

Helenton Carlos da Silva
(Organizador)

Estudos (Inter)
Multidisciplinares
nas Engenharias 2

Atena
Editora

Ano 2019

Helenton Carlos da Silva
(Organizador)

Estudos (Inter) Multidisciplinares nas
Engenharias
2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Faria – Universidade Estácio de Sá
Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima
Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie di Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste
Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia
Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
E82	<p>Estudos (inter) multidisciplinares nas engenharias 2 [recurso eletrônico] / Organizador Helenton Carlos da Silva. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019.</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-701-7 DOI 10.22533/at.ed.017190910</p> <p>1. Engenharia – Pesquisa – Brasil. I. Silva, Helenton Carlos da.</p> <p style="text-align: right;">CDD 658.5</p>
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A obra “*Estudos (Inter) Multidisciplinares nas Engenharias*” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora, em seu I volume, apresenta, em seus 21 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca da importância da (inter) multidisciplinaridade nas engenharias.

O processo de aprendizagem, hoje em dia, é baseado em um dinamismo de ações condizentes com a dinâmica do mundo em que vivemos, pois a rapidez com que o mundo vem evoluindo tem como chave mestra a velocidade de transmissão das informações.

A engenharia praticada nos dias de hoje é formada por conceitos amplos e as situações a que os profissionais são submetidos mostram que esta onda crescente de tecnologia não denota a necessidade apenas dos conceitos técnicos aprendidos nas escolas.

Desta forma, os engenheiros devem, além de possuir um bom domínio técnico da sua área de formação, possuir domínio também dos conhecimentos multidisciplinares, além de serem portadores de uma visão globalizada.

Este perfil é essencial para o engenheiro atual, e deve ser construído na etapa de sua formação com o desafio de melhorar tais características.

Dentro deste contexto podemos destacar que uma equipe multidisciplinar pode ser definida como um conjunto de profissionais de diferentes disciplinas que trabalham para um objetivo comum.

Neste sentido, este livro é dedicado aos trabalhos relacionados aos estudos da (inter) multidisciplinaridade nas engenharias, com destaque mais diversas engenharias e seus temas de estudos.

Os organizadores da Atena Editora agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada.

Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Helenton Carlos da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
ANÁLISE DO DESEMPENHO DE CONCRETO DESENVOLVIDO A PARTIR DE RESÍDUOS DE CONSTRUÇÃO E DEMOLIÇÃO NA CIDADE DE SÃO CARLOS/SP	
Tatiane Caroline Rocha Lemos Eduvaldo Paulo Sichieri Victor José dos Santos Baldan	
DOI 10.22533/at.ed.0171909101	
CAPÍTULO 2	13
ESTUDO DE DOSAGEM DE ARGAMASSA A PARTIR DE RESÍDUO PROVENIENTE DA RECICLAGEM DE PNEUS	
Tatiane Caroline Rocha Lemos Eduvaldo Paulo Sichieri Victor José dos Santos Baldan	
DOI 10.22533/at.ed.0171909102	
CAPÍTULO 3	25
ESTUDO DAS PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICA DA MADEIRA: UMIDADE, DENSIDADE APARENTE E RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO PARALELAS ÀS FIBRAS DAS ESPÉCIES COMERCIALIZADAS NO MUNICÍPIO DE BOA VISTA-RR	
Weiza Nunes Barbosa Emerson Lopes de Amorim Luiz Gustavo Ayres Barros Kellen de Souza Singh Lucas Matos de Souza José Castro Lima	
DOI 10.22533/at.ed.0171909103	
CAPÍTULO 4	37
ANÁLISE DOS EFEITOS DA VAZÃO MÁSSICA SOBRE A DEPOSIÇÃO DE INCRUSTAÇÕES EM AQUECEDORES DE LEITE DO TIPO PLACAS PLANAS GAXETADAS	
Alex Vazzoler	
DOI 10.22533/at.ed.0171909104	
CAPÍTULO 5	47
AVALIAÇÃO DA PRODUÇÃO DE FARINHA DE MANDIOCA (<i>Manihot esculenta Crantz</i>) EM COMUNIDADE TRADICIONAL DO MUNICÍPIO DE MACAPÁ-AP E POSSÍVEIS SOLUÇÕES TECNOLÓGICAS	
Roberto Quaresma Santana Lia Carla de Souza Rodrigues Jorge Emílio Henriques Gomes Marília de Almeida Cavalcante	
DOI 10.22533/at.ed.0171909105	
CAPÍTULO 6	55
AVALIAÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE MACROTEXTURA E DRENABILIDADE EM DUAS PISTAS DE POUSO NA REGIÃO DO VALE DO ARAGUAIA	
Thamires Ferreira da Silva	

Lucas Jorge Freitas Marinho
Augusto Romanini
Raul Tadeu Lobato Ferreira

DOI 10.22533/at.ed.0171909106

CAPÍTULO 7 69

COMPOSIÇÃO CENTESIMAL DE GELATINAS OBTIDAS A PARTIR DAS PELES DE MAPARÁ (*Hypophthalmidae*) E URITINGA (*Arius Proops*)

Élida Viana de Souza
Jiullie Delany Bastos Monteiro
Nara Helem Brazão da Costa
Leliane da Silveira Barbosa Gomes
Iara Eleni de Souza Pereira

DOI 10.22533/at.ed.0171909107

CAPÍTULO 8 77

CONTROLE ESTRUTURAL DO DEPÓSITO PLACER DE MINERAIS PESADOS NA REGIÃO PRAIAL AO NORTE DA DESEMBOCADURA DA LAGOA DOS PATOS (BUJURU, BRASIL)

Bruno Silva da Fontoura
Adelir José Strieder
Jéssica Stern Behling
Rui Sérgio Saraiva Duarte Junior
Talita Cabelera da Silva
Paulo Mendes
Aureliano Augusto Vieira da Nóbrega
Lauro Julio Calliari

