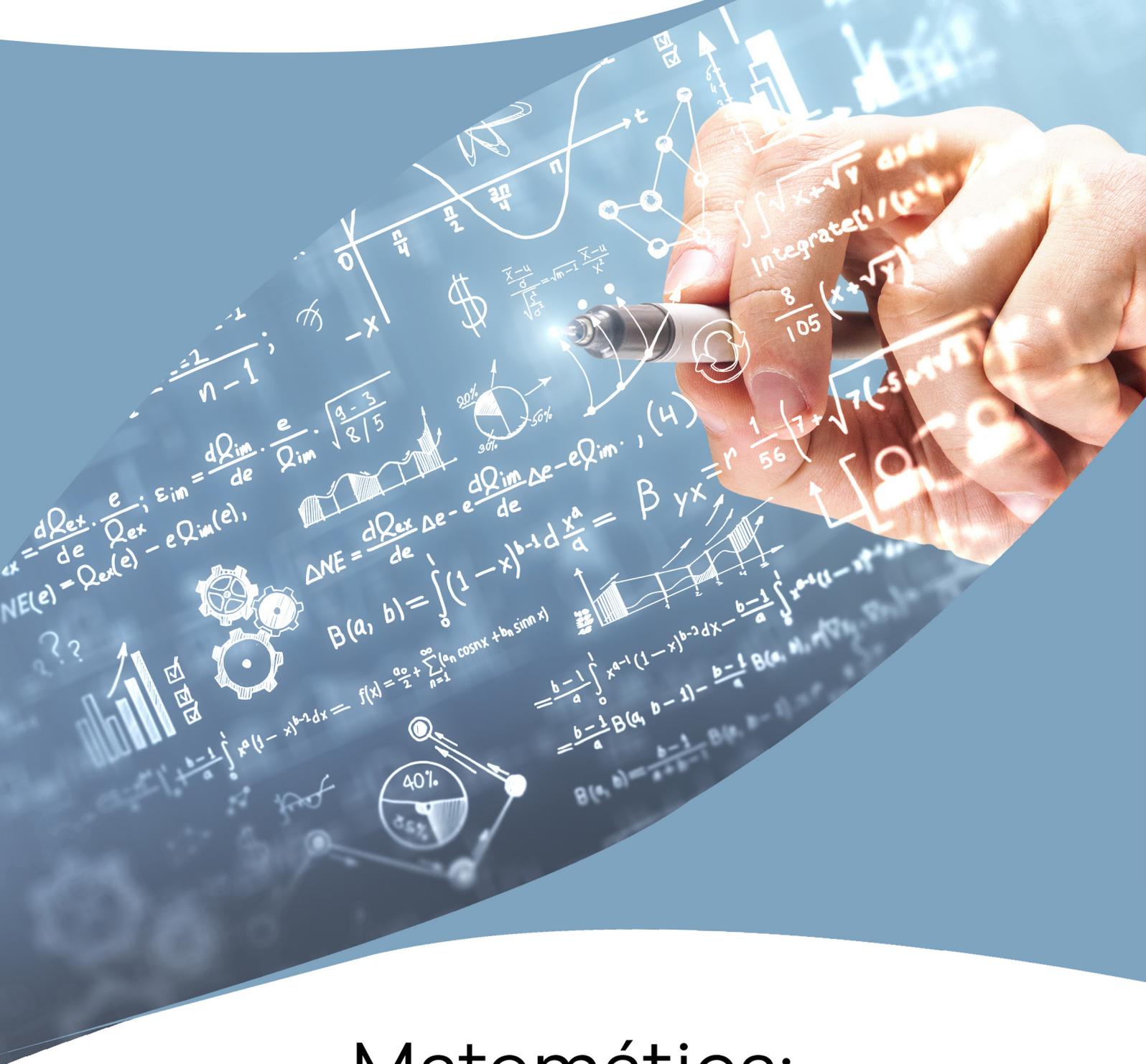


Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves  
(Organizador)



# Matemática: Ciência e Aplicações 4

**Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves**

(Organizador)

# Matemática: Ciência e Aplicações 4

Atena Editora  
2019

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Karine Lima  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Faria – Universidade Estácio de Sá  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie di Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia  
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
M376	Matemática [recurso eletrônico] : ciência e aplicações 4 / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 4)  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia. ISBN 978-85-7247-686-7 DOI 10.22533/at.ed.867190710  1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.  CDD 510.7
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

A obra “MATEMÁTICA CIÊNCIA E APLICAÇÕES” neste quarto volume, vem contribuir de maneira muito significativa para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática.

Permeados de tecnologia, os artigos que compõe este volume, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área.

A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano.

Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos.

Que este volume possa despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
UMA DISCUSSÃO DAS PRÁTICAS EMPREGADAS EM SALA DE AULA: UMA ABORDAGEM NO ENFOQUE DA MODELAGEM MATEMÁTICA	
Rafael Luis da Silva Jerônimo Vieira Dantas Filho Rodrigo de Oliveira Silva Natanael Camilo da Costa	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907101</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>10</b>
O ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM AUXÍLIO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM MAPEAMENTO INICIAL	
Tatiane Ferreira da Silva Enoque da Silva Reis Daiane Ferreira da Silva Rodrighero	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907102</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>19</b>
CONSTRUINDO GRÁFICO HUMANO DE UMA FUNÇÃO DE 1º GRAU: UMA EXPERIÊNCIA NA MODALIDADE EJA	
Carolina Hilda Schleger Andressa Taís Mayer Giseli Isabél Bernardi Claudia Maria Costa Nunes Mariele Josiane Fuchs	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907103</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>27</b>
DESAFIOS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: UM OLHAR PARA O ENSINO DA EQUAÇÃO DE 1º GRAU	
Fabiana Patricia Luft Jonatan Ismael Eisermann Milena Carla Seimetz Cláudia Maria Costa Nunes Mariele Josiane Fuchs Morgani Mumbach	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907104</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>36</b>
UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL EM UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA	
Jessica da Silva Miranda Felipe Antonio Moura Miranda Maurício de Moraes Fontes Luiz Cesar Martini	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907105</b>	

