uso do computador, em particular do *Algebra Calculator* que resolve as equações apresentando os passos de resolução, facilitou a aprendizagem da resolução analítica das equações do 1.º grau e motivou os alunos, uma vez que sem a ajuda da professora, os alunos conseguiram resolver as equações propostas. Os alunos puderam aplicar e treinar os seus conhecimentos, repetindo os exercícios as vezes que quiseram sem usar papel e lápis.

A partir dos resultados das questões aula, QA1 e QA2, constatou-se que os alunos desenvolveram competências algébricas, ao usar o *Algebra Calculator* na aprendizagem da resolução das equações do 1.º grau, em particular, nas equações do 1.º grau com denominadores.

Depois do ensino e aprendizagem deste tópico, em que o *applet* foi incorporado, os alunos obtiveram melhores resultados do que os alunos de anos letivos anteriores que, nessa altura, apenas trabalhavam com o manual escolar. Aparentemente, o

*applet* incentivou os alunos a desenvolver e a executar pensamento algébrico, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e consolidada dos princípios de equivalência. Os alunos conseguiram fazer a aplicação prática do segundo princípio de equivalência, o desembaraçar de denominadores numa equação, isto é, reduziram todos os termos da equação ao mesmo denominador e de seguida, determinaram uma equação equivalente à dada sem denominadores.

As classificações dos alunos neste tópico foram iguais ou superiores às classificações obtidas anteriormente. No entanto um grupo de alunos (20%) de aproveitamento bastante satisfatório, apesar de reconhecerem vantagens na aplicação desta metodologia de trabalho, tiveram dificuldades com ela, uma vez que na aula, ao construírem a sua própria aprendizagem auxiliados pelo *Algebra Calculator* e pela professora, não houve lugar às habituais idas ao quadro para poderem apreciar o trabalho desenvolvido. O *feedback* construtivo habitual por parte da professora, que normalmente elogia o trabalho bem feito e corrige os erros dos alunos, foi feito individualmente e não em grande grupo, o que despertou a necessidade de uma permanente solicitação da mesma por parte dos alunos envolvidos e conduziu a um ambiente de alguma indisciplina.

De um modo geral, os alunos conseguiram resolver equações do 1.º grau com frações antes do ensino formal das equações com denominadores. Foi agradável constatar que os alunos participantes deste estudo dominam as operações básicas e utilizaram os princípios de equivalência antes do ensino formal dos mesmos.

## REFERÊNCIAS

BIVAR, A., GROSSO, C., OLIVEIRA, F., & TIMÓTEO, M. C. **Programa e Metas Curriculares de Matemática – Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação e da Ciência (MEC), 2013.

BOOTH, L.. **Algebra: Children's Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project**. Windsor: NFER-NELSON, 1984.

BOOTH, L.. Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford, & A. P. Shulte (eds.), **The Ideas of Algebra, K-12** (Yearbook). Reston Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 20-32.

DUARTE, J.. **Tecnologias e pensamento algébrico: Um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de Matemática**. Lisboa, 2011. Tese de Doutoramento. Universidade de Lisboa, Portugal.

FERRARA, F., PRATT, D., & ROBUTTI O.. The rôle and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutierrez, & P. Boero (Orgs), **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future**. Rotterdam: Sense, 2006, p. 237-273.

GRAVEMEIJER, K., DOORMAN, M., & DRIJVERS, P.. Symbolizing and the development of meaning in computer-supported algebra education. In L. Verschaffel, E. Corte, T. Jong & J. Elen (Eds.), **Use of representations in reasoning and problem solving: Analysis and improvement**. Oxford: Routledge, 2010, p. 191-208.