DOI 10.22533/at.ed.0171909108

CAPÍTULO 9 87

ESTRUTURA FÍSICA E PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA A RELUTÂNCIA VARIÁVEL PAUTADO EM PROTÓTIPO 8/6

Marcos José de Moraes Filho
Luciano Coutinho Gomes
Augusto Wohlgemuth Fleury Veloso da Silveira
Darizon Alves de Andrade
Josemar Alves dos Santos Junior
Wanberton Gabriel de Souza

DOI 10.22533/at.ed.0171909109

CAPÍTULO 10 99

VARIAÇÃO DA PERDA DE CARGA NA MANGUEIRA EM FUNÇÃO DE SEU ENROLAMENTO

Diogo Henrique Morato de Moraes
Ricardo Marques da Silva Viegas
Dione Monteiro de Moraes
Matheus Henrique Morato de Moraes
Marcio Mesquita

DOI 10.22533/at.ed.01719091010

CAPÍTULO 11	109
ÍNDICE DE DESEMPENHO DE MISTURAS TERNÁRIAS CONTENDO CIMENTO PORTLAND SÍLICA DE CASCA DE ARROZ E NANOSSÍLICA COLOIDAL	
Daniel da Silva Andrade Josué Régio Damaceno Laércio Breno Moreira Aline Alves de Almeida João Henrique da Silva Rêgo	
DOI 10.22533/at.ed.01719091011	
CAPÍTULO 12	122
LEVANTAMENTO BIBLIOMÉTRICO E IDENTIFICAÇÃO DE OPORTUNIDADES DE PESQUISAS CIENTÍFICAS NA ÁREA DAS CIÊNCIAS SOCIAIS SOBRE A CANA-DE-AÇÚCAR PARA O SEGMENTO SUCROENERGÉTICO	
Manoel Gonçalves Filho Clóvis Delboni Reinaldo Gomes da Silva	
DOI 10.22533/at.ed.01719091012	
CAPÍTULO 13	135
MELHORIA NO PROCESSO DE MONTAGEM ATRAVÉS DA FERRAMENTA POKA YOKE: UM ESTUDO DE CASO NO <i>MCDONALD'S</i>	
Jéssika Alvares Coppi Arruda Gayer Dayse Mendes Douglas Soares Agostinho Felipe Martins Machado Jennifer Evangelista Cavalcante Kellen Coelho dos Santos Marcos Augusto Mendes Marques Marcos Henrique Morais Renatha Querubina de Anevam Rodrigo Ramiro Prior	
DOI 10.22533/at.ed.01719091013	
CAPÍTULO 14	144
MODELAGEM DA DISPERSÃO DE POLUENTES NA ATMOSFERA UTILIZANDO UMA ABORDAGEM ANALÍTICA	
Régis Sperotto de Quadros Glênio Aguiar Gonçalves Daniela Buske	
DOI 10.22533/at.ed.01719091014	
CAPÍTULO 15	153
O ÍNDICE DE CONFIABILIDADE PARABÓLICO	
Emmanoel Guasti Ferreira Marcílio Sousa da Rocha Freitas José Antônio da Rocha Pinto Geraldo Rossoni Sisquini	
DOI 10.22533/at.ed.01719091015	

CAPÍTULO 16	168
RE-EVALUATION OF THE INFLUENCE OF TEMPERATURE AND TOTAL ACID NUMBER ON NAPHTHENIC CORROSION BY ELECTROCHEMICAL NOISE TECHNIQUE	
Ana Carolina Tedeschi Gomes Abrantes Alysson Nunes Diógenes Haroldo de Araújo Ponte	
DOI 10.22533/at.ed.01719091016	
CAPÍTULO 17	179
SLOW-RELEASE FERTILIZER FROM A ROCK CONTAINING GLAUCONITE BY THERMAL PROCESSING WITH ADDITIVES	
Antonio Clareti Pereira Emily Mayer de Andrade Becheleni Marta Ribeiro dos Santos Gomes Sônia Denise Ferreira Rocha	
DOI 10.22533/at.ed.01719091017	
CAPÍTULO 18	190
UMA INTRODUÇÃO AO USO DA INTEGRAL DE DUHAMEL EM SISTEMAS DINÂMICOS ESTRUTURAIS	
Natan Sian das Neves	
DOI 10.22533/at.ed.01719091018	
CAPÍTULO 19	202
USO DE PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL NA OTIMIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS DO PROCESSO DE ADSORÇÃO COM TURFA PARA REMOÇÃO DA TURBIDEZ DE EFLUENTE OLEOSO	
Regina Celia de Oliveira Brasil Delgado Francisco Igor da Costa Freire Andréa Francisca Fernandes Barbosa André Luís Novais Mota Kalyanne Keyly Pereira Gomes	
DOI 10.22533/at.ed.01719091019	
CAPÍTULO 20	211
UTILIZAÇÃO DE COBERTURA COMESTÍVEL NA CONSERVAÇÃO DE HORTIFRUITI	
Martiliana Mayani Freire Leoclécio Luis de Paiva Laís Barreto Franco Anna Paula Marques Cardoso Gleison Martins Medeiros Raposo Caliane Lília Leite do Nascimento Pedro Fagner Araújo Pereira	
DOI 10.22533/at.ed.01719091020	
CAPÍTULO 21	218
MAPEAMENTO E AVALIAÇÃO DA DENSIDADE DE CAIXAS COLETORAS DE DRENAGENS URBANAS NA REGIÃO DO PORTO DE PELOTAS/RS	
Marciano Carneiro Milton Cruz Fernandes	

Angélica Cirolini
Alexandre Felipe Bruch
Lenon Silva de Oliveira
Gabriel da Silva Pontes

DOI 10.22533/at.ed.01719091021

SOBRE O ORGANIZADOR.....	232
ÍNDICE REMISSIVO	233

UMA INTRODUÇÃO AO USO DA INTEGRAL DE DUHAMEL EM SISTEMAS DINÂMICOS ESTRUTURAIS

Natan Sian das Neves

Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Espírito Santo, ES, Brasil.