<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>46</b>
LUGARES GEOMÉTRICOS: UMA PROPOSTA DINÂMICA ALIADA A TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	
Roberta Lied	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907106</b>	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>55</b>
AS TECNOLOGIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA	
Clara de Mello Maciel	
Eliani Retzlaff	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907107</b>	
<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>64</b>
JOGOS MATEMÁTICOS: UMA FORMA DESCONTRAÍDA DE APRENDER MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL	
Julhane Alice Thomas Schulz	
Maiara Andressa Streda	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907108</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>72</b>
O CONCEITO DE FRAÇÕES ABORDADO ATRAVÉS METODOLOGIAS DIFERENCIADAS	
Ana Cláudia Pires de Oliveira Bueno	
Julhane Alice Thomas Schulz	
<b>DOI 10.22533/at.ed.8671907109</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>84</b>
O USO DE MATERIAL CONCRETO NA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO EM UM 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Elisabete Silva da Silva	
Fabrício Soares	
Helenara Machado de Souza	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071010</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>94</b>
O USO DE MANDALAS PARA A CONSTRUÇÃO DE SABERES INTERDISCIPLINARES EM ARTE E MATEMÁTICA	
Ana Paula de Oliveira Ramos	
Ângela Maria Hartmann	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071011</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>101</b>
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM INTEIROS: UMA POSSIBILIDADE DE ESTUDO COM O GEOGEBRA	
Hakel Fernandes de Awila	
Etiane Bisognin Rodrigues	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071012</b>	

<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>110</b>
USO DO ORIGAMI NA CONSTRUÇÃO DE POLÍGONOS: UMA ABORDAGEM NO CÁLCULO DE ÁREAS	
Anita Lima Pimenta Ana Carolina Pessoa Santos Veiga	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071013</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>117</b>
RESGATANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM PROJETO DE PERMANÊNCIA E ÊXITO NO ÂMBITO DO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA	
Daiani Finatto Bianchini Cleber Mateus Duarte Porciuncula Janine da Rosa Albarello Renata Zachi	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071014</b>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>126</b>
PROBABILIDADE E LITERACIA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	
Cassio Cristiano Giordano	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071015</b>	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>140</b>
A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS CONCRETOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS	
Mariane Marcondes Davi César da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071016</b>	
<b>CAPÍTULO 17</b> .....	<b>148</b>
ÁREA DO CÍRCULO E DO QUADRADO, UM RECURSO ADAPTADO NA PERSPECTIVA DO BILINGUISMO	
Lilian Fátima Ancerowicz Fernanda Pinto Lenz Karen Regina Michelon Maria Aparecida Brum Trindade	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071017</b>	
<b>CAPÍTULO 18</b> .....	<b>158</b>
OS DESAFIOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INCLUSIVA	
Gabriela da Silva Campos da Rosa de Moraes Débora Kömmling Treichel	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071018</b>	

<b>CAPÍTULO 19</b> .....	<b>166</b>
O USO DE METODOLOGIAS DIFERENCIADAS NA COMPREENSÃO DAS QUESTÕES DE MATEMÁTICA DA PROVA BRASIL	
Elenise Neuhaus Diniz	
Carine Girardi Manfio	
Carla Loureiro Alves Kleinubing	
Felipe Klein Genz	
Francielen Legal Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071019</b>	
<b>CAPÍTULO 20</b> .....	<b>174</b>
EXPERIÊNCIAS DO ESTÁGIO NO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DE METODOLOGIAS DIFERENCIADAS	
Julhane Alice Thomas Schulz	
Fabiana Patricia Luft	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071020</b>	
<b>CAPÍTULO 21</b> .....	<b>185</b>
MONITORIAS: UMA ALTERNATIVA PARA QUALIFICAR O ENSINO DA MATEMÁTICA	
Felipe Klein Genz	
Aline da Rosa Parigi	
Carine Girardi Manfio	
Elenise Neuhaus Diniz	
Maicon Quevedo Fontela	
Mariane Baptista de Freitas Ciscato	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071021</b>	
<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>192</b>
SEMELHANÇAS ENCONTRADAS NA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS ESTADUNIDENSES E BRASILEIROS: UMA ANÁLISE SOBRE LOGARITMOS	
Cristiam Wallao Rosa	
Ricardo Fajardo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071022</b>	
<b>CAPÍTULO 23</b> .....	<b>204</b>
ASPECTOS HISTÓRICOS DO CONCEITO DE COORDENADAS POLARES	
Angéli Cervi Gabbi	
Cátia Maria Nehring	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071023</b>	
<b>CAPÍTULO 24</b> .....	<b>213</b>
FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UM OLHAR SOBRE O FORMALISMO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Pedro Adilson Stodolny	
<b>DOI 10.22533/at.ed.86719071024</b>	

**CAPÍTULO 25 ..... 226**

PAMATH-C POTENCIAL DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS: PROGRAMA DE ENTRENAMIENTO PARA NIÑOS

Alejandro Sánchez-Acero

María Belén García-Martín

**DOI 10.22533/at.ed.86719071025**

**SOBRE O ORGANIZADOR ..... 241**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 242**

## PROBABILIDADE E LITERACIA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

**Cassio Cristiano Giordano**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
(PUC-SP)  
São Paulo - SP

**RESUMO:** Este trabalho traz resultados parciais de uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso, cujo objetivo consiste em identificar conhecimentos prévios e concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio sobre Probabilidade. Nossos sujeitos de pesquisa foram cinquenta e dois estudantes de duas turmas de uma escola estadual de São Paulo, com idades de dezesseis a dezoito anos. Eles participaram de um projeto que visava à integração entre a Estatística, a Probabilidade e a Educação Financeira. No recorte deste projeto aqui apresentado, temos o resultado de uma sequência didática desenvolvida em três etapas: a abordagem clássica, por meio do uso de seis diferentes tipos de dados; a experimentação, em uma abordagem frequentista; a proposta de desenvolvimento da literacia probabilística, por meio da elaboração, resolução de problemas e discussão. Consideramos positivos os resultados, uma vez que, ao final do projeto, os estudantes apresentaram definições mais complexas e realistas sobre os conceitos de aleatoriedade e de chance. Esperamos responder à nossa questão de pesquisa:

“Quais são os conhecimentos e as concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio ao criar e resolver problemas sobre Probabilidade em um contexto de trabalho por projetos”?