HECK, A., BOON, P., BOKHOVE, C., & KOOLSTRA, G.. **Applets for learning school algebra and calculus: experiences from secondary school practice with an integrated learning environment for mathematics**, 2007. Disponível em [http://uu.academia.edu/ChristianBokhove/Papers/219885/Applets\\_for\\_Learning\\_School\\_Algebra\\_and\\_Calculus](http://uu.academia.edu/ChristianBokhove/Papers/219885/Applets_for_Learning_School_Algebra_and_Calculus)

KIERAN, C.. Two different approaches among algebra learners. In A. F. Coxford e A. P. Shulte (eds.), **The Ideas of Algebra, K-12** (Yearbook). Reston Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 91-96.

KIERAN, C.. The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: MacMillan e National Council of Teachers of Mathematics, 1992, p. 390-419.

KIERAN, C.. Research on the learning and teaching of algebra. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), **Handbook of research on psychology of mathematics education: Past, present and future**. Rotterdam/Taipei: Sense Publishers, 2006, p. 11-49.

MARQUES, M. & FERREIRA, P.. **Projeto Desafios Matemática 7.º Ano**. Carnaxide: Santillana – Constância, 2014.

MATZ, M.. Towards a computational theory of algebraic competence. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 3, n. 1, p. 93-166, 1980.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Princípios e Normas para a Matemática escolar**. Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, E.. **A utilização das aplicações interativas no ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau**. Lisboa, 2014. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa, Portugal.

PONTE, J. P. As equações nos manuais escolares. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 4, n. 8, p. 149-170, 2004.

PONTE, J. P.. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática**, v. 85, p. 36-42, 2005.

PONTE, J. P., BRANCO, N., & MATOS, A.. Álgebra no Ensino Básico. DGIDC, Ministério da Educação, 2009.

SOCAS, M. M.. La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la Investigación. **Números**, v. 77, p. 5-34, 2011.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves** - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Africanidade 108, 114, 116, 118

Aprendizado 2, 4, 17, 93, 94, 108, 112, 119, 122, 123, 127

Aprendizagem 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 28, 36, 57, 58, 59, 65, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 90, 91, 92, 93, 94, 98, 101, 104, 106, 107, 108, 109, 120, 121, 122, 126, 127, 132, 133, 167, 168, 169, 170, 171, 176, 177, 178

Aprendizagem criativa 57

### C

Calculadora 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 121, 123, 171

Cartas 119, 120, 121, 122, 123, 125

Corte 36, 66, 72, 74, 75, 76, 77, 79, 177

Cubo mágico 126, 127, 128, 129, 130, 132, 133

### D

Deficiência visual 92, 93, 94

### E

Ensino-aprendizagem 2, 12, 28, 36, 57, 81, 82, 84, 85, 86, 90, 101, 104, 106, 107, 108, 121, 122, 127

Etnomatemática 108, 111, 112, 118

### F

Frações 40, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 102, 167, 169, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177

### G

Geometria espacial 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 35, 98, 99, 100, 104, 106

### I

Inclusão 27, 92, 93, 168

Incomensurabilidade 66, 67, 69, 76, 79, 80

Interdisciplinaridade 25, 27, 28, 35, 36, 47, 55, 179

### J

Jogos 9, 11, 15, 35, 92, 93, 94, 95, 96, 112, 113, 119, 120, 121, 122, 123, 126, 127, 133

### L

Longa dependência 134, 135, 136, 144

### M

Material concreto 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 31, 35, 98, 101, 104

Médias diárias 162, 163, 164

## **N**

Números reais 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 66, 69, 76, 77, 78, 79

## **O**

Objetos matemáticos 57, 58, 60, 65

Operações da aritmética 81, 90

## **P**

Perfil criminal 149

Previsões 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148

## **R**

Raciocínio lógico-matemático 126, 128, 129, 133

Reflexionar 81, 82, 83, 86, 90

## **S**

Sexualidade 47, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56

Sólidos geométricos 4, 6, 7, 9, 98, 99, 101, 102, 103, 106

## **T**

Temas transversais 47, 53

Transcendência 37, 43, 44

## **V**

Variáveis climatológicas 162

Violência doméstica 149, 150, 154, 156, 161