RESUMO: O processo de ensino das disciplinas técnicas da grade curricular dos cursos de engenharias apresenta desafios na aprendizagem dos discentes, devido tais conteúdos usualmente exigirem um maior abstracionismo físico-matemático. Neste contexto, o vigente artigo busca apresentar os conceitos e principais sentenças matemáticas de problemas de sistemas vibratórios estruturais sob ação de forças não periódicas, visando melhorar a compreensão dos alunos que estão ingressando nos estudos na área da dinâmica estrutural. Neste cenário, seguindo a natureza introdutória do trabalho, os problemas estudados são analisados ao nível do domínio do tempo, devido trabalhar com variáveis reais, direcionando uma maior aceitação inicial dos estudantes. Para tanto, analise-se casos de vibrações em estruturas com um grau de liberdade e com múltiplos graus de liberdade. A escolha do uso da Integral de Duhamel para solução dos problemas é devido ser uma técnica intuitiva e simples de aplicação. Os procedimentos numéricos são desenvolvidos em ambiente MATLAB. Em síntese, os

resultados obtidos apresentaram uma resposta coerente fisicamente, apontando o desempenho satisfatório da técnica utilizada.

PALAVRAS-CHAVE: Dinâmica Estrutural. Integral de Duhamel. Ensino.

ABSTRACT: The process of teaching the technical disciplines of the curriculum of the engineering courses presents challenges in the learning of the students, because such contents usually demand a greater physical-mathematical abstractionism. In this context, the current article seeks to present the concepts and main mathematical sentences of problems of structural vibratory systems under the action of non - periodic forces, aiming to improve the understanding of the students who are entering the studies in the area of structural dynamics. In this scenario, following the introductory nature of the work, the studied problems are analyzed at the level of the time domain, due to work with real variables, directing a greater initial acceptance of the students. To do so, analyze cases of vibrations in structures with a degree of freedom and with multiple degrees of freedom. The choice of using Duhamel Integral to solve problems is due to be an intuitive and simple technique of application. The numerical procedures are developed in MATLAB environment. In summary, the results obtained presented a physically coherent response,

pointing out the satisfactory performance of the technique used.

KEYWORDS: Structural Dynamics. Integral of Duhamel. Teaching.

1 | INTRODUÇÃO

A seara das vibrações mecânicas contemplam inúmeras aplicações importantes na engenharia, percorrendo desde problemas estruturais em vigas, placas e construções de maior porte, como também em elementos de máquinas, tubulações e efeitos sísmicos e entre outras ramificações. Desta maneira, devido a gama de problemas físicos correlacionados com a dinâmica estrutural, a modelagem matemática de tais fenômenos torna-se uma tarefa complexa e requer uma base de conhecimentos primais como cálculo, física, mecânica e etc (Rao,2009).

Desta forma, devem-se propor alternativas para apresentar e fornecer os discentes uma base sólida dos conceitos fundamentais de dinâmica. Seguindo esta ideia, em geral os sistemas vibratórios usualmente são modelagem pelos princípios de movimentos de corpos, onde se pode ou não ter ações externas. É comum nas disciplinas de dinâmica, uma maior aceitação nos casos onde a ações externas são periódicas, pois a solução é devida uma superposição de efeitos, o que é uma tarefa relativamente simples. Contudo, ações não periódicas que atuam em certo intervalo de aplicação, tais problemas necessitam de técnicas particulares, o que começa a dificultar a compreensão por partes dos alunos. Direcionado por tal motivação, invés de aplicar técnicas como Método da transformada de Fourier ou Método passo-a-passo iterativas, utiliza-se o Método da integral de Duhamel devido à facilidade de aplicação, corroborando com o foco introdutório do trabalho (FERREIRA,2002).

2 | SISTEMA DINÂMICO DE UM GRAU DE LIBERDADE

Considere um sistema estrutural de um grau de liberdade sem amortecimento sujeita a uma ação externa qualquer , conforme é ilustrado na Figura 1.

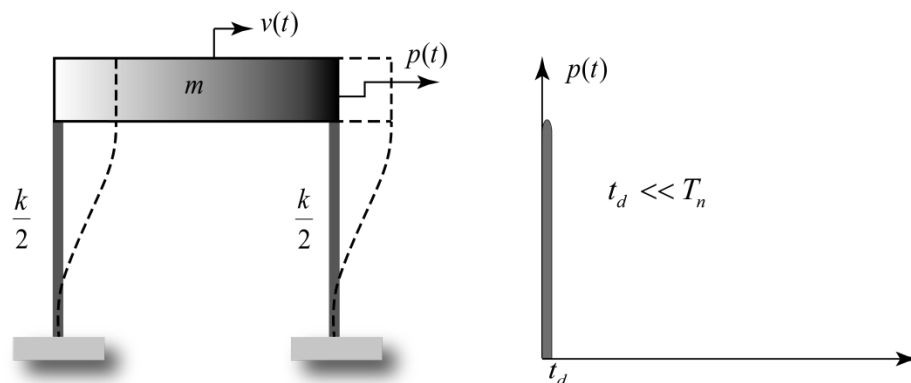


Figura 1. Representação do sistema estrutural simplificado

Fonte: Acervo Pessoal

A equação do movimento do problema físico em questão é oriunda da segunda lei de Newton, correlacionado com um balanço de forças associadas as forças inercias, externas e as forças proveniente da rigidez estrutural (CRAIG, 1981). Em específico, considerando a carga externa não periódica com caractere impulsiva delimitada pelo intervalo de aplicação da carga ($0 < t < t_d$). Então, pode-se escrever então a Equação (1).

$$m\ddot{v}(t) + kv(t) = \begin{cases} p(t), & 0 < t < t_d \\ 0, & t > t_d \end{cases} \quad (1)$$

Para o caso de vibração livre, onde não atua carga externa, o modelo matemático é válido somente no intervalo ($t > t_d$). A solução para este caso específico é conhecida na literatura (BLEDZIK et al., 1995) e é dado pela Equação (2).