**PALAVRAS-CHAVE:** Literacia Probabilística, Resolução de Problemas, Projetos.

### PROBABILITY AND LITERACY: A STUDY WITH HIGH SCHOOL STUDENTS

**ABSTRACT:** This paper presents partial results of a qualitative research, a case study, whose objective is to identify previous knowledge and conceptions mobilized by high school students about Probability. Our research subjects were fifty-two students from two classes of a public school in Brazil, aged sixteen to eighteen. They participated in a project aimed at integrating Statistics, Probability and Financial Education. In this project presented here, we have the result of a didactic sequence developed in three steps: the classical approach, using six different types of dices; experimentation in a frequentist approach; the proposal for the development of probabilistic literacy through elaboration, problem solving and discussion. We considered the results positive, since at the end of the project the students presented more complex and realistic definitions of the concepts of randomness and chance. We hope to answer

our research question: “What are the knowledge and concepts mobilized by high school students in creating and solving Probability problems in a project development context”?

**KEYWORDS:** Probabilistic Literacy, Problem Solving, Projects.

## 1 | INTRODUÇÃO

O objetivo desta pesquisa consiste em identificar conhecimentos e concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio sobre Probabilidade. A opção pela abordagem por projetos está associada à maior motivação e interesse dos estudantes, à possibilidade de melhor interação entre eles e à adequação a contextos realistas, como propõem Batanero e Díaz (2011), em detrimento à proposta presente na maioria dos livros didáticos e no Caderno do Aluno do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012, 2014), como observado por Oliveira (2010). Fizemos, aqui, um recorte desse projeto e analisamos uma sequência didática composta por três etapas: a abordagem clássica (LOPES; SOUZA, 2016), por meio do uso de seis diferentes tipos de dados; a experimentação, em uma abordagem frequentista (LOPES; SOUZA, 2016); a proposta de desenvolvimento da literacia probabilística, por meio da elaboração, resolução de problemas e discussão. Esperamos, ao final de nossa análise, ter respondido à nossa questão de pesquisa: “Quais são os conhecimentos e as concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio ao criar e resolver problemas sobre Probabilidade em um contexto de trabalho por projetos”?

## 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nossa pesquisa está fundamentada na Teoria das Concepções, na Literacia Probabilística e em projetos na perspectiva da Análise Exploratória de Dados (AED).

A Teoria das Concepções Modelo CKç: Conceção, Conhecimento, Conceito (Concept, Knowledge, Conception) é fortemente influenciada pela Teoria das Situações Didáticas (TSD) e pela Teoria dos Campos Conceituais, segundo Oliveira e Coutinho (2011). Ela visa estudar as relações entre os conceitos, os conhecimentos e as concepções que porventura os estudantes possam vir a apresentar sobre determinado conteúdo matemático. Novaes (2011) afirma que Balacheff desenvolveu o modelo CKç considerando uma concepção como um objeto de estudo e ampliando a terna (S, I, L), estabelecida por Vergnaud, na qual S representa um conjunto de situações problema que dão sentido ao conceito, I representa os invariantes operatórios (como teoremas em ação e conceitos em ação) e L representa os significantes, que permitem expressar o conceito.

Para Balacheff (1995), resgatar a noção de concepção é mobilizar ações no sujeito, mediante a realização de uma atividade. Este, em situações específicas, pode agir racional e coerentemente para resolver a questão. Segundo Balacheff e Gaudin

(2002), os únicos indicadores sobre o sucesso do ensino são o comportamento dos estudantes e suas produções, consequências do conhecimento por eles construído e de seu relacionamento com o conteúdo ensinado. Para Miyakawa (2005), tal modelo repousa sobre a problemática da Teoria das Situações Didáticas, na qual a questão da relação entre os comportamentos de um sujeito e os conhecimentos é considerada fundamental. A teoria das situações didáticas modela a situação de aprendizagem e de ensino na qual têm lugar as diversas interações entre os estudantes, o meio e o professor.

Lima (2008) lembra que, no modelo  $Ck\phi$ , uma concepção é sempre atribuída a um sujeito por um observador externo do seu comportamento e a aprendizagem é compreendida como a passagem de uma concepção a outra.

A caracterização de uma concepção, segundo Balacheff (2001), não deve ser separada da caracterização da situação-problema que permite evidenciá-la. De acordo com Melo e Lima (2011), uma concepção, no modelo  $Ck\phi$ , é um estado de equilíbrio de um sistema, sujeito-meio, considerando as limitações, imposições, ou seja, tudo aquilo que influencia ou interfere em seu funcionamento. A concepção pertence ao sujeito e, dessa forma, pode ser correta ou não, do ponto de vista do conhecimento de referência. Outro aspecto importante deste modelo é que a concepção muitas vezes é local, no sentido de que ela funciona para resolver um determinado problema e não outro, o que aponta para um domínio de validade. Uma concepção envolve uma quádrupla  $(P, R, L, \Sigma)$ :  $P$  é um conjunto de problemas, sobre o qual  $\phi$  é operatório;  $R$  é um conjunto de operadores (ferramentas cognitivas para ação);  $L$  é um sistema de representação para expressar os elementos de  $P$  e  $R$ ;  $\Sigma$  é uma estrutura de controle, que assegura a não contradição de  $\phi$ . Nesta quádrupla, um sujeito, diante de um problema a resolver, pode dispor de várias concepções sobre um mesmo objeto matemático e mobilizar uma ou outra em função do problema proposto. Estas concepções podem ser localmente ou globalmente verdadeiras, considerando que cada uma delas tem um domínio de validade, mas que o sujeito pode, eventualmente, mobilizá-las fora deste domínio, segundo Oliveira e Coutinho (2011).

Segundo Balacheff e Gaudin (2002), o conhecimento não pode ser totalmente reduzido a comportamentos, mas também não pode ser ensinado na ausência destes. Toda ação mobiliza considerável quantidade de conhecimentos. Para desenvolver novos conhecimentos, bem como aprofundar conhecimentos anteriores, faz-se necessária a mobilização de concepções, diretamente relacionadas aos problemas enfrentados pelos estudantes. Almouloud (2007) lembra que as concepções permitem interpretações, previsões e construção de modelos e, sobretudo, descrever uma parte da estrutura cognitiva, em nosso caso, do estudante. Adotaremos, em nossa pesquisa, as definições de concepção, conhecimento e conceito da teoria  $Ck\phi$ , do modelo proposto por Balacheff (2002). Para ele, uma concepção é uma estrutura mental, característica de um dado sujeito (em nosso caso, o estudante), constituída por um observador de seu comportamento (em nosso caso, o pesquisador).

O conceito de literacia (denominado por alguns como letramento, às vezes interpretado como alfabetização) é polissêmico. Para Ody (2013), a literacia:

[...] refere-se ao uso da leitura e da escrita nas práticas sociais, no contexto e na experiência particular da pessoa. O cidadão letrado exercita as habilidades e competências da leitura e da escrita, utilizando instrumentos mediadores para decodificar e dar sentido às informações e na tomada de decisões. (ODY, 2013, p.31)

Conti e Carvalho (2011) identificam duas dimensões nas definições de literacia: a dimensão individual, baseada nas habilidades de estabelecer relações entre ideias, entre informações textuais e extratextuais, de inferir etc., e a dimensão social, que envolve as interações entre os participantes da situação, as demandas dos contextos sociais e as representações e valores intrinsecamente vinculados aos atos de ler e escrever.

Adotaremos, aqui, a concepção de literacia probabilística defendida por Gal (2005), segundo a qual a literacia é construída a partir de uma postura crítica e investigativa, de conhecimentos prévios de Estatística e Matemática, habilidades de leitura e análise, crenças, atitudes e conhecimento sobre o homem e o mundo a seu redor. Segundo Gal (2005), existem dois motivos para se ensinar Probabilidade:

O primeiro é que Probabilidade é parte da Matemática e da Estatística, campos de conhecimento que são importantes para se aprender por si próprios, como parte da Educação. [...] O segundo é que o aprendizado de Probabilidade é essencial para ajudar a preparar os estudantes para a vida, uma vez que eventos e fenômenos aleatórios permeiam nossas vidas e ambientes. [...] Temos de refletir sobre a natureza da Probabilidade no mundo real. (GAL, 2005, p. 39, tradução nossa)

Sobre a palavra literacia, Gal (2002) afirma que ela pode ser empregada para descrever a capacidade das pessoas, bem como seu comportamento, orientados para o um dado objetivo, implicando em um amplo conjunto de conhecimentos factuais, de habilidades formais e informais, de crenças, de atitudes desejadas, de hábitos mentais e de uma perspectiva crítica. Para o desenvolvimento da literacia probabilística, Gal (2005) apresenta elementos de conhecimento e de disposição:

A. Elementos de conhecimento: grandes ideias: correspondem a ideais básicas no estudo de Probabilidade, tais como variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza; cálculo de probabilidades: corresponde ao conjunto de estratégias utilizadas para encontrar ou estimar a probabilidade de eventos; linguagem: corresponde ao conjunto de termos e métodos utilizados para se comunicar ao abordar questões que envolvam, direta ou indiretamente, Probabilidade; contexto: corresponde ao conjunto de elementos que caracterizam o ambiente onde a situação probabilística acontece. Implica na compreensão do papel e as consequências de questões probabilísticas e de mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público; questões críticas: corresponde à capacidade de elaborar e responder

questões significativas sobre Probabilidade. Tais questões servem de pano de fundo para reflexão sobre situações contextualizadas.

B. Elementos de disposição: postura crítica; crenças e atitudes; sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco.

Elementos de conhecimento	Elementos de disposição
Ideias básicas Calculando probabilidades Conhecimento da linguagem Conhecimento do contexto Questionamento crítico	Postura crítica Crenças e atitudes Sentimentos sobre incerteza e risco
<b>Literacia probabilística</b>	

**Quadro 1** - Modelo de literacia probabilística, segundo Gal (2005)

Fonte: elaborado pelo autor a partir de Gal (2005)

Vale ressaltar que, segundo Gal (2005, p.44), “[...] o comportamento estatística/probabilisticamente letrado requer o ato conjunto”, como também propõem Batanero (2011) e Garfield (1993): trabalho em pequenos grupos cooperativos.

A opção pela Análise Exploratória de Dados (AED) nos pareceu uma escolha adequada, uma vez que sua abordagem da Estatística valoriza a postura investigativa crítica por parte do estudante e pressupõe uma proposta didático-pedagógica centrada na pesquisa, por parte do professor. Batanero, Estepa e Godino (1991) afirmam que:

Anteriormente a esse enfoque, a análise de dados se baseava fundamentalmente no cálculo estatístico, conduzindo a duas consequências: em primeiro lugar, se diminuía a importância visual da representação dos dados, dando-a exclusivamente aos cálculos e em segundo se equiparava a análise com o modelo confirmatório. (BATANERO; ESTEPA; GODINO, 1991, p. 1, tradução nossa).

Como características básicas da AED, Batanero, Estepa e Godino (1991) destacam a possibilidade de gerar situações de aprendizagem sobre temas de interesse dos estudantes, apoiando-se em representações gráficas que favoreçam a percepção de variabilidades, a valorização das medidas de ordem, que minimizem eventuais casos atípicos, o uso de diferentes escalas, além da falta de necessidade de uma teoria matemática complexa, com ferramentas desnecessárias nesse momento.

Gal (2002) destaca como conhecimentos estatísticos básicos para que os professores desenvolvam trabalhos a partir da Análise Exploratória de Dados: reconhecer a necessidade de manipular dados, saber como produzi-los, apresentar familiaridade com os termos e ideias mais elementares da Estatística Descritiva, bem como de seus registros de representação tabulares e gráficas, dominar noções de probabilidade e conhecer métodos de elaboração de análise estatística inferencial. Segundo esse autor, os conhecimentos estatísticos, a serem desenvolvidos pelos estudantes, serão fruto de suas habilidades quanto ao conhecimento estatístico,

ao conhecimento matemático, ao conhecimento do contexto e do mundo e a sua capacidade de elaborar perguntas frente aos saberes, associados a elementos de disposição, que envolvem sua postura crítica, bem como suas crenças e atitudes.