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t) + \left(\frac{\dot{v}_0}{\omega}\right) \sin(\omega t) \quad (2)$$

Onde $\omega = \sqrt{k/m}$ é conhecida como a frequência natural ou circular, t é o tempo e as condições iniciais são v_0 e \dot{v}_0 . Em sequência, o caso de vibração forçada, existe uma carga impulsiva no intervalo ($0 < t < t_d$). Integrando o modelo diferencial é possível escrever a expressão seguinte.

$$m\dot{v}(t) + kt_d v_{avg} = I \quad (3)$$

Em que, I é o impulso e v_{avg} é o deslocamento médio. Por definição, tais variáveis são dadas conforme a Equação (4).

$$I = \int_0^{t_d} p(t) dt \quad v_{avg} = \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} v(t) dt \quad (4)$$

Pela Equação (3) é possível extrair um resultado importante, fazendo o tempo de duração da carga tender a zero, pode-se escrever as seguintes condições, conforme expresso na Equação (5).

$$\dot{v}(0^+) = \frac{I}{m} \quad v(0^+) = 0 \quad (5)$$

Aplicando as condições expressas na Equação (5) na solução do modelo estrutural de vibração livre, expressa pela Equação (2), tem-se que:

$$v(t) = \left(\frac{I}{\omega m}\right) \sin(\omega t) \quad (6)$$

De forma análoga é possível demonstrar que a solução para o modelo estrutural com amortecimento é dado conforme a Equação (7).

$$v(t) = \left(\frac{I}{\omega m}\right) e^{-\xi \omega_D t} \sin(\omega t) \quad (7)$$

Onde ξ é a taxa de amortecimento e $\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$ é conhecido como frequência natural de amortecimento. Observe que a parcela exponencial faz a solução tender para zero.

Com a diretriz de buscar uma generalização de tais conceitos apresentados até o momento, considere uma carga externa qualquer, conforme ilustra a Figura 2.

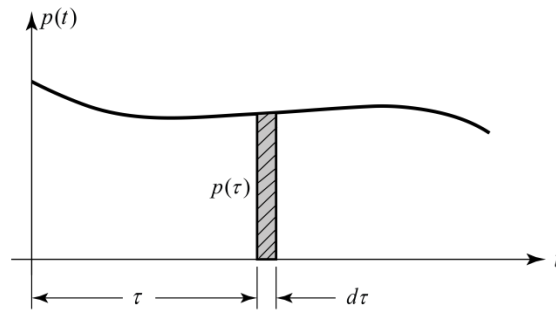


Figura 2. Ação dinâmica qualquer
Fonte: Acervo Pessoal.

Por analogia a Equação (6), é possível escrever com uma natureza infinitesimal que a resposta do deslocamento é dado pela Equação (8).

$$dv(t) = \left(\frac{dl}{\omega m}\right) \sin(\omega(t - \tau)) \quad (8)$$

Onde o impulso diferencial é $dl = p(\tau)d\tau$. Integrando a Equação (8) chega-se em uma expressão geral para o deslocamento em resposta a uma carga qualquer.

$$v(t) = \frac{1}{\omega m} \int_0^t p(\tau) \sin(\omega(t - \tau)) d\tau \quad (9)$$

Essa integral é usualmente conhecida como Integral de Duhamel e é usada para calcular a resposta de um sistema massa-mola submetida a uma carga arbitrária. De forma similar, levando em conta o amortecimento no sistema, pode-se escrever a solução conforme a Equação (10).

$$v(t) = \frac{1}{\omega_D m} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin(\omega_D(t - \tau)) d\tau \quad (10)$$

É possível reescrever a solução via Integral de Duhamel de uma forma compacta. Para tanto, usa-se a seguinte propriedade trigonométrica básica da função seno e chega-se na Equação (11).

$$v(t) = [\bar{A}(t) \sin(\omega t) - \bar{B}(t) \cos(\omega t)] \quad (11)$$

Onde as constantes \bar{A} e \bar{B} são dadas pela Equação (12) e (13).

$$A(t) = \frac{1}{\omega_D m} \int_0^t p(\tau) \frac{e^{\xi\omega\tau}}{e^{\xi\omega t}} \cos(\omega_D\tau) d\tau \quad (12)$$

$$B(t) = \frac{1}{\omega m} \int_0^t p(\tau) \frac{e^{\xi\omega\tau}}{e^{\xi\omega t}} \sin(\omega_D\tau) d\tau \quad (13)$$

Note que quando a taxa de amortecimento for zero, as constantes recaem na solução do sistema dinâmico sem amortecimento. Em acréscimo, é importante ressaltar que para pequenos valores de taxa de amortecimento, pode-se considerar que $\omega = \omega_D$ (LAEYSSSEN et al., 2004). A solução do problema é direcionada pela determinação das constantes \bar{A} e \bar{B} , contudo, para avaliar analiticamente é necessário que a carga externa seja simples. Desta maneira, para tornar a solução geral, pode-se usar alguma técnica de integração numérica para a solução das integrais. Neste trabalho, usa-se a regra de Simpson o que permite escrever as constantes como sendo:

$$\frac{\bar{\alpha}_N}{F} = y_N + M_1 y_{N-1} + M_2 \left(y_{N-2} + \frac{\bar{\alpha}_{N-2}}{F} \right) \quad (14)$$

Onde α assume o papel das constantes \bar{A} ou \bar{B} e considera-se que $\alpha_0 = 0$ e a contagem $N = 2, 4, 6, \dots$ sendo que $F = \Delta\tau/3m\omega$. Ressalta-se ainda, que as constantes M_1 e M_2 são validas tanto para o caso sem ou com amortecimento, expressas sendo e $M_1 = 4e^{-\xi\omega\Delta\tau}$ e $M_2 = 1e^{-2\xi\omega\Delta\tau}$.