Nessa perspectiva da AED, a abordagem por meio de projetos tem se mostrado bastante eficaz. Porciúncula e Samá (2015) destacam que o projeto não é uma metodologia, mas uma forma de refletir sobre a escola e sua função, uma busca por engajamento dos estudantes a partir do que estes já sabem e de seus interesses, uma estratégia pedagógica para a literacia estatística.

Batanero e Díaz (2011) ressaltam que a Estatística é a ciência dos dados, e estes não são apenas números, mas sim números em contexto. Segundo elas, no trabalho com projetos, a ênfase é dada a tarefas que devem ser realistas. Elas destacam as vantagens da opção do ensino da Estatística Descritiva por meio de projetos, como a motivação, desenvolvimento da criticidade e autonomia. Segundo essas autoras, a Estatística é inseparável de suas aplicações, pois sua utilidade consiste em resolver problemas externos à própria Estatística. Daí a importância do trabalho com projetos, pois eles permitem contextualizar a Estatística e torná-la mais relevante.

Para Batanero e Díaz (2011), o desenvolvimento de projetos de trabalho, visando à Educação Estatística, contribui para a aquisição das seguintes competências, fundamentais para o estudante do Ensino Médio: competência comunicativa linguística, competência matemática, competência de reconhecimento e interação com o mundo físico, competência para o tratamento da informação e competência digital, competência social e exercício da cidadania, competência para “aprender a aprender”, questionar, identificar e gerenciar as diversas técnicas e estratégias para lidar com uma mesma situação-problema, competência para conquista de autonomia e iniciativa pessoal. Nessa perspectiva, iniciamos com os estudantes do Ensino Médio um projeto que durou dois bimestres letivos e buscou integrar elementos de Educação Financeira, Educação Estatística e Probabilidade. Sobre essa última, desenvolvemos uma sequência didática, com o objetivo de desenvolver a literacia probabilística dos estudantes.

### 3 | ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nossa investigação está configurada como uma pesquisa qualitativa, na concepção de Creswell (2010), mais precisamente como um estudo de caso, na concepção de Yin (2015). Creswell (2010, p. 206) afirma que a investigação qualitativa emprega múltiplas concepções filosóficas; estratégias de investigação e métodos de coleta, análise e interpretação de dados. Yin (2005) considera o estudo de caso como uma estratégia metodológica de pesquisa completa para as ciências sociais. Para esse autor, enquanto ferramenta de pesquisa, o estudo de caso destaca-se por se tratar de um fenômeno contemporâneo contextualizado; por não haver nítida separação entre o contexto e o caso de interesse para estudo; por ser capaz de lidar com uma série de

variáveis de interesse para a pesquisa; por envolver múltiplas fontes de evidências; por estar ancorado em modelo bem definido que orienta a coleta e análise de dados.

Elaboramos uma sequência didática com o objetivo de desenvolver a literacia probabilística dos estudantes, por meio de três etapas: a abordagem clássica/laplaciana, a partir do uso de seis diferentes tipos de dados (figura 1); a experimentação, em uma abordagem frequentista (figura 2); a proposta de desenvolvimento da literacia probabilística, por meio da elaboração, resolução de problemas e discussão, utilizando elementos da natureza (figura 3) e livros diversos sobre curiosidades (figura 4).



Figura 1 – Dados diversos.



Figura 2 – Globo terrestre inflável.



Figura 3 – Livros diversos sobre curiosidades.



Figura 4 – Artrópodes em resina.

Essa sequência embasou a discussão de questões envolvendo variabilidade e aleatoriedade, chance e risco no projeto de Educação Financeira.

#### 4 | DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

As concepções de Probabilidade são essenciais para compreensão de diversos problemas cotidianos da vida do adolescente e do adulto, como na área de finanças a noção de risco. Para romper as limitações da abordagem clássica laplaciana, foi introduzida a abordagem frequentista, não prevista pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 2000), mas já presente na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018). Sugerimos que para acompanhar nossa descrição e análise,

o leitor consulte primeiramente o apêndice deste artigo.

Os estudantes de duas turmas do Ensino Médio se organizaram livremente em grupos de dois a seis componentes, totalizando dez grupos. Eles trabalharam com materiais diferenciados, como dados de formatos diversos (tetraédrico, octaédrico, decaédrico, dodecaédrico, icosaédrico, além do tradicional hexaédrico), globos terrestres, elementos da natureza, como um grupo de artrópodes conservados em resina e livros de curiosidades, como o *Guinness Book*. As atividades aconteceram em quatro sessões de 100 minutos cada (equivalente a duas aulas da rede estadual de ensino paulista).

Na 1ª sessão, resolveram dez problemas com experimentação, com 50 repetições de cada experimento (totalizando 500 repetições com os dez grupos). Para não ser tornar cansativo, revezaram as tarefas entre os diferentes membros do grupo. Um estudante utilizava a calculadora enquanto outro conferia, um estudante lançava os dados enquanto outro lançava o globo, um estudante registrava os resultados enquanto outro elaborava o texto com as justificativas.

Nas questões 3 a 10, muito parecidas, a princípio, com aquelas apresentadas nos livros didáticos e Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2012, 2014), os resultados experimentais foram muito próximos dos estimados por meio do cálculo (razão entre número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis). Como observa Coutinho (2007, p. 51), “a reprodução das condições de observação de seu desenrolar e seus resultados possíveis são passíveis de uma projeção, de uma planificação”.

Aqui, o algoritmo clássico da probabilidade foi o operador e a sua validação se deu por meio de controle, passo a passo, do algoritmo, bem como comparação com exemplos do livro e do caderno. No entanto, em seis dentre os dez grupos, os estudantes procuraram o professor por auxílio porque o resultado obtido empiricamente não era exatamente o mesmo que o obtido pelos cálculos, evidenciando o viés da equiprobabilidade, apontado por Cardeñoso et al. (2017). A quantidade de resultados próximos do esperado por cálculo foi significativamente maior nos experimentos com o dado tradicional (questão 3) e menores com dados diferentes, sobretudo o tetraédrico (questões 5 e 7), pois houve muita confusão sobre que face deveria ser considerada. A dificuldade maior, em todos os casos, foi a elaboração das justificativas. O número de lançamentos no experimento é significativo em uma perspectiva frequentista. Podemos considerar que quanto maior for esse número, mais os valores obtidos pelas duas concepções de Probabilidade irão se aproximar.