3 | SISTEMAS DINÂMICOS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADES

Para as análises dos sistemas de múltiplos graus de liberdade (MGL) baseia-se nos princípios já apresentados anteriormente para sistema de um grau de liberdade, contudo com uma abordagem matricial. Neste contexto, inicia-se com o caso de um sistema sem amortecimento e nenhuma ação externa. A equação do movimento é expressa pela Equação (15).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{k}\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (15)$$

Em que \mathbf{m} e \mathbf{k} são conhecidas como as matrizes de massa e rigidez respectivamente.

A solução da Equação (15) requer a solução de um problema de autovalor.

$$(\mathbf{k} - \omega^2\mathbf{m})\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (16)$$

Os autovalores são determinando impondo que o determinante seja nulo, desta maneira, as frequências naturais do sistema estrutural são determinadas. Acrescenta-se ainda que a primeira frequência do sistema é usualmente chamada de frequência fundamental.

Consecutivamente, os autovetores são encontrados substituindo cada autovalor na Equação (16). Perceba que existe para cada autovalor, infinitos autovetores que satisfazem o problema de vibração livre. Desta maneira, por conveniência busca-se realizar uma normalização de tais vetores em relação a massa generalizada M_i (CRAIG, 1981). Tais propriedades generalizadas do sistema dinâmico respeitam as propriedades de ortogonalidade, o que permite escrever as condições expressas na

Equação (17).

$$M_i = \mathbf{v}_i^T \mathbf{m} \mathbf{v}_i \quad K_i = \mathbf{v}_i^T \mathbf{k} \mathbf{v}_i \quad (17)$$

Note que as propriedades generalizadas são grandezas escalares. A normalização em relação massa generalizada

$$\Phi = \frac{\mathbf{v}_i}{\sqrt{M_i}} \quad (18)$$

Devido tal normalização, é possível escrever que:

$$M_i = \Phi_i^T \mathbf{m} \Phi_i = 1 \quad K_i = \Phi_i^T \mathbf{k} \Phi_i = \omega_i^2 \quad (19)$$

Considere o sistema dinâmico de múltiplos de graus de liberdade sem amortecimento com força externa em função do tempo.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{k}\mathbf{v} = \mathbf{P}(t) \quad (20)$$

Para a solução da Equação (20), deve-se primeiramente, ter a solução previa das frequências naturais e os autovalores normalizados. A partir disso, é possível demonstrar que os autovalores são linearmente independentes e podem constituir uma “base” (BLEDZIK et al., 1995). Em outras palavras, pode-se escrever um deslocamento qualquer como sendo uma combinação linear de tais vetores, como expresso pela Equação (21).

$$\mathbf{v} = \Phi_1 Y_1 + \Phi_2 Y_2 \dots + \Phi_n Y_n = \sum_{i=1}^n \Phi_i Y_i = \Phi Y \quad (21)$$

Derivando a Equação (21) e substituindo na equação do movimento, tem-se:

$$\Phi_i^T \mathbf{m} \Phi_i \ddot{Y} + \Phi_i^T \mathbf{k} \Phi_i Y = \Phi_i^T \mathbf{P}(t) \quad (22)$$

Usando os resultados encontrados na Equação (19) e aplicando na Equação (22), pode-se escrever o seguinte sistema linear.

$$\ddot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = P_i(t) \quad (23)$$

Onde $P_i = \Phi_i^T \mathbf{P}(t)$ é denotado como vetor de carga generalizado. Tal procedimento realizado é conhecido como Método da superposição modal, onde parte-se de um modelo matricial acoplado e chega-se em um sistema desacoplado de N grau de liberdade (WILLIAM; MARIE, 1998). Para o sistema de múltiplos de graus de liberdade com amortecimento e sujeita a uma força externa, tem-se que a equação de movimento é:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{k}\mathbf{v} = \mathbf{P}(t) \quad (24)$$

Onde \mathbf{c} é a matriz de amortecimento do sistema e pode ser determinada pelo modelo combinado entre a matriz de rigidez e massa, conforme apresenta na Equação (25).

$$\mathbf{c} = a_0 \mathbf{m} + a_1 \mathbf{k} \quad (25)$$

Tal matriz de amortecimento respeita a propriedade de ortogonalidade $C_i = \Phi_i^T c \Phi_i$. As constantes a_0 e a_1 são determinadas pela Equação (26).

$$\xi_i = \frac{a_0}{2\omega_i} + \frac{a_1\omega_i}{2} \quad (26)$$

Desta forma, o modelo estrutural de MGL com amortecimento e ação externa, necessita pelo método de superposição modal a solução N equação de um grau de liberdade, conforme a expressão seguinte.

$$\ddot{Y}_i + C_n \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = P_i(t) \quad (27)$$

Para cada equação do sistema desacoplado na Equação (27), usa-se a Integral de Duhamel, conforme Equação (10) e combinada com a Equação (21). Lembrando que $M_i = 1$ e $K_i = \omega_i^2$. Para facilitar o entendimento global de um problema de MGL usando superposição modal, concatena-se as principais ideias em um fluxograma, como é possível visualizar na Figura 3.

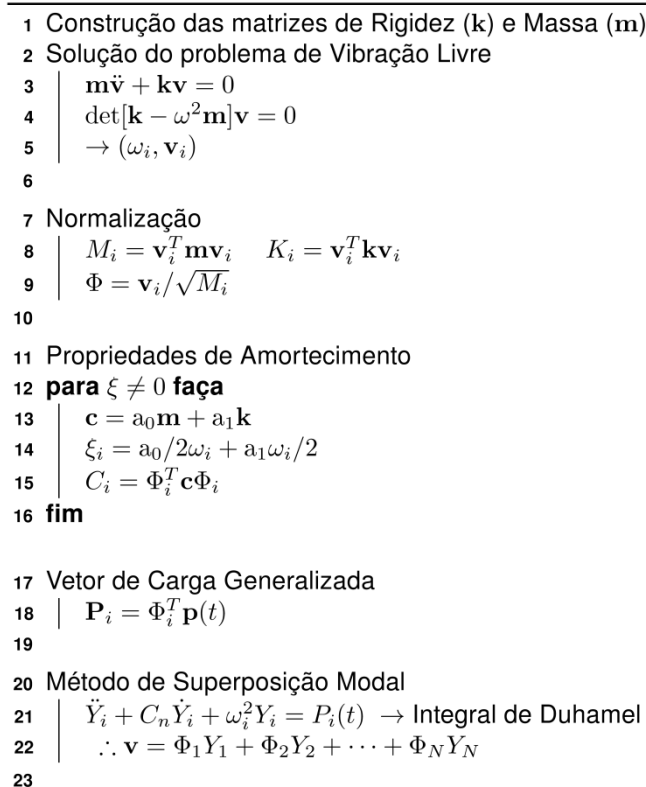


Figura 3. Pseudocódigo para sistemas dinâmicos de MGL

Fonte: Acervo Pessoal.

A Figura 3 ilustra um fluxograma para auxiliar na solução de problema de MGL utilizando o método de superposição modal acoplado com a Integral de Duhamel. Inicia-se resolvendo o problema de vibração livre, que fornece os autovalores e autovetores. Após esta etapa, determinam-se as propriedades de amortecimento levando em conta a matriz de amortecimento de Rayleigh que realiza uma combinação com as outras matrizes do sistema. Então é possível encontrar o vetor de carga generalizado e

assim calcular o histórico de deslocamento para cada grau de liberdade. Lembrando que, para cada equação do sistema desacoplado aplicam-se os conceitos vistos sobre Integral de Duhamel para a solução.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

O primeiro caso analisado é um problema de vibração forçada com amortecimento sujeita a uma carga periódica, sendo a função dado como $f(t) = 4,474 \cdot 10^6 \cos 10t$, a taxa de amortecimento é $\xi = 3\%$ e a estrutural é constituída por $k = 130,46 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ e $m = 456,05 \cdot 10^3 \text{ kg}$. A resposta pode ser visualizada na Figura 4.

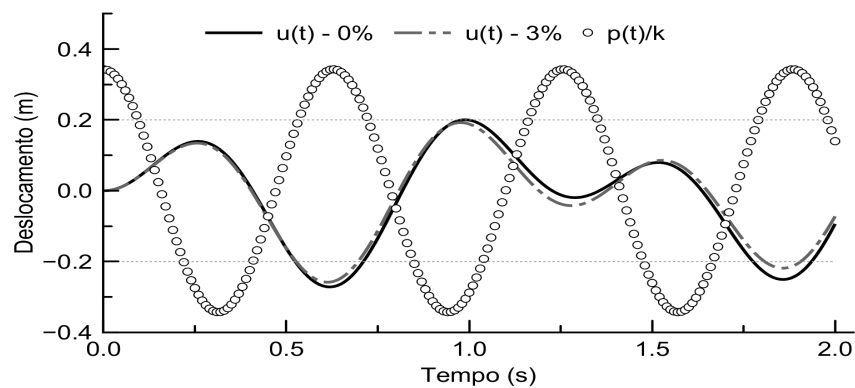


Figura 4. Histórico de deslocamento

Fonte: Acervo Pessoal.

Observe na Figura 4 que a ação periódica atua durante todo o intervalo de tempo da oscilação. Pode-se notar ainda que não existem diferenças em uma grande escala quando se trata de vibração com ou sem amortecimento para taxas de amortecimento pequenas, ou seja, em algumas aplicações por facilidade pode desprezar o efeito do amortecimento para ter uma estimativa previa do comportamento estrutural. Ressalta-se que este procedimento é uma simplificação para uma análise inicial.

O segundo caso consiste em uma viga engasta livre sujeita a uma ação não periódica com caractere impulsivo de rampa-constante em sua extremidade livre, conforme Figura 5, com uma taxa de amortecimento de 2% e propriedades sendo $k = 388,89 \text{ kN/m}$ e $m = 360,42 \text{ kg}$. Considere dois intervalos de atuação da carga, sendo-os $t_d = 0,4\text{s}$ e $t_d = 0,04\text{s}$.

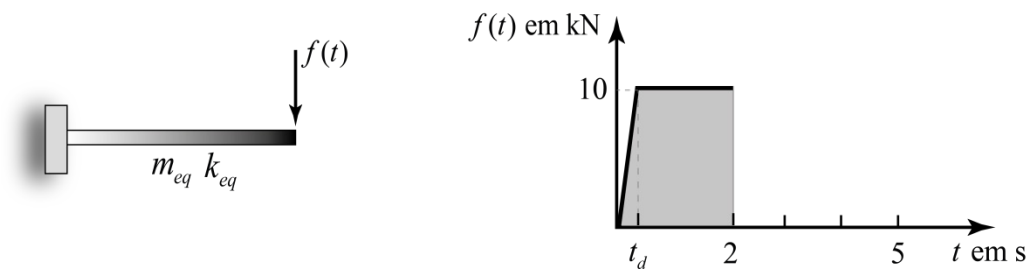


Figura 5. Esquema da viga e carga externa aplicada

Fonte: Acervo Pessoal.