O mesmo não aconteceu com as questões 1 e 2, pois os estudantes tinham apenas uma ideia vaga do resultado esperado. Essa atividade foi inspirada em um minicurso realizada pela pesquisadora argentina Daniela Laura Parada, no Relme32, em Medellín, 2018 (Anais do evento em: <https://clame.org.mx/inicio/actas/>). Nessa atividade, os estudantes lançaram para o alto um globo terrestre inflável o apanharam no ar cinquenta vezes, colocando em cada uma das vezes, sem olhar, o dedo indicador de uma das mãos em um ponto qualquer, aleatoriamente. Em seguida, observaram

o ponto geográfico correspondente, diferenciando a água das terras emersas. Eles tinham a expectativa de que os pontos com água prevalecessem, mas não sabiam exatamente quanto. Nas duas turmas observou-se que alguns estudantes pesquisaram na *internet*, por meio de *smartphone*, obtendo repostas como um quarto, um terço ou 29% de terras emersas, mas percebendo que as respostas diferiam de *site* para *site*, aparentemente não se preocuparam tanto com o valor final nem consultaram o professor sobre isso. Há que se considerar dois comportamentos manifestos espontaneamente: primeiro, se o dedo cobria uma área que contivesse um simples ponto de terra, era considerado como terra emersa, mesmo que tivesse mais água ao redor, por haver uma marcação com o nome da ilha, como aconteceu na Polinésia. Em segundo lugar, áreas cobertas por água na forma de gelo, como no Ártico ou ao redor da Antártida, ou ainda, grandes porções de água dentro do continente, como os Grandes Lagos, foram consideradas como terras emersas. As porcentagens de terras emersas empiricamente obtidas variaram entre 42% e 48%. Aqui, o elemento cognitivo de conhecimento do contexto, de Gal (2002, 2005) foi mais exigido que os demais.

Na 2ª sessão, resolveram um problema envolvendo o número de patas de um artrópode escolhido aleatoriamente: o professor apresentava um saco com quinze animais verdadeiros, mas mortos, envolvidos por um bloco de resina transparente. Sem olhar, um estudante de cada grupo retirava um bloco de resina e a partir daí o grupo discutia e resolvia o problema. Os artrópodes poderiam ter seis patas (inseto), oito (aracnídeo) ou bem mais (número variável para quilópodes e diplópodes). Durante todas as sessões foi permitido e até estimulada a discussão intra e intergrupos, bem como a pesquisa por meio dos *smartphones*. Os operadores foram o reconhecimento morfológico do animal; a contagem das patas e o algoritmo da probabilidade clássica. Os controladores foram os conhecimentos de contexto, o controle, passo a passo, do algoritmo, com auxílio da calculadora, inclusive, bem como comparação com *sites* da *internet*. Em seguida, cada grupo escolheu dois livros sobre curiosidades de temas diversos e elaborou, criativamente, duas questões (12 e 13) objetivas, com cinco alternativas cada, envolvendo uma situação possível, mas improvável e uma situação impossível. Aqui, os elementos cognitivos de literacia e questionamento crítico, bem como os elementos de disposição crenças, atitudes e sentimentos sobre incerteza e risco foram mais exigidos, em detrimento dos elementos de conhecimento matemático e estatístico de Gal (2005).

Na 3ª sessão, os estudantes resolveram os problemas elaborados por colegas de grupos da outra sala. Finalmente, na 4ª e última sessão, o professor apresentou os resultados da tabulação geral das 500 repostas (dez grupos dentre duas turmas). Após essa sistematização, os estudantes perceberam uma maior aproximação entre os valores obtidos a partir do cálculo clássico de probabilidades e a partir do cálculo frequentista. O professor, então, devolveu as tarefas de cada grupo, promoveu uma ampla discussão fazendo a institucionalização, nos moldes propostos pela Teoria das Situações (ALMOULOU, 2007)

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio dessa sequência didática foi possível abordar as interpretações clássica e frequentista de probabilidade, discutidas por Lopes e Souza, (2016), sendo que a primeira está presente no currículo formal das escolas públicas pelos PCN há duas décadas e a segunda foi introduzida no ano de 2018 por meio da BNCC. Foi possível observar mudança de concepções no decorrer das atividades sobre elementos fundamentais no estudo da probabilidade, como o conceito de chance (BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2013), mudança essa que pode ser considerada como indicador de aprendizagem (BALACHEFF, 1995, 2001), quando desenvolveram tarefas cooperativas (GARFIELD, 1995).

A sequência didática valorizou a atitude criativa e exploratória, como defende a AED (BATANERO; ESTEPA; GODINO, 1991), estando inserida em um projeto maior, como propõe Batanero e Díaz (2011), buscando integração entre Probabilidade, Estatística e Educação Financeira, cuja natureza será foco de outro artigo. Ela permitiu ainda a exploração dos elementos cognitivos de literacia probabilística propostos por Gal (2005): o desenvolvimento de aspectos de linguagem natural, oral e escrita, na leitura, interpretação, produção de texto, exposição de ideias e discussão entre os pares e com o professor; a exploração e apropriação de ideias básicas como variabilidade, aleatoriedade, independência, previsibilidade, incerteza, chance e risco; cálculo de probabilidades, nas perspectivas clássica e frequentista (LOPES; SOUZA, 2016), conhecimentos de contexto (da Zoologia, da Geografia Física e de diversas outras áreas), de acordo com os temas escolhidos na livre criação de problemas de Probabilidade, a partir dos livros de curiosidades; questionamento crítico, que permeou todo o desenvolvimento da sequência, sobretudo na elaboração de questões e discussão sobre resultados.

Essa sequência permitiu ainda a exploração dos elementos de disposição da literacia probabilística propostos por Gal (2005): mobilizando crenças e atitudes como as apresentadas por Batanero, Henry e Parzysz (2013), postura crítica, na interação intra e intergrupos, e sentimentos sobre incerteza e risco, ponto de partida para a próxima fase deste projeto (que não será apresentada aqui) que introduz elementos de Educação Financeira, previstos na nova BNCC. Esperamos, ter contribuído para a discussão sobre a literacia probabilística.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BALACHEFF, Nicolas. Conception, connaissance et concept. In: **Séminaire de l'équipe DidaTech - IMAG**. Grenoble, 1995. p. 219-244.