A Figura 6 ilustra a resposta do deslocamento para 0,04s correlaciona com a carga atuante na estrutura. Note que no intervalo onde a carga externa é constante a solução é próxima ao valor do deslocamento pseudoestático $u_0 = 10/388,89 = 0,026m$.

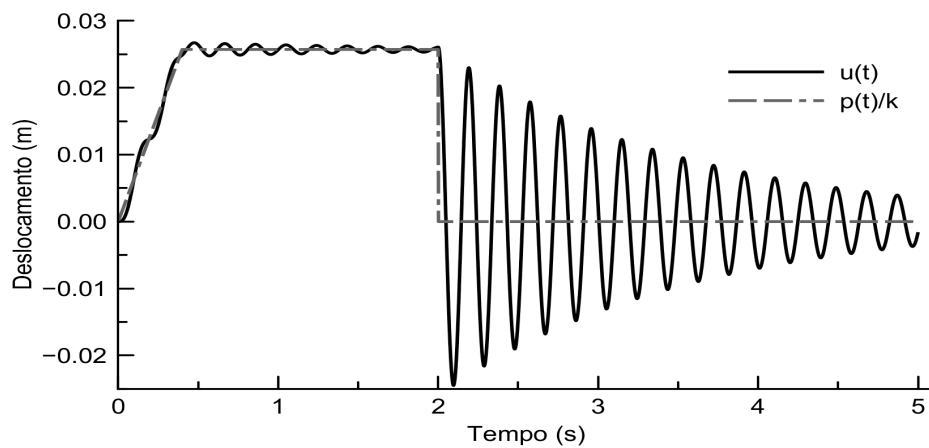


Figura 6. Resposta dinâmica para $t_d = 0.4$ $t=0.001$

Fonte: Acervo Pessoal.

Diferentemente do carregamento do primeiro caso, esta ação não atua em todo intervalo de oscilação, ou seja, quando não existir carga atuando a solução começa a tender para zero devido ao amortecimento, como pode ser visto na Figura 6. Considerando 0,004s de intervalo de aplicação da carga no regime linear, o histórico de resposta é ilustrado na Figura 7.

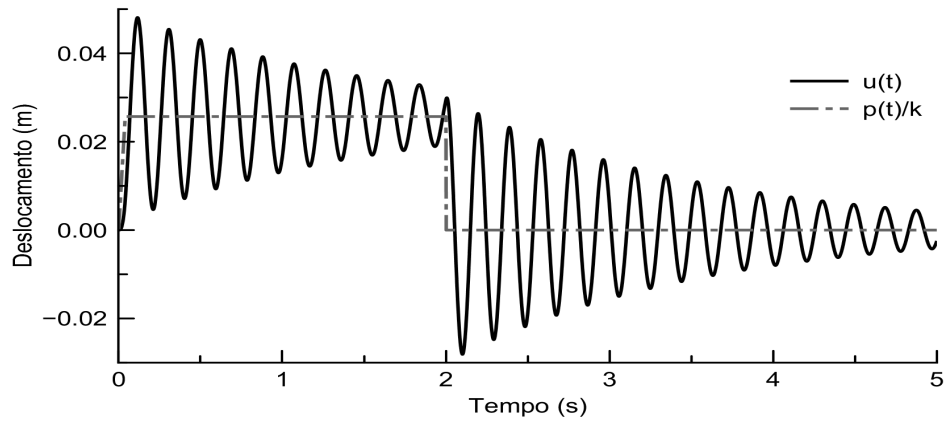


Figura 7. Resposta dinâmica para $t_d = 0,04$ $t=0,001$

Fonte: Acervo Pessoal.

Considerando este intervalo de aplicação da força em rampa, com esta configuração tem-se uma maior inclinação na carga, o que acarreta em uma característica de força de impacto que consiste em uma oscilação em torno da resposta estática até cessar a atuação da força. Após, a oscilação fica em torno do valor neutro até tender a nulidade devido ao amortecimento. Este comportamento é visto na Figura 7.

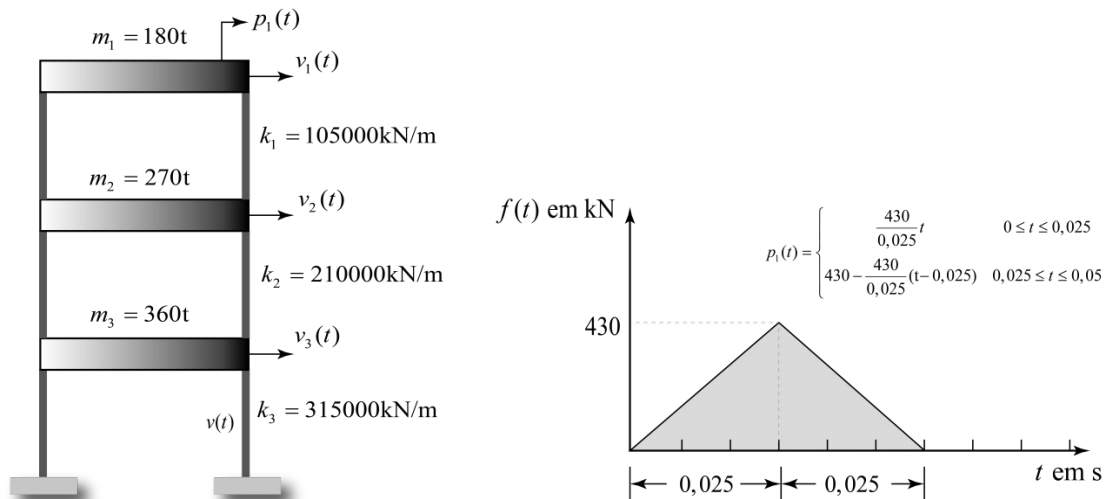


Figura 8. Esquema e carga da dinâmica da estrutura de MGL

Fonte: Acervo Pessoal.