\_\_\_\_\_. Les connaissances, pluralité de conceptions. In: **Le cas des mathématiques, Actes de la conférence**. Grenoble, 2001.

\_\_\_\_\_. **Cadre, registre et conception.** Les cahiers du laboratoire. Leibniz, n. 58, 2002.

BALACHEFF, Nicolas; GAUDIN, Nathalie. **Students conceptions: an introduction to a formal characterization.** Grenoble, 2002.

BATANERO, Carmen; DÍAZ, Carmen. **Estadística con proyectos.** Granada (España), Universidad de Granada, 2011.

BATANERO, Carmen; ESTEPA, Antonio; GODINO, Juan D. Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. **Suma**, v. 9, p. 25-31, 1991.

BATANERO, Carmen; HENRY, Michel; PARZYSZ, Bernard. The Nature of Chance and Probability. In **Graham A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning.** Kluwer Academic Publishers, v. 16, n. 42, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio).** Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base: Ensino Médio.** Brasília: MEC, 2018.

CARDEÑOSO, José Maria Domingo; MORENO, Amabile; GARCIA-GONZÁLES, Esther; JIMÉNEZ-FONTANA, Rocio. El sesgo de equiprobabilidad como dificultad para comprender la incertidumbre en futuros docentes argentinos. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, n. 11, p. 145-166, 2017.

CONTI, Keli Cristina; CARVALHO, Dione Lucchesi. O letramento presente na construção de tabelas por alunos da educação de jovens e adultos. **Boletim de Educação Matemática**, v. 24, n. 40, p.637-658, 2011.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto.** Porto Alegre: Artmed, 2010.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007.

GAL, Iddo. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International statistical review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

\_\_\_\_\_. Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: **Exploring probability in school.** Springer, 2005. p. 39-63.

GARFIELD, Joan. Teaching statistics using small-group cooperative learning. **Journal of Statistics Education**, v. 1, n. 1, p. 1-9, 1993.

LIMA, Iranete Maria da Silva. Concepções de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de simetria de reflexão. In: **II Jornada Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática na Atualidade.** Passo Fundo: Editora da UPF, 2008, 1-12.

LOPES, Celi Espasandin; SOUZA, Leandro de Oliveira. Aspectos filosóficos, psicológicos e políticos no estudo da Probabilidade e da Estatística na Educação Básica. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 18, n. 3, 2016.

MELO, Diógenes Maclyne; LIMA, Iranete Maria da Silva. A simetria de reflexão: concepções mobilizadas por alunos brasileiros. In: **XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** Recife, 2011.

MIYAKAWA, Takeshi. **Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de La notion de symétrie orthogonale**. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1, 2005.

NOVAES, Diva Valério. **Concepções de professores da educação básica sobre variabilidade estatística**. Tese de doutorado em Educação Matemática– PUC/SP. São Paulo, 2011.

ODY, Magnus Cesar. **Literacia estatística e probabilística no ensino médio**. Dissertação de mestrado em Ciências e Matemática – PUC/RS. Porto Alegre, 2013.

OLIVEIRA, Priscila Glauce. Probabilidade: Concepções construídas e mobilizadas por alunos do Ensino Médio à luz da Teoria das Concepções (CK $\phi$ ). Dissertação de mestrado em Educação Matemática – PUC/SP. São Paulo, 2010.

OLIVEIRA, Priscila Glauce; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Concepções probabilísticas à luz da Teoria CK $\phi$ . **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Recife, 2011.

PORCIÚNCULA, Mauren; SAMÁ, Suzi. Projetos de aprendizagem: uma proposta pedagógica para a sala de aula de estatística. In. SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (org.). In: **Educação estatística: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior**. Curitiba: CRV, 2015.

SÃO PAULO. **Currículo do estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias: ensino fundamental ciclo II e ensino médio**. São Paulo: SE/CENP, 2012.

SÃO PAULO. **Proposta curricular: caderno do aluno – ensino médio: matemática**. São Paulo: IMESP, 2014. v. 2.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso-: Planejamento e Métodos**. Bookman editora, 2015.

## Apêndice I – Atividades exploradas na sequência didática

1- Relação entre terras emersas e água na superfície do planeta Terra.

Evento A (água) ou T (terra)	Subtotal
E (A)	
E (T)	
<b>T O T A L</b>	<b>50</b>

$$P(A) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad \%$$

$$P(T) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad \%$$

**Tabela I** – Incidência de um ponto sobre o globo terrestre

2 – Se um meteorito caísse sobre o planeta Terra, qual a probabilidade aproximada de cair sobre as águas? Justifique

3 – Soma dos números representados nas faces superiores de dois dados tradicionais.

Evento A (soma 9), B (soma 10) ou C (soma ≠9 e ≠10)	Subtotal
E (A)	
E (B)	
E (C)	
T O T A L	50

$$P(A) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\% \quad P(B) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\% \quad P(C) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\%$$

**Tabela II** – Soma dos números representados nas faces superiores de dois dados hexaédricos tradicionais

4 – Qual soma é mais frequente, 9 ou 10? É isso que você esperava? Justifique.

5 – Soma dos números representados nas faces de dados tetraédricos (T), hexaédricos (H), octaédricos (O), decaédricos (D), dodecaédricos (Do) e icosaédricos (I), dois a dois, como indicado na tabela III

Evento TH (T + H), ODo (O + Do) ou DI (D + I)	Total em 50 lançamentos
E (TH)	
E (ODo)	
E (DI)	

$$P(TH) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\% \quad P(ODo) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\% \quad P(DI) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\%$$

**Tabela III** – Soma dos números representados igual a 7 em 50 lançamentos de cada par de dados

6 – Qual das três somas é a mais frequente? É o que você esperava? Justifique sua resposta

7 – Soma dos números representados nas faces de dados tetraédricos (T), hexaédricos (H), octaédricos (O), decaédricos (D), dodecaédricos (Do) e icosaédricos (I), dois a dois, como indicado na tabela IV:

Evento TH (T + H), ODo (O + Do) ou DI (D + I)	Total em 50 lançamentos
E (TH)	
E (ODo)	
E (DI)	

$$P(TH) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\% \quad P(ODo) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\% \quad P(DI) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad\%$$

**Tabela IV** – Soma dos números representados igual a 7 em 50 lançamentos de cada par de dados

8 – Qual das três somas é menos frequente? É o que você esperava? Justifique.