O terceiro caso é composto com uma estrutura de três pavimentos do tipo “*Shear Building*”, onde é permitido o deslocamento horizontal dos pavimentos, conforme ilustra a Figura 8. Neste caso, tem-se um problema com três graus de liberdade, sob

um sistema com amortecimento e sujeito a uma ação não periódica de característica rampa-declive atuante no 1º pavimento.

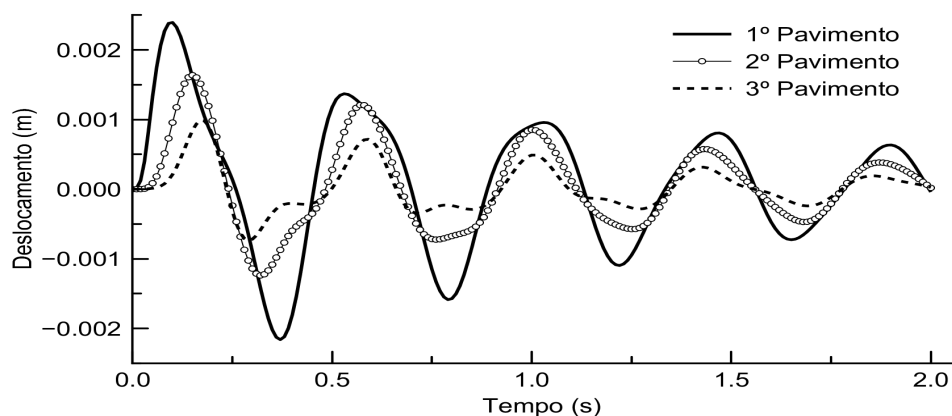


Figura 9. Respostas obtidas para os três pavimentos

Fonte: Acervo Pessoal.

As respostas para cada pavimento podem ser visualizadas na Figura 9, tendo que o primeiro pavimento, onde atua a carga não periódica, ocorrem os maiores valores de deslocamento, em contrapartida, os pavimentos próximos a fundação possuem maior rigidez, acarretando em uma menor ordem de grandeza em relação ao deslocamento, como é possível visualizar no histórico de deslocamento.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O vigente trabalho teve como cerne a estudo da formulação de sistema dinâmica de um e múltiplos graus liberdade sujeitos a ação de cargas externas qualquer em função do tempo e a solução de tais problemas aplicando o Método da Integral de Duhamel. Os resultados apresentaram um comportamento físico acertado, verificando a eficiente da técnica para da solução dos problemas com estas características.

Por fim, sabe-se que estudo da dinâmica estrutural é uma área que contemplam diversos níveis de complexidades e demanda um grande volume de pesquisa ao longo dos tempos. Desta forma, o artigo tem como caráter fundamental motivar e apresentar de forma clara os conceitos e aplicações práticas para os discentes, a fim de garantir uma melhor compressão da formulação matemática e conceitual sobre as particularidades dos problemas de vibratórios estruturais.

REFERÊNCIAS

Bledzik, A. K. Clough, R. W.; Penzien, J. **Dynamics of Structures**. Berkeley: Computers & Structures, Inc., 1995.

Craig, R. **Structural dynamics: an introduction to computer methods**. New York: Wiley, 1981.

Ferreira, W. G. **Análise Dinâmica no Domínio da Frequência de Sistemas Estruturais**. Vitória: Enfoque, 2002

Laeysen, J.; Gallicchio, E.; Tamagna, A. **Sistemas vibratórios amortecidos**. UFRGS, 2004.

Rao, S. **Vibrações mecânicas**. Pearson Educación, 2009.

William, T.; Marie, D. **Theory of vibration with applications**. New Jersey, 1998.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Adsorção 38, 39, 202, 203, 204, 205, 206, 208, 209, 210

Agregado artificial 1, 11, 13

B

Biomassa 47, 49, 52, 54

Bloco estrutural 13, 20

C

Cimento Portland 3, 113, 120

Concreto reciclado 1, 13, 15

Controle estrutural 77, 80, 84, 85

Corrosão 202, 203

D

Desperdícios 127, 135, 140, 142

Dinâmica estrutural 190, 191, 200

Drenabilidade 55, 56, 57, 58, 60, 61, 64, 65, 66, 67, 68

Drenagem urbana 218, 219, 231

E

Energia 14, 27, 38, 43, 47, 52, 53, 54, 96, 97, 98, 103, 115, 126, 127, 133, 232

Ensino 139, 190, 232

F

Farinha de mandioca 47, 49, 50, 52, 54

I

Índice de confiabilidade 153, 154, 155, 156, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 165, 166

Inovação 76, 122, 124, 125, 126, 127, 232

Irrigação 99, 100, 108

M

Madeira 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 34, 35, 36, 51, 52

N

Nanossílica 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121

P

Pozolana 109, 110

Propriedade mecânica 25, 27

Propriedades físicas 25, 26, 27, 28, 71, 111

R

Resíduos 1, 2, 4, 10, 12, 13, 14, 15, 19, 22, 23, 47, 49, 52, 53, 54, 69, 70, 71, 72, 74, 76, 110, 208, 229

Resíduos de pneu 13, 15

S

Sílica de casca de arroz 109, 110, 111, 112, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120

Solução analítica 144, 151

Sustentabilidade 1, 14, 24, 35, 74, 127, 138, 142, 232

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-701-7



9 788572 477017