**9** – Os lançamentos de dados que realizou hoje são exemplos de eventos aleatórios? Justifique.

**10** – A chance de uma face do dado sair é igual às chances das demais faces? Justifique.

**11**- Imagine que um grande galho de árvore caiu sobre o animal que seu grupo retirou aleatoriamente, atingindo apenas uma de duas patas e esmagando-a. Suponha que a probabilidade de atingir uma pata é a mesma que a de esmagar qualquer outra pata. Responda: a) Que animal seu grupo retirou? b) Qual a probabilidade dessa pata atingida ser a dianteira direita? Mostre como calculou.

**12** – Escolha dois livros dentre aqueles que o professor trouxe (Guinness Books dos últimos doze anos). Escolha uma matéria que apresenta um fato pouco provável, porém possível. Formule uma questão objetiva, com cinco alternativas e apenas uma resposta válida. Não se esqueça de anotar, em algum lugar de fácil acesso para seu grupo, a edição e a página de onde retirou a informação.

**13** – Crie uma situação realmente impossível (vocês devem ter alguma forma de provar sua impossibilidade). Formule uma questão objetiva, com cinco alternativas e apenas uma resposta válida. Não se esqueça de anotar, em algum lugar de fácil acesso para seu grupo, a(s) fonte(s) com a justificativa de sua impossibilidade.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves**- Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Adição e Subtração 101, 102, 103, 104, 107, 108, 122, 160, 163

Alfabetização Matemática 140, 141

Aprendizagem 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 37, 38, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 51, 55, 56, 57, 62, 63, 66, 67, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 79, 82, 83, 84, 87, 88, 89, 92, 93, 95, 100, 104, 108, 110, 113, 115, 117, 119, 120, 121, 122, 123, 128, 130, 135, 137, 142, 143, 144, 145, 146, 148, 150, 151, 152, 153, 156, 158, 159, 160, 161, 165, 168, 170, 171, 172, 174, 175, 176, 181, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 202, 203, 204, 205, 206, 215, 218, 219, 221, 222, 223, 224

Aprendizagem Significativa 15, 18, 37, 44, 79, 84, 190, 215, 224

Artes 4, 94, 95, 96, 97, 157

### B

Bilinguismo 148, 151, 152

### C

Coordenadas Polares 204, 205, 206, 210, 211, 212

### D

Dinâmica de Grupo 27, 28, 33

### E

Educação Inclusiva 148, 158, 159, 161

EJA 19, 21, 26, 27, 28, 29, 30, 34

Engenharia Didática 12, 13, 18, 46, 48

Ensino 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 44, 45, 46, 47, 48, 54, 55, 56, 57, 62, 63, 64, 65, 66, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 93, 94, 96, 97, 100, 101, 102, 104, 109, 110, 111, 112, 113, 115, 117, 118, 119, 120, 121, 126, 127, 128, 131, 133, 136, 137, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 149, 152, 153, 156, 157, 158, 160, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 173, 174, 175, 176, 179, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 202, 203, 204, 205, 206, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 219, 221, 222, 223, 224, 241

Estágio Supervisionado 64, 65, 184

### F

Formalismo 22, 213, 214, 215, 216, 222, 224, 225

Função Exponencial 36, 37, 39, 42, 43, 44, 193, 196

### G

Geogebra 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 55, 56, 57, 58, 101, 108, 109

## H

História da Matemática 15, 174, 175, 179, 180, 192, 202, 204, 206, 211, 212

## I

Interdisciplinaridade 7, 94, 241

Investigação Matemática 19, 21, 23, 25, 26, 72, 73, 74, 75, 78, 80, 81, 104, 213, 220, 221, 222, 224

## J

Jogos Matemáticos 64, 71, 178

## L

Literacia Probabilística 126, 127, 129, 130, 131, 132, 135

Livro Didático 12, 13, 18, 36, 37, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 105, 111, 202

Livros Didáticos 39, 44, 45, 48, 102, 104, 127, 133, 192, 195, 196, 202, 217

Logaritmos 192, 193, 195, 196, 201, 202, 203

## M

Matemática 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 54, 55, 56, 62, 63, 64, 66, 68, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 78, 80, 81, 83, 85, 86, 87, 88, 93, 94, 95, 96, 97, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 109, 110, 111, 112, 113, 115, 117, 118, 119, 120, 121, 125, 129, 130, 131, 135, 136, 137, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 158, 159, 160, 165, 166, 167, 168, 170, 172, 173, 174, 175, 176, 179, 180, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 195, 196, 197, 200, 202, 203, 204, 205, 206, 208, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 229, 241, 242, 243, 244

Materiais Manipuláveis 72, 74, 87, 122, 158, 160, 161, 165

Material Concreto 30, 69, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 101, 105, 142, 144, 145, 147, 168, 171, 181, 182

Metodologia 1, 3, 6, 7, 8, 10, 11, 15, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 29, 30, 33, 36, 44, 45, 64, 65, 66, 71, 72, 73, 74, 76, 80, 82, 83, 85, 87, 93, 97, 113, 131, 143, 148, 149, 156, 160, 172, 175, 176, 177, 178, 179, 181, 184, 189, 194, 196, 198, 213, 219, 220, 221, 241

Modelagem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16, 18, 184

Monitorias 56, 119, 185, 186, 187, 188, 189, 191

## N

Números Inteiros 101, 102, 103, 104, 107, 108, 109, 121, 160, 163

## O

Origami 110, 111, 112, 113, 114, 115

## P

Polígonos 97, 99, 110, 113, 114

Projeto de Ensino 35, 117, 118, 120, 186

Prova Brasil 120, 166, 167, 168, 169, 172

## **R**

Recursos Adaptados 153

Registros de Representações Semióticas 46, 47, 48, 50, 51

Resolução de Problemas 13, 19, 26, 45, 47, 64, 86, 96, 122, 126, 127, 132, 136, 143, 168, 174, 175, 176, 177, 188

## **S**

Surdos 148, 149, 150, 151, 152, 153, 156, 157

## **T**

Trigonometria 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 55, 58, 196

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-686-7



9 788572 476